

# PÍSEMNÁ ČÁST ZKOUŠKY Z MIN401 - 1. TERMÍN, JARO 2023

JMÉNO:

DATUM: 19. 5. 2023

UČO:

**Příklad 1** (6b). Polynom  $x^4 + 5x^3 + 12x^2 - 15x - 3 \in \mathbb{Z}[x]$  rozložte na ireducibilní polynomy nad  $\mathbb{Z}$  a nad  $\mathbb{Z}_2$ .

**Příklad 2** (2b). Uvažme permutaci

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

- (i) Rozložte  $\sigma$  na součin nezávislých cyklů a určete řád prvku  $\sigma$ .
- (ii) Rozložte  $\sigma$  na součin transpozic a určete paritu  $\sigma$ .

**Příklad 3** (7b). Uvažme dvě podgrupy grupy  $\mathbb{S}_4$ :

$$D_4 = \langle (12) \circ (34), (1234) \rangle,$$
$$H = \{\text{id}, (13), (24), (13) \circ (24)\}.$$

- (i) Ukažte, že  $H$  je podgrupou  $D_4$ .
- (ii) Dále rozhodněte, zda je  $H$  její normální podgrupou a pokud ano, určete třídy rozkladu.
- (iii) Rozhodněte, zda je  $H$  izomorfní s grupou  $\mathbb{Z}_8^\times$  (s násobením).
- (iv) Nalezněte libovolný injektivní homomorfismus  $\varphi: \mathbb{Z}_4 \rightarrow D_4$ .

**Příklad 4** (5b). Uvažme lineární  $(7, 3)$ -kód generovaný polynomem  $1 + x^2 + x^3 + x^4$ .

- (i) Určete generující matici a matici kontroly.
- (ii) Zakódujte zprávu 101.
- (iii) Přijali jsme kód 1101111. Můžeme jej za předpokladu nejmenšího počtu chyb jednoznačně dekodovat?