

SBORNÍKY TECHNICKÉ HARMONIZACE
2012



ÚNMZ

**POKYN PRO VYJADŘOVÁNÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ
(GUM)**

Vážení čtenáři,

Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví vydává elektronické publikace v edici nazvané „Sborníky technické harmonizace ÚNMZ“. Cílem této edice je přiblížit technické veřejnosti principy a procedury technické legislativy zaváděné v souladu s harmonizačními procesy v Evropské unii (EU) i v České republice.

Účelem evropských (technických) předpisů je zajistit, aby výrobky, na které se vztahuje volný pohyb zboží v rámci EU, splňovaly požadavky na vysokou úroveň ochrany obecných zájmů. Těmi se rozumí zdraví, bezpečnost a ochrana životního prostředí.

Oblast technické harmonizace obsahuje velmi mnoho právních předpisů. Touto edicí se ÚNMZ snaží napomáhat pochopení právní úpravy v oblastech své působnosti a jejímu správnému uplatňování.

Vedle umístění jednotlivých „Sborníků“ na webových stránkách Úřadu (<http://www.unmz.cz/urad/sborniky-technicke-harmonizace>), jsou vybrané tituly vydány v omezeném počtu i ve formě CD-ROM. Ty lze vyžádat na e-mailové adrese hruskova@unmz.cz nebo na tel.: 224 907 172.

Věřím, že naleznete v těchto publikacích užitečný zdroj informací a pomocníka ve Vaší práci.

Vaše podněty vedoucí k dalšímu zkvalitnění této činnosti ÚNMZ s povděkem uvítáme.



Ing. Milan Holeček
předseda ÚNMZ
Praha, 2012

POKYN PRO VYJADŘOVÁNÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ (GUM)

Přeloženo z anglického originálu:

JCGM 100:2008 Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement

Vydaného v roce 2008:

JCGM/WG1 (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP a OIML)

Bureau International des Poids et Mesures (BIPM)

Pavillon de Breteuil

92312 Sèvres Cedex

FRANCE

Tel : +33 1 45 07 70 70

Fax : +33 1 45 34 20 21

Web: www.bipm.org

Přeložili:

Prof. Ing. Miloslav Suchánek, CSc. (EURACHEM-ČR)

Ing. Jaroslav Skopal, CSc. (ÚNMZ)

Upravitel:

Ing. Klára Vidimová, Ph.D. (ÚNMZ)

Ing. Jarmila Millerová

Vydal Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví na základě povolení obdržení od BIPM. BIPM si ponechává plná mezinárodně chráněná autorská práva. BIPM nepřebírá žádnou odpovědnost za platnost, přesnost, úplnost nebo kvalitu informací a materiálů nabízených v jakémkoli překladu. Jediná oficiální verze je originální verze dokumentu publikovaného BIPM (tzn. francouzská a anglická verze JCGM).

Originál dokumentu ve francouzském a anglickém jazyce je umístěn na výše uvedené webové stránce BIPM.

V případě sporů je rozhodující text původní anglické a francouzské verze tohoto dokumentu.

NEPRODEJNÉ – publikace je k dispozici k volnému šíření, stažení ze stránek ÚNMZ, nesmí však být využita ke komerčním účelům a šířena může být výhradně bezplatně.

© Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví
Gorazdova 24, 128 01 Praha 2, Praha 2012.

Nakladatelský servis: Bořivoj Kleník, PhDr. – Q-art, Praha.

OBSAH SBORNÍKU

1. ÚVOD	3
2. POKYN PRO VYJADŘOVÁNÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ	3
3. SEZNAM ZKRATEK	237
4. LITERATURA A ODKAZY NA WEBOVÉ STRÁNKY	238

1. ÚVOD

Cílem tohoto sborníku je poskytnout široké odborné veřejnosti překlad Pokynu pro vyjadřování nejistoty měření (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, dále jen GUM), který byl vydán společně BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP a OIML, a který je základním dokumentem zabývajícím se problematikou nejistot měření.

Historie vývoje tohoto dokumentu začíná v roce 1977, kdy na základě poznání, že neexistuje jednotný mezinárodně uznávaný přístup k provádění odhadů, stanovování a uvádění nejistot měření, přidělil Mezinárodní výbor pro váhy a míry (Comité International des Poids et Mesures, dále jen CIPM) Mezinárodnímu úřadu pro váhy a míry (Bureau International des Poids et Mesures, dále jen BIPM) zakázku na vyřešení tohoto problému. BIPM, společně s národními metrologickými instituty a ostatními zainteresovanými organizacemi, vypracoval doporučení INC-1 (1980), „Vyjadřování experimentálních nejistot“, které bylo CIPM schváleno v roce 1986. Úkolem vypracování podrobného dokumentu obsahujícího návrh na provádění odhadů, stanovování a vyjadřování nejistot měření byla pak pověřena Mezinárodní organizace pro normalizaci (International Standardization Organization, dále jen ISO), protože ISO zastupuje zájmy všech důležitých zainteresovaných stran. Vývoj dokumentu byl svěřen Technické poradenské skupině ISO pro metrologii (TAG 4) a tato pracovní skupina a její stanovené pracovní podskupiny při vývoji dokumentu úzce spolupracovaly s dalšími významnými mezinárodními organizacemi (BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP a OIML). V roce 1993 pak vyšlo první vydání GUM. Druhé vydání GUM je z roku 1995.

V roce 1997 byl ze sedmi mezinárodních organizací vytvořen Společný výbor pro pokyny v metrologii (JCGM), řízený ředitelem BIPM, který připravil původní verze „Pokynu pro vyjadřování nejistoty měření“ (GUM) a „Mezinárodního slovníku základních a všeobecných termínů v metrologii“ (VIM). V roce 2008 pak vyšlo revidované znění GUM, což je vlastně původní GUM z roku 1995 s drobnými opravami.

Tento sborník technické harmonizace je českou verzí dokumentu JCGM 100:2008, který byl vytvořen Pracovní skupinou 1 Společného výboru pro návody v metrologii (JCGM/WG1). Originál elektronické verze dokumentu v anglickém a francouzském jazyce je zdarma ke stažení na stránce BIPM (www.bipm.org). Autorská práva k dokumentu JCGM 100:2008 jsou sdílena společně členskými organizacemi JCGM (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP a OIML). Rozmnožování a rozšiřování, stejně jako překlad JCGM 100:2008 a jeho částí podléhá písemnému souhlasu předsedy JCGM.

2. POKYN PRO VYJADŘOVÁNÍ NEJISTOTY MĚŘENÍ

Zde uvedený překlad GUM byl navržen na základě povolení obdrženého od BIPM, které si ponechává plná mezinárodně chráněná autorská práva. BIPM nepřebírá žádnou odpovědnost za platnost, přesnost, úplnost nebo kvalitu informací a materiálů nabízených v jakémkoli překladu. Jediné oficiální verze jsou originální verze dokumentů publikovaných BIPM (tzn. francouzská a anglická verze JCGM).

MEZINÁRODNÍ DOKUMENT JCGM 100:2008

(GUM 1995 S DROBNÝMI OPRAVAMI)

Nejistota měření – Část 3: Pokyn pro vyjadřování nejistoty měření (GUM:1995)

Obsah	Strana	Contents	Page
Předmluva	7	Foreword	7
0 Úvod	9	0 Introduction	9
1 Předmět pokynu	13	1 Scope	13
2 Definice	15	2 Definitions	15
2.1 Obecné metrologické termíny	15	2.1 General metrological terms	15
2.2 Termín „nejistota“	15	2.2 The term “uncertainty”	15
2.3 Termíny specifické pro tento pokyn	17	2.3 Terms specific to this Guide	17
3 Základní pojmy	19	3 Basic concepts	19
3.1 Měření	19	3.1 Measurement	19
3.2 Chyby, vlivy a korekce	21	3.2 Errors, effects, and corrections	21
3.3 Nejistota	22	3.3 Uncertainty	22
3.4 Praktické pokyny	26	3.4 Practical considerations	26
4 Hodnocení standardní nejistoty	30	4 Evaluating standard uncertainty	30
4.1 Modelování měření	30	4.1 Modeling the measurement	30
4.2 Hodnocení standardní nejistoty způsobem A	33	4.2 Type A evaluation of standard uncertainty	33
4.3 Hodnocení standardní nejistoty způsobem B	37	4.3 Type B evaluation of standard uncertainty	37
4.4 Grafické znázornění určení standardní nejistoty	44	4.4 Graphical illustration of evaluating standard uncertainty	44
5 Určení kombinované standardní nejistoty	51	5 Determining combined standard uncertainty	51
5.1 Nekorelované vstupní veličiny	51	5.1 Uncorrelated input quantities	51
5.2 Korelované vstupní veličiny	55	5.2 Correlated input quantities	55
6 Určení rozšířené nejistoty	60	6 Determining expanded uncertainty	60
6.1 Úvod	60	6.1 Introduction	60
6.2 Rozšířená nejistota	60	6.2 Expanded uncertainty	60
6.3 Výběr koeficientu rozšíření	62	6.3 Choosing a coverage factor	62
7 Záznam nejistoty	64	7 Reporting uncertainty	64
7.1 Obecné návody	64	7.1 General guidance	64
7.2 Speciální návody	65	7.2 Specific guidance	65
8 Souhrn postupů pro hodnocení a vyjádření nejistoty	70	8 Summary of procedure for evaluating and expressing uncertainty	70
Příloha A Doporučení pracovní skupiny a CIPM	72	Annex A Recommendations of Working Group and CIPM	72
A.1 Doporučení INC-1 (1980)	72	A.1 Reconunendation INC-1 (1980)	72
A.2 Doporučení 1 (CI-1981)	73	A.2 Recommendation 1 (CI-1981)	73
A.3 Doporučení 1 (CI-1986)	74	A.3 Recommendation 1 (CI-1986)	74
Příloha B Obecné metrologické termíny	76	Annex B General metrological terms	76
B.1 Zdroj definic	76	B.1 Source of definitions	76
B.2 Definice	76	B.2 Definitions	76

	Strana		Page
Příloha C Základní statistické termíny a pojmy	86	Annex C Basic statistical terms and concepts	86
C.1 Zdroj definicí	86	C.1 Source of definitions	86
C.2 Definice	86	C.2 Definitions	86
C.3 Podrobné vysvětlení termínů a pojmů	94	C.3 Elaboration of terms and concepts	94
Příloha D „Pravá“ hodnota, chyba a nejistota	99	Annex D “True” value, error, and uncertainty	99
D.1 Měřená veličina	99	D.1 The measurand	99
D.2 Realizovaná veličina	99	D.2 The realized quantity	99
D.3 „Pravá“ hodnota a korigovaná hodnota	100	D.3 The “true” value and the corrected value	100
D.4 Chyba	102	D.4 Error	102
D.5 Nejistota	103	D.5 Uncertainty	103
D.6 Grafické znázornění	104	D.6 Graphical representation	104
Příloha E Motivace a základy pro doporučení INC-1 (1980)	109	Annex E Motivation and basic for Recommendation INC-1 (1980)	109
E.1 „Téměř jistý“, „náhodný“ a „systematický“	109	E.1 “Safe”, “random”, and “systematic”	109
E.2 Realistická oprávněnost hodnocení nejistoty	110	E.2 Justification for realistic uncertainty evaluations	110
E.3 Oprávněnost pro identické zacházení se všemi složkami nejistoty	111	E.3 Justification for treating all uncertainty components identically	111
E.4 Směrodatné odchylky jako míry nejistoty	118	E.4 Standard deviations as measures of uncertainty	118
E.5 Porovnání dvou pohledů na nejistotu	122	E.5 A comparison of two views of uncertainty	122
Příloha F Praktický návod k hodnocení složek nejistoty	125	Annex F Practical guidance on evaluating uncertainty components	125
F.1 Složky vyhodnocené z opakovaných pozorování: hodnocení standardní nejistoty způsobem A	125	F.1 Components evaluated from repeated observations: Type A evaluation of standard uncertainty	125
F.2 Složky vyhodnocené jinými způsoby: hodnocení standardní nejistoty způsobem B	132	F.2 Components evaluated by other means: Type B evaluation of standard uncertainty	132
Příloha G Stupně volnosti a konfidenční úroveň	146	Annex G Degrees of freedom and levels of confidence	146
G.1 Úvod	146	G.1 Introduction	146
G.2 Centální limitní věta	149	G.2 Central Limit Theorem	149
G.3 t-rozdělení a stupně volnosti	151	G.3 The t-distribution and degrees of freedom	151
G.4 Efektivní stupně volnosti	153	G.4 Effective degrees of freedom	153
G.5 Další úvahy	156	G.5 Other considerations	156
G.6 Souhrn a závěry	160	G.6 Summary and conclusions	160
Příloha H Příklady	165	Annex H Examples	165
H.1 Kalibrace koncové měřky	165	H.1 End-gauge calibration	165
H.2 Simultánní měření odporu a reaktance	175	H.2 Simultaneous resistance and reactance	175
H.3 Kalibrace teploměru	183	H.3 Calibration of a thermometer	183
H.4 Měření radioaktivity	190	H.4 Measurement of Activity	190
H.5 Analýza rozptylu	198	H.5 Analysis of variance	198
H.6 Měření na referenční stupnici: tvrdost	210	H.6 Measurements on a reference scale: hardness	210

	Strana		Page
Příloha J Přehled nejdůležitějších značek	218	Annex J Glossary of principal symbols	218
Příloha K Bibliografie	227	Annex K Bibliography	227
Abecední rejstřík	229	Alphabetical index	229

PŘEDMLUVA

V důsledku uznání nedostatečné mezinárodní shody ve vyjádření nejistoty měření přidělil Mezinárodní výbor pro váhy a míry (Comité International des Poids et Mesures; CIPM), jako nejvyšší instance pro metrologii, Mezinárodnímu úřadu pro váhy a míry (Bureau International des Poids et Mesures; BIPM) 1977 zakázku aby společně s národními metrologickými instituty vyřešil tento problém a vypracoval doporučení.

BIPM sestavil podrobný dotazník se souvisejícími otázkami a rozeslal ho 32 národním metrologickým institucím, o kterých bylo známo, že se zajímají o tento předmět (a dal na vědomí pěti mezinárodním organizacím). Do začátku roku 1979 odpovědělo 21 institucí [1].¹ Téměř všichni pokládali za důležité mít mezinárodně uznávaný postup pro vyjádření nejistoty měření a pro sestavení složek jednotlivých nejistot do jedné úplné nejistoty. Nebyla však zřejmá shoda v případě metody, která se musí použít. BIPM uskutečnil zasedání za účasti odborníků 11 národních metrologických institucí, aby se vytvořil jednotný a obecně přijatelný postup pro specifikaci nejistoty. Tato pracovní skupina pro vyjádření nejistot vytvořila doporučení INC-1 (1980), „Vyjádření výběrových nejistot“ [2]. CIPM přijal toto doporučení v roce 1981 [3] a schválil v roce 1986 [4].

Úkolem vypracování podrobného pokynu (který představuje spíše stručný přehled, než podrobný návod), na základě doporučení pracovní skupiny, CIPM pověřil Mezinárodní organizaci pro normalizaci (ISO), jelikož ISO může lépe zastupovat potřeby vyplývající z širokých zájmů průmyslu a obchodu.

FOREWORD

In 1977, recognizing the lack of international consensus on the expression of uncertainty in measurements, the world's highest authority in metrology, the Comité International des Poids et Mesures (CIPM), requested the Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) to address the problem in conjunction with the national standards laboratories and to make a recommendation.

The BIPM prepared a detailed questionnaire covering the issues involved and distributed it to 32 national metrology laboratories known to have an interest in the subject (and, for information, to five international organizations). By early 1979 responses were received from 21 laboratories [1].¹ Almost all believed that it was important to arrive at an internationally accepted procedure for expressing measurements uncertainty and for combining individual uncertainty components into a single total uncertainty. However, a consensus was not apparent on the method to be used. The BIPM then convened a meeting for the purpose of arriving at a uniform and generally acceptable procedure for the specification of the uncertainty; it was attended by experts from 11 national standards laboratories. This Working Group on the Statement of Uncertainties developed Recommendation INC-1 (1980), Expression of Experimental Uncertainties [2]. The CIPM approved the Recommendation in 1981 [3] and reaffirmed it in 1986 [4].

The task of developing a detailed guide based on the Working Group Recommendation (which is a brief outline rather than a detailed prescription) was referred by the CIPM to the International Organization for Standardization (ISO), since ISO could better reflect the needs arising from the broad interests of industry and commerce.

¹ Viz bibliografie str. 227.
See the bibliography on page 227 et seq.
Siehe die Literaturhinweise ab Seite 227.

Odpovědnost byla svěřena technické poradenské skupině metrologie ISO/TAG 4 (Technical Advisory Group 4), protože jedním z jejich úkolů je koordinace vývoje návodů spojená s náměty v oblasti měření, které jsou předmětem společného zájmu ISO a šesti organizací, které spolupracují s ISO na práci v TAG 4. Tyto organizace jsou: Mezinárodní elektrotechnická komise (IEC), partner ISO v celosvětové normalizaci; dvě celosvětové metrologické organizace CIPM a Mezinárodní organizace pro legální metrologie (OIML); dvě organizace, které zastupují odborné oblasti chemie a fyziky a to Mezinárodní unie pro čistou a aplikovanou chemii (IUPAC) a Mezinárodní unie pro čistou a aplikovanou fyziku (IUPAP); a Mezinárodní federace pro klinickou chemii (IFCC).

TAG 4 vytvořila pracovní skupinu 3 (ISO/TAG 4/WG 3), jmenovanou předsedou TAG 4, která je složena z odborníků jmenovaných BIPM, IEC, ISO a OIML. Zadaným úkolem této pracovní skupiny bylo:

Vývoj návodu na základě doporučení BIPM – pracovní skupiny pro vyjádření nejistot, která stanovila pravidla pro vyjádření nejistoty měření v oblastech mezinárodní normalizace, kalibrace, akreditace laboratoří a metrologických služeb;

Účelem tohoto návodu je

- komplexně informovat, jak se údaje o nejistotě zjistí;
- poskytnout základ pro mezinárodní porovnání výsledků měření.

NÁRODNÍ POZNÁMKA

V celém JCGM 100:2008 je používána terminologie Mezinárodního slovníku základních a obecných termínů v metrologii (VIM2), 1993[6].

Responsibility was assigned to the ISO Technical Advisory Group on Metrology (TAG 4) because one of its tasks is to coordinate the development of guidelines on measurement topics that are of common interest to ISO and the six organizations that participate with ISO in the work of TAG 4: the International Electrotechnical Commission (IEC), the partner of the ISO in worldwide standardization; the CIPM and the International Organization of Legal Metrology (OIML), the two worldwide metrology organizations; the International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC) and the International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP), the two international unions that represent chemistry and physics; and the International Federation of Clinical Chemistry (IFCC).

TAG 4 in the turn established Working Group 3 (ISO/TAG 4/WG 3) composed of experts nominated by the BIPM, IEC, ISO and OIML and appointed by the Charman of TAG 4. It was assigned the following terms of reference:

To develop a guidance document based upon the recommendation of the BIPM Working Group on the Statement of Uncertainties which provides rules on the expression of measurement uncertainty for use within standardization, calibration, laboratory accreditation, and metrology services;

The purpose of such guidance is

- to promote full information on how uncertainty statements are arrived at;
- to provide a basis for the international comparison of measurement results.

0 ÚVOD

0.1 Při záznamu výsledku měření fyzikální veličiny je nutné uvést také určitý kvantitativní údaj o jeho kvalitě, aby uživatel mohl posoudit jeho spolehlivost. Bez takového údaje nelze porovnávat výsledky měření ať již navzájem nebo s referenčními hodnotami uvedenými ve specifikaci etalonu. Proto musí nutně existovat snadno realizovatelný, srozumitelný a obecně uznávaný postup pro charakterizaci kvality výsledku měření, tedy pro hodnocení a vyjádření jeho *nejistoty*.

0.2 V historii měření je pojem *nejistota* jako kvantifikovatelná vlastnost poměrně nový. V metrologii se však již dlouho používají pojmy *chyba* a *analýza chyb*. Nyní se běžně připouští, že i po vyhodnocení všech známých i předpokládaných složek chyby a zavedení odpovídajících korekcí stále přetrvávají pochyby o korektnosti výsledku, tedy do jaké míry vyjadřuje výsledek měření hodnotu měřené veličiny.

0.3 Tak jako přineslo téměř univerzální používání Mezinárodního systému jednotek (SI) jednotnost do všech vědeckých a technických měření, umožní celosvětová shoda ve vyhodnocování a vyjadřování nejistoty měření snadno pochopit a správně interpretovat široké spektrum výsledků měření ve vědě, technice, obchodu, průmyslu a státní správě. V době globálního trhu je nezbytné, aby byly metody vyhodnocování a vyjadřování nejistoty na celém světě jednotné, aby bylo možné snadno porovnávat měření provedená v různých zemích.

0.4 Ideální metoda pro hodnocení a vyjádření nejistoty výsledku měření má být:

0 INTRODUCTION

0.1 When reporting the result of a measurement of a physical quantity, it is obligatory that some quantitative indication of the quality of the result be given so that those who use it can assess its reliability. Without such an indication, measurement results cannot be compared, either among themselves or with reference values given in a specification or standard. It is therefore necessary that there be a readily implemented, easily understood, and generally accepted procedure for characterizing the quality of a result of a measurement, that is, for evaluating and expressing its *uncertainty*.

0.2 The concept of *uncertainty* as a quantifiable attribute is relatively new in the history of measurement, although *error* and *error analysis* have long been a part of the practice of measurement science or metrology. It is now widely recognized that, when all of the known or suspected components of error have been evaluated and the appropriate corrections have been applied, there still remains an uncertainty about the correctness of the stated result, that is, a doubt about how well the result of the measurement represents the value of the quantity being measured.

0.3 Just as the nearly universal use of the International System of Units (SI) has brought coherence to all scientific and technological measurements, a worldwide consensus on the evaluation and expression of uncertainty in measurement would permit the significance of a vast spectrum of measurement results in science, engineering, commerce, industry, and regulation to be readily understood and properly interpreted. In this era of the global marketplace, it is imperative that the method for evaluating and expressing uncertainty be uniform throughout the world so that measurements performed in different countries can be easily compared.

0.4 The ideal method for evaluating and expressing the uncertainty of the result of a measurement should be:

univerzální: metoda používaná při měření se má použít pro všechny druhy měření a pro všechny typy vstupních dat.

Veličina, jejíž nejistotu hodnotíme, má být:

vnitřně konzistentní: má být přímo odvoditelná ze složek, které ji vytvářejí, nezávislá na jejich uspořádání a na způsobu jejich rozkladu na podsložky.

přenosná: nejistotu, vyhodnocenou pro jeden výsledek, má být možné přímo použít jako složku při vyhodnocování nejistoty jiného měření, v němž se tento výsledek použije.

Dále je často v řadě průmyslových a obchodních aplikací i v oblastech zdravotnictví a bezpečnosti práce nutné uvést interval výsledku měření, o němž je dovoleno předpokládat, že zahrnuje velkou část rozdělení hodnot, jež lze důvodně přiřadit měřené veličině. Ideální postup vyhodnocování a vyjadřování nejistoty má proto umožnit snadno takový interval poskytnout, zejména s požadavky na pokrytí pravděpodobnosti nebo konfidenční úrovně, která odpovídá realisticky těmto požadavkům.

universal: the method should be applicable to all kinds of measurements and to all types of input data used in measurements.

The actual quantity used to express uncertainty should be:

internally consistent: it should be directly derivable from the components that contribute to it, as well as independent of how these components are grouped and of the decomposition of the components into sub-components.

transferable: it should be possible to use directly the uncertainty evaluated for one result as a component in evaluating the uncertainty of another measurement in which the first result is used.

Further, in many industrial and commercial applications, as well as in the areas of health and safety, it is often necessary to provide an interval about the measurement result that may be expected to encompass a large fraction of the distribution of values that could reasonably be attributed to the quantity subject to measurement. Thus the ideal method for evaluating and expressing uncertainty in measurement should be capable of readily providing such an interval, in particular, one with a coverage probability or level of confidence that corresponds in a realistic way with that required.

0.5 Tento dokument je založen na zásadách uvedených v Doporučení INC-1 (1980) [2] pracovní skupiny pro vyjadřování nejistot, která byla svolána BIPM, jako reakce na žádost CIPM (viz předmluvu). Tento přístup, jehož oprávněnost vysvětluje příloha E, vyhovuje všem požadavkům uvedeným výše, což neplatí pro většinu současně používaných postupů. Doporučení INC-1 (1980) bylo schváleno a opětovně potvrzeno CIPM v jeho vlastních doporučeních 1 (CI-1981) [3] a 1 (CI-1986) [4]; anglický překlad těchto doporučení CIPM je přetištěn v příloze A (viz A.2 a A.3). Protože doporučení INC-1 (1980) tvoří základ tohoto dokumentu, je jeho anglický překlad přetištěn v 0.7 a francouzský text, který je oficiální, je přetištěn v A.1.

0.6 Stručný souhrn postupu vyhodnocování a uvádění nejistoty, popsany v tomto dokumentu, je v kapitole 8 a četné příklady uvádí podrobně příloha H. Další přílohy obsahují obecné pojmy v metrologii (příloha B); základní statistické pojmy a koncepty (příloha C); „pravou“ hodnotu, chybu a nejistotu (příloha D); praktická doporučení k vyhodnocování složek nejistoty (příloha F); stupně volnosti a konfidenční úrovně (příloha G); základní matematické značky používané v dokumentu (příloha J) a odkazy na bibliografické citace (příloha K). Dokument obsahuje abecední rejstřík.

0.7 Doporučení INC-1 (1980)

Vyjadřování experimentálních nejistot

1. Nejistota výsledku měření se obvykle skládá z několika složek, které je možno rozdělit do dvou kategorií podle způsobu, jímž se odhaduje jejich číselná hodnota:

A. vyhodnocená statistickými metodami,

0.5 The approach upon which this guidance document is based is that outlined in Recommendation INC-1 (1980) [2] of the Working Group on the Statement of Uncertainties, which was convened by the BIPM in response to a request of the CIPM (see Foreword). This approach, the justification of which is discussed in annex E, meets all of the requirements outlined above. This is not the case for most other methods in current use. Recommendation INC-1 (1980) was approved and reaffirmed by the CIPM in its own Recommendations 1 (CI-1981) [3] and 1 (CI-1986) [4]; the English translations of these CIPM Recommendations are reproduced in annex A (see A.2 and A.3, respectively). Because Recommendation INC-1 (1980) is the foundation upon which this document rests, the English translation is reproduced in 0.7 and the French text, which is authoritative, is reproduced in A. 1.

0.6 A succinct summary of the procedure specified in this guidance document for evaluating and expressing uncertainty in measurement is given in clause 8 and a number of examples are presented in detail in annex H. Other annexes deal with general terms in metrology (annex B); basic statistical terms and concepts (annex C); “true” value, error, and uncertainty (annex D); practical suggestions for evaluating uncertainty components (annex F); degrees of freedom and levels of confidence (annex G); the principal mathematical symbols used throughout the document (annex J); and bibliographical references (annex K). An alphabetical index concludes the document.

0.7 Recommendation INC-1 (1980)

Expression of experimental uncertainties

1. The uncertainty in the result of a measurement generally consists of several components which may be grouped into two categories according to the way in which their numerical value is estimated:

A. those which are evaluated by statistical methods,

B. vyhodnocená jinými postupy.

Mezi členěním do kategorií A nebo B a dříve používaném třídění na „náhodnou“ a „systematickou“ nejistotu není vždy přímá souvislost. Termín „systematická nejistota“ může být zavádějící a nemá se proto používat.

Jakýkoliv podrobný záznam nejistoty má obsahovat úplný seznam složek, u každé s uvedením metody, která byla použita k získání její číselné hodnoty.

2. Složky skupiny A jsou charakterizovány odhady rozptylů s_i^2 (nebo odhadnutými směrodatnými odchylkami s_i) a počtem stupňů volnosti ν_i . Pokud je to vhodné, má se uvádět kovariance.
3. Složky skupiny B mají být charakterizovány veličinami u_j^2 , které je možno považovat za aproximace odpovídajících existujících předpokládaných rozptylů. Veličiny u_j^2 je dovoleno upravovat jako odpovídající rozptyly a veličiny u_j jako směrodatné odchylky. V případě potřeby, mají být kovariance upraveny stejnou cestou.
4. Kombinovaná nejistota se má vyjadřovat číselnou hodnotou získanou obvyklým postupem kombinace rozptylů. Kombinovaná nejistota a její složky se vyjadřují jako „směrodatné odchylky“.
5. V případě, že je třeba při některých použitích násobit kombinovanou nejistotu činitelem rozšíření, abychom získali celkovou nejistotu, musí být tento násobící činitel vždy uveden.

B. those which are evaluated by other means.

There is not always a simple correspondence between the classification into categories A or B and the previously used classification into “random” and “systematic” uncertainties. The term “systematic uncertainty” can be misleading and should be avoided.

Any detailed report of the uncertainty should consist of a complete list of the components, specifying for each the method used to obtain its numerical value.

2. The components in category A are characterized by the estimated variances s_i^2 (or the estimated “standard deviations” s_i) and the number of degrees of freedom ν_i . Where appropriate, the covariances should be given.
3. The components in category B should be characterized by quantities u_j^2 , which may be considered as approximations to the corresponding variances, the existence of which is assumed. The quantities u_j^2 may be treated like variances and the quantities u_j like standard deviations. Where appropriate, the covariances should be treated in a similar way.
4. The combined uncertainty should be characterized by the numerical value obtained by applying the usual method for the combination of variances. The combined uncertainty and its components should be expressed in the form of “standard deviations”.
5. If, for particular applications, it is necessary to multiply the combined uncertainty by a factor to obtain an overall uncertainty, the multiplying factor used must always be stated.

1 PŘEDMĚT POKYNU

1.1 Tento *pokyn*, který stanovuje základní pravidla pro vyhodnocování a vyjadřování nejistoty při měření, lze používat pro různé úrovně přesnosti a v mnoha oborech – od obchodu a výroby, až po základní výzkum. Postupy uvedené v tomto *pokynu* jsou určeny pro široké spektrum měření, zahrnující následující požadavky:

- podporu řízení kvality a prokazování kvality ve výrobě;
- dodržování a zavádění zákonů a předpisů;
- výzkumné práce v oblastech základního výzkumu, aplikovaného výzkumu a rozvoje ve vědě a technice;
- kalibraci etalonů a měřicích přístrojů a provádění zkoušek v rámci státního metrologického systému s cílem zajistit návaznost na státní etalony;
- rozvoj, uchování a porovnání mezinárodních a národních fyzikálních referenčních standardů včetně referenčních materiálů.

1.2 Tento *pokyn* se primárně týká vyjadřování nejistoty při měření dobře definované fyzikální veličiny – měřené veličiny – kterou lze charakterizovat jedinečnou a jednoznačnou hodnotou. Pokud sledovaný jev lze vyjádřit pouze jako rozdělení hodnot, nebo je závislý na jednom nebo více parametrech, například času, pak tvoří měřené veličiny potřebné k jeho popisu množinu veličin popisujících toto rozdělení nebo tuto závislost.

1.3 Tento *pokyn* lze též použít k vyhodnocování a vyjadřování nejistoty při koncepčním navrhování a teoretických analýzách experimentů, měřicích metod a komplexních komponent a systémů. Jelikož je dovoleno, aby výsledek měření a jeho nejistota byly abstraktní a založené výhradně na hypotetických údajích, má být pojem „výsledek měření“, tak jak jej používá tento *pokyn*, chápán v širších souvislostech.

1 SCOPE

1.1 This *Guide* establishes general rules for evaluating and expressing uncertainty in measurement that can be followed at various levels of accuracy and in many fields – from the shop floor to fundamental research. Therefore, the principles of this *Guide* are intended to be applicable to a broad spectrum of measurements, including those required for:

- maintaining quality control and quality assurance in production;
- complying with and enforcing laws and regulations;
- conducting basic research, and applied research and development, in science and engineering;
- calibrating standards and instruments and performing tests throughout a national measurement system in order to achieve traceability to national standards;
- developing, maintaining, and comparing international and national physical reference standards, including reference materials.

1.2 This *Guide* is primarily concerned with the expression of uncertainty in the measurement of a well-defined physical quantity – the measurand – that can be characterized by an essentially unique value. If the phenomenon of interest can be represented only as a distribution of values or is dependent on one or more parameters, such as time, then the measurands required for its description are the set of quantities describing, that distribution or that dependence.

1.3 This *Guide* is also applicable to evaluating and expressing the uncertainty associated with the conceptual design and theoretical analysis of experiments, methods of measurement, and complex components and systems. Because a measurement result and its uncertainty may be conceptual and based entirely on hypothetical data, the term “result of a measurement” as used in this *Guide* should be interpreted in this broader context.

1.4 Tento *pokyn* poskytuje pouze základní pravidla vyhodnocování a vyjadřování nejistoty měření, nikoliv podrobné technologické a specifikační instrukce. Nezabývá se ani způsoby využívání k různým účelům již vyhodnocené nejistoty konkrétního výsledku měření, například k posouzení míry shody s jinými podobnými výsledky, k určení tolerančních mezí ve výrobě, nebo k rozhodování, zda určitý proces může proběhnout bezpečně. Z toho důvodu je dovoleno jako užitečné vytvořit na základě tohoto *pokynu* speciální normy určené pro specifické oblasti měření nebo zaměřené na různá využití kvantitativních vyjádření nejistoty. Je dovoleno, aby takové normy byly zjednodušenými verzemi tohoto *pokynu* a mají obsahovat podrobnosti odpovídající míře přesnosti a složitosti popisovaných měření a jejich použití.

POZNÁMKA

V určitých situacích nemusí být pojem nejistoty měření plně použitelný, např. při stanovování přesnosti zkušební metody (viz např. citace [5]).

1.4 This *Guide* provides general rules for evaluating and expressing uncertainty in measurement rather than detailed, technology-specific instructions. Further, it does not discuss how the uncertainty of a particular measurement result, once evaluated, may be used for different purposes, for example, to draw conclusions about the compatibility of that result with other similar results, to establish tolerance limits in a manufacturing process, or to decide if a certain course of action may be safely undertaken. It may therefore be necessary to develop particular standards based on this *Guide* that deal with the problems peculiar to specific fields of measurement or with the various uses of quantitative expressions of uncertainty. These standards may be simplified versions of this *Guide* but should include the detail that is appropriate to the level of accuracy and complexity of the measurements and uses addressed.

NOTE

There may be situations in which the concept of uncertainty of measurement is believed not to be fully applicable, such as when the precision of a test method is determined (see reference [5] for example).

2 DEFINICE

2.1 Obecné metrologické termíny

Definici řady obecných metrologických pojmů souvisejících s tímto *pokynem*, jako jsou „měřitelná veličina“, „měřená veličina“ a „chyba měření“ obsahuje příloha B. Tyto definice jsou převzaty z *Mezinárodního slovníku základních a obecných termínů v metrologii* (zkráceně VIM) [6]. Příloha C dále uvádí definice řady základních statistických pojmů převzatých převážně z mezinárodní normy ISO 3534-1 [7]. První použití těchto nebo příbuzných metrologických nebo statistických výrazů je počínající 3. kapitolou vytištěno tučně s číslem odstavce obsahujícího definici v závorkách.

Vzhledem k významu tohoto *pokynu* je uvedena definice obecného metrologického pojmu „nejistota měření“ v příloze B a odstavci 2.2.3. Definice nejdůležitějších pojmů použitých v tomto *pokynu* uvádějí odstavce 2.3.1 až 2.3.6. Ve všech těchto odstavcích a v přílohách B a C znamenají uvozovky, že slova v nich je dovoleno vynechat, pokud nemůže dojít k nedorozumění.

2.2 Termín „nejistota“

Pojem nejistoty je dále vysvětlen v kapitole 3 a v příloze D.

2.2.1 Výraz „nejistota“ znamená pochyby, a proto v nejširším smyslu znamená „nejistota měření“ pochybování o platnosti výsledku měření. Jelikož není dostatek použitelných výrazů pro uvedený obecný pojem nejistoty a pro specifické veličiny, které udávají kvantitativní míru tohoto pojmu, například směrodatnou odchylku, nezbývá než používat výraz „nejistota“ v obou těchto odlišných významech.

2 DEFINITIONS

2.1 General metrological terms

The definition of a number of general metrological terms relevant to this *Guide*, such as “measurable quantity”, “measurand”, and “error of measurement”, are given in annex B. These definitions are taken from the *International vocabulary of basic and general terms in metrology* (abbreviated VIM) [6]. In addition, annex C gives the definitions of a number of basic statistical terms taken mainly from International Standard ISO 3534-1 [7]. When one of these metrological or statistical terms (or a closely related term) is first used in the text, starting with clause 3, it is printed in boldface and the number of the subclause in which it is defined is given in parentheses.

Because of its importance to this *Guide*, the definition of the general metrological term “uncertainty of measurement” is given both in annex B and 2.2.3. The definitions of the most important terms specific to this *Guide* are given in 2.3.1 to 2.3.6. In all of these subclauses and in annexes B and C, the use of parentheses around certain words of some terms means that these words may be omitted if this is unlikely to cause confusion.

2.2 The term “uncertainty”

The concept of uncertainty is discussed further in clause 3 and annex D.

2.2.1 The word “uncertainty” means doubt, and thus in its broadest sense “uncertainty of measurement” means doubt about the validity of the result of a measurement. Because of the lack of different words for this general concept of uncertainty and the specific quantities that provide quantitative measures of the concept, for example, the standard deviation, it is necessary to use the word “uncertainty” in these two different senses.

2.2.2 V tomto pokynu znamená výraz „nejistota“, použitý bez přívlastků, jak obecný pojem nejistoty, tak všechny kvantitativní míry tohoto pojmu nebo jakoukoliv z nich. Pokud se uvažuje určitá míra, použije se odpovídající přívlastek.

2.2.3 Formální definice pojmu „nejistota měření“, vytvořená pro použití v tomto pokynu a ve VIM [6] (VIM: 1993, 3.9) je tato:

nejistota (měření)

parametr spojený s výsledkem měření, který charakterizuje rozptýlení hodnot, které mohou být důvodně přiřazeny měřené veličině

POZNÁMKY

- 1 Parametr smí být například směrodatná odchylka (nebo její násobek) nebo poloviční šířka intervalu, se stanovenou konfidenční úrovní.
- 2 Nejistota měření je obecně souhrn mnoha složek. Některé z těchto složek je dovoleno vyhodnocovat ze statistického rozdělení výsledků série měření, které je charakterizováno výběrovými směrodatnými odchylkami. Ostatní složky, které mohou být také charakterizovány směrodatnými odchylkami, jsou vyhodnoceny z předpokládaných rozdělení pravděpodobností založených na zkušenostech nebo na jiných informacích.
- 3 Předpokládá se, že výsledek měření je nejlepší odhad hodnoty měřené veličiny, a že všechny složky nejistoty, včetně těch, které vznikají systematickými jevy, jako jsou složky spojené s korekcemi referenčních etalonů, přispívají k rozptýlení.

2.2.4 Definice nejistoty měření uvedená v 2.2.3 je provozní definice, která se soustřeďuje na výsledek měření a hodnocení jeho nejistoty, což není v rozporu s dalšími koncepty nejistoty měření jako je:

- měření možné chyby odhadnuté hodnoty měřené veličiny získané jako výsledek měření;
- odhad charakterizující rozsah hodnot, ve kterých leží pravá hodnota měřené veličiny (VIM:1984, definice 3.09).

2.2.2 In this *Guide*, the word “uncertainty” without adjectives refers both to the general concept of uncertainty and to any or all quantitative measures of that concept. When a specific measure is intended, appropriate adjectives are used.

2.2.3 The formal definition of the term “uncertainty of measurement” developed for use in this *Guide* and in the current VIM [6] (VIM entry 3.9) is as follows:

uncertainty (of measurement)

parameter, associated with the result of a measurement, that characterizes the dispersion of the values that could reasonably be attributed to the measurand.

NOTES

- 1 The parameter may be, for example, a standard deviation (or a given multiple of it), or the half-width of an interval having a stated level of confidence.
- 2 Uncertainty of measurement comprises, in general, many components. Some of these components may be evaluated from the statistical distribution of the results of series of measurements and can be characterized by experimental standard deviations. The other components, which also can be characterized by standard deviations, are evaluated from assumed probability distributions based on experience or other information.
- 3 It is understood that the result of the measurement is the best estimate of the value of the measurand, and that all components of uncertainty, including those arising from systematic effects, such as components associated with corrections and reference standards, contribute to the dispersion.

2.2.4 The definition of uncertainty of measurement given in 2.2.3 is an operational one that focuses on the measurement result and its evaluated uncertainty. However, it is not inconsistent with other concepts of uncertainty of measurement, such as

- a measure of the possible error in the estimated value of the measurand as provided by the result of a measurement;
- an estimate characterizing the range of values within which the true value of a measurand lies (VIM:1984, definition 3.09).

Přestože tyto dvě tradiční koncepce jsou platné jako ideální, soustřeďují se na *neznámé* veličiny: „chybu“ výsledku měření a příslušnou „pravou hodnotu“ měřené veličiny (v porovnání s jeho odhadnutou hodnotou). Bez ohledu na to, který *pojmem* nejistoty je přijat, určitá složka nejistoty bude vždy *vyhodnocena* použitím stejných dat a příslušných informací. (Viz také E.5.)

2.3 Termíny specifické pro tento *pokyn*

Obecně vzato, termíny, které jsou specifické pro tento *pokyn*, jsou definovány v textu při prvním použití. Pro jednodušší nalezení jsou definice nejdůležitějších z těchto termínů uvedeny zde.

POZNÁMKA

Další vysvětlení k těmto termínům jsou: pro 2.3.2 viz 3.3.3 a 4.2; pro 2.3.3 viz 3.3.3 a 4.3; pro 2.3.4 viz kapitola 5 a rovnice (10) a (13); a pro 2.3.5 a 2.3.6 viz kapitola 6.

2.3.1

standardní nejistota

nejistota výsledku měření vyjádřená jako směrodatná odchylka

2.3.2

hodnocení (nejistoty) způsobem A

metoda hodnocení nejistoty pomocí statistické analýzy série pozorování

2.3.3

hodnocení (nejistoty) způsobem B

metoda hodnocení nejistoty pomocí jiných způsobů než je statistická analýza řady pozorování

2.3.4

kombinovaná standardní nejistota

standardní nejistota výsledku měření, pokud je výsledek získaný z hodnot několika dalších veličin, rovnající se kladné hodnotě druhé odmocniny součtu výrazů; kde výrazy jsou rozptyly nebo kovariance těchto dalších veličin vážených podle toho, jak se výsledek měření mění se změnami těchto veličin

Although these two traditional concepts are valid as ideals, they focus on *unknown* quantities: the “error” of the result of a measurement and the “true value” of the measurand (in contrast to its estimated value), respectively. Nevertheless, whichever *concept* of uncertainty is adopted, an uncertainty component is always *evaluated* using the same data and related information. (See also E.5.)

2.3 Terms specific to this *Guide*

In general, terms that are specific to this *Guide* are defined in the text when first introduced. However, the definitions of the most important of these terms are given here for easy reference.

NOTE

Further discussion related to these terms may be found as follows: for 2.3.2, see 3.3.3 and 4.2; for 2.3.3, see 3.3.3 and 4.3; for 2.3.4, see clause 5 and equations (10) and (13); and for 2.3.5 and 2.3.6, see clause 6.

2.3.1

standard uncertainty

uncertainty of the result of a measurement expressed as a standard deviation

2.3.2

Type A evaluation (of uncertainty)

method of evaluation of uncertainty by the statistical analysis of series of observations

2.3.3

Type B evaluation (of uncertainty)

method of evaluation of uncertainty by means other than the statistical analysis of series of observations

2.3.4

combined standard uncertainty

standard uncertainty of the result of a measurement when that result is obtained from the values of a number of other quantities, equal to the positive square root of a sum of terms, the terms being the variances or covariances of these other quantities weighted according to how the measurement result varies with changes in these quantities

2.3.5**rozšířená nejistota**

veličina stanovující interval okolo výsledku měření, který dovoluje očekávat pokrytí velkého podílu rozdělení hodnot, které mohou být důvodně přiřazeny k měřené veličině

POZNÁMKY

- 1 Podíl je dovoleno považovat za pokrytí pravděpodobnosti nebo konfidenční úroveň intervalu.
- 2 Spojení určité konfidenční úrovně s intervalem určeným rozšířenou nejistotou vyžaduje explicitní nebo implicitní předpoklady týkající se rozdělení pravděpodobnosti charakterizované výsledkem měření a jeho kombinovanou standardní nejistotou. Konfidenční úroveň, která smí být přiřazena k tomuto intervalu, může být známa pouze do rozsahu, ke kterému je dovoleno přiřadit tyto předpoklady.
- 3 Rozšířená nejistota je nazývána celkovou nejistotou v doporučení INC-1 (1980), paragraf 5 .

2.3.6**činitel rozšíření**

číselná hodnota činitele, užívaná jako násobek kombinované standardní nejistoty k získání rozšířené nejistoty

POZNÁMKA

Činitel rozšíření k je obvykle číslo z rozsahu od 2 do 3.

2.3.5**expanded uncertainty**

quantity defining an interval about the result of a measurement that may be expected to encompass a large fraction of the distribution of values that could reasonably be attributed to the measurand

NOTES

- 1 The fraction may be viewed as the coverage probability or level of confidence of the interval.
- 2 To associate a specific level of confidence with the interval defined by the expanded uncertainty requires explicit or implicit assumptions regarding the probability distribution characterized by the measurement result and its combined standard uncertainty. The level of confidence that may be attributed to this interval can be known only to the extent to which such assumptions may be justified.
- 3 Expanded uncertainty is termed overall uncertainty in paragraph 5 of Recommendation INC-1 (1980).

2.3.6**coverage factor**

numerical factor used as a multiplier of the combined standard uncertainty in order to obtain an expanded uncertainty

NOTE

A coverage factor, k , is typically in the range 2 to 3.

3 ZÁKLADNÍ POJMY

Doplňující vysvětlení základních pojmů lze nalézt v příloze D, která se soustřeďuje na pojmy „pravá“ hodnota, chyba a nejistota včetně grafického znázornění těchto pojmů, a v příloze E, která zkoumá motivaci a statistické základy pro doporučení INC-1 (1980), na kterém spočívá tento pokyn. Příloha J je rejstřík základních matematických značek, které jsou použité v tomto pokynu.

3.1 Měření

3.1.1 Předmětem měření (B.2.5) je určit **hodnotu** (B.2.2) **měřené veličiny** (B.2.9), tj. hodnotu **blíže určené veličiny** (B.2.1, poznámka 1), která se bude měřit. Měření proto začíná vhodnou specifikací měřené veličiny, **metodou měření** (B.2.7) a **postupem měření** (B.2.8).

POZNÁMKA

Pojem „pravá hodnota“ (viz příloha D) není v tomto pokynu použit a to z důvodů uvedených v D.3.5; pojem „hodnota měřené veličiny“ (nebo veličiny) a „pravá hodnota měřené veličiny“ (nebo veličiny) jsou chápány jako ekvivalenty.

3.1.2 Obecně, **výsledek měření** (B.2.11) je jenom aproximace nebo **odhad** (C.2.26) hodnoty měřené veličiny a je kompletní pouze tehdy, pokud je doprovázen prohlášením o **nejistotě** (B.2.18) tohoto odhadu.

3.1.3 V praxi požadovaná specifikace nebo definice měřené veličiny jsou diktovány **požadovanou přesností měření** (B.2.14). Měřená veličina má být definována s dostatečnou úplností ve vztahu k požadované přesnosti a to tak, aby její hodnota byla jednoznačná pro všechny praktické účely spojené s jejím měřením. V tomto pokynu je v tomto smyслу používán výraz „hodnota měřené veličiny“.

3 BASIC CONCEPTS

Additional discussion of basic concepts may be found in annex D, which focuses on the ideas of “true” value, error, and uncertainty and includes graphical illustrations of these concepts; and in annex E, which explores the motivation and statistical basis for Recommendation INC-1 (1980) upon which this *Guide* rests. Annex J is a glossary of the principal mathematical symbols used throughout the *Guide*.

3.1 Measurement

3.1.1 The objective of a **measurement** (B.2.5) is to determine the **value** (B.2.2) of the **measurand** (B.2.9), that is, the value of the **particular quantity** (B.2.1, note 1) to be measured. A measurement therefore begins with an appropriate specification of the measurand, the **method of measurement** (B.2.7), and the **measurement procedure** (B.2.8).

NOTE

The term “true value” (see annex D) is not used in this *Guide* for the reasons given in D.3.5; the terms “value of a measurand” (or of a quantity) and “true value of a measurand” (or of a quantity) are viewed as equivalent.

3.1.2 In general, the **result of a measurement** (B.2.11) is only an approximation or **estimate** (C.2.26) of the value of the measurand and thus is complete only when accompanied by a statement of the **uncertainty** (B.2.18) of that estimate.

3.1.3 In practice, the required specification or definition of the measurand is dictated by the **required accuracy of measurement** (B.2.14). The measurand should be defined with sufficient completeness with respect to the required accuracy so that for all practical purposes associated with the measurement its value is unique, is in this sense that the expression “value of the measurand” is used in this *Guide*.

PŘÍKLAD

Jestliže jmenovitá délka ocelové tyče jeden metr dlouhé musí být určena s mikrometrovou přesností, tak její specifikace má také obsahovat teplotu a tlak, při kterých je délka určena. Takže měřená veličina má být stanovena jako, například, délka tyče při teplotě 25,00 °C a 101 325 Pa (a k tomu jakýkoliv další parametr považovaný za nutný, jako je např. způsob podepření tyče). Avšak, jestliže délka tyče je určena s milimetrovou přesností, její specifikace nebude potřebovat stanovení teploty nebo tlaku nebo hodnotu pro jakéhokoliv další určení parametru.

POZNÁMKA

Neúplná definice měřené veličiny může způsobit dostatečně velký nárůst složky nejistoty a musí být tak zahrnut do hodnocení nejistoty výsledku měření (viz D.1.1, D.3.4 a D.6.2).

3.1.4 V mnoha případech je výsledek měření určený na základě serie pozorování za **podmínek opakovatelnosti** (B.2.15, poznámka 1).

3.1.5 Předpokládá se, že kolísání při opakovaných pozorováních vznikají tak, že **ovlivňující veličiny** (B.2.10), které mají vliv na výsledek měření nejsou udržitelné v plně konstantním stavu.

3.1.6 Matematický model měření, který přeměňuje množinu hodnot z opakovaných pozorování ve výsledek měření, má rozhodující význam, protože k hodnotám pozorování ještě obecně zahrnuje různé ovlivňující veličiny, které nejsou přesně známy. Tento nedostatek znalostí přispívá k nejistotě výsledku měření, zrovna tak jako kolísání při opakovaných pozorováních spojené s vlastním matematickým modelem.

3.1.7 Tento *pokyn* zachází s měřenou veličinou jako se skalárem (jedinou veličinou). Rozšíření na skupinu souvisejících měřených veličin, určených současně při stejném měření, vyžaduje nahrazení skaláru měřené veličiny a jejího **rozptylu** (C.2.11, C.2.20, C.3.2) vektorem měřené veličiny a **kovarianční maticí** (C.3.5). Takové nahrazení je v tomto *pokynu* uvažováno pouze v příkladech (viz H.2, H.3 a H.4).

EXAMPLE

If the length of a nominally one-metre long steel bar is to be determined to micrometre accuracy, its specification should include the temperature and pressure at which the length is defined. Thus the measurand should be specified as, for example, the length of the bar at 25,00 °C and 101 325 Pa (plus any other defining parameters deemed necessary, such as the way the bar is to be supported). However, if the length is to be determined to only millimetre accuracy, its specification would not require a defining temperature or pressure or a value for any other defining parameter.

NOTE

Incomplete definition of the measurand can give rise to a component of uncertainty sufficiently large that it must be included in the evaluation of the uncertainty of the measurement result (see D.1.1, D.3.4, and D.6.2).

3.1.4 In many cases, the result of a measurement is determined on the basis of series of observations obtained under **repeatability conditions** (B.2.15, note 1).

3.1.5 Variations in repeated observations are assumed to arise because **influence quantities** (B.2.10) that can affect the measurement result are not held completely constant.

3.1.6 The mathematical model of the measurement that transforms the set of repeated observations into the measurement result is of critical importance because, in addition to the observations, it generally includes various influence quantities that are inexactly known. This lack, of knowledge contributes to the uncertainty of the measurement result, as do the variations of the repeated observations and any uncertainty associated with the mathematical model itself.

3.1.7 This *Guide* treats the measurand as a scalar (a single quantity). Extension to a set of related measurands determined simultaneously in the same measurement requires replacing the scalar measurand and its **variance** (C.2.11, C.2.20, C.3.2) by a vector measurand and **covariance matrix** (C.3.5). Such a replacement is considered in this *Guide* only in the examples (see H.2, H.3, and H.4).

3.2 Chyby, vlivy a korekce

3.2.1 Obecně měření obsahuje zdroje nepřesností, které způsobují vznik **chyby** (B.2.19) výsledku měření. Tradiční pohled na chybu je, že je složená ze dvou složek, jmenovitě **náhodné** (B.2.21) složky a **systematické** (B.2.22) složky.

POZNÁMKA

Chyba je idealizovaný pojem a chyby nemohou být přesně známy.

3.2.2 Náhodná chyba pravděpodobně vzniká z nepředvídatelných nebo náhodně dočasných a prostorových kolísání ovlivňujících veličin. Vliv takových kolísání, dále označených jako *náhodné účinky*, způsobuje vznik změn v opakovaných pozorováních měřené veličiny. Ačkoliv není možné kompenzovat náhodnou chybu výsledku měření, může být obvykle snížena zvýšením počtu pozorování; její **střední hodnota** (C.2.9, C.3.1) je nula.

POZNÁMKY

- 1 Výběrová směrodatná odchylka aritmetického průměru nebo průměr řady pozorování (viz 4.2.3) *není* náhodná chyba střední hodnoty, i když je tak označována v některých publikacích. Je to naopak míra *nejistoty* průměru v důsledku náhodných vlivů. Přesná hodnota chyby průměru vznikající z těchto vlivů nemůže být známa.
- 2 Velká péče byla v tomto *pokynu*, věnována rozlišení mezi termíny „chyba“ a „nejistota“. Nejsou to synonyma, ale vyjadřují zcela odlišné pojmy, proto mezi nimi nemá nastat záměna, ani nemají být chybně použity.

3.2.3 Systematická chyba, jako náhodná chyba, nemůže být eliminována, ale může být často snížena. Jestliže systematická chyba vzniká ze známého vlivu jedné ovlivňující veličiny na výsledek měření, dále označený jako *systematický vliv*, pak tento vliv může být kvantifikován a pokud je významný, co do rozměru ve vztahu k požadované přesnosti měření, může být aplikována **korekce** (B.2.23) nebo **korekční činitel** (B.2.24) ke kompenzaci tohoto vlivu. Lze očekávat, že po korekci bude předpokládaná hodnota chyby, vyvolaná systematickým vlivem, nula.

3.2 Errors, effects, and corrections

3.2.1 In general, a measurement has imperfections that give rise to an **error** (B.2.19) in the measurement result. Traditionally, an error is viewed as having two components, namely, a **random** (B.2.21) component and a **systematic** (B.2.22) component.

NOTE

Error is an idealized concept and errors cannot be known exactly.

3.2.2 Random error presumably arises from unpredictable or stochastic temporal and spatial variations of influence quantities. The effects of such variations, hereafter termed *random effects*, give rise to variations in repeated observations of the measurand. Although it is not possible to compensate for the random error of a measurement result, it can usually be reduced by increasing the number of observations; its **expectation** or **expected value** (C.2.9, C.3.1) is zero.

NOTES

- 1 The experimental standard deviation of the arithmetic mean or average of a series of observations (see 4.2.3) is *not* the random error of the mean, although it is so designated in some publications. It is instead a measure of the *uncertainty* of the mean due to random effects. The exact value of the error in the mean arising from these effects cannot be known.
- 2 In this *Guide*, great care is taken to distinguish between the terms “error” and “uncertainty”. They are not synonyms, but represent completely different concepts: they should not be confused with one another or misused.

3.2.3 Systematic error, like random error, cannot be eliminated but it too can often be reduced. If a systematic error arises from a recognized effect of an influence quantity on a measurement result, hereafter termed a *systematic effect*, the effect can be quantified and, if it is significant in size relative to the required accuracy of the measurement, a **correction** (B.2.23) or **correction factor** (B.2.24) can be applied to compensate for the effect. It is assumed that, after correction, the expectation or expected value of the error arising from a systematic effect is zero.

POZNÁMKA

Nejistota korekce, aplikovaná na výsledek měření ke kompenzaci systematického vlivu *není* systematickou chybou, často nazývanou jednostranností výsledku měření způsobenou vlivem, kterým je někdy vyvolána. Je to naopak míra *nejistoty* výsledku způsobená neúplnými znalostmi požadované hodnoty korekce. Obecně, chyba vznikající z nedokonalé kompenzace systematického vlivu nemůže být exaktně známa. Termíny „chyba“ a „nejistota“ mají být vhodně použity a má se dbát na rozlišení mezi nimi.

3.2.4 Předpokladem je, že výsledek měření byl korigován na všechny pozorované významné systematické vlivy a bylo podniknuto vše pro zjištění těchto vlivů.

PŘÍKLAD

Korekce z důvodu konečné impedance voltmetru použitého k určení elektrického napětí (měřená veličina) vysokoimpedančního rezistoru, je aplikována na snížení systematického vlivu na výsledek měření způsobený zatěžovacím vlivem voltmetru. Avšak, impedanční hodnoty voltmetru a rezistoru, které jsou použity k určení hodnoty korekce a které jsou získány z jiných měření, jsou samy o sobě nepřesné. Tyto nejistoty jsou použity k hodnocení složky nejistoty elektrického napětí vznikajícího z korekce a dále ze systematického vlivu způsobeného omezenou impedancí voltmetru.

POZNÁMKY

- 1 Měřicí přístroje a systémy jsou často justovány nebo kalibrovány pomocí etalonů a referenčních materiálů k odstranění systematických vlivů; avšak musí se stále brát v úvahu nejistoty spojené s těmito etalony a materiály.
- 2 Příklad, kde korekce známého významného systematického vlivu není použita, je vysvětlen v poznámce k 6.3.1 a v F.2.4.5.

3.3 Nejistota

3.3.1 Nejistota výsledku měření je odrazem nedostatku exaktních znalostí hodnoty měřené veličiny (viz 2.2). Výsledek měření po korekci zkoumaného systematického vlivu, je stále pouhý *odhad* hodnoty měřené veličiny, protože nejistota vzniká z náhodných vlivů a z nedokonalých korekcí výsledku systematických vlivů.

NOTE

The uncertainty of a correction applied to a measurement result to compensate for a systematic effect is not the systematic error, often termed bias, in the measurement result due to the effect as it is sometimes called. It is instead a measure of the uncertainty of the result due to incomplete knowledge of the required value of the correction, The error arising from imperfect compensation of a systematic effect cannot be exactly known. The terms “error” and “uncertainty” should be used properly and care taken to distinguish between them.

3.2.4 It is assumed that the result of a measurement has been corrected for all recognized significant systematic effects and that every effort has been made to identify such effects.

EXAMPLE

A correction due to the finite impedance of a voltmeter used to determine the potential difference (the measurand) across a high-impedance resistor is applied to reduce the systematic effect on the result of the measurement arising from the loading effect of the voltmeter. However, the values of the impedances of the voltmeter and resistor, which are used to estimate the value of the correction and which are obtained from other measurements, are themselves uncertain. These uncertainties are used to evaluate the component of the uncertainty of the potential difference determination arising from the correction and thus from the systematic effect due to the finite impedance of the voltmeter.

NOTES

- 1 Often, measuring instruments and systems are adjusted or calibrated using measurement standards and reference materials to eliminate systematic effects; however, the uncertainties associated with these standards and materials must still be taken into account.
- 2 The case where a correction for a known significant systematic effect is not applied is discussed in the note to 6.3.1 and in F.2.4.5.

3.3 Uncertainty

3.3.1 The uncertainty of the result of a measurement reflects the lack of exact knowledge of the value of the measurand (see 2.2). The result of a measurement after correction for recognized systematic effects is still only an *estimate* of the value of the measurand because of the uncertainty arising from random effects and from imperfect correction of the result for systematic effects.

POZNÁMKA

Výsledek měření (po korekci) může nevědomě být velmi blízký hodnotě měřené veličiny (a tudíž má zanedbatelnou chybu), přestože je zároveň dovoleno, aby měl velkou nejistotu. Proto nejistota výsledku měření nemá být zaměňována se zbývající hodnotou neznámé chyby.

3.3.2 V praxi, je mnoho možných zdrojů nejistoty měření zahrnujících:

- a) neúplné definování měřené veličiny;
- b) nedokonalé definování měřené veličiny;
- c) nereprezentativní vzorkování – měřený vzorek nemusí reprezentovat definovanou měřenou veličinu;
- d) nedostatečnou znalost vlivů podmínek okolního prostředí na měření nebo nedokonalé měření podmínek okolního prostředí;
- e) osobní jednostrannost správnosti odečítání na analogových přístrojích;
- f) konečné rozlišení přístroje nebo prahová citlivost;
- g) nepřesné hodnoty etalonů měření nebo referenčních materiálů;
- h) nepřesné hodnoty konstant a dalších parametrů získané z vnějších zdrojů a použité v algoritmu redukce dat;
- i) aproximace a předpoklady začleněné do metody a postupu měření;
- j) kolísání v opakovaných pozorováních měřené veličiny za zdánlivě identických podmínek.

Tyto zdroje nejsou nutně vzájemně závislé a u některých zdrojů a) až i) je dovoleno, aby přispívaly ke zdroji j). Samozřejmě, že nepozorovaný systematický vliv nemůže být brán v úvahu při hodnocení nejistoty výsledku měření, ale přispívá k hodnotě její chyby.

NOTE

The result of a measurement (after correction) can unknowably be very close to the value of the measurand (and hence have a negligible error) even though it may have a large uncertainty. Thus the uncertainty of the result of a measurement should not be confused with the remaining unknown error.

3.3.2 In practice, there are many possible sources of uncertainty in a measurement, including:

- a) incomplete definition of the measurand;
- b) imperfect realization of the definition of the measurand;
- c) nonrepresentative sampling – the sample measured may not represent the defined measurand;
- d) inadequate knowledge of the effects of environmental conditions on the measurement or imperfect measurement of environmental conditions;
- e) personal bias in reading analogue instruments;
- f) finite instrument resolution or discrimination threshold;
- g) inexact values of measurement standards and reference materials;
- h) inexact values of constants and other parameters obtained from external sources and used in the data-reduction algorithm;
- i) approximations and assumptions incorporated in the measurement method and procedure;
- j) variations in repeated observations of the measurand under apparently identical conditions.

These sources are not necessarily independent, and some of sources a) to i) may contribute to source j). Of course, an unrecognized systematic effect cannot be taken into account in the evaluation of the uncertainty of the result of a measurement but contributes to its error.

3.3.3 Doporučení INC-1(1980), pracovní skupiny pro pojem nejistota, rozdělilo složky nejistoty do dvou kategorií, „A“ a „B“, a to s ohledem na metody jejich hodnocení (viz 0.7, 2.3.2 a 2.3.3). Tyto kategorie platí pro *nejistotu* a nenahrazují slova „náhodný“ a „systematický“. Nejistotu korekce známého systematického vlivu je dovoleno v některých případech získat hodnocením typu A a v jiných případech hodnocením typu B, jak dovoluje nejistota charakterizující náhodný vliv.

POZNÁMKA

V některých publikacích jsou složky nejistoty rozdělené na „náhodné“ a „systematické“ a jsou spojovány s chybami vznikajícími z náhodných vlivů a známých systematických vlivů. Taková kategorizace složek nejistoty může mít při obecném použití více významů. Například „náhodná“ složka nejistoty při jednom měření by mohla být při dalším měření „systematickou“ složkou nejistoty, jestliže výsledek prvního měření je použit jako vstupní údaj. Kategorizací *metod* hodnocení složek nejistoty, spíše než samotných *složek*, se můžeme vyvarovat takové dvojznačnosti. Zároveň individuální složky, které byly hodnoceny dvěma odlišnými metodami v rámci určených skupin, nejsou vyloučeny z použití pro určité účely (viz 3.4.3).

3.3.4 Účelem klasifikace typu A a typu B je indikace dvou odlišných cest, jak vyhodnotit složky nejistoty, které slouží pouze pro ulehčení tohoto výkladu; tato klasifikace neznamena, že existuje nějaký rozdíl v povaze složek vznikajících z těchto dvou typů hodnocení. Oba typy hodnocení jsou postavené na **rozdělení pravděpodobností** (C.2.3) a složky nejistot vyplývající z obou typů jsou klasifikovány rozptyly nebo směrodatnými odchylkami.

3.3.3 Recommendation INC-1 (1980) of the Working Group on the Statement of Uncertainties groups uncertainty components into two categories based on their method of evaluation, “A” and “B” (see 0.7, 2.3.2, and 2.3.3). These categories apply to *uncertainty* and are not substitutes for the words “random” and “systematic”. The uncertainty of a correction for a known systematic effect may in some cases be obtained by a Type A evaluation while in other cases by a Type B evaluation, as may the uncertainty characterizing a random effect.

NOTE

In some publications uncertainty components are categorized as “random” and “systematic” and are associated with errors arising from random effects and known systematic effects, respectively. Such categorization of components of uncertainty can be ambiguous when generally applied. For example, a “random” component of uncertainty in one measurement may become a “systematic” component of uncertainty in another measurement in which the result of the first measurement is used as an input datum. Categorizing the *methods* of evaluating uncertainty components rather than the *components* themselves avoids such ambiguity. At the same time, it does not preclude collecting individual components that have been evaluated by the two different methods into designated groups to be used for a particular purpose (see 3.4.3).

3.3.4 The purpose of the Type A and Type B classification is to indicate the two different ways of evaluating uncertainty components and is for convenience of discussion only; the classification is not meant to indicate that there is any difference in the nature of the components resulting from the two types of evaluation. Both types of evaluation are based on **probability distributions** (C.2.3), and the uncertainty components resulting from either type are quantified by variances or standard deviations.

3.3.5 Odhadnutý rozptyl u^2 , charakterizující složky nejistoty získané z hodnocení způsobem A, je vypočítán z řady opakovaných pozorování a to je známý statistický odhad rozptylu s^2 (viz 4.2). Odhadnutá **směrodatná odchylka** (C.2.12, C.2.21, C.3.3) u , kladná hodnota druhé odmocniny u^2 , je tak $u = s$ a pro úplnost je někdy nazývána *standardní nejistotou typu A*. Pro složky nejistoty získané z hodnocení způsobem B, je odhadnutý rozptyl u^2 vyhodnocen pomocí dostupných znalostí (viz 4.3) a odhadnutá směrodatná odchylka u je někdy nazývána *standardní nejistotou typu B*.

Tedy standardní nejistota typu A je získána z **hustoty pravděpodobnosti** (C.2.5), získané z **pozorovaného rozdělení četnosti** (C.2.18), zatímco standardní nejistota typu B je získána z předpokládané hustoty pravděpodobnosti, určené na základě stupně přesvědčení, že jev se bude vyskytovat [často se nazývá subjektivní **pravděpodobnost** (C.2.1)]. Oba postupy se používají při uznávaných interpretacích pravděpodobnosti.

POZNÁMKA

Hodnocení složek nejistoty typem B je obvykle založeno na oblasti porovnatelných spolehlivých informací (viz 4.3.1).

3.3.6 Standardní nejistota výsledku měření, pokud je výsledek získán z hodnot řady dalších veličin, je nazývána *kombinovaná standardní nejistota* a označena u_c . Je to odhadnutá směrodatná odchylka spojená s výsledkem a je rovna kladné hodnotě druhé odmocniny kombinovaného rozptylu, získaného ze všech složek rozptylu a **kovariance** (C.3.4), za předpokladu, že vyhodnocení je na základě požadavků *zákona o šíření nejistoty*, který je uveden v tomto pokynu (viz kapitola 5).

3.3.5 The estimated variance u^2 characterizing an uncertainty component obtained from a Type A evaluation is calculated from series of repeated observations and is the familiar statistically estimated variance s^2 (see 4.2). The estimated **standard deviation** (C.2.12, C.2.21, C.3.3) u , the positive square root of u^2 , is thus $u = s$ and for convenience is sometimes called a *Type A standard uncertainty*. For an uncertainty component obtained from a Type B evaluation, the estimated variance u^2 is evaluated using available knowledge (see 4.3), and the estimated standard deviation u is sometimes called a *Type B standard uncertainty*.

Thus a Type A standard uncertainty is obtained from a **probability density function** (C.2.5) derived from an **observed frequency distribution** (C.2.18), while a Type B standard uncertainty is obtained from an assumed probability density function based on the degree of belief that an event will occur [often called subjective **probability** (C.2.1)]. Both approaches employ recognized interpretations of probability.

NOTE

A Type B evaluation of an uncertainty component is usually based on a pool of comparatively reliable information (see 4.3.1).

3.3.6 The standard uncertainty of the result of a measurement, when that result is obtained from the values of a number of other quantities, is termed *combined standard uncertainty* and denoted by u_c . It is the estimated standard deviation associated with the result and is equal to the positive square root of the combined variance obtained from all variance and **covariance** (C.3.4) components, however evaluated, using what is termed in this *Guide* the *law of propagation of uncertainty* (see clause 5).

3.3.7 *Rozšířená nejistota U* získaná násobením kombinované standardní nejistoty u_c *činitelem rozšíření k* , je určena pro splnění potřeb některých průmyslových a obchodních aplikací, stejně jako požadavků v oblasti zdravotnictví a bezpečnosti. Zamýšleným účelem rozšířené nejistoty U je poskytnout interval výsledku měření, ve kterém je očekávaný předpoklad, že bude obsahovat velký podíl hodnot, které by mohly být přiměřeně přiřazeny k měřené veličině. Výběr činitele k , který je obvykle v rozsahu 2 až 3, je založen na pravděpodobnosti pokrytí nebo požadované konfidenční úrovni intervalu (viz kapitola 6).

POZNÁMKA

Činitel rozšíření k je vždy stanovený tak, aby standardní nejistota měřené veličiny mohla být obnovena pro použití ve výpočtu kombinované standardní nejistoty jiných výsledků měření, které smí záviset na této veličině.

3.4 Praktické pokyny

3.4.1 Jestliže se změní všechny veličiny, na kterých závisí výsledek měření, potom jeho nejistota může být hodnocena statistickými prostředky. Avšak z důvodu toho, že je to v praxi zřídka možné s ohledem na omezenost času a zdrojů, je nejistota obvykle hodnocena použitím matematického modelu měření a zákona o šíření nejistoty. Proto je v tomto *pokynu*, implicitní předpoklad, že měření může být matematicky modelováno v závislosti na požadovaném stupni přesnosti měření.

3.3.7 To meet the needs of some industrial and commercial applications, as well as requirements in the areas of health and safety, an *expanded uncertainty U* is obtained by multiplying the combined standard uncertainty u_c by a *coverage factor k* . The intended purpose of U is to provide an interval about the result of a measurement that may be expected to encompass a large fraction of the distribution of values that could reasonably be attributed to the measurand. The choice of the factor k , which is usually in the range 2 to 3, is based on the coverage probability or level of confidence required of the interval (see clause 6).

NOTE

The coverage factor k is always to be stated, so that the standard uncertainty of the measured quantity can be recovered for use in calculating the combined standard uncertainty of other measurement results that may depend on that quantity.

3.4 Practical considerations

3.4.1 If all of the quantities on which the result of a measurement depends are varied, its uncertainty can be evaluated by statistical means. However, because this is rarely possible in practice due to limited time and resources, the uncertainty of a measurement result is usually evaluated using a mathematical model of the measurement and the law of propagation of uncertainty. Thus implicit in this *Guide* is the assumption that a measurement can be modeled mathematically to the degree imposed by the required accuracy of the measurement.

3.4.2 Protože matematický model může být neúplný, mají se všechny relevantní veličiny měnit v nejvíce možném rozsahu tak, že hodnocení nejistoty může být založeno co nejvíce na pozorovaných datech. Použití empirických modelů měření, postavených na základě dlouhodobých kvantitativních dat a použití etalonů, určených k ověřování a použití kontrolních diagramů, které mohou ukázat, jestli měření je ve statisticky zvládnutelném stavu, to vše, pokud je to možné, má být součástí úsilí získat spolehlivé hodnocení nejistoty. Matematický model má být podroben revizi vždy, když sledovaná data, včetně nezávislého stanovení výsledku stejné měřené veličiny, vykazují, že model je nekompletní. Dobře navržený experiment může značně usnadnit spolehlivá hodnocení nejistoty a je důležitou součástí náročného měření.

3.4.3 K rozhodnutí, zda je systém měření funkčně vhodný, se experimentálně pozorovaná směrodatná odchylka, získaná prostřednictvím rozptylu naměřených výstupních hodnot, často porovnává s očekávanou směrodatnou odchylkou získanou kombinací různých složek nejistoty, které charakterizují měření. V takových případech mohou být brány v úvahu pouze ty složky (bez ohledu na to, jsou-li získané z hodnocení způsobem A nebo způsobem B), které mají přispívat k experimentálně pozorovanému rozptylu těchto výstupních hodnot.

POZNÁMKA

Takovou analýzu je dovoleno zjednodušit na rozdělení složek na takové, které přispívají k rozptylu a takové, které nejsou ve dvou oddělených a vhodně označených skupinách.

3.4.4 V některých případech nemusí být nejistota korekce systematického vlivu zahrnuta do hodnocení nejistoty výsledku měření. Nejistota, přestože byla vyhodnocena, může být ignorována v případě, že není významný její příspěvek ke kombinované standardní nejistotě výsledku měření. Jestli hodnota korekce sama o sobě je nevýznamná ve vztahu ke kombinované standardní nejistotě, je jí dovoleno také ignorovat.

3.4.2 Because the mathematical model may be incomplete, all relevant quantities should be varied to the fullest practicable extent so that the evaluation of uncertainty can be based as much as possible on observed data. Whenever feasible, the use of empirical models of the measurement founded on long-term quantitative data, and the use of check standards and control charts that can indicate if a measurement is under statistical control, should be part of the effort to obtain reliable evaluations of uncertainty. The mathematical model should always be revised when the observed data, including the result of independent determinations of the same measurand, demonstrate that the model is incomplete. A well-designed experiment can greatly facilitate reliable evaluations of uncertainty and is an important part of the art of measurement.

3.4.3 In order to decide if a measurement system is functioning properly, the experimentally observed variability of its output values, as measured by their observed standard deviation, is often compared with the predicted standard deviation obtained by combining the various uncertainty 'components that characterize the measurement. In such cases, only those components (whether obtained from Type A or Type B evaluations) that could contribute to the experimentally observed variability of these output values should be considered.

NOTE

Such an analysis may be facilitated by gathering those components that contribute to the variability and those that do not into two separate and appropriately labeled groups.

3.4.4 In some cases, the uncertainty of a correction for a systematic effect need not be included in the evaluation of the uncertainty of a measurement result. Although the uncertainty has been evaluated, it may be ignored if its contribution to the combined standard uncertainty of the measurement result is insignificant. If the value of the correction itself is insignificant relative to the combined standard uncertainty, it too may be ignored.

3.4.5 V praxi se často přihodí, zvláště v oboru legální metrologie, že přístroje jsou zkoušeny porovnáním s etalonem, a že nejistoty spojené s etalonem a postupem porovnání, jsou zanedbatelné ve vztahu k požadované přesnosti zkoušky. Příkladem je používání sady dobře kalibrovaných etalonů hmotnosti ke zkoušení obchodní váhy. V takových případech, kdy složky nejistoty jsou dosti malé, aby mohly být ignorovány, je dovoleno na měření pohlížet, jako na stanovení chyby přístroje na základě zkoušky. (Viz také F.2.4.2).

3.4.6 Odhad hodnoty měřené veličiny poskytnutý výsledkem měření, je někdy vyjadřován pomocí přijaté hodnoty etalonu spíše než jednotkami mezinárodního systému jednotek (SI). V takových případech důležitost nejistoty připisatelná k výsledku měření může být významně menší než když tento výsledek je vyjádřen v odpovídající SI jednotce. (Měřená hodnota je zde vlastně nově stanovena jako podíl hodnoty měřené veličiny k převzaté hodnotě etalonu).

PŘÍKLAD

Vysoce kvalitní Zenerův etalon napětí je kalibrován porovnáním s Josephsonovým napěťovým jevem na základě konvenční hodnoty Josephsonovy konstanty doporučené CIPM pro mezinárodní použití. Relativní kombinovaná standardní nejistota $u_c(V_S)/V_S$ (viz 5.1.6) kalibrovaného elektrického napětí V_S Zenerova etalonu je 2×10^{-8} , pokud je V_S udáno jako mnohonásobek dohodnutých hodnot, ale $u_c(V_S)/V_S$ je 4×10^{-7} , pokud je V_S udáno jako násobek SI jednotky pro elektrické napětí, ve Voltech (V), protože přidaná nejistota je spojena s SI hodnotou Josephsonovy konstanty.

3.4.7 Chyby v zaznamenávání nebo analýzování dat mohou představovat významnou neznámou chybu ve výsledku měření. Velké chyby mohou být obvykle identifikovány vhodným přezkoumáním dat; malé mohou být maskovány nebo se dokonce mohou objevit jako náhodná kolísání. Míra nejistoty není určena k výpočtu takovýchto chyb.

3.4.5 It often occurs in practice, especially in the domain of legal metrology, that a device is tested through a comparison with a measurement standard and the uncertainties associated with the standard and the comparison procedure are negligible relative to the required accuracy of the test. An example is the use of a set of well-calibrated standards of mass to test the accuracy of a commercial scale. In such cases, because the components of uncertainty are small enough to be ignored, the measurement may be viewed as determining the error of the device under test. (See also F.2.4.2).

3.4.6 The estimate of the value of a measurand provided by the result of a measurement is sometimes expressed in terms of the adopted value of a measurement standard rather than in terms of the relevant unit of the International System of Units (SI). In such cases the magnitude of the uncertainty ascribable to the measurement result may be significantly smaller than when that result is expressed in the relevant SI unit. (In effect, the measurand has been re-defined to be the ratio of the value of the quantity to be measured to the adopted value of the standard.)

EXAMPLE

A high-quality Zener voltage standard is calibrated by comparison with a Josephson effect voltage reference based on the conventional value of the Josephson constant recommended for international use by the CIPM. The relative combined standard uncertainty $u_c(V_S)/V_S$ (see 5.1.6) of the calibrated potential difference V_S of the Zener standard is 2×10^{-8} when V_S is reported in terms of the conventional value, but $u_c(V_S)/V_S$ is 4×10^{-7} when V_S is reported in terms of the SI unit of potential difference, the volt (V), because of the additional uncertainty associated with the SI value of the Josephson constant.

3.4.7 Blunders in recording or analysing data can introduce a significant unknown error in the result of a measurement. Large blunders can usually be identified by a proper review of the data; small ones could be masked by, or even appear as, random variations. Measures of uncertainty are not intended to account for such mistakes.

3.4.8 Ačkoliv tento *pokyn* poskytuje rámec pro stanovení nejistoty, nemůže nahradit kritické myšlení, intelektuální upřímnost, poctivost a profesní dovednost. Hodnocení nejistoty není ani rutinní ani čistě matematickou otázkou; závisí na podrobné znalosti povahy měřené veličiny a měření. Kvalita a užitek nejistoty pro výsledek měření proto podstatně závisí na porozumění, kritické analýze a integritě těch, kdo přispívají ke stanovení její hodnoty.

3.4.8 Although this *Guide* provides a framework for assessing uncertainty, it cannot substitute for critical thinking, intellectual honesty, and professional skill. The evaluation of uncertainty is neither a routine task nor a purely mathematical one; it depends on detailed knowledge of the nature of the measurand and of the measurement. The quality and utility of the uncertainty quoted for the result of a measurement therefore ultimately depend on the understanding, critical analysis and integrity of those who contribute to the assignment of its value.

4 HODNOCENÍ STANDARDNÍ NEJISTOTY

Dodatečné pokyny k hodnocení složek nejistoty, především z praktického hlediska, jsou v příloze F.

4.1 Modelování měření

4.1.1 Ve většině případů měřená veličina Y není přímo měřitelná, ale závisí na N dalších měřitelných veličinách X_1, X_2, \dots, X_N a to prostřednictvím funkčního vztahu f :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (1)$$

POZNÁMKY

- 1 Pro účely hospodaření s poznámkami, je v tomto pokynu použita stejná značka pro fyzikální veličinu (měřená veličina) a pro náhodnou veličinu (viz 4.2.1), která vyjadřuje možný výstup pozorování této veličiny. Pokud je stanoveno, že X_i má určité rozdělení pravděpodobnosti, značka bude použita pro druhý význam; předpokládá se, že fyzikální veličina se sama může charakterizovat při nezbytně jednoznačné hodnotě (viz 1.2 a 3.1.3).
- 2 Při serii pozorování k -tá pozorovaná hodnota proměnné X_i je značena $X_{i,k}$; tudíž jestliže R značí odpor rezistoru, k -tá pozorovaná hodnota odporu bude značena R_k .
- 3 Odhad X_i (přesně řečeno, jeho očekávaná hodnota) je značen x_i .

PŘÍKLAD

Jestliže napětí V je připojeno k rezistoru závislém na teplotě, který má odpor R_0 při stanovené teplotě t_0 a lineárním teplotním koeficientu odporu α , výkon P (měřená veličina) rozptýlený rezistorem při teplotě t závisí na V, R_0, α a t podle následujícího vztahu:

$$P = f(V, R_0, \alpha, t) = V^2 / \{R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]\}$$

POZNÁMKA

Ostatní metody měření P mohou být modelovány pomocí odlišných matematických výrazů.

4 EVALUATING STANDARD UNCERTAINTY

Additional guidance on evaluating uncertainty components, mainly of a practical nature, may be found in annex F.

4.1 Modeling the measurement

4.1.1 In most cases a measurand Y is not measured directly, but is determined from N other quantities X_1, X_2, \dots, X_N through a functional relationship f :

NOTES

- 1 For economy of notation, in this *Guide* the same symbol is used for the physical quantity (the measurand) and for the random variable (see 4.2.1) that represents the possible outcome of an observation of that quantity. When it is stated that X_i has a particular probability distribution, the symbol is used in the latter sense; it is assumed that the physical quantity itself can be characterized by an essentially unique value (see 1.2 and 3.1.3).
- 2 In a series of observations, the k th observed value of X_i is denoted by $X_{i,k}$; hence if R denotes the resistance of a resistor, the k th observed value of the resistance is denoted by R_k .
- 3 The estimate of X_i (strictly speaking, of its expectation) is denoted by x_i .

EXAMPLE

If a potential difference V is applied to the terminals of a temperature-dependent resistor that has a resistance R_0 at the defined temperature t_0 and a linear temperature coefficient of resistance α , the power P (the measurand) dissipated by the resistor at the temperature t depends on V, R_0, α , and t according to

NOTE

Other methods of measuring P would be modelled by different mathematical expressions.

4.1.2 *Vstupní veličiny* X_1, X_2, \dots, X_N , na kterých *výstupní veličina* Y závisí, smí samy být považovány za měřené veličiny a mohou být závislé na jiných veličinách, včetně korekcí a korekčních činitelů pro systematické vlivy, což vede ke komplikovanému funkčnímu vztahu f , který nikdy nemůže být popsán explicitně. Navíc f by mohla být určena experimentálně (viz 5.1.4) nebo existovat jenom jako algoritmus, který musí být číselně vyhodnocen. Funkce f jak je znázorněna v tomto *pokynu*, má být interpretována v tomto širším významu, speciálně jako funkce, která obsahuje všechny veličiny, včetně korekcí a korekčních faktorů, které mohou přispívat významnými komponenty k nejistotě výsledku měření.

Jestliže data indikují, že f nemodeluje měření do té míry, jak je uloženo požadovanou přesností výsledku měření, dodatečné vstupní veličiny musí být zahrnuty do f k vyloučení nedostatečnosti (viz 3.4.2). To vyžaduje zavedení vstupní veličiny tak, aby zobrazila neúplné znalosti jevu, který ovlivňuje měřené veličiny. V příkladu 4.1.1, dodatečná vstupní veličina by mohla být potřebná k výpočtu známého nelineárního rozdělení teploty přes rezistor, možného nelineárního teplotního součinitele odporu nebo možné závislosti odporu na atmosférickém tlaku.

POZNÁMKA

Nicméně, rovnice (1) smí být tak elementární jako $Y = X_1 - X_2$. Tento výraz modeluje například porovnání dvou měření stejné veličiny X .

4.1.3 Množinu vstupních veličin X_1, X_2, \dots, X_N je možné členit na:

4.1.2 The *input quantities* X_1, X_2, \dots, X_N upon which the *output quantity* Y depends may themselves be viewed as measurands and may themselves depend on other quantities, including corrections and correction factors for systematic effects, thereby leading to a complicated functional relationship f that may never be written down explicitly. Further, f may be determined experimentally (see 5.1.4) or exist only as an algorithm that must be evaluated numerically. The function f as it appears in this *Guide* is to be interpreted in this broader context, in particular as that function which contains every quantity, including all corrections and correction factors, that can contribute a significant component of uncertainty to the measurement result.

Thus, if data indicate that f does not model the measurement to the degree imposed by the required accuracy of the measurement result, additional input quantities must be included in f to eliminate the inadequacy (see 3.4.2). This may require introducing an input quantity to reflect incomplete knowledge of a phenomenon that affects the measurand. In the example of 4.1.1, additional input quantities might be needed to account for a known nonuniform temperature distribution across the resistor, a possible nonlinear temperature coefficient of resistance, or a possible dependence of resistance on barometric pressure.

NOTE

Nonetheless, equation (1) may be as elementary as $Y = X_1 - X_2$. This expression models, for example, the comparison of two determinations of the same quantity X .

4.1.3 The set of input quantities X_1, X_2, \dots, X_N may be categorized as:

- veličiny, jejichž hodnoty a *nejistoty* jsou přímo určeny během aktuálního měření. Tyto hodnoty a nejistoty mohou být získány například z jednoho pozorování, z opakovaných pozorování nebo úsudkem založeným na zkušenosti a mohou obsahovat určení korekce čtení přístroje a korekce ovlivňujících veličin, jako je teplota okolí, atmosférický tlak a vlhkost;
- veličiny, jejichž hodnoty a *nejistoty* jsou přenesené do postupu měření z vnějších zdrojů, jako jsou veličiny spojené s kalibračním měřením etalonů, certifikovanými referenčními materiály a referenčními daty získanými z příruček.

4.1.4 Odhad měřené veličiny Y , značené y , je získán z rovnice (1) používající *odhady vstupů* x_1, x_2, \dots, x_N pro hodnoty N veličin X_1, X_2, \dots, X_N . Tedy *odhad výstupu* y , který je výsledkem měření, je dán rovnicí

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (2)$$

POZNÁMKA

V některých případech, může být odhad y , získaný z:

NOTE

In some cases the estimate y may be obtained from:

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{N,k})$$

Což znamená, že y je vypočten jako aritmetický průměr nebo průměr (average) (viz 4.2.1) n nezávislých hodnot Y_k proměnné Y , kde každá hodnota obsahuje stejné nejistoty a každá je založena na kompletní množině zjištěných hodnot N vstupních veličin X_i získaných současně. Takový způsob průměrování

$$y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N), \text{ kde}$$

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{i,k} \text{ (pro } k = 1, 2, \dots, n) \text{ je aritmetický}$$

průměr jednotlivých pozorování $X_{i,k}$ může být preferovaný, když f je nelineární funkce vstupních veličin X_1, X_2, \dots, X_N , ale oba přístupy jsou identické, jestliže f je lineární funkcí X_i (viz H.2 a H.4).

4.1.4 An estimate of the measurand Y , denoted by y , is obtained from equation (1) using *input estimates* x_1, x_2, \dots, x_N for the values of the N quantities X_1, X_2, \dots, X_N . Thus the *output estimate* y , which is the result of the measurement, is given by

That is, y is taken as the arithmetic mean or average (see 4.2.1) of n independent determinations Y_k of Y , each determination having the same uncertainty and each being based on a complete set of observed values of the N input quantities X_i obtained at the same time. This way of averaging, rather than

$$y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N), \text{ where}$$

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{i,k} \text{ is the arithmetic mean of the}$$

individual observations $X_{i,k}$ may be preferable when f is a nonlinear function of the input quantities X_1, X_2, \dots, X_N , but the two approaches are identical if f is a linear function of the X_i (see H.2 and H.4).

4.1.5 Odhadnutá směrodatná odchylka spojená s odhadem hodnoty výstupu nebo výsledku měření y , nazývaná *kombinovaná standardní nejistota* a označovaná $u_c(y)$, je určena z odhadu směrodatné odchylky každého odhadu vstupu x_i , nazývaného *standardní nejistota* a označovaného $u(x_i)$ (viz 3.3.5 a 3.3.6).

4.1.6 Každý odhad vstupu x_i a k němu připojená standardní nejistota $u(x_i)$ jsou získané z rozdělení možných hodnot vstupní veličiny X_i . Toto rozdělení pravděpodobnosti může být založeno na četnosti, tj. na sérii pozorování $X_{i,k}$ proměnné X_i ; nebo to může být *apriorní* rozdělení. Hodnocení složek standardní nejistoty způsobem A jsou založena na rozdělení četnosti, ale hodnocení způsobem B jsou založena na *apriorních* rozděleních. Je třeba připustit, že v obou případech rozdělení jsou modely použity pro vyjádření stavu našich znalostí.

4.2 Hodnocení standardní nejistoty způsobem A

4.2.1 V mnoha případech nejlepší dostupný odhad pravděpodobné nebo očekávané hodnoty μ_q veličiny q , která se náhodně mění [*náhodná veličina* (C.2.2)] a pro kterou n nezávislých pozorování q_k bylo získáno za stejných podmínek měření (viz B.2.15), je **aritmetický průměr** nebo **průměrná hodnota** \bar{q} (average) (C.2.19) všech n pozorování:

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k \quad (3)$$

Takže, pro vstupní veličinu X_i odhadnutou z n nezávislých opakovaných pozorování $X_{i,k}$ je použit aritmetický průměr \bar{X}_i získaný z funkce (3) jako odhad vstupní hodnoty x_i v rovnici (2) pro určení výsledku měření y ; tj $x_i = \bar{X}_i$. Odhady vstupů, které nejsou vyhodnoceny z opakovaných pozorování, musí být získány jinými metodami, jako tou která je uvedena ve druhé kategorii 4.1.3.

4.1.5 The estimated standard deviation associated with the output estimate or measurement result y , termed *combined standard uncertainty* and denoted by $u_c(y)$, is determined from the estimated standard deviation associated with each input estimate x_i , termed *standard uncertainty* and denoted by $u(x_i)$ (see 3.3.5 and 3.3.6).

4.1.6 Each input estimate x_i and its associated standard uncertainty $u(x_i)$ are obtained from a distribution of possible values of the input quantity X_i . This probability distribution may be frequency based, that is, based on a series of observations $X_{i,k}$ of X_i , or it may be an *a priori* distribution. Type A evaluations of standard uncertainty components are founded on frequency distributions while Type B evaluations are founded on *a priori* distributions. It must be recognized that in both cases the distributions are models that are used to represent the state of our knowledge.

4.2 Type A evaluation of standard uncertainty

4.2.1 In most cases, the best available estimate of the expectation or expected value μ_q of a quantity q that varies randomly [*a random variable* (C.2.2)], and for which n independent observations q_k have been obtained under the same conditions of measurement (see B.2.15), is the **arithmetic mean** or **average** \bar{q} (C.2.19) of the n observations:

Thus, for an input quantity X_i estimated from n independent repeated observations $X_{i,k}$, the arithmetic mean \bar{X}_i obtained from Equation (3) is used as the input estimate x_i in equation (2) to determine the measurement result y ; that is, $x_i = \bar{X}_i$. Those input estimates not evaluated from repeated observations must be obtained by other methods, such as those indicated in the second category of 4.1.3

4.2.2 Jednotlivá pozorování q_k se liší v hodnotách z důvodu náhodného kolísání ovlivňujících veličin nebo z důvodu náhodných vlivů (viz 3.2.2). Experimentální rozptyl pozorování, který je odhadem rozptylu σ^2 rozdělení pravděpodobnosti q , je v rovnici:

$$s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2 \quad (4)$$

Tento odhad rozptylu a jeho kladná druhá odmocnina $s(q_k)$, nazývaná **výběrová směrodatná odchylka** (B.2.17), charakterizují proměnlivost hodnot pozorování q_k nebo přesněji, jejich rozptyl kolem jejich průměru \bar{q} .

4.2.3 Nejlepší odhad $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2 / n$ rozptylu průměru je dán následující funkcí:

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q_k)}{n} \quad (5)$$

Experimentální rozptyl průměru $s^2(\bar{q})$ a **výběrová směrodatná odchylka střední hodnoty** $s(\bar{q})$ (B.2.17, poznámka 2), rovnající se kladné hodnotě druhé odmocniny $s^2(\bar{q})$, kvantifikují jaká je \bar{q} úroveň odhadu očekávané hodnoty μ_q proměnné q , přičemž kterýkoliv z obou je dovoleno použít jako míru nejistoty \bar{q} .

Pro vstupní veličinu X_i určenou z n nezávislých opakovaných pozorování $X_{i,k}$ je standardní nejistota $u(x_i)$ jejího odhadu $x_i = \bar{X}_i$, $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ s variancí $s^2(\bar{X}_i)$ vypočtenou podle rovnice (5). Pro úplnost, $u^2(\bar{X}_i) = s^2(\bar{X}_i)$ a $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ jsou někdy nazývány **rozptylem typu A** a tedy **standardní nejistotou typu A**.

4.2.2 The individual observations q_k differ in value because of random variations in the influence quantities, or random effects (see 3.2.2). The experimental variance of the observations, which estimates the variance σ^2 of the probability distribution of q , is given by:

This estimate of variance and its positive square root $s(q_k)$, termed the **experimental standard deviation** (B.2.17), characterize the variability of the observed values q_k or more specifically, their dispersion about their mean \bar{q} .

4.2.3 The best estimate of $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2 / n$, the variance of the mean, is given by

The experimental variance of the mean $s^2(\bar{q})$ and the **experimental standard deviation of the mean** $s(\bar{q})$ (B.2.17, note 2), equal to the positive square root of $s^2(\bar{q})$, quantify how well \bar{q} estimates the expectation μ_q of q , and either may be used as a measure of the uncertainty of \bar{q} .

Thus, for an input, quantity X_i determined from n independent repeated observations $X_{i,k}$, the standard uncertainty $u(x_i)$ of its estimate $x_i = \bar{X}_i$ is $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ with $s^2(\bar{X}_i)$ calculated according to equation (5). For convenience, $u^2(\bar{X}_i) = s^2(\bar{X}_i)$ and $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ are sometimes called a **Type A variance** and a **Type A standard uncertainty**, respectively.

POZNÁMKY

- Počet pozorování n musí být dostatečně velký, aby \bar{q} poskytl spolehlivý odhad očekávané hodnoty μ_q náhodné veličiny q , a aby $s^2(\bar{q})$ poskytl spolehlivý odhad rozptylu $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2/n$ (viz 4.3.2, poznámka). Rozdíl mezi $s^2(\bar{q})$ a $\sigma^2(\bar{q})$ musí být brán v úvahu při vytváření konfidenčních intervalů (viz 6.2.2). V případě, že rozdělení pravděpodobnosti proměnné q je normální rozdělení (viz 4.3.4), rozdíl musí být brán na zřetel použitím t -rozdělení (viz G.3.2).
- Přestože rozptyl $s^2(\bar{q})$ je podstatnější veličina, směrodatná odchylka $s(\bar{q})$ je v praxi výhodnější, protože má stejné rozměry jako q a hodnotu jednodušší na pochopení, než rozptyl.

4.2.4 Pro dobře popsané měření pod statistickou kontrolou, je dovolen jako užitečný

použít sdružený odhad rozptylu s_p^2 (nebo sdruženou výběrovou směrodatnou odchylku s_p), které charakterizují měření. V těchto případech, pokud je hodnota měřené veličiny q určena z n nezávislých pozorování, výběrový rozptyl aritmetického průměru \bar{q} je odhadnut lépe pomocí s_p^2/n než $s^2(\bar{q})/n$. Pro standardní nejistotu platí potom $u = s_p / \sqrt{n}$. (Viz také poznámka H.3.6).

4.2.5 Často je odhad x_i vstupní veličiny X_i získán z křivky, která je přizpůsobena experimentálními datům a to použitím metody nejmenších čtverců. Odhadnuté rozptyly a z nich vytvořené standardní nejistoty vhodných parametrů charakterizujících křivku a jakékoli odhadnuté body mohou být obvykle vypočteny použitím dobře známých statistických postupů (viz H.3 a citace [8]).

4.2.6 Počet stupňů volnosti ν_i (C.2.31) $u(x_i)$ (viz G.3) je roven $n - 1$ a to v jednoduchém případě, kde $x_i = \bar{X}_i$ a $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ je vypočten z n nezávislých pozorování jako v 4.2.1 a 4.2.3 a má být vždy uveden v dokumentaci při hodnocení složek nejistoty způsobem A.

NOTES

- The number of observations n should be large enough to ensure that \bar{q} provides a reliable estimate of the expectation μ_q of the random variable q and that $s^2(\bar{q})$ provides a reliable estimate of the variance $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2/n$ (see 4.3.2, note). The difference between $s^2(\bar{q})$ and $\sigma^2(\bar{q})$ must be considered when one constructs confidence intervals (see 6.2.2). In this case, if the probability distribution of q is a normal distribution (see 4.3.4), the difference is taken into account through the t -distribution (see G.3.2).
- Although the variance $s^2(\bar{q})$ is the more fundamental quantity, the standard deviation $s(\bar{q})$ is more convenient in practice because it has the same dimension as q and a more easily comprehended value than that of the variance.

4.2.4 For a well-characterized measurement under statistical control, a combined or pooled estimate of variance s_p^2

(or a pooled experimental standard deviation s_p) that characterizes the measurement may be available. In such cases, when the value of a measurand q is determined from n independent observations, the experimental variance of the arithmetic mean \bar{q} of the observations is estimated better by s_p^2/n than by $s^2(\bar{q})/n$ and the standard uncertainty is $u = s_p / \sqrt{n}$. (See also the note to H.3.6.)

4.2.5 Often an estimate x_i of an input quantity X_i is obtained from a curve that has been fitted to experimental data by the method of least squares. The estimated variances and resulting standard uncertainties of the fitted parameters characterizing the curve and of any predicted points can usually be calculated by well-known statistical procedures (see H.3 and reference [8]).

4.2.6 The degrees of freedom (C.2.31) ν_i of $u(x_i)$ (see G.3), equal to $n - 1$ in the simple case where $x_i = \bar{X}_i$ and $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ are calculated from n independent observations as in 4.2.1 and 4.2.3, should always be given when Type A evaluations of uncertainty components are documented.

4.2.7 Jestli náhodná kolísání mezi pozorováními vstupní veličiny jsou korelována například v čase, je dovoleno použít střední hodnotu a výběrovou směrodatnou odchylku střední hodnoty, jak jsou uvedeny v 4.2.1 a 4.2.3, jsou však nevhodnými **odhady** (C.2.25) pro žádané **statistiky** (C.2.23). V takových případech, mají být pozorování analyzována pomocí statistických metod speciálně navržených pro zpracování řady korelovaných, náhodně proměnných měření.

POZNÁMKA

Takové specializované metody jsou použity pro zpracování měření frekvenčních etalonů. Avšak, když se přechází z krátkodobých měření k dlouhodobým měřením ostatních metrologických veličin je možné, že předpoklad náhodných nekorelovaných rozptylů kolísání nebude nadále validován a ke zpracování těchto měření by mohly být také použity specializované metody. (Viz například citace [9], podrobnější výklad ohledně Allanova rozptylu.)

4.2.8 Výklad hodnocení standardní nejistoty způsobem A v 4.2.1 až 4.2.7 není vyčerpávající; existuje několik mnohem složitějších situací, které mohou být zpracovány statistickými metodami. Důležitým příkladem je použití postupů kalibrace, často založených na metodě nejmenších čtverců, pro hodnocení nejistot vznikajících jak z krátkodobých, tak z dlouhodobých náhodných kolísání, ve výsledcích porovnávání materiálních artefaktů neznámých hodnot, jako jsou koncové měřky a etalony hmotnosti, s referenčními etalony, které mají známou hodnotu. Při takových porovnatelně jednoduchých situacích měření mohou být složky nejistoty často hodnoceny statistickými analýzami dat získaných z projektů skládajících se z vložené sekvence měření měřené veličiny pro různý počet hodnot veličin, na kterých je závislá takzvaná analýza rozptylu (viz H.5).

4.2.7 If the random variations in the observations of an input quantity are correlated, for example, in time, the mean and experimental standard deviation of the mean as given in 4.2.1. and 4.2.3 may be inappropriate **estimators** (C.2.25) of the desired **statistics** (C.2.23). In such cases, the observations should be analysed by statistical methods specially designed to treat a series of correlated, randomly-varying measurements.

NOTE

Such specialized methods are used to treat measurements of frequency standards. However, it is possible that as one goes from short-term measurements to long-term measurements of other metrological quantities, the assumption of uncorrelated random variations may no longer be valid and the specialized methods could be used to treat these measurements as well. (See reference [9], for example, for a detailed discussion of the Allan variance.)

4.2.8 The discussion of Type A evaluation of standard uncertainty in 4.2.1 to 4.2.7 is not meant to be exhaustive; there are many situations, some rather complex, that can be treated by statistical methods. An important example is the use of calibration designs, often based on the method of least squares, to evaluate the uncertainties arising from both short- and long-term random variations in the results of comparisons of material artefacts of unknown values, such as gauge blocks and standards of mass, with reference standards of known values. In such comparatively simple measurement situations, components of uncertainty can frequently be evaluated by the statistical analysis of data obtained from designs consisting of nested sequences of measurements of the measurand for a number of different values of the quantities upon which it depends – a so-called analysis of variance (see H.5).

POZNÁMKA

U nízkých úrovní řetězce kalibrace, kde referenční etalony jsou často považovány za exaktně známé, protože byly kalibrovány národní nebo primární standardní laboratoří, nejistota výsledku kalibrace smí být jednoduchá standardní nejistota typu A vyhodnocená ze sdružené výběrové směrodatné odchylky, která charakterizuje měření.

4.3 Hodnocení standardní nejistoty způsobem B

4.3.1 Pro odhad x_i vstupní veličiny X_i , který nebyl získán z opakovaných pozorování, je odhad rozptylu $u^2(x_i)$ nebo standardní nejistoty $u(x_i)$ hodnocený odborným úsudkem, založeném na všech dosažitelných informacích týkajících se možné proměnlivosti X_i . Je dovoleno, že sdružení informací zahrnuje

- dřívější měřená data;
- zkušenosti nebo obecnou znalost chování a vlastností relevantních materiálů a přístrojů;
- specifikace výrobce;
- poskytnutá data při kalibraci a ostatní certifikaci;
- nejistoty připisované referenčním datům převzatým z technických příruček.

Pro úplnost $u^2(x_i)$ a $u(x_i)$ vyhodnocené touto cestou jsou někdy nazývány jako *rozptyl typu B* a *standardní nejistota typu B*.

POZNÁMKA

Když x_i je získáno z *apriorního* rozdělení, jeho rozptyl je správně zapsán jako $u^2(X_i)$, ale pro zjednodušení jsou v tomto *pokynu* použity $u^2(x_i)$ a $u(x_i)$.

4.3.2 Správné použití sdružení dostupných informací o hodnocení standardní nejistoty způsobem B se zakládá na zkušenostech a obecných znalostech, avšak je to také schopnost, která může být naučena praxí. Má se uznávat, že hodnocení standardní nejistoty způsobem B může být stejně spolehlivé jako hodnocení způsobem A a to zvláště v situaci měření, kde hodnocení způsobem A je založeno na poměrně malém počtu statisticky nezávislých pozorování.

NOTE

At lower levels of the calibration chain, where reference standards are often assumed to be exactly known because they have been calibrated by a national or primary standards laboratory, the uncertainty of a calibration result may be a single Type A standard uncertainty evaluated from the pooled experimental standard deviation that characterizes the measurement.

4.3 Type B evaluation of standard uncertainty

4.3.1 For an estimate x_i of an input quantity X_i that has not been obtained from repeated observations, the associated estimated variance $u^2(x_i)$ or the standard uncertainty $u(x_i)$ is evaluated by scientific judgement based on all of the available information on the possible variability of X_i . The pool of information may include

- previous measurement data;
- experience with or general knowledge of the behaviour and properties of relevant materials and instruments;
- manufacturer's specifications;
- data provided in calibration and other certificates;
- uncertainties assigned to reference data taken from handbooks.

For convenience, $u^2(x_i)$ and $u(x_i)$ evaluated in this way are sometimes called a *Type B variance* and a *Type B standard uncertainty*, respectively.

NOTE

When x_i is obtained from an *a priori* distribution, the associated variance is appropriately written as $u^2(X_i)$, but for simplicity, $u^2(x_i)$ and $u(x_i)$ are used throughout this *Guide*.

4.3.2 The proper use of the pool of available information for a Type B evaluation of standard uncertainty calls for insight based on experience and general knowledge, and is a skill that can be learned with practice. It should be recognized that a Type B evaluation of standard uncertainty can be as reliable as a Type A evaluation, especially in a measurement situation where a Type A evaluation is based on a comparatively small number of statistically independent observations.

POZNÁMKA

Jestliže rozdělení pravděpodobnosti q v poznámce 1 k 4.2.3 je normální rozdělení, potom $\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$, směrodatná odchylka $s(\bar{q})$ v poměru k $\sigma^2(\bar{q})$, je přibližně $[2(n-1)]^{-1/2}$. Tedy je-li brána $\sigma[s(\bar{q})]$ jako nejistota $s(\bar{q})$, pro $n = 10$ pozorování, pak relativní nejistota obsažená v $s(\bar{q})$ je 24 %, avšak pro $n = 50$ pozorování je 10 %. (Další hodnoty jsou uvedeny v tabulce E.1 v příloze E.)

4.3.3 Jestliže odhad x_i převzatý z dat výrobce, certifikátů kalibrace, technické příručky nebo jiného zdroje a jeho uvedená nejistota jsou stanoveny jako daný násobek směrodatné odchylky, standardní nejistota $u(x_i)$ je uvedená hodnota dělená násobitelem a odhad rozptylu $u^2(x_i)$ je druhá mocnina tohoto podílu.

PŘÍKLAD

V kalibračním certifikátu se stanoví, že hmotnost etalonu z korozi-vzdorné oceli m_s se jmenovitou hodnotou jeden kilogram, je 1 000,000 325 g a nejistota této hodnoty je 240 μg při úrovni trojnásobku směrodatné odchylky. Směrodatná odchylka pro etalon hmotnosti je potom $u(m_s) = (240 \mu\text{g})/3 = 80 \mu\text{g}$. To odpovídá relativní standardní nejistotě $u(m_s)/m_s$ ve výši 80×10^{-9} (viz 5.1.6). Odhad rozptylu je

$$u^2(m_s) = (80 \mu\text{g})^2 = 6,4 \times 10^{-9} \text{ g}^2$$

POZNÁMKA

V mnoha případech jsou malé nebo žádné informace o jednotlivých složkách, ze kterých je získána uvedená nejistota. Obecně to není důležité pro vyjádření nejistoty, pokud postupujeme v souladu s tímto *pokynem*, protože všechny standardní nejistoty jsou zpracovány stejným způsobem použitým pro výpočet kombinované standardní nejistoty výsledku měření (viz kapitola 5).

NOTE

If the probability distribution of q in note 1 to 4.2.3 is normal, then $\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$, the standard deviation of $s(\bar{q})$ relative to $\sigma^2(\bar{q})$, is approximately $[2(n-1)]^{-1/2}$. Thus, taking $\sigma[s(\bar{q})]$ as the uncertainty of $s(\bar{q})$, for $n = 10$ observations the relative uncertainty in $s(\bar{q})$ is 24 percent, while for $n = 50$ observations it is 10 percent. (Additional values are given in table E.1 in annex E.)

4.3.3 If the estimate x_i is taken from a manufacturer's specification, calibration certificate, handbook, or other source and its quoted uncertainty is stated to be a particular multiple of a standard deviation, the standard uncertainty $u(x_i)$ is simply the quoted value divided by the multiplier, and the estimated variance $u^2(x_i)$ is the square of that quotient.

EXAMPLE

A calibration certificate states that the mass of a stainless steel mass standard m_s of nominal value one kilogram is 1 000,000 325 g and that the uncertainty of this value is 240 μg at the three standard deviation level. The standard uncertainty of the mass standard is then simply $u(m_s) = (240 \mu\text{g})/3 = 80 \mu\text{g}$. This corresponds to a relative standard uncertainty $u(m_s)/m_s$ of 80×10^{-9} (see 5.1.6). The estimated variance is

NOTE

In many cases little or no information is provided about the individual components from which the quoted uncertainty has been obtained. This is generally unimportant for expressing uncertainty according to the practices of this *Guide* since all standard uncertainties are treated in the same way when the combined standard uncertainty of a measurement result is calculated (see clause 5).

4.3.4 Uvedená nejistota x_i není nezbytně dána jako násobek směrodatné odchylky podle 4.3.3. Spíše je možné, že uvedená nejistota se určuje v intervalu, který má 90, 95 nebo 99 % konfidenční úroveň (viz 6.2.2). Předpokládá se, pokud není jinak uvedeno, že bylo použito **normální rozdělení** (C.2.14) pro výpočet uvedené nejistoty a k získání standardní nejistoty x_i dělením uvedené nejistoty vhodným činitelem normálního rozdělení. Činitele odpovídající výše uvedeným konfidenčním úrovním jsou 1,64; 1,96 a 2,58 (viz také tabulka G.1 v příloze G).

POZNÁMKA

Takový předpoklad není nutný, jestliže nejistota bude uvedena v souladu s doporučením tohoto *pokynu* ohledně záznamu, který zdůrazňuje, že použitý činitel rozšíření je vždy uveden (viz 7.2.3).

PŘÍKLAD

Kalibrační certifikát uvádí, že odpor etalonového rezistoru R_s jmenovité hodnoty 10Ω je $10,000\,742 \Omega \pm 129 \mu\Omega$ při 23°C , a že „uvedená nejistota $129 \mu\Omega$ určuje interval, který má konfidenční úroveň 99 %“. Standardní nejistotu rezistoru je dovoleno brát jako $u(R_s) = (129 \mu\Omega)/2,58 = 50 \mu\Omega$, což odpovídá relativní standardní nejistotě $u(R_s)/R_s$ ve výši $5,0 \times 10^{-6}$ (viz 5.1.6). Odhad rozptylu je $u^2(R_s) = (50 \mu\Omega)^2 = 2,5 \times 10^{-9} \Omega^2$.

4.3.5 Je možné uvážit případ, kdy na základě dostupných informací je možno stanovit, že „existuje 50 % šance, že hodnota vstupní veličiny X_i leží uvnitř intervalu od a_- do a_+ “ (jinými slovy, pravděpodobnost, že X_i leží uvnitř tohoto intervalu je 0,5 nebo 50 %). Pokud se může předpokládat, že rozdělení možných hodnot X_i je přibližně normální, potom nejlepší odhad x_i pro X_i je možno brát jako střední bod intervalu. Dále, pokud je polovina šířky intervalu označena $a = (a_+ - a_-)/2$, je možno předpokládat $u(x_i) = 1,48a$, protože pro normální rozdělení s očekávanou hodnotou μ a směrodatnou odchylkou σ intervalu je $\mu \pm s/1,48$ a zahrnuje přibližně 50 % rozdělení.

4.3.4 The quoted uncertainty of x_i is not necessarily given as a multiple of a standard deviation as in 4.3.3. Instead, one may find it stated that the quoted uncertainty defines an interval having a 90, 95, or 99 percent level of confidence (see 6.2.2). Unless otherwise indicated, one may assume that a **normal distribution** (C.2.14) was used to calculate the quoted uncertainty, and recover the standard uncertainty of x_i by dividing the quoted uncertainty by the appropriate factor for the normal distribution. The factors corresponding to the above three levels of confidence are 1,64; 1,96; and 2,58 (see also table G. 1 in annex G).

NOTE

There would be no need for such an assumption if the uncertainty had been given in accordance with the recommendations of this *Guide* regarding the reporting of uncertainty, which stress that the coverage factor used is always to be given (see 7.2.3).

EXAMPLE

A calibration certificate states that the resistance of a standard resistor R_s of nominal value ten ohms is $10,000\,742 \Omega \pm 129 \mu\Omega$ at 23°C and that „the quoted uncertainty of $129 \mu\Omega$ defines an interval having a level of confidence of 99 percent.“ The standard uncertainty of the resistor may be taken as $u(R_s) = (129 \mu\Omega)/2,58 = 50 \mu\Omega$, which corresponds to a relative standard uncertainty $u(R_s)/R_s$ of $5,0 \times 10^{-6}$ (see 5.1.6). The estimated variance is $u^2(R_s) = (50 \mu\Omega)^2 = 2,5 \times 10^{-9} \Omega^2$.

4.3.5 Consider the case where, based on the available information, one can state that “there is a fifty-fifty chance that the value of the input quantity X_i lies in the interval a_- to a_+ ” (in other words, the probability that X_i lies within this interval is 0,5 or 50 percent). If it can be assumed that the distribution of possible values of X_i is approximately normal, then the best estimate x_i of X_i can be taken to be the midpoint of the interval. Further, if the half-width of the interval is denoted by $a = (a_+ - a_-)/2$, one can take $u(x_i) = 1,48a$, because for a normal distribution with expectation μ and standard deviation σ the interval $\mu \pm s/1,48$ encompasses approximately 50 percent of the distribution.

PŘÍKLAD

Mechanik určující rozměry jedné části předpokládá, že její délka je s pravděpodobností 0,5 v intervalu 10,07 mm až 10,15 mm a uvádí, že $l = (10,11 \pm 0,04)$ mm, což znamená, že 0,04 mm určuje interval, který má konfidenční úroveň 50 %. Potom $a = 0,04$ mm a za předpokladu normálního rozdělení možných hodnot l , standardní nejistota délky je $u(l) = 1,48 \times 0,04 \text{ mm} \approx 0,06 \text{ mm}$ a odhad rozptylu $u^2(l) = (1,48 \times 0,04 \text{ mm})^2 = 3,5 \times 10^{-3} \text{ mm}^2$.

4.3.6 Je možné uvážit případ, uvedený v 4.3.5, kde na základě dostupných informací je možno stanovit, že „existuje šance 2 ze 3, že hodnota X_i leží uvnitř intervalu od a_- do a_+ “ (jinými slovy, pravděpodobnost, že X_i leží uvnitř tohoto intervalu je zhruba 0,67). Je možné brát $u(x_i) = a$, protože pro normální rozdělení s očekávanou hodnotou μ a směrodatnou odchylku σ , interval $\mu \pm \sigma$ pokrývá 68,3 % rozdělení.

POZNÁMKA

Hodnotě $u(x_i)$ by mohlo být dáno podstatně více významů, než jí zřejmě přísluší, pokud se použije aktuální normální odchylka 0,967 42 odpovídající pravděpodobnosti $p = 2/3$, tj. pokud $u(x_i) = a/0,967 42 = 1,033 a$.

4.3.7 V dalších případech je dovoleno odhadnout pouze hranice (horní a dolní mezni rozměr) pro X_r , zvláště při konstatování: „pravděpodobnost, že hodnota X_i leží v intervalu od a_- do a_+ pro všechny praktické účely je rovna 1 a pravděpodobnost, že X_i leží mimo tento interval je v podstatě 0“. Jestliže neexistují *speciální znalosti* ohledně možných hodnot X_i uvnitř intervalu, pak se může pouze předpokládat, že je stejně pravděpodobné pro X_r , aby ležela kdekoli uvnitř intervalu (rovnoměrné nebo pravoúhlé rozdělení možných hodnot – viz 4.4.5 a diagram 2a). Potom x_r , očekávaná hodnota X_r , je střední bod intervalu $x_i = (a_- + a_+)/2$, s příslušným rozptylem

$$u^2(x_i) = (a_+ - a_-)^2/12 \quad (6)$$

Jestliže rozdíl mezi hranicemi $a_+ - a_-$ je označený $2a$, pak rovnice (6) přejde do tvaru:

EXAMPLE

A machinist determining the dimensions of a part estimates that its length lies with probability 0,5, in the interval 10,07 mm to 10,15 mm, and reports that $l = (10.11 \pm 0,04)$ mm, meaning that 0,04 mm defines an interval having a level of confidence of 50 percent. Then $a = 0,04$ mm, and if one assumes a normal distribution for the possible values of l , the standard uncertainty of the length is $u(l) = 1,48 \times 0,04 \text{ mm} \approx 0,06 \text{ mm}$ and the estimated variance is $u^2(l) = (1,48 \times 0,04 \text{ mm})^2 = 3,5 \times 10^{-3} \text{ mm}^2$.

4.3.6 Consider a case similar to that of 4.3.5 but where, based on the available information, one can state that. “there is about a two out of three chance that the value of X_i lies in the interval a_- to a_+ ” (in other words, the probability that X_i lies within this interval is about 0,67). One can then reasonably take $u(x_i) = a$, because for a normal distribution with expectation μ and standard deviation σ the interval $\mu \pm \sigma$ encompasses about 68,3 percent of the distribution.

NOTE

It would give the value of $u(x_i)$ considerably more significance than is obviously warranted if one were to use the actual normal deviate 0,96742 corresponding to probability $p = 2/3$, that is, if one were to write $u(x_i) = a/0,967 42 = 1,033 a$.

4.3.7 In other cases it may be possible to estimate only bounds (upper and lower limits) for X_r , in particular, to state that “the probability that the value of X_i lies within the interval a_- to a_+ for all practical purposes is equal to one and the probability that X_i lies outside this interval is essentially zero.” If there is *no specific knowledge* about the possible values of X_i within the interval, one can only assume that it is equally probable for X_i to lie anywhere within it (a uniform or rectangular distribution of possible values – see 4.4.5 and figure 2a). Then x_r , the expectation or expected value of X_r , is the midpoint of the interval, $x_i = (a_- + a_+)/2$, with associated variance

If the difference between the bounds, $a_+ - a_-$, is denoted by $2a$, then equation (6) becomes

$$u^2(x_i) = a^2 / 3 \quad (7)$$

POZNÁMKA

Pokud složka nejistoty určená tímto způsobem přispívá významně k nejistotě výsledku měření, je obezřetné získat dodatečná data pro jeho další hodnocení.

PŘÍKLADY

- 1 V technické příručce se uvádí hodnota součinitele teplotní délkové roztažnosti čisté mědi při 20 °C, $\alpha_{20}(\text{Cu})$, jako $16,52 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ a jednoduše vyjadřuje, že „chyba této hodnoty nemá překročit $0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ “. Na základě této omezující informace není nerozumné předpokládat, že hodnota $\alpha_{20}(\text{Cu})$ leží se stejnou pravděpodobností v intervalu od $16,12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ do $16,92 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ a je velmi nepravděpodobné, že $\alpha_{20}(\text{Cu})$ leží mimo tento interval. Rozptyl tohoto symetrického pravouhého rozdělení možných hodnot $\alpha_{20}(\text{Cu})$ s poloviční šířkou $a = 0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ je potom podle rovnice (7): $u^2(\alpha_{20}) = (0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})^2/3 = 53,3 \times 10^{-15} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$ a standardní nejistota je

$$u(\alpha_{20}) = (0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})/\sqrt{3} = 0,23 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

- 2 Specifikace výrobce digitálního voltmetru vyjadřuje, že „v době od jednoho roku do dvou let po kalibraci přístroje, jeho přesnost v rozsahu 1 V je 14×10^{-6} násobku odečítané hodnoty plus 2×10^{-6} násobek rozsahu“. Předpokládá se, že přístroj byl používán po dobu 20 měsíců po kalibraci k měření napětí V v jeho rozsahu 1 V. Aritmetický průměr několika nezávislých opakovaných pozorování veličiny V je $\bar{V} = 0,928\ 571$ V při standardní nejistotě typu A $u(\bar{V}) = 12 \mu\text{V}$. Je možno získat standardní nejistotu vycházející ze specifikace výrobce hodnocením standardní nejistoty způsobem B za předpokladu, že udaná přesnost poskytuje k \bar{V} symetrické meze přídatné korekce $\Delta\bar{V}$ s očekávanou hodnotou rovnou nule a se stejnou pravděpodobností, že její hodnota leží kdekoli uvnitř těchto mezí. Poloviční šířka symetrického pravouhého rozdělení možných hodnot $\Delta\bar{V}$ je tedy $a = (14 \times 10^{-6}) \times (0,928\ 571 \text{ V}) + (2 \times 10^{-6}) \times (1 \text{ V}) = 15 \mu\text{V}$. Podle rovnice (7) se vypočítá $u^2(\Delta\bar{V}) = 75 \mu\text{V}^2$ a $u(\Delta\bar{V}) = 8,7 \mu\text{V}$. Odhad hodnoty měřené veličiny V , je dán vztahem $V = \bar{V} + \Delta\bar{V} = 0,928\ 571$ V. Kombinovaná standardní nejistota tohoto odhadu se získá kombinací $12 \mu\text{V}$ standardní nejistoty hodnocené způsobem A pro \bar{V} a s $8,7 \mu\text{V}$ standardní nejistoty hodnocené způsobem B pro $\Delta\bar{V}$. Obecná metoda pro kombinaci složek standardní nejistoty je uvedena v kapitole 5, přičemž tento příklad je předmětem 5.1.5.

NOTE

When a component of uncertainty determined in this manner contributes significantly to the uncertainty of a measurement result, it is prudent to obtain additional data for its further evaluation

EXAMPLES

- 1 A handbook gives the value of the coefficient of linear thermal expansion of pure copper at 20 °C, $\alpha_{20}(\text{Cu})$, as $16,52 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ and simply states that “the error in this value should not exceed $0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.” Based on this limited information, it is not unreasonable to assume that the value of $\alpha_{20}(\text{Cu})$ lies with equal probability in the interval $16,12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ to $16,92 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ and that it is very unlikely that $\alpha_{20}(\text{Cu})$ lies outside this interval. The variance of this symmetric rectangular distribution of possible values of $\alpha_{20}(\text{Cu})$ of half-width $a = 0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ is then, from equation (7), $u^2(\alpha_{20}) = (0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1})^2/3 = 53,3 \times 10^{-15} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$, and the standard uncertainty is

- 2 A manufacturer’s specifications for a digital voltmeter state that “between one and two years after the instrument is calibrated, its accuracy on the 1 V range is 14×10^{-6} times the reading plus 2×10^{-6} times the range.” Consider that the instrument is used 20 months after calibration to measure on its 1 V range a potential difference V , and the arithmetic mean of a number n of independent repeated observations of V is found to be $\bar{V} = 0,928\ 571$ V with a Type A standard uncertainty $u(\bar{V}) = 12 \mu\text{V}$. One can obtain the standard uncertainty associated with the manufacturer’s specifications from a Type B evaluation by assuming that the stated accuracy provides symmetric bounds to an additive correction to \bar{V} , $\Delta\bar{V}$, of expectation equal to zero and with equal probability of lying anywhere within the bounds. The half-width a of the symmetric rectangular distribution of possible values of $\Delta\bar{V}$ is then $a = (14 \times 10^{-6}) \times (0,928\ 571 \text{ V}) + (2 \times 10^{-6}) \times (1 \text{ V}) = 15 \mu\text{V}$, and from equation (7), $u^2(\Delta\bar{V}) = 75 \mu\text{V}^2$ and $u(\Delta\bar{V}) = 8,7 \mu\text{V}$. The estimate of the value of the measurand V , for simplicity denoted by the same symbol V , is given by $V = \bar{V} + \Delta\bar{V} = 0,928\ 571$ V. One can obtain the combined standard uncertainty of this estimate by combining the $12 \mu\text{V}$ Type A standard uncertainty of \bar{V} with the $8,7 \mu\text{V}$ Type B standard uncertainty of $\Delta\bar{V}$. The general method for combining standard uncertainty components is given in clause 5, with this particular example treated in 5.1.5.

4.3.8 V 4.3.7 horní a dolní meze a_+ a a_- pro vstupní veličinu X_i nemusí být symetrické s ohledem na nejlepší odhad x_i . Přesněji, jestliže dolní mez je stanovena jako $a_- = x_i - b_-$ a horní mez je $a_+ = x_i + b_+$, potom $b_- \neq b_+$. Protože v tomto případě x_i (předpokladaná jako nejlepší odhad X_i) není uprostřed intervalu mezi a_+ a a_- , rozdělení pravděpodobnosti X_i nemůže být rovnoměrné přes celý interval. Pokud není dostupný dostatek informací pro výběr vhodného rozdělení, rozdílné modely povedou k rozdílnému vyjádření rozptylu. Při nedostatku takových informací nejjednodušším přiblížením je

$$u^2(x_i) = \frac{(b_+ + b_-)^2}{12} = \frac{(a_+ + a_-)^2}{12} \quad (8)$$

jež je rozptylem pravoúhlého rozdělení s celou šířkou $b_+ + b_-$. (Asymetrické rozdělení je také vysvětleno v F.2.4.4 a G.5.3).

PŘÍKLAD

V příkladu 1 v 4.3.7, je v technické příručce hodnota součinitele $\alpha_{20}(\text{Cu}) = 16,52 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ a je uvedeno, že „nejmenší možná hodnota je $16,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ a největší možná hodnota je $16,92 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ “. Potom platí $b_- = 0,12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $b_+ = 0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, a z rovnice (8) $u(\alpha_{20}) = 0,15 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

POZNÁMKY

- 1 V mnoha situacích praktického měření, kde jsou nesymetrické meze, je vhodné aplikovat korekce pro odhad x_i velikosti $(b_+ - b_-)/2$ tak, aby nový odhad x'_i veličiny X_i byl uprostřed mezi $x'_i = (a_+ - a_-)/2$. To redukuje situaci tak, aby byla podobná případu z 4.3.7 s novými hodnotami $b'_+ = b'_- = (b_+ - b_-)/2 = (a_+ - a_-)/2 = a$.
- 2 Na základě principu maximální entropie může platit pro funkci hustoty pravděpodobnosti v případě asymetrie: $p(X_i) = A \exp[-\lambda(X_i - x_i)]$, kde $A = [b_- \exp(\lambda b_-)] + b_+ \exp(-\lambda b_+)^{-1}$ a $\lambda = \{\exp[\lambda(b_- + b_+)] - 1\} / \{b_- \exp[\lambda(b_- + b_+)] + b_+\}$. Toto vede k rozptylu $u^2(x_i) = b_+ b_- - (b_+ - b_-)/\lambda$; pro $b_+ > b_-$, $\lambda > 0$ a pro $b_+ < b_-$, $\lambda < 0$.

4.3.8 In 4.3.7 the upper and lower bounds a_+ and a_- for the input quantity X_i may not be symmetric with respect to its best estimate x_i ; more specifically, if the lower bound is written as $a_- = x_i - b_-$ and the upper bound as $a_+ = x_i + b_+$, then $b_- \neq b_+$. Since in this case x_i (assumed to be the expectation of X_i) is not at the centre of the interval a_- to a_+ , the probability distribution of X_i cannot be uniform throughout the interval. However, there may not be enough information available to choose an appropriate distribution; different models will lead to different expressions for the variance. In the absence of such information the simplest approximation is

which is the variance of a rectangular distribution with full width $b_+ + b_-$. (Asymmetric distributions are also discussed in F.2.4.4 and G.5.3.)

EXAMPLE

If in example 1 of 4.3.7 the value of the coefficient is given in the handbook as $\alpha_{20}(\text{Cu}) = 16,52 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ and it is stated that “the smallest possible value is $16,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ and the largest possible value is $16,92 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ”, then $b_- = 0,12 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $b_+ = 0,40 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, and, from equation (8), $u(\alpha_{20}) = 0,15 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

NOTES

- 1 In many practical measurement situations where the bounds are asymmetric, it may be appropriate to apply a correction to the estimate x_i of magnitude $(b_+ - b_-)/2$ so that the new estimate x'_i of X_i is at the midpoint of the bounds: $x'_i = (a_+ - a_-)/2$. This reduces the situation to the case of 4.3.7, with new values $b'_+ = b'_- = (b_+ - b_-)/2 = (a_+ - a_-)/2 = a$.
- 2 Based on the principle of maximum entropy, the probability density function in the asymmetric case may be shown to be $p(X_i) = A \exp[-\lambda(X_i - x_i)]$, with $A = [b_- \exp(\lambda b_-)] + b_+ \exp(-\lambda b_+)^{-1}$ and $\lambda = \{\exp[\lambda(b_- + b_+)] - 1\} / \{b_- \exp[\lambda(b_- + b_+)] + b_+\}$. leads to the variance $u^2(x_i) = b_+ b_- - (b_+ - b_-)/\lambda$; for $b_+ > b_-$, $\lambda > 0$ and for $b_+ < b_-$, $\lambda < 0$.

4.3.9 Protože v 4.3.7 nebyly žádné specifické znalosti ohledně možných hodnot X_i mezi jejich odhadnutými mezemi od a_- do a_+ , mohlo být pouze předpokládáno, že se stejnou pravděpodobností X_i může nabývat jakýchkoliv hodnot uvnitř těchto mezí a s nulovou pravděpodobností, že budou mimo něj. Takové stupně funkce nespojitosti v rozdělení pravděpodobnosti jsou často nefyzikální. V mnoha případech, je mnohem reálnější očekávat, že hodnoty blíže k mezím jsou méně pravděpodobné než ty, které jsou blíže ke střednímu bodu. Je potom rozumné, aby symetrické pravoúhlé rozdělení bylo nahrazeno symetrickým lichoběžníkovým rozdělením, které má stejně šikmé strany (lichoběžník se stejnými stranami) a šířku základny $a_+ - a_- = 2a$ a výšku $2a\beta$, kde $0 \leq \beta \leq 1$. Pokud $\beta \rightarrow 1$, tak toto lichoběžníkové rozdělení se blíží k pravoúhlému rozdělení ze 4.3.7, a když $\beta = 0$ je toto rozdělení trojúhelníkové (viz 4.4.6 a obrázek 2b). Za předpokladu lichoběžníkového rozdělení pro X_i platí, že očekávaná hodnota veličiny X_i je $x_i = (a_- + a_+)/2$ a k němu přiřazený rozptyl je:

$$u^2(x_i) = a^2(1 + \beta^2)/6 \quad (9a)$$

kde v případě trojúhelníkového rozdělení je $\beta = 0$,

which becomes for triangular distribution $\beta = 0$,

$$u^2(x_i) = a^2/6 \quad (9b)$$

POZNÁMKY

- 1 Pro normální rozdělení s očekávanou hodnotou μ a směrodatnou odchylkou σ , interval $\mu \pm 3\sigma$ obsahuje zhruba 99,73 % rozdělení. Pokud tedy horní a dolní meze a_+ a a_- určují 99,73 procentní meze spíše než 100procentní meze a může být předpokládáno, že X_i bude aproximováno normálním rozdělením spíše než, že zde nejsou specifické znalosti o X_i mezi hranicemi jako v 4.3.7, potom $u_2(x_i) = a^2/9$. Podle porovnání, rozptyl symetrického pravoúhlého rozdělení s poloviční šířkou a je $a^2/3$ [rovnice (7)] a rozptyl symetrického trojúhelníkového rozdělení s poloviční šířkou a je $a^2/6$ [rovnice (9b)]. Hodnoty rozptylů tří rozdělení jsou překvapivě podobné z pohledu velkých rozdílů v množství informací požadovaných k jejich oprávněnosti.

NOTES

- 1 For a normal distribution with expectation μ and standard deviation σ , the interval $\mu \pm 3\sigma$ encompasses approximately 99,73 percent of the distribution. Thus, if the upper and lower bounds a_+ and a_- define 99,73 percent limits rather than 100 percent limits, and X_i can be assumed to be approximately normally distributed rather than there being no specific knowledge about X_i between the bounds' as in 4.3.7, then $u_2(x_i) = a^2/9$. By comparison, the variance of a symmetric rectangular distribution of half-width a is $a^2/3$ [equation (7)] and that of a symmetric triangular distribution of half width a is $a^2/6$ [equation (9b)]. The magnitudes of the variances of the three distributions are surprisingly similar in view of the large differences in the amount of information required to justify them.

2 Lichoběžníkové rozdělení je ekvivalentní konvoluci dvou pravouhlých rozdělení [10], kde jedno s poloviční šířkou a_1 se rovná průměrné poloviční šířce lichoběžníku, $a_1 = a(1 + \beta)/2$, a druhé s poloviční šířkou a_2 se rovná průměrné šířce jedné trojúhelníkové části lichoběžníku $a_2 = a(1 - \beta)/2$. Rozptyl rozdělení je

$u_2 = a_1^2/3 + a_2^2/3$. Složené rozdělení může být vysvětleno jako pravouhlé rozdělení, jehož šířka $2a$, má sama nejistotu znázorněnou pravouhlým rozdělením se šířkou $2a_2$ a modeluje skutečnost, kdy meze pro nějaké vstupní veličiny nejsou přesně známy. Ale i kdyby a_2 byla tak velká jako

30 % a , u bude větší než $a_1/\sqrt{3}$ s pravděpodobností menší než 5 %.

4.3.10 Je důležité, aby složky nejistoty nebyly „započítány dvakrát“. Jestliže složka nejistoty, která roste následkem známého vlivu je získána z hodnocení způsobem B má být zahrnuta jako nezávislá složka nejistoty ve výpočtu kombinované standardní nejistoty výsledku měření pouze k prokázání, že vliv nepřispívá ke sledované proměnlivosti pozorování. To je proto, že nejistota způsobená částí vlivu, který přispívá k pozorovanému rozptylu je vždy obsažena ve složce nejistoty získané ze statistické analýzy pozorování.

4.3.11 Výklad hodnocení standardní nejistoty způsobem B v 4.3.3 až 4.3.9 je míněn pouze jako ukázka. Navíc hodnocení nejistoty má být založeno v největší možné míře na kvantitativních datech, jak je uvedeno v 3.4.1 a 3.4.2.

4.4 Grafické znázornění hodnocení standardní nejistoty

4.4.1 Obrázek 1 znázorňuje odhad hodnoty vstupní veličiny X_i a hodnocení nejistoty tohoto odhadu z neznámého rozdělení možných měřených hodnot $X_{i,r}$ nebo z rozdělení X_i , nebo rozdělení pravděpodobnosti $X_{i,r}$ které je vzorkováno na základě opakovaných pozorování.

2 The trapezoidal distribution is equivalent to the convolution of two rectangular distributions [10], one with a half-width a_1 equal to the mean half-width of the trapezoid, $a_1 = a(1 + \beta)/2$, the other with a half-width a_2 equal to the mean width of one of the triangular portions of the trapezoid, $a_2 = a(1 - \beta)/2$. The

variance of the distribution $u_2 = a_1^2/3 + a_2^2/3$. The convolved distribution can be interpreted as a rectangular distribution whose width $2a$, has itself an uncertainty represented by a rectangular distribution of width $2a_2$ and models the fact that the bounds on an input quantity are not exactly known. But even if a_2 is as large as 30 percent of a ,

u exceeds $a_1/\sqrt{3}$ by less than 5 percent.

4.3.10 It is important not to “double-count” uncertainty components. If a component of uncertainty arising from a particular effect is obtained from a Type B evaluation, it should be included as an independent component of uncertainty in the calculation of the combined standard uncertainty of the measurement result only to the extent that the effect does not contribute to the observed variability of the observations. This is because the uncertainty due to that portion of the effect that contributes to the observed variability is already included in the component of uncertainty obtained from the statistical analysis of the observations.

4.3.11 The discussion of Type B evaluation of standard uncertainty in 4.3.3 to 4.3.9 is meant only to be indicative. Further, evaluations of uncertainty should be based on quantitative data to the maximum extent possible, as emphasized in 3.4.1 and 3.4.2.

4.4 Graphical illustration of evaluating standard uncertainty

4.4.1 Figure 1 represents the estimation of the value of an input quantity X_i and the evaluation of the uncertainty of that estimate from the unknown distribution of possible measured values of $X_{i,r}$ or probability distribution of $X_{i,r}$ that is sampled by means of repeated observations.

4.4.2 Na obrázku 1a je předpoklad, že vstupní veličina X_i je teplota t a její neznámé rozdělení je normální rozdělení s očekávanou hodnotou $\mu = 100$ °C a směrodatnou odchylkou $\sigma = 1,5$ °C. Její hustota pravděpodobnosti (viz C.2.14) je tedy

$$p(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t - \mu_t}{\sigma}\right)^2\right]$$

POZNÁMKA

Definice hustoty pravděpodobnosti $p(z)$ vyžaduje, aby vyhověla vztahu $\int p(z) dz = 1$.

4.4.3 Obrázek 1b znázorňuje histogram $n = 20$ opakovaných pozorování t_k teploty t , za předpokladu, že jsou převzata náhodně z rozdělení na obrázku 1a. K sestavení histogramu je 20 pozorování nebo vzorků, jejichž hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1, seskupeno do intervalů širokých 1 °C. (Příprava histogramu samozřejmě není požadována pro statistickou analýzu dat).

Aritmetický průměr nebo střední hodnota \bar{t} pro $n = 20$ pozorování vypočítaný podle rovnice (3) je $\bar{t} = 100,145$ °C $\approx 100,14$ °C a je předpoklad, že je to nejlepší odhad očekávané hodnoty μ_t pro t sestavený na základě dostupných dat. Výběrová směrodatná odchylka $s(t_k)$ vypočítaná podle rovnice (4) je $s(t_k) = 1,489$ °C $\approx 1,49$ °C a výběrová směrodatná odchylka střední hodnoty $s(\bar{t})$ vypočítaná podle rovnice (5),

která je standardní nejistota $u(\bar{t})$ průměru \bar{t} je $u(\bar{t}) = s(\bar{t}) = s(t_k) / \sqrt{20} = 0,333$ °C $\approx 0,33$ °C. (Pro další výpočty je vhodné, aby všechny číslice byly zachovány.)

POZNÁMKA

Ačkoliv data v tabulce 1 nejsou pravděpodobná vzhledem k rozšířenému užívání vysoce rozlišovacích digitálních elektronických teploměrů, jsou pro ilustrativní účely a nemají být proto nutně interpretována jako popis skutečného měření.

4.4.2 In figure 1a it is assumed that the input quantity X_i is a temperature t and that its unknown distribution is a normal distribution with expectation $\mu = 100$ °C and standard deviation $\sigma = 1,5$ °C. Its probability density function (see C.2. 14) is then

NOTE

The definition of a probability density function $p(z)$ requires that the relation $\int p(z) dz = 1$ is satisfied.

4.4.3 Figure 1b shows a histogram of $n = 20$ repeated observations t_k of the temperature t that are assumed to have been taken randomly from the distribution of figure 1a. To obtain the histogram, the 20 observations or samples, whose values are given in table 1, are grouped into intervals 1 °C wide. (Preparation of a histogram is, of course, not required for the statistical analysis of the data.)

The arithmetic mean or average \bar{t} of the $n = 20$ observations calculated according to equation (3) is $\bar{t} = 100,145$ °C $\approx 100,14$ °C and is assumed to be the best estimate of the expectation μ_t of t based on the available data. The experimental standard deviation $s(t_k)$ calculated from equation (4) is $s(t_k) = 1,489$ °C $\approx 1,49$ °C, and the experimental standard deviation of the mean $s(\bar{t})$ calculated from equation (5), which is the standard

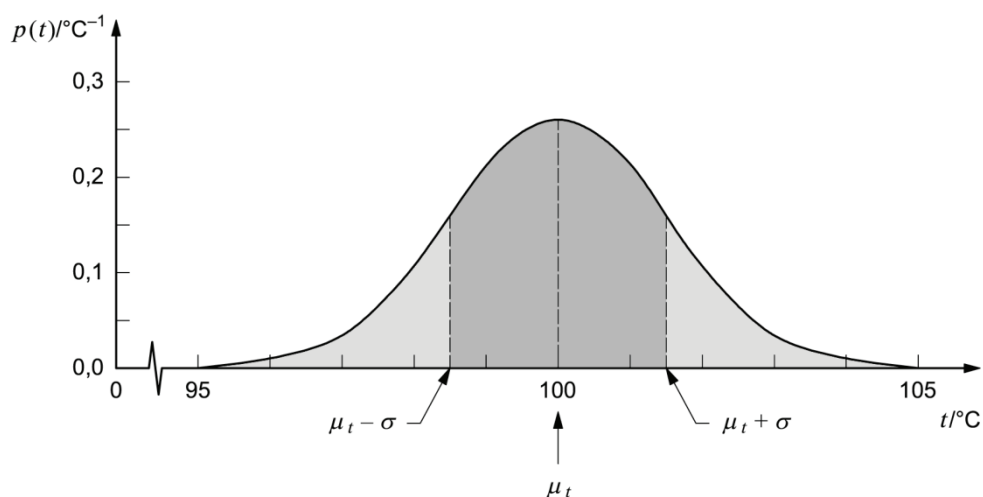
uncertainty $u(\bar{t})$ of the mean \bar{t} , is $u(\bar{t}) = s(\bar{t}) = s(t_k) / \sqrt{20} = 0,333$ °C $\approx 0,33$ °C. (For further calculations, it is likely that all of the digits would be retained.)

NOTE

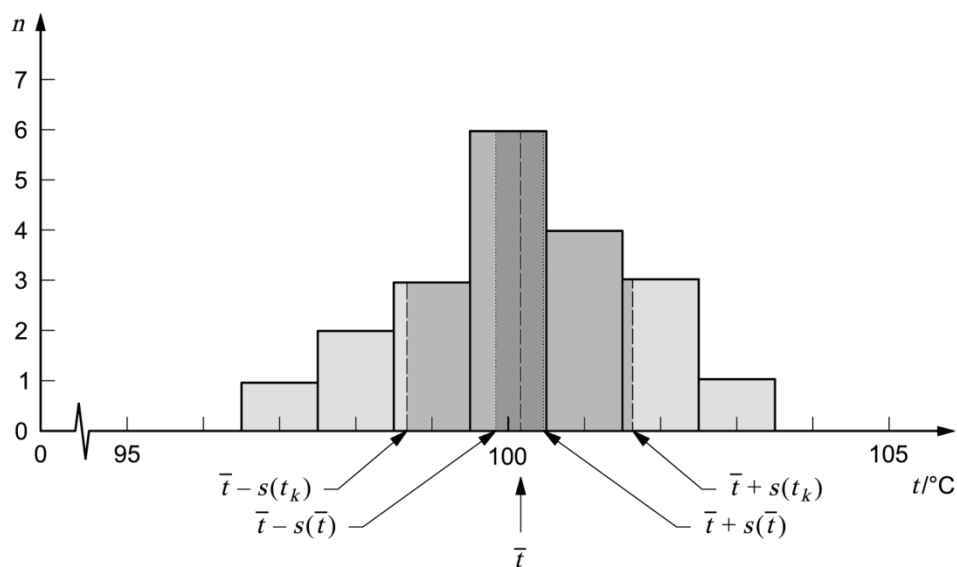
Although the data in table 1 are not implausible considering the widespread use of high-resolution digital electronic thermometers, they are for illustrative purposes and should not necessarily be interpreted as describing a real measurement.

Tabulka 1 – Dvacet opakovaných pozorování teploty t seskupených v intervalech 1 °CTable 1 – Twenty repeated observations of the temperature t grouped in 1 °C intervals

Interval $t_1 \leq t \leq t_2$		Teplota Temperature $t/^\circ\text{C}$
$t_1/^\circ\text{C}$	$t_2/^\circ\text{C}$	
94,5	95,5	–
95,5	96,5	–
96,5	97,5	96,90
97,5	98,5	98,18; 98,25
98,5	99,5	98,61; 99,03; 99,49
99,5	100,5	99,56; 99,74; 99,89; 100,07; 100,33; 100,42
100,5	101,5	100,68; 100,95; 101,11; 101,20
101,5	102,5	101,57; 101,84; 102,36
102,5	103,5	102,72
103,5	104,5	–
104,5	105,5	–



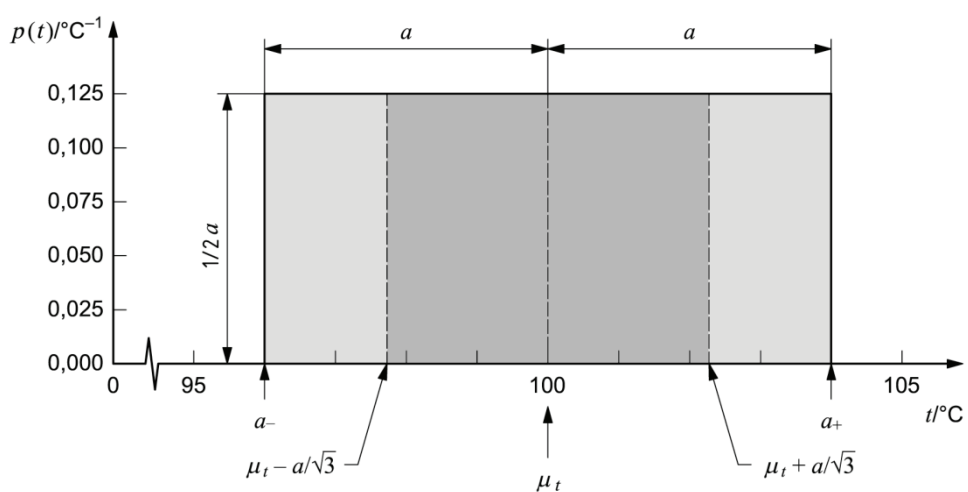
a)



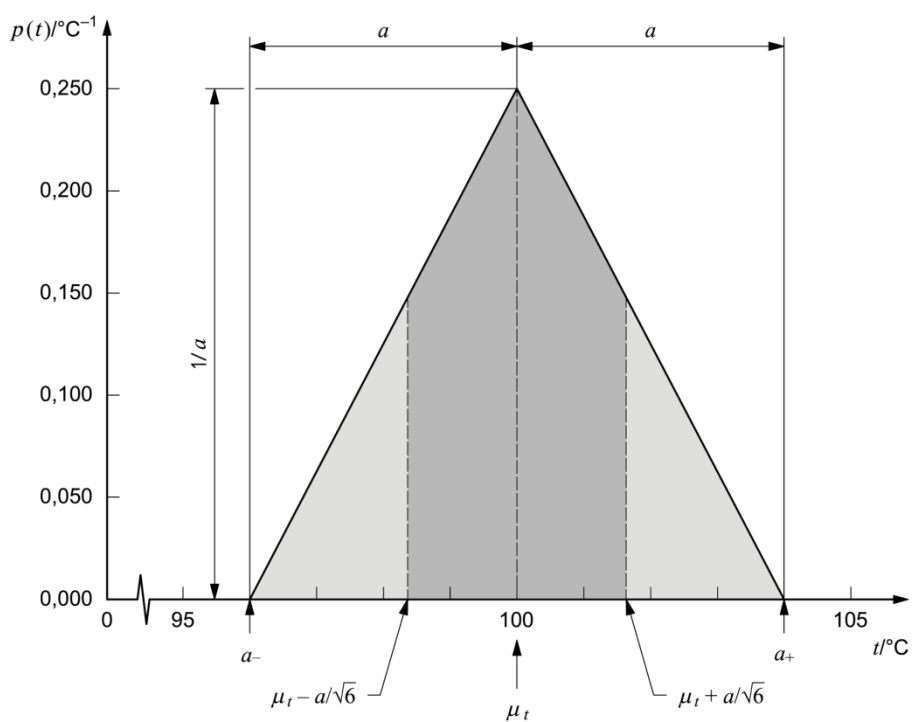
b)

Obrázek 1 – Grafické znázornění výpočtu standardní nejistoty vstupní veličiny z opakovaných pozorování

Figure 1 – Graphical illustration of evaluating the standard uncertainty of an input quantity from repeated observation



a)



b)

Obrázek 2 – Grafické znázornění výpočtu standardní nejistoty vstupní veličiny z *a priori*ho rozdělení

Figure 2 – Graphical illustration of evaluating the standard uncertainty of an input quantity from an *a priori* distribution

4.4.4 Obrázek 2 znázorňuje odhad hodnoty vstupní veličiny X_i a hodnocení nejistoty tohoto odhadu z *apriorního* rozdělení možných hodnot X_i nebo rozdělení pravděpodobnosti X_i založeném na všech dostupných informacích. Při znázornění obou případů se předpokládá, že vstupní veličina je opět teplota t .

4.4.5 V případě znázorněném na obrázku 2a se předpokládá, že je velmi málo informací dostupných ohledně vstupní veličiny t . Vše, co lze udělat, je to, že se předpokládá, že t má symetrické pravoúhlé *apriorní* rozdělení pravděpodobnosti mající dolní mez $a_- = 96\text{ °C}$ a horní mez $a_+ = 104\text{ °C}$ a tedy poloviční šířka $a = (a_+ - a_-)/2 = 4\text{ °C}$ (viz 4.3.7). Hustota pravděpodobnosti t je tedy

$$p(t) = 1/2a \text{ pro } a_- \leq t \leq a_+$$

$p(t) = 0$ ve všech ostatních případech.

Jak je uvedeno v 4.3.7, nejlepší odhad proměnné t je její očekávaná hodnota $\mu_t = (a_+ + a_-)/2 = 100\text{ °C}$. Toto vyplývá z C.3.1. Standardní nejistota tohoto odhadu je $u(\mu_t) = a/\sqrt{3} \approx 2,3\text{ °C}$, což vyplývá ze C.3.2 [viz rovnice (7)].

4.4.6 V případě znázorněném na obrázku 2b, se předpokládá, že dostupné informace ohledně proměnné t jsou méně limitovány a že t může být popsáno symetrickým trojúhelníkovým *apriorním* rozdělním, majícím stejnou dolní mez $a_- = 96\text{ °C}$, stejnou horní mez $a_+ = 104\text{ °C}$, a tedy stejnou poloviční šířku $a = (a_+ - a_-)/2 = 4\text{ °C}$ jako je v 4.4.5 (viz 4.3.9). Hustota pravděpodobnosti t je tedy

$$p(t) = (t - a_-) / a^2, \quad a_- \leq t \leq (a_+ + a_-) / 2$$

$$p(t) = (a_+ - t) / a^2, \quad (a_+ + a_-) / 2 \leq t \leq a_+$$

$$p(t) = 0, \text{ ve všech ostatních případech.}$$

otherwise.

Jak je uvedeno v 4.3.9, očekávaná hodnota proměnné t je $\mu_t = (a_+ + a_-)/2 = 100\text{ °C}$, která vyplývá z C.3.1.

Standardní nejistota tohoto odhadu je $u(\mu_t) = a / \sqrt{6} \approx 1,6\text{ °C}$, což vyplývá z C.3.2 [viz rovnice (9b)].

4.4.4 Figure 2 represents the estimation of the value of an input quantity X_i and the evaluation of the uncertainty of that estimate from an *a priori* distribution of possible values of X_i , or probability distribution of X_i , based on all of the available information. For both cases shown, the input quantity is again assumed to be a temperature t .

4.4.5 For the case illustrated in figure 2a, it is assumed that little information is available about the input quantity t and that all one can do is suppose that t is described by a symmetric, rectangular *a priori* probability distribution of lower bound $a_- = 96\text{ °C}$, upper bound $a_+ = 104\text{ °C}$, and thus half-width $a = (a_+ - a_-)/2 = 4\text{ °C}$ (see 4.3.7). The probability density function of t is then

$p(t) = 0$, otherwise.

As indicated in 4.3.7, the best estimate of t is its expectation $\mu_t = (a_+ + a_-)/2 = 100\text{ °C}$, which follows from C.3.1. The standard uncertainty of this estimate is $u(\mu_t) = a / \sqrt{3} \approx 2,3\text{ °C}$, which follows from C.3.2 [see equation (7)].

4.4.6 For the case illustrated in figure 2b, it is assumed that the available information concerning t is less limited and that t can be described by a symmetric, triangular *a priori* probability distribution of the same lower bound $a_- = 96\text{ °C}$, the same upper bound $a_+ = 104\text{ °C}$, and thus the same half-width $a = (a_+ - a_-)/2 = 4\text{ °C}$ as in 4.4.5 (see 4.3.9). The probability density function of t is then

As indicated in 4.3.9, the expectation of t is $\mu_t = (a_+ + a_-)/2 = 100\text{ °C}$, which follows from C.3.1.

The standard uncertainty of this estimate is $u(\mu_t) = a / \sqrt{6} \approx 1,6\text{ °C}$, which follows from C.3.2 [see equation (9b)].

Tuto výše uvedenou hodnotu $u(\mu_t) = 1,6 \text{ }^\circ\text{C}$ je dovoleno porovnávat s $u(\mu_t) = 2,3 \text{ }^\circ\text{C}$ získanou v 4.4.5 z pravouhlého rozdělení se stejnou $8 \text{ }^\circ\text{C}$ šířkou; s $\sigma = 1,5 \text{ }^\circ\text{C}$ normálního rozdělení na obrázku 1a, jehož šířka od $-2,58 \sigma$ do $+2,58 \sigma$ obsáhne 99 % rozdělení, je skoro $8 \text{ }^\circ\text{C}$; a s $u(\bar{t}) = 0,33 \text{ }^\circ\text{C}$ získanou v 4.4.3 z 20 náhodných pozorování z téhož normálního rozdělení.

The above value, $u(\mu_t) = 1,6 \text{ }^\circ\text{C}$, may be compared with $u(\mu_t) = 2,3 \text{ }^\circ\text{C}$ obtained in 4.4.5 from a rectangular distribution of the same $8 \text{ }^\circ\text{C}$ width; with $\sigma = 1,5 \text{ }^\circ\text{C}$ of the normal distribution of figure 1a whose $-2,58 \sigma$ to $+2,58 \sigma$ width, which encompasses 99 percent of the distribution, is nearly $8 \text{ }^\circ\text{C}$; and with $u(\bar{t}) = 0,33 \text{ }^\circ\text{C}$ obtained in 4.4.3 from 20 observations assumed to have been taken randomly from the same normal distribution.

5 URČENÍ KOMBINOVANÉ STANDARDNÍ NEJISTOTY

5.1 Nekorelované vstupní veličiny

Tato část se zabývá vstupními veličinami, které jsou navzájem **nezávislé** (C.3.7). Příklad, kde dvě nebo více vstupních veličin jsou příbuzné, tj. jsou navzájem závislé nebo **korelované** (C.2.8), je vysvětlen v 5.2.

5.1.1 Standardní nejistota y , kde y je odhad měřené veličiny Y a tedy výsledek měření, je získána vhodnou kombinací standardních nejistot odhadů vstupů x_1, x_2, \dots, x_N (viz 4.1). Tato kombinovaná standardní nejistota odhadu y je označena $u_c(y)$.

POZNÁMKA

Z podobných důvodů, jaké jsou uvedeny v poznámce k 4.3.1, jsou značky $u_c(y)$ a $u_c^2(y)$ použity ve všech případech.

5.1.2 Kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$ je kladná hodnota druhé odmocniny kombinovaného rozptylu $u_c^2(y)$, který je získán z

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) \quad (10)$$

kde f je funkce daná rovnicí (1). Každá $u(x_i)$ je standardní nejistota vyhodnocená jak je popsáno v 4.2 (hodnocení způsobem A) nebo v 4.3 (hodnocení způsobem B). Kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$ je odhad směrodatné odchylky a charakterizuje rozptýlení hodnot, které by mohly odůvodněně být přiřazeny měřené veličině Y (viz 2.2.3).

Rovnice (10) a její protějšek pro korelované vstupní veličiny, rovnice (13), jsou obě založeny na aproximaci lineární Taylorovy řady pro $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$, vyjadřující to, co je v tomto pokynu *zákon o šíření nejistoty* (viz E.3.1 a E.3.2).

5 DETERMINING COMBINED STANDARD UNCERTAINTY

5.1 Uncorrelated input quantities

This subclause treats the case where all input quantities are **independent** (C.3.7). The case where two or more input quantities are related, that is, are interdependent or **correlated** (C.2.8), is discussed in 5.2.

5.1.1 The standard uncertainty of y , where y is the estimate of the measurand Y and thus the result of the measurement, is obtained by appropriately combining the standard uncertainties of the input estimates x_1, x_2, \dots, x_N (see 4.1). This combined standard uncertainty of the estimate y is denoted by $u_c(y)$.

NOTE

For reasons similar to those given in the note to 4.3.1, the symbols $u_c(y)$ and $u_c^2(y)$ are used in all cases.

5.1.2 The combined standard uncertainty $u_c(y)$ is the positive square root of the combined variance, $u_c^2(y)$ which is given by

where f is the function given in equation (1). Each $u(x_i)$ is a standard uncertainty evaluated as described in 4.2 (Type A evaluation) or as in 4.3 (Type B evaluation). The combined standard uncertainty $u_c(y)$ an estimated standard deviation and characterizes the dispersion of the values that could reasonably be attributed to the in-measurand Y (see 2.2.3).

Equation (10) and its counterpart for correlated input quantities, equation (13), both of which are based on a first-order Taylor series approximation of $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$, express what is termed in this Guide the *law of propagation of uncertainty* (see E.3.1 and E.3.2).

POZNÁMKA

Pokud je nelinearita f významná, členy vyššího řádu rozšířené Taylorovy řady musí být zahrnuty do výrazu

pro $u_c^2(y)$, rovnice (10). Když rozdělení každé X_i je symetrické kolem své střední hodnoty, pak nejdůležitějšími členy vyššího řádu, které jsou přidány k členům rovnice (10), jsou

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right]^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j \partial x_j^2} \right] u^2(x_i) u^2(x_j)$$

Příklad situace, kde příspěvek členů vyššího řádu k $u_c^2(y)$ je nutné brát v úvahu, viz H.1.

5.1.3 Parciální derivace $\partial f / \partial x_i$ jsou rovny $\partial f / \partial X_i$ vyhodnocené z $X_i = x_i$ (viz níže uvedená poznámka 1). Tyto derivace, často značené jako koeficienty citlivosti, vysvětlují, jak se odhad výstupu y mění v závislosti na změnách hodnot vstupních odhadů x_1, x_2, \dots, x_N . Zvláště změna y vytvořená malými změnami Δx_i odhadu vstupu x_i je dána vztahem $(\Delta y)_i = (\partial f / \partial x_i)(\Delta x_i)$. Jestliže tato změna je vytvářena standardní nejistotou odhadu x_i , pak odpovídající rozptyl y je $(\partial f / \partial x_i) u(x_i)$. Kombinovaný rozptyl $u_c^2(y)$ může být znázorněn jako součet členů, z nichž každý vyjadřuje rozptyl příslušný odhadu výstupu y , vytvořený odhadem rozptylu příslušného odhadu vstupu x_i . To vede k zápisu rovnice (10)

NOTE

When the nonlinearity of f is significant, higher-order terms in the Taylor series expansion must be

included in the expression for $u_c^2(y)$, equation (10). When the distribution of each X_i is symmetric about its mean, the most important terms of next highest order to be added to the terms of equation (10) are

See H.1 for an example of a situation where the contribution of higher-order terms to $u_c^2(y)$ needs to be considered.

5.1.3 The partial derivatives $\partial f / \partial x_i$ are equal to $\partial f / \partial X_i$ evaluated at $X_i = x_i$ (see note 1 below). These derivatives, often called sensitivity coefficients, describe how the output estimate y varies with changes in the values of the input estimates x_1, x_2, \dots, x_N . In particular, the change in y produced by a small change Δx_i in input estimate x_i is given by $(\Delta y)_i = (\partial f / \partial x_i)(\Delta x_i)$. If this change is generated by the standard uncertainty of the estimate x_i , the corresponding variation in y is $(\partial f / \partial x_i) u(x_i)$. The combined variance $u_c^2(y)$ can therefore be viewed as a sum of terms, each of which represents the estimated variance associated with the output estimate y generated by the estimated variance associated with each input estimate x_i . This suggests writing equation (10) as

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2 \equiv \sum_{i=1}^N u_i^2(y) \quad (11a)$$

kde

where

$$c_i \equiv \partial f / \partial x_i, \quad u_i(y) \equiv |c_i| u(x_i) \quad (11b)$$

POZNÁMKY

1 Přesně řečeno, parciální derivace $\partial f / \partial x_i = \partial f / \partial X_i$ jsou hodnoceny z předpokládaných hodnot X_i . Avšak v praxi jsou parciální derivace odhadnuty následně:

NOTES

1 Strictly speaking, the partial derivatives are $\partial f / \partial x_i = \partial f / \partial X_i$ evaluated at the expectations of the X_i . However, in practice, the partial derivatives are estimated by

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = \frac{\partial f}{\partial X_j} \Big|_{x_1, x_2, \dots, x_N}$$

- 2 Kombinovanou standardní nejistotu $u_c(y)$ je dovoleno číselně vypočítat nahrazením $c_j u(x_j)$ v rovnici (11a)
- 2 The combined standard uncertainty $u_c(y)$ may be calculated numerically by replacing $c_j u(x_j)$ in equation (11a) with

$$Z_j = \frac{1}{2} \{f[x_1, \dots, x_j + u(x_j), \dots, x_N] - f[x_1, \dots, x_j - u(x_j), \dots, x_N]\}$$

Tedy $u_j(y)$ je číselně určena výpočtem změn y z důvodu změny x_j a to jak kladné změny $+u(x_j)$, tak záporné změny $-u(x_j)$. Hodnota $u_j(y)$ může být brána jako $|Z_j|$ a hodnota odpovídajícího koeficientu citlivosti c_j jako $Z_j/u(x_j)$.

PŘÍKLAD

Pro příklad v 4.1.1 jsou použity stejné značky pro veličinu a její odhad a to z důvodu zjednodušení označování,

That is, $u_j(y)$ is evaluated numerically by calculating the change in y due to a change in x_j of $+u(x_j)$ and of $-u(x_j)$. The value of $u_j(y)$ may then be taken as $|Z_j|$ and the value of the corresponding sensitivity coefficient c_j as $Z_j/u(x_j)$.

EXAMPLE

For the example of 4.1.1, using the same symbol for both the quantity and its estimate for simplicity of notation,

$$c_1 \equiv \partial P / \partial V = 2V / \{R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]\} = 2P/V$$

$$c_2 \equiv \partial P / \partial R_0 = -V^2 / \{R_0^2 [1 + \alpha(t - t_0)]\} = -P/R_0$$

$$c_3 \equiv \partial P / \partial \alpha = -V^2 (t - t_0) / \{R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]^2\} \\ = -P(t - t_0) / [1 + \alpha(t - t_0)]$$

$$c_4 \equiv \partial P / \partial t = -V^2 \alpha / \{R_0 [1 + \alpha(t - t_0)]^2\} \\ = -P\alpha / [1 + \alpha(t - t_0)]$$

a

and

$$u^2(P) = \left[\frac{\partial P}{\partial V} \right]^2 u^2(V) + \left[\frac{\partial P}{\partial R_0} \right]^2 u^2(R_0) + \left[\frac{\partial P}{\partial \alpha} \right]^2 u^2(\alpha) + \left[\frac{\partial P}{\partial t} \right]^2 u^2(t)$$

$$= [c_1 u(V)]^2 + [c_2 u(R_0)]^2 + [c_3 u(\alpha)]^2 + [c_4 u(t)]^2$$

$$= u_1^2(P) + u_2^2(P) + u_3^2(P) + u_4^2(P)$$

5.1.4 Místo výpočtu z funkce f , jsou koeficienty citlivosti $\partial f/\partial x_i$ někdy určovány experimentálně mírou změny Y vyvolané změnami jednotlivých X_i , zatímco zbývající vstupní veličiny se udržují konstantní. V tomto případě, znalost funkce f (nebo její části, když jsou takto určovány pouze některé činitele citlivosti) je odpovídajícím způsobem redukována na empirickém rozvoji lineární Taylorovy řady postaveném na základě měření koeficientů citlivosti.

5.1.5 Jestliže rovnice (1) pro měřené veličiny Y je rozšířená o jmenovité hodnoty $X_{i,0}$ vstupních veličin X_i , potom v případě prvního přiblížení (které je obvykle považováno za adekvátní aproximaci) $Y = Y_0 + c_1 \delta_1 + c_2 \delta_2 + \dots + c_N \delta_N$ je $Y_0 = f(X_{1,0}, X_{2,0}, \dots, X_{N,0})$, $c_i = (\partial f/\partial x_i)$ vyhodnocené při hodnotách $X_i = X_{i,0}$ a $\delta_i = X_i - X_{i,0}$. Proto pro účely analýzy nejistoty je měřená veličina obvykle vyjádřena pomocí lineární funkce svých proměnných a to transformací vstupních veličin z X_i do δ_i (viz E.3.1).

PŘÍKLAD

Podle příkladu 2 v 4.3.7 je odhad hodnoty měřené veličiny $V = \bar{V} + \Delta \bar{V}$, kde $\bar{V} = 0,928\ 571\ V$, $u(\bar{V}) = 12\ \mu V$, přidaná korekce $\Delta \bar{V} = 0$ a $u(\Delta \bar{V}) = 8,7\ \mu V$. Jelikož $\partial V/\partial \bar{V} = 1$ a $\partial V/\partial(\Delta \bar{V}) = 1$, pak kombinovaný rozptyl příslušný k V je dán

$$\begin{aligned} u_c^2(V) &= u^2(\bar{V}) + u^2(\Delta \bar{V}) = (12\ \mu V)^2 + (8,7\ \mu V)^2 \\ &= 219 \times 10^{-12}\ V^2 \end{aligned}$$

a kombinovaná standardní nejistota je $u_c(V) = 15\ \mu V$, která odpovídá relativní kombinované standardní nejistotě $u_c(V)/V$ rovnající se 16×10^{-6} (viz 5.1.6). To je případ, kde měřená veličina je již lineární funkcí veličin, na kterých je závislá a to s koeficientem $c_i = +1$. Z rovnice (10) vyplývá, jelikož $Y = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_N X_N$ a konstanty $c_i = +1$ nebo -1 , potom $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N u^2(x_i)$.

5.1.6 Pokud má Y tvar $Y = cX_1^{p_1} X_2^{p_2} \dots X_N^{p_N}$ a jsou známy exponenty p_i jako kladná nebo záporná čísla, která mají zanedbatelné nejistoty, pak kombinovaný rozptyl, rovnice (10), může být vyjádřen následovně:

5.1.4 Instead of being calculated from the function f , sensitivity coefficients $\partial f/\partial x_i$ are sometimes determined experimentally: one measures the change in Y produced by a change in a particular X_i while holding the remaining input quantities constant. In this case, the knowledge of the function f (or a portion of it when only several sensitivity coefficients are so determined) is accordingly reduced to an empirical first-order Taylor series expansion based on the measured, sensitivity coefficients.

5.1.5 If equation (1) for the measurand Y is expanded about nominal values $X_{i,0}$ of the input quantities X_i , then, to first order (which is usually an adequate approximation), $Y = Y_0 + c_1 \delta_1 + c_2 \delta_2 + \dots + c_N \delta_N$ where $Y_0 = f(X_{1,0}, X_{2,0}, \dots, X_{N,0})$, $c_i = (\partial f/\partial x_i)$ evaluated at $X_i = X_{i,0}$ and $\delta_i = X_i - X_{i,0}$. Thus, for the purposes of an analysis of uncertainty, a measurand is usually approximated by a linear function of its variables by transforming its: input quantities from X_i to δ_i (see E.3.1).

EXAMPLE

From example 2 of 4.3.7, the estimate of the value of the measurand V is $V = \bar{V} + \Delta \bar{V}$, where $\bar{V} = 0,928\ 571\ V$, $u(\bar{V}) = 12\ \mu V$, the additive correction $\Delta \bar{V} = 0$, and $u(\Delta \bar{V}) = 8,7\ \mu V$. Since $\partial V/\partial \bar{V} = 1$ and $\partial V/\partial(\Delta \bar{V}) = 1$ the combined associated with V is given by

the combined standard uncertainty is $u_c(V) = 15\ \mu V$, which corresponds to a relative combined standard uncertainty $u_c(V)/V$ of 16×10^{-6} (see 5.1.6). This is an example of the case where the measurand is already a linear function of the quantities on which it depends, with coefficients $c_i = +1$. It follows from equation(10) that if $Y = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_N X_N$ and if the constants $c_i = +1$ or -1 , then $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N u^2(x_i)$.

5.1.6 If Y is of the form $Y = cX_1^{p_1} X_2^{p_2} \dots X_N^{p_N}$ and the exponents p_i are known positive or negative numbers having negligible uncertainties, the combined variance, equation (10), can be expressed as

$$[u_c(y)/y]^2 = \sum_{i=1}^N [p_i u(x_i)/x_i]^2 \quad (12)$$

Tato rovnice má stejný tvar jako rovnice (11a), ale s kombinovaným rozptylem $u_c^2(y)$ vyjádřeným jako *relativní kombinovaný rozptyl* $[u_c(y)/y]^2$ a odhad rozptylu $u^2(x_i)$ spojený s každým odhadem vstupu vyjádřeným jako odhad *relativního rozptylu* $[u(x_i)/x_i]^2$. [Relativní kombinovaná standardní nejistota je $u_c(y)/y$ a relativní standardní nejistota každého odhadu vstupu je $u(x_i)/x_i$, s $y \neq 0$ a $x_i \neq 0$].

POZNÁMKY

1 Pokud má Y tento tvar, jeho transformace na lineární funkci veličin (viz 5.1.5) byla již dosažena dosazením $X_i = X_{i0}(1 + \delta_i)$, pak následující apro-

ximační vztah vzniká: $(Y - Y_0)/Y_0 = \sum_{i=1}^N p_i \delta_i$. Na druhé straně,

logaritmická transformace $Z = \ln Y$ a $W_i = \ln X_i$ vede k přesné linearizaci ve smyslu nových proměnných:

$$Z = \ln c + \sum_{i=1}^N p_i W_i.$$

2 Jestliže každá p_i je rovna buď +1 nebo -1, tak rov-

nice (12) se mění na $[u_c(y)/y]^2 = \sum_{i=1}^N [u(x_i)/x_i]^2$, která ukazuje, že pro tento zvláštní případ relativní kombinovaný rozptyl spojený s odhadem y se jednoduše rovná součtu relativních rozptylů spojených se vstupními odhady x_i .

5.2 Korelované vstupní veličiny

5.2.1 Rovnice (10) a ostatní, které jsou z nich odvozovány jako například rovnice (11) a (12) jsou platné pouze v případě, že vstupní veličiny X_i jsou nezávislé nebo nekorelované (náhodné veličiny a nefyzikální veličiny, o kterých se předpokládá, že jsou neměnné – viz 4.1.1, poznámka 1). Jestli některé z X_i jsou významně korelované, tak korelace musí být brána v úvahu.

5.2.2 Pokud jsou vstupní veličiny korelované, tak nejvhodnější vyjádření kombinovaného rozptylu $u_c^2(y)$ spojeného s výsledkem měření je

This is of the same form as equation (11a) but with the combined variance $u_c^2(y)$ expressed as a *relative combined variance* $[u_c(y)/y]^2$ and the estimated variance $u^2(x_i)$ associated with each input estimate expressed as an estimated *relative variance* $[u(x_i)/x_i]^2$. [The *relative combined standard uncertainty* is $u_c(y)/y$ and the *relative standard uncertainty* of each input estimate is $u(x_i)/x_i$, $y \neq 0$ and $x_i \neq 0$].

NOTES

1 When Y has this form, its transformation to a linear function of variables (see 5.1.5) is readily achieved by setting $X_i = X_{i0}(1 + \delta_i)$, for then the following approximate relation results: $(Y - Y_0)/Y_0$

$= \sum_{i=1}^N p_i \delta_i$. On the other hand, the logarithmic transformation $Z = \ln Y$ and $W_i = \ln X_i$ leads to an exact linearization in terms of the new variables:

$$Z = \ln c + \sum_{i=1}^N p_i W_i.$$

2 If each p_i is either +1 or -1, equation (12) be-

comes $[u_c(y)/y]^2 = \sum_{i=1}^N [u(x_i)/x_i]^2$, which shows that for this special case the relative combined variance associated with the estimate y is simply equal to the sum of the estimated relative variances associated with the input estimates x_i .

5.2 Correlated input quantities

5.2.1 Equation (10) and those derived from it such as equations (11) and (12) are valid only if the input quantities X_i are independent or uncorrelated. (the random variables, not the physical quantities that are assumed to be invariants – see 4.1.1, note 1). If some of the X_i are significantly correlated, the correlations must be taken into account.

5.2.2 When the input quantities are correlated, the appropriate expression for the combined variance $u_c^2(y)$ associated with the result of a measurement is

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \quad (13)$$

kde x_i a x_j jsou odhady X_i a X_j a $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$ je odhad kovariance k x_i and x_j . Stupeň korelace mezi x_i a x_j je charakterizován odhadem **korelačního koeficientu** (C.3.6)

where x_i and x_j are the estimates of X_i and X_j and $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$ is the estimated covariance associated x_i and x_j . The degree of correlation between x_i and x_j is characterized by the estimated **correlation coefficient** (C.3.6)

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) u(x_j)} \quad (14)$$

kde $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$, a $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq +1$. Jestliže odhady x_i a x_j jsou nezávislé, tak $r(x_i, x_j) = 0$ a změna jednoho nevyvolává předpokládanou změnu druhého (viz další vysvětlení v C.2.8, C.3.6 a C.3.7).

where $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$, and $-1 \leq r(x_i, x_j) \leq +1$. If the estimates x_i and x_j are independent, $r(x_i, x_j) = 0$, and a change in one does not imply an expected change in the other. (See C.2.8, C.3.6, and C.3.7 for further discussion.)

Pomocí korelačních koeficientů, které jsou snadněji vysvětlitelné než kovariance, je člen kovariance v rovnici (13) dovoleno psát takto

In terms of correlation coefficients, which are more readily interpreted than covariances, the covariance term of equation (13) may be written as

$$2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (15)$$

Z rovnice (13) bude za pomoci rovnice (11b)

Equation (13) then becomes, with the aid of equation (11b),

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (16)$$

POZNÁMKY

1 Ve zvláštním případě, kde všechny odhady vstupů jsou korelované s korelačními koeficienty $r(x_i, x_j) = +1$, rovnice (16) se redukuje na

NOTES

1 For the very special case where all of the input estimates are correlated with correlation coefficients $r(x_i, x_j) = +1$, equation (16) reduces to

$$u_c^2(y) = \left[\sum_{i=1}^N c_i u(x_i) \right]^2 = \left[\sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right]^2$$

Kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$ je tedy jednoduše *lineární součet* členů vyjadřující rozptyl výstupního odhadu y , vytvořený standardní nejistotou každého vstupního odhadu x_i (viz 5.1.3). [Tento lineární součet se nemá zaměňovat s podobným výrazem zákona o rozšíření chyb, i když má stejný tvar; standardní nejistoty nejsou chyby (viz E.3.2).]

PŘÍKLAD

Deset rezistorů, každý s jmenovitým odporem $R_i = 1\,000\ \Omega$, bylo kalibrováno se zanedbatelnou nejistotou v porovnání se stejným etalonovým rezistorem $R_s = 1\,000\ \Omega$, charakterizovaným standardní nejistotou $u(R_s) = 100\ \text{m}\Omega$, jak je uvedeno v jeho kalibračním certifikátu. Rezistory jsou spojené do serie drátem, který má zanedbatelný odpor, aby se získal referenční odpor R_{ref} s jmenovitou hodnotou 10 k Ω .

Tedy $R_{\text{ref}} = f(R_i) = \sum_{i=1}^{10} R_i$. Dokud platí, že $r(x_i, x_j) =$

$r(R_i, R_j) = +1$ pro každý pár rezistorů (viz F.1.2.3, příklad 2), platí rovnice této poznámky. Pokud pro každý rezistor platí $\partial f / \partial x_i = \partial R_{\text{ref}} / \partial R_i = 1$ a $u(x_i) = u(R_i) = u(R_s)$ (viz F.1.2.3, příklad 2), tak rovnice poskytuje pro R_{ref} kombinovanou standardní nejistotu $u_c(R_{\text{ref}})$

$$= \sum_{i=1}^{10} u(R_s) = 10 \times (100\ \text{m}\Omega) = 1\ \Omega. \text{ Výsledek } u_c(R_{\text{ref}}) \\ = \left[\sum_{i=1}^{10} u^2(R_s) \right]^{1/2} = 0,32\ \Omega \text{ získaný pomocí rovnice (10)}$$

je nesprávný, protože nebere v úvahu, že všechny kalibrované hodnoty deseti rezistorů jsou korelované.

- 2 Odhadnuté rozptyly $u^2(x_i)$ a odhady kovariancí $u(x_i, x_j)$ mohou být považovány za členy kovarianční matice mající členy u_{ij} . Diagonální členy matice u_{ii} jsou rozptyly $u^2(x_i)$, zatímco ostatní členy mimo diagonálu u_{ij} ($i \neq j$) jsou kovariance $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$. Jestliže dva odhady vstupů jsou nekorelované, pak jejich příslušná kovariance a odpovídající členy u_{ij} a u_{ji} kovarianční matice jsou nulové. Jestliže vstupní odhady jsou všechny nekorelované, pak všechny členy mimo diagonálu jsou nulové a kovarianční matice je diagonální. (Viz také C.3.5).
- 3 Pro účely číselného hodnocení je dovoleno rovnici (16) psát takto

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N Z_i Z_j r(x_i, x_j)$$

kde Z_i je uvedeno v 5.1.3, poznámka 2.

- 4 Jestliže X_i speciálního tvaru uvažovaného v 5.1.6 jsou korelované, pak následující členy

The combined standard uncertainty $u_c(y)$ is thus simply a *linear sum* of terms representing the variation of the output estimate y generated by the standard uncertainty of each input estimate x_i (see 5.1.3). [This linear sum should not be confused with the general law of error propagation although it has a similar form; standard uncertainties are not errors (see E.3.2).]

EXAMPLE

Ten resistors, each of nominal resistance $R_i = 1\,000\ \Omega$, are calibrated with a negligible uncertainty of comparison in terms of the same $1\,000\ \Omega$ standard resistor R_s characterized by a standard uncertainty $u(R_s) = 100\ \text{m}\Omega$ as given in its calibration certificate. The resistors are connected in series with wires having negligible resistance in order to obtain a reference resistance R_{ref} of nominal value 10 k Ω .

Thus $R_{\text{ref}} = f(R_i) = \sum_{i=1}^{10} R_i$. Since $r(x_i, x_j) = r(R_i, R_j)$

$= +1$ for each resistor pair (see F.1.2.3, example 2), the equation of this note applies. Since for each resistor $\partial f / \partial x_i = \partial R_{\text{ref}} / \partial R_i = 1$, and $u(x_i) = u(R_i) = u(R_s)$ (see F.1.2.3, example 2), that equation yields for the combined

$$\text{standard uncertainty of } R_{\text{ref}}, u_c(R_{\text{ref}}) = \sum_{i=1}^{10} u(R_s) = \\ 10 \times (100\ \text{m}\Omega) = 1\ \Omega. \text{ The result } u_c(R_{\text{ref}}) = \left[\sum_{i=1}^{10} u^2(R_s) \right]^{1/2}$$

$= 0,32\ \Omega$ obtained from equation (10) is incorrect because it does not take into account that all of the calibrated values of the ten resistors are correlated.

- 2 The estimated variances $u^2(x_i)$ and estimated covariances $u(x_i, x_j)$ may be considered as the elements of a covariance matrix with elements u_{ij} . The diagonal elements u_{ii} of the matrix are the variances $u^2(x_i)$, while the off-diagonal elements u_{ij} ($i \neq j$) are the covariances $u(x_i, x_j) = u(x_j, x_i)$. If two input estimates are uncorrelated, their associated covariance and the corresponding elements u_{ij} and u_{ji} of the covariance matrix are 0. If the input estimates are all uncorrelated, all of the off-diagonal elements are zero and the covariance matrix is diagonal. (See also C.3.5.)
- 3 For the purposes of numerical evaluation, equation (16) may be written as

where Z_i is given in 5.1.3, note 2.

- 4 If the X_i of the special form considered in 5.1.6 are correlated, then the terms

$$2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N [\rho_i u(x_i) / x_i] [\rho_j u(x_j) / x_j] r(x_i, x_j)$$

musí být přičteny k pravé straně rovnice (12):

must be added to the right-hand side of equation (12).

5.2.3 Uvažují se dva aritmetické průměry \bar{q} a \bar{r} , které odhadují očekávané hodnoty μ_q a μ_r dvou nahodile proměnných veličin q a r a dovolují \bar{q} a \bar{r} vypočítat z n nezávislých párů současných pozorování q a r provedených za stejných podmínek měření (viz B.2.15). Potom kovariance (viz C.3.4) z \bar{q} a \bar{r} je odhanuta podle

5.2.3 Consider two arithmetic means \bar{q} and \bar{r} that estimate the expectations μ_q and μ_r of two randomly varying quantities q and r , and let \bar{q} and \bar{r} be calculated from n independent pairs of simultaneous observations of q and r made under the same conditions of measurement (see B.2.15). Then the covariance (see C.3.4) of \bar{q} and \bar{r} is estimated by

$$s(\bar{q}, \bar{r}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})(r_k - \bar{r}) \quad (17)$$

kde q_k a r_k jsou jednotlivá pozorování veličin q a r , \bar{q} a \bar{r} jsou vypočítány z pozorování podle rovnice (3). Jestliže pozorování jsou ve skutečnosti nekorelovaná, pak se očekává, že vypočítaná hodnota kovariance bude blízká nule.

Where q_k and r_k are the individual observations of the quantities q and r , and \bar{q} and \bar{r} are calculated from the observations according to equation (3). If in fact the observations are uncorrelated, the calculated covariance is expected to be near 0.

Tedy odhad kovariance dvou korelovaných vstupních veličin X_i a X_j , které jsou odhadnuty z průměrů \bar{X}_i a \bar{X}_j , určeno z párů nezávislých opakovaných současných pozorování, je dán rovnicí $u(x_i, x_j) = s(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$, s $s(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$ vypočítanou podle rovnice (17). Použití rovnice (17) je hodnocení kovariance způsobem A. Odhad koeficientu korelace pro \bar{X}_i a \bar{X}_j je získán z rovnice (14):

Thus the estimated covariance of two correlated input quantities X_i and X_j that are estimated by the means \bar{X}_i and \bar{X}_j determined from independent pairs of repeated simultaneous observations is given by $u(x_i, x_j) = s(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$, with $s(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$ calculated according to equation (17). This application of equation (17) is a Type A evaluation of covariance.

The estimated correlation coefficient of \bar{X}_i and \bar{X}_j is obtained from equation (14):

$$r(x_i, x_j) = r(\bar{X}_i, \bar{X}_j) = s(\bar{X}_i, \bar{X}_j) / [s(\bar{X}_i)s(\bar{X}_j)].$$

$$r(x_i, x_j) = r(\bar{X}_i, \bar{X}_j) = s(\bar{X}_i, \bar{X}_j) / [s(\bar{X}_i)s(\bar{X}_j)].$$

POZNÁMKA

Příklady, kde je nutno použít kovariance, jak jsou vypočítány z rovnice (17) jsou uvedeny v příloze H.2 a H.4.

NOTE

Examples where it is necessary to use covariances as calculated from equation (17) are given in H.2 and H.4.

5.2.4 Významná korelace je dovolena mezi dvěma vstupními veličinami, jestliže bude použit při jejím určení stejný měřicí přístroj, shodné fyzikální měření etalonu nebo shodné referenční hodnoty, které mají významnou standardní nejistotu. Například, jestliže určitý teploměr je použit pro určení teplotní korekce potřebné při odhadu hodnoty vstupní veličiny X_i , a stejný teploměr je použit pro určení podobné teplotní korekce potřebné při odhadu hodnoty vstupní veličiny X_j , pak obě vstupní veličiny mohou být významně korelované. Korelace mezi X_i a X_j je odstraněna, jestliže X_i a X_j jsou v tomto příkladu znovu stanovené, aby byly nekorigovanými veličinami a veličiny, které jsou určeny pomocí kalibrační křivky teploměru, jsou zahrnuty jako dodatečné vstupní veličiny s nezávislými standardními nejistotami. (Viz další výklad v F.1.2.3 a F.1.2.4).

5.2.5 Korelace mezi vstupními veličinami nemohou být ignorovány, jestliže existují a jsou významné. Příslušná kovariance má být vyhodnocena experimentálně, pokud možno změnami korelovaných vstupních veličin (viz C.3.6, poznámka 3) nebo pomocí dostupných informací ohledně korelační proměnlivosti předmětných veličin (vyhodnocení kovariance způsobem B). Přehled postavený na zkušenosti a obecné znalosti (viz 4.3.1 a 4.3.2) je zvláště potřebný, když se provádí odhad úrovně korelace mezi vstupními veličinami, vznikající vlivem společného ovlivnění veličin jako je teplota okolí, atmosférický tlak a vlhkost. V mnoha případech mají efekty takových vlivů zanedbatelnou vzájemnou závislost. Proto ovlivněné vstupní veličiny mohou být pokládány za nekorelované. Jestliže se však nemůže předpokládat, že jsou nekorelované, korelace samy sebe mohou zbavit účinnosti, pokud společné vlivy jsou zavedeny jako přidané nezávislé vstupní veličiny, jak je uvedeno v 5.2.4.

5.2.4 There may be significant correlation between two input quantities if the same measuring instrument, physical measurement standard, or reference datum having a significant standard uncertainty is used in their determination. For example, if a certain thermometer is used to determine a temperature correction required in the estimation of the value of input quantity X_i , and the same thermometer is used to determine a similar temperature correction required in the estimation of input quantity X_j , the two input quantities could be significantly correlated. However, if X_i and X_j in this example are redefined to be the uncorrected quantities and the quantities that