

## 5. DOMÁCÍ ÚLOHA Z MIN401, JARO 2023

ZADÁNO: 3. 5. 2023

ODEVZDEJTE DO: 19. 5. 2023

**Definice.** *Normální podgrupa*  $H$  grupy  $G$  je taková podgrupa (tj. je uzavřená na násobení, má neutrální a inverzní prvky) grupy  $G$ , pro kterou platí pro libovolné prvky  $h \in H$  a  $g \in G$ :  $g \cdot h \cdot g^{-1} \in H$ .

**Příklad.** Grupa  $\mathbb{A}_n$  všech sudých permutací na  $n$ -prvkové množině je normální podgrupou grupy  $\mathbb{S}_n$ . Protože vezmeme-li libovolné  $h \in \mathbb{A}_n$  a  $g \in \mathbb{S}_n$ , pak  $g \circ h \circ g^{-1}$  lze vyjádřit složením postupně „lichého + sudého + lichého“ nebo „sudého + sudého + sudého“ počtu transpozit, v obou případech máme dohromady sudý počet transpozic, tedy prvek náleží  $\mathbb{A}_n$ .

**Zadání.** *U následujících případů popište prvky podgrupy<sup>1</sup>  $H$  grupy  $G$  a určete, zda je  $H$  normální podgrupou grupy  $G$ . Pokud ano, určete pravé třídy rokladu a jak vypadá operace skládání  $\circ$  v grupě  $G/H$ .*

1.  $H = \langle (12), (13) \rangle, G = \mathbb{S}_4;$

2.  $H = \langle (12) \circ (34), (13) \circ (24) \rangle, G = \mathbb{A}_4.$

---

<sup>1</sup>ostré závorky značí, že podgrupa je prvky uvnitř závorek generovaná