



■ ■ ■ ■ **Teorie zobrazení**

Matematická kartografie

# Osnova

1. Východiska
2. Ekvidistantní zobrazení
3. Ekvivalentní zobrazení
4. Konformní zobrazení



**1**

**VÝCHODISKA**

# Východiska

- minule – zákony zkreslení
- možnost matematicky definovat zobrazení – stanovení počátečních podmínek
- odvození jednotlivých typů zobrazení:
  - ekvidistantní
  - ekvivalentní
  - konformní
- základní odvození vždy pro pólovou polohu z referenčního elipsoidu
- případ při použití koule se odvodí následně
- v případě jiné než pólové polohy se dosazují kartografické souřadnice



# 2

## **EKVIDISTANTNÍ ZOBRAZENÍ**

# Ekvidistantní zobrazení

- požadavek **nezkreslení délek** nějaké soustavy čar
- matematicky vyjádřeno pomocí:
  - **základních vzorců pro délkové zkreslení**
  - **Gaussových symbolů**
- základ – **délkové zkreslení**
- ekvidistantní zobrazení v polednicích

$$m = \frac{dS}{ds}$$

$$m_p = 1$$

$$ds_p = Md\varphi$$

$$\frac{dS_p}{Md\varphi} = 1$$

$$\frac{dS_p}{RdU} = 1$$

$$m_p = \frac{\sqrt{E}}{M}$$

$$\frac{\sqrt{E}}{M} = 1 \Rightarrow E = M^2$$

$$\frac{\sqrt{E}}{R} = 1 \Rightarrow E = R^2$$

# Ekvidistantní zobrazení

- ekvidistantní zobrazení v rovnoběžkách

$$m_r = 1$$

$$ds_r = N \cos \varphi d\lambda \quad \frac{dS_r}{N \cos \varphi d\lambda} = 1$$

$$\frac{dS_r}{R \cos U dV} = 1$$

$$m_r = \frac{\sqrt{G}}{N \cos \varphi} \quad \frac{\sqrt{G}}{N \cos \varphi} = 1 \Rightarrow G = N^2 \cos^2 \varphi \quad \frac{\sqrt{G}}{R \cos U} = 1 \Rightarrow G = R^2 \cos^2 U$$

- ekvidistantnost v jiných soustavách čar
  - šikmá poloha
  - kartografické souřadnice Š a D



# 3

## EKVIVALENTNÍ ZOBRAZENÍ



# Ekvivalentní zobrazení

- nezkreslené nebo konstantně zkreslené plochy

$$m_{pl} = 1$$

$$m_p m_r \sin A'_r = 1$$

- jednoduchá zobrazení
  - obecný vzorec je zjednodušený pro  $A'_r = 90^\circ$

$$m_p m_r = 1$$

- nepravá a obecná zobrazení
  - zpravidla Gaussovy symboly

$$\frac{H}{MN \cos \varphi} = 1 \Rightarrow H = MN \cos \varphi$$

$$\frac{H}{R^2 \cos U} = 1 \Rightarrow H = R^2 \cos U$$



# 4

## KONFORMNÍ ZOBRAZENÍ

# Konformní zobrazení

- **Nezkreslují se úhly**  
– přesněji v  
diferenciálním okolí.

$$\Delta\omega = 0$$

$$\sin \frac{\Delta\omega_\varepsilon}{2} = \frac{m_b - m_a}{m_b + m_a} \quad \text{z toho plyne: } m_a = m_b$$

- Kružnice zůstane  
kružnicí – nezkreslí se  
na elipsu.

$$\text{z toho také plyne: } m_a = m_b$$

# Konformní zobrazení

- Extrémní hodnoty délkového zkreslení jsou tedy stejné.
- To je možné, když délkové zkreslení je:
  - konstantní
  - nezávislé na směru azimutu délkového elementu

$$m^2 = m_p^2 \cos^2 A + \frac{F}{MN \cos \varphi} \sin 2A + m_r^2 \sin^2 A$$

- Platí tedy:
  - $m_p = m_r$
  - $F = 0$

$$m_p = m_r$$

# Konformní zobrazení

- podmínku lze vyjádřit i pomocí Gaussových koeficientů
- definice zobrazení pomocí Gaussových koeficientů a zeměpisných souřadnic
  - na elipsoidu
  - na kouli

$$m_p = m_r$$

$$\frac{\sqrt{E}}{M} = \frac{\sqrt{G}}{N \cos \varphi} \Rightarrow \frac{E}{G} = \frac{M^2}{N^2 \cos^2 \varphi}$$

$$\frac{\sqrt{E}}{R} = \frac{\sqrt{G}}{R \cos U} \Rightarrow \frac{E}{G} = \frac{1}{\cos^2 U}$$

# Konformní zobrazení

- Konformní zobrazení je definováno pomocí izometrických souřadnic.
  - $q$  = izometrická šířka na elipsoidu
  - $Q$  = izometrická šířka na kouli
- Obecné zobrazovací rovnice konformního zobrazení lze vyjádřit i pomocí izometrických souřadnic:

$$x + iy = f(q + i\lambda)$$

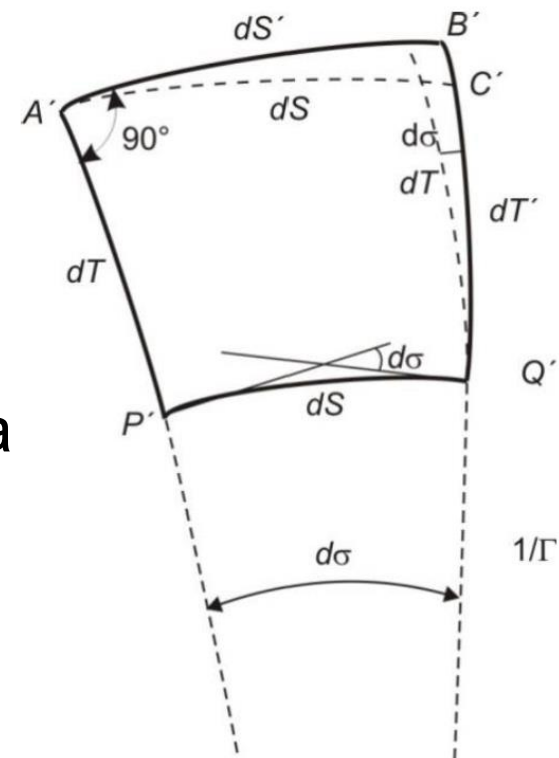
$$x - iy = f(q - i\lambda)$$

# Konformní zobrazení geodetické čáry

- Geodézie – měření pomocí trigonometrických sítí.
- Strany trojúhelníků trigonometrických sítí (a taky rovnoběžky a poledníky) jsou geodetickými čarami:
  - Koule – části hlavních kružnic
  - Referenční elipsoid – části geodetických čar
- Geodetická čára = nejkratší spojnice dvou bodů na referenční ploše. Její geodetická křivost je v každém jejím bodě rovna 0.
  
- Většina úloh praktické geodézie je řešena v rovině konformního zobrazení.
  - Úhly se měří nejpřesněji.

# Konformní zobrazení geodetické čáry

- Na referenčním elipsoidu: diferenciální pravoúhlý čtyřúhelník.
- Po zobrazení do roviny konformního zobrazení se zachovají pravé úhly.
- Avšak každá strana bude jinak zakřivena a bude délkově zkreslena.

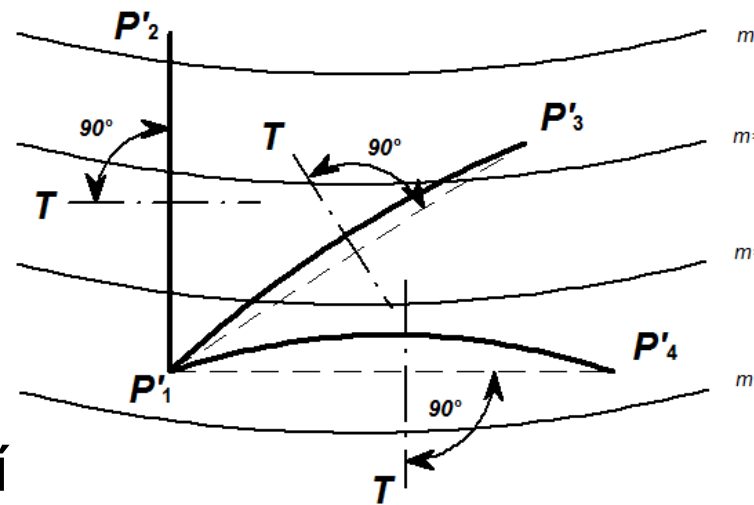


- Zobrazení geodetické čáry do roviny konformního zobrazení způsobí změnu průběhu geodetické čáry.



# Průběh obrazu geodetické čáry v rovině konformního zobrazení

- Pro výpočty v geodetické praxi je nutné znát:
  - tvar geodetické čáry – především na jejím počátečním a koncovém bodě
  - délku jejího obrazu.
- Tyto vlastnosti lze určit pomocí výpočtů korekce ze zobrazení - tzv. **směrové a délkové korekce geodetické čáry**.
- Viz skripta.

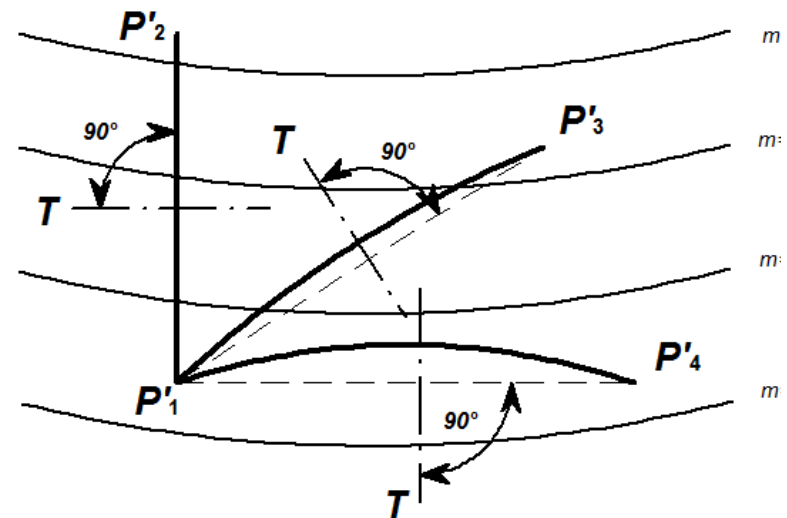


# Průběh obrazu geodetické čáry v rovině konformního zobrazení

křivost  $\Gamma = \frac{1}{m} \frac{dm}{dT}$

- $m$  - délkové zkreslení
- $dm/dT$  - změna zkreslení ve směru kolmém ke geodetické čáře
- geodetická čára vedena kolmo k ekvideformátám:
  - směr kolmý na geod. čáru je rovnoběžný s ekvideformátami
  - $dm/dT = 0$
  - obraz bude přímka
- geodetická čára ve směru ekvideformát
  - směr kolmý na geod. čáru je kolmý na ekvideformáty
  - $dm/dT = \max$
  - křivost čáry bude maximální

jednoduchá zobrazení – ekvideformáty totožné s rovnoběžkami



# Průběh obrazu geodetické čáry v rovině konformního zobrazení

geodetické čáry na Google Maps

