

Úloha 1

Měřením jsme získali hodnoty v gramech:

7.18 7.10 6.94 7.34 6.52 7.18 6.94 6.92 7.00 6.66
7.00 7.14 7.00 7.02 6.96 6.70 7.02 7.08 6.86 7.14
6.96 6.94 7.26 7.44 7.08 6.90 7.08 7.24 7.08 7.10

Zobrazte data v histogramu (určete smysluplně počet tříd a jejich hranice).

Vytvořte tabulku absolutních a relativních četností, a také kumulativních četností (absolutních i relativních).

Určete průměr, rozptyl a směrodatnou odchylku datového souboru.

Zkonstruujte krabicový křaf (box plot).

Jakou mají data šikmost?

Histogram nyní interpretujte jako hustotu rozdělení pravděpodobnosti, a určete z něj pravděpodobnost, že změřená hodnota bude v rozmezí (6.8, 7.2).

Úloha 2

Náhodná veličina má danou hustotu pravděpodobnosti vztahem:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x} & \text{pro } x \in \langle 1, 2 \rangle, \\ 0 & \text{jinde.} \end{cases}$$

Určete konstantu c , určete distribuční funkci $F(x)$, spočítejte střední hodnotu μ a rozptyl σ^2 tohoto rozdělení pravděpodobnosti. Určete pravděpodobnost intervalu $\langle 1, 1.5 \rangle$. Je větší šance, že náhodně vybraná hodnota dle tohoto rozdělení bude v tomto intervalu (levá polovina), anebo v jeho doplňku (pravá polovina)?

Úloha 3

Ve 100 zkoumaných vzorcích je 5 špatných. Uděláme náhodný výběr 10 prvků (s vracením). Jaká je pravděpodobnost, že zachytíme všech 5 špatných vzorků? Kdybychom výběr několikrát opakovali, kolik v průměru můžeme očekávat zachycených špatných vzorků?

Úloha 4

Náhodná veličina má distribuční funkci danou vztahem

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -1, \\ \frac{(x+1)^2}{3} & \text{pro } x \in \langle -1, 0 \rangle, \\ x + \frac{1}{3} & \text{pro } x \in \langle 0, \frac{2}{3} \rangle, \\ 1 & \text{pro } x \geq \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Z $F(x)$ určete, kde leží medián a kvartily. Určete hustotu tohoto rozdělení pravděpodobnosti, a spočítejte jeho střední hodnotu μ .

Úloha 5

Náhodná veličina X má střední hodnotu 10mm a rozptyl 2 mm^2 . Pokud ji vyjádříme v centimetrech, jaká bude její střední hodnota a rozptyl?

Dejme tomu, že provedeme 5 nezávislých měření této náhodné veličiny. Jaký očekáváme rozptyl naměřených hodnot?

Dejme tomu, že provedeme 5 nezávislých měření této náhodné veličiny, a zapíšeme si jejich průměr. Toto zopakujeme 10 krát. Jaký očekáváme rozptyl oněch 10 zapsaných průměrů?

Úloha 6

V datech z Úlohy 1 proveďte intervalový odhad střední hodnoty za pomocí kvantilů Studentova t -tozdělení. Udělejte odhad se spolehlivostí 95% a 99%.

Najděte si (v literatuře, na webu, s pomocí AI, ...), jak byste provedli intervalový odhad rozptylu, a také jej proveďte. Jak byste někomu vysvětlili logický smysl tohoto odhadu (co odhadujete, a jak to funguje)?

Úloha 7

Určete korelaci a regresní přímku změřených hodnot:

X_1	X_2
20.36	10.18
18.31	9.72
21.33	10.99
20.47	9.92
19.07	10.10
17.77	10.09
24.47	10.77
25.26	12.78
23.17	12.39
24.82	10.94
20.36	9.89
19.39	10.23
20.07	9.79
21.75	11.10
18.46	8.41
19.87	9.36
18.67	10.16
23.41	10.95
19.71	10.22
20.37	11.12