

Závěrečná písemka E3011 – 21. 6. 2023

1	2	3	4	Σ

Jméno:

UČO:

Datum:

Při zkoušce je povoleno používat jakékoliv materiály. Naopak je zakázáno kopírovat (celý nebo část) kód z internetu nebo během písemky s někým komunikovat, včetně chatGPT a podobných služeb. Pokud není řečeno jinak, nesmíte používat žádné externí knihovny.

Dbejte, aby byl kód čitelný, správně okomentovaný, proměnné i funkce byly dobře pojmenované.

Svou práci nahrajte do odevzdávacího **Zkouška 21.6.2023**. Pro každou úlohu odevzdejte jeden .py soubor. Odevzdejte také tento papír s vyplněnou hlavičkou a případnými poznámkami.

Příklad 1 (30 bodů). Implementujte algoritmus popsany níže jako `bubble(L)`. Jedná se o tzv. bubble sort, algoritmus seřadí hodnoty v listu `L` vzestupně.

```
Input: L list of numbers
n ← length(L);
for i ∈ {0, 1, …, n - 1} do
    | swapped ← False;
    | for j ∈ {1, 2, …, n - i - 1} do
    | | if L[j] < L[j - 1] then
    | | | swap(L[j], L[j - 1]);
    | | | swapped ← True;
    | | end
    | end
    | if not swapped then
    | | break;
    | end
end
return L
```

Pozn: `swap(L[j], L[j - 1])` znamená vyměnit v poli `L` hodnoty na pozicích `j` a `j - 1`.

Ukázka jak funguje algoritmus na poli `L = [0.3, 5, 4, -1, 0, 4, 4, 3]` (print na začátku vnějšího cyklu):

```
[0.3, 5, 4, -1, 0, 4, 4, 3]
[0.3, 4, -1, 0, 4, 4, 3, 5]
[0.3, -1, 0, 4, 4, 3, 4, 5]
[-1, 0, 0.3, 4, 3, 4, 4, 5]
[-1, 0, 0.3, 3, 4, 4, 4, 5]
```

Příklad 2 (10 bodů). Napište funkci `choose(n,k)`, která vrátí kombinační číslo

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!},$$

např. `choose(20,5) = 15504`. Kolik je $\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k}$? Napište odpověď někam sem.

Příklad 3 (30 bodů). *Fialové číslo* je takové přirozené číslo, které je ostře menší než součet jeho dělitelů kromě sebe sama. Např. číslo 12 je fialové, protože dělitelé čísla 12 (kromě čísla 12) jsou 1, 2, 3, 4, 6 a jejich součet je 16, což je víc jak 12. Číslo 13 fialové není, protože má jen jednoho dělitele menšího než 13, a to 1. Číslo 14 také fialové není, protože $1 + 2 + 7 \leq 14$

Napište funkci `isPurple(x)`, která vrátí `True` pokud je `x` fialové a `False` jinak. [20 bodů]

Využijte poté tuto funkci, abyste našli **nejmenší přirozené liché fialové číslo** a napište jej sem. [10 bodů]

Příklad 4 (30 bodů). Implementujte funkci `Cramer(A, b)`, která pomocí Cramerova pravidla vyřeší systém $Ax = b$, kde A je čtvercová matice a b je vektor pravých stran rovnic. Funkce nejprve zjistí, zda je systém řešitelný (tj. $|A| \neq 0$) a poté vypočítá jednotlivé složky řešení $x = (x_1, x_2, \dots)$:

$x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$, kde A_i je matice, která vznikne z matice A nahrazením i -tého sloupce vektorem b .

Pokud je systém jednoznačně řešitelný (podmínka $|A| \neq 0$) funkce vrátí vektor x . Pokud jednoznačně řešitelný není, vrátí `None` a vypíše vhodnou zprávu.

Ve studijních materiálech (složka písemky) naleznete 2 systémy, na kterých můžete vaši funkci otestovat.

Zde je prostor pro neanonymní vzkazy, připomínky a zpětnou vazbu k předmětu: