

# Hesla k otázkám z DM 1

## 01. Základy matematické logiky

Výrok a jeho negace. Jednoduché a složené výroky. Tautologie a kontradikce, jejich ověřování tabulkami pravdivostních hodnot.

Logické spojky konjunkce a disjunkce, jejich slovní vyjádření a tabulkové definice. Kdy platí konjunkce a kdy disjunkce dvou výroků? De Morganova pravidla pro jejich negace.

Logická spojka implikace, její slovní vyjádření a tabulková definice. Pozitivní vymezení neplatnosti implikace. Pravidlo pro negaci implikace. Opačná implikace a obměněná implikace.

Logická spojka ekvivalence, její slovní vyjádření, souvislost s implikacemi a tabulková definice. Kdy platí ekvivalence dvou výroků? Pravidlo pro negaci ekvivalence. Kvantifikované výroky. Obecný a existenční kvantifikátory, jejich slovní vyjádření. Pravidla pro negace výroků s kvantifikátory.

## 02. Číselné obory, mocniny s celočíselným exponentem

Rozvíjení představ žáků o číslech na základní a střední škole.

Aritmetické operace a uspořádání čísel. Znázornění čísel na přímce.

Dělitelnost celých čísel — které dovednosti s touto relací spojujeme a jaký význam pro další početní praxi mají.

K čemu slouží zlomky a jak je žákům přibližujeme? Procenta, poměry a úměry.

Proč na ZŠ potřebujeme iracionální čísla a jak je žákům přibližujeme (dekadickými zápisy i geometricky). Zaokrouhlování čísel.

Mocniny s exponentem z oboru přirozených čísel, s exponentem nula a s exponentem z oboru celých záporných čísel. Pravidla pro počítání s takovými mocninami.

## 03. Pojmy a terminologie kolem rovnic a nerovnic

Rovnost a rovnice, nerovnost a nerovnice.

Dvojí význam termínu „řešení“.

Řešení, nebo kořen rovnice?

Definiční obor, obor pravdivosti.

Ekvivalentní a důsledkové úpravy.

Zkouška – nutná součást řešení?

Součinnové a podílové tvary rovnic a nerovnic.

## 04. Lineární rovnice, nerovnice a jejich soustavy

Úpravy vedoucí k finálním tvarům lineární rovnice či nerovnice.

Řešení rovnic a nerovnic s lomenými výrazy.

Řešení rovnic a nerovnic s absolutními hodnotami.

Obor pravdivosti jedné lineární rovnice či nerovnice se dvěma neznámými, jeho grafické znázornění.

Soustava dvou lineárních rovnic s dvěma neznámými, dvě základní metody jejího řešení.

Možné obory pravdivosti soustavy dvou lineárních rovnic s dvěma neznámými.

## 05. Kvadratické rovnice a nerovnice

Co je kvadratická rovnice? Její řešení pamětným rozkladem.

Neúplné kvadratické rovnice a jejich kořeny.

Odvození vzorce pro kořeny kvadratické rovnice. Diskriminant.

Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice, jejich odvození.

Řešení kvadratické rovnice grafickou metodou.

Kvadratické nerovnice a postup jejich řešení.

Grafické řešení kvadratické nerovnice.

## 06. Rovnice a nerovnice s odmocninami

Zavedení druhé odmocniny a její vlastnosti.

Strategie řešení rovnic a nerovnic s odmocninami a dvě metody její realizace.

Umocnění obou stran rovnice či nerovnice a jeho vliv na postup řešení.

Substituční metoda — obecný popis pro (ne)rovnici s jednou neznámou.

Typické substituce u (ne)rovnic s odmocninami.

Metoda násobení sdruženým výrazem.

## 07. Rovnice a nerovnice s parametry

Rozdělení proměnných v (ne)rovnících na neznámé a parametry, rozdílnost jejich rolí.

Obecný význam úloh s parametry. Důvody náročnosti jejich řešení.

Co je nového při řešeních rovnic a nerovnic s parametry oproti takovým úlohám bez parametru? Jaké komplikace to přináší?

Jak určovat znaménka kořenů kvadratické rovnice v závislosti na parametru?

## 08. Pojmy a terminologie kolem funkcí.

Pojem funkce, způsoby jejího zadání. Definiční obor a obor hodnot. Termíny argument a funkční hodnota (vzor a obraz), nezávislá a závislá proměnná.

Funkce prostá. Inverzní funkce, její existence, definiční obor a obor hodnot v porovnání s původní funkcí. Funkce periodická a její periody. Funkce sudé a funkce liché, původ těchto termínů.

Kdy říkáme, že na dané množině je daná funkce shora ohraničená, zdola ohraničená, ohraničená? Extrémní hodnoty (minima a maxima) dané funkce na dané množině. Monotonie funkcí: funkce rostoucí a klesající na daném intervalu, symbolický zápis formulí s dvěma kvantifikátory.

Pojem grafu funkce. Jak z grafu dané funkce  $y = f(x)$  snadno získat grafy jiných funkcí? Kterých?

## 09. Lineární funkce (i s absolutními hodnotami) a lineární lomená funkce.

Lineární funkce, definiční obor a obor hodnot, inverzní funkce.

Graf lineární funkce a geometrický význam koeficientů z jejího předpisu.

Jak sestavit graf lineární funkce s výrazy v absolutní hodnotě? Jaký geometrický tvar každý takový graf má?

Pojem lineární lomené funkce jako zobecnění funkce nepřímé úměrnosti, její definiční obor a obor hodnot. Inverzní funkce k lineární lomené funkci.

Graf lineární lomené funkce, postup při jeho určení.

## 10. Kvadratické funkce

Kvadratické funkce. Grafy nejjednodušších funkcí  $y = x^2$  a  $y = ax^2$ , kde jsou rostoucí, kde klesající a jaké mají obory hodnot.

Graf obecné kvadratické funkce, postup jeho určení. Kde je funkce rostoucí, kde klesající a jaký má obor hodnot.

Využití při řešení kvadratických rovnic a nerovnic – role diskriminantu.

## 11. Odmocniny a mocniny s racionálním exponentem

Pojem  $n$ -té odmocniny, definiční obor, obor hodnot a graf příslušné funkce  $y = \sqrt[n]{x}$ .

Pravidla pro počítání s odmocninami, jejich důkazy.

Proč pro každé celé  $n > 1$  ztotožňujeme funkci  $y = x^{\frac{1}{n}}$  s funkcí  $y = \sqrt[n]{x}$ ?

Pro které zlomky  $\frac{m}{n}$  definujeme  $x^{\frac{m}{n}}$ ? Jak a pro která  $x$ ,  $m$ ,  $n$ ?

Zavedení mocniny  $x^r$  s racionálním exponentem  $r$  a jeho korektnost.

Pravidla pro mocniny s racionálními exponenty (bez důkazů).

## 12. Mocninné funkce

Jak přiblížíme žákům problematiku mocnin  $x^p$  s iracionálním exponentem  $p$ ?

Pravidla pro mocniny s reálnými exponenty.

Shrňte všechny případy, kdy je mocnina  $x^a$  s reálnými čísly  $x$ ,  $a$  definována.

Mocninné funkce  $y = x^a$  s reálnými exponenty  $a$  různého druhu. Jaké jsou definiční obory a obory hodnot této funkce v rozlišených případech? Jak při nich vypadá graf mocninné funkce a jaká je její monotonie?

## 13. Exponenciální funkce

Pojem exponenciální funkce  $y = a^x$ , pro jaká  $a$  ji uvažujeme, její definiční obor, monotonie, graf a obor hodnot.

Kdy jsou grafy dvou funkcí  $y = a^x$  a  $y = b^x$  souměrně sdružené podle osy  $y$ ?

Vzájemná poloha grafů dvou funkcí  $y = a^x$  a  $y = b^x$  v případech  $a, b \in (1, \infty)$  a  $a, b \in (0, 1)$ .

Jak žákům přiblížit určení přirozené exponenciální funkce  $y = e^x$ ? Spojte to při svém nadhledu s poznatky o čísle  $e$  z matematické analýzy.

## 14. Logaritmy a logaritmické funkce

Slovní určení čísla  $\log_a b$ . Omezení na čísla  $a$ ,  $b$ .

Pravidla pro počítání s logaritmy včetně převodního vztahu mezi hodnotami  $\log_a x$  a  $\log_b x$  s jeho důkazem.

Historický význam logaritmů. Logaritmy dekadické a přirozené.

Pojem logaritmické funkce  $y = \log_a x$ , pro jaká  $a$  ji uvažujeme, její definiční obor, obor hodnot, graf a monotonie. Geometrický vztah mezi grafy funkcí  $y = a^x$  a  $y = \log_a x$ .

## 15. Exponenciální a logaritmické rovnice a nerovnice

Základní rovnice a nerovnice, ke kterým úpravami vždy směřujeme. Jaké vlastnosti k určení jejich řešení využíváme. Objasněte na příkladech rovnic  $2^{2x-1} = 8$ ,  $2^x = 12$ ,  $0,2^x > 0,04$ ,  $|x|^{2x-1} = 1$ ,  $\log_3(x+1) < 2$  a  $\log_x(2x+1) \leq \log_x 4x$ .

Metody řešení exp. a log. rovnic a nerovnic, dvě časté substituce. Rovnice a nerovnice se třemi mocninami o základech  $a^2$ ,  $ab$  a  $b^2$ .

## 16. Goniometrické funkce

Goniometrické funkce ostrého úhlu definované užitím podobných pravoúhlých trojúhelníků. Hodnoty funkcí pro významné úhly  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  a  $60^\circ$  a pro dvojice úhlů, které se doplňují do  $90^\circ$ .

Funkce sinus a kosinus reálného argumentu definované užitím jednotkové kružnice a pojmu orientovaného úhlu s obloukovou mírou.

Které vlastnosti funkcí sinus a kosinus plynou z geometrie jednotkové kružnice?

Převod sinu na kosinus a naopak.

Definice funkcí tangens a kotangens, odečítání jejich hodnot na tečně k jednotkové kružnici. Definiční obory a obory hodnot obou funkcí, jejich periodičita, znaménka a monotonie v jednotlivých kvadrantech.

Grafy goniometrických funkcí v oboru reálných čísel. Problematika inverzních funkcí: arkussinus, arkuskosinus, arkustangens a arkuskotangens, jejich definiční obory, obory hodnot a grafy.

## 17. Goniometrické vzorce

Triviální vzorce: goniometrická jednička, vztah mezi  $\operatorname{tg} x$  a  $\operatorname{cotg} x$ .

Z platnosti jednoho součtového vzorce pro  $\sin(x \pm y)$  a  $\cos(x \pm y)$  odvoďte platnost ostatních tří vzorců.

Vzorce pro  $\operatorname{tg}(x \pm y)$ .

Vzorce pro dvojnásobný argument s trojím vyjádřením  $\cos 2x$ .

Vzorce pro poloviční argument, jejich nejednoznačnost.

Odvození vzorců pro  $\sin x \pm \sin y$  a  $\cos x \pm \cos y$  ze součtových vzorců.

Univerzální substituce  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ . Pomůcka pro odvození s ní souvisejících vzorců.

## 18. Goniometrické rovnice

Základní goniometrická rovnice, etapy jejího řešení.

Rovnice typu  $g(U) = g(V)$  a postupy jejího řešení. Rovnice  $\sin U = \cos V$ .

Substituční metoda. Časté substituce  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  a  $y = \sin x + \cos x$ .

Rovnice  $F(\sin x, \cos x) = 0$  a možné postupy jejího řešení.

Rovnice  $a \sin x + b \cos x + c = 0$  a dvě metody jejího řešení.

Řešení goniometrických rovnic převodem na součinnový tvar.

KONEC DOKUMENTU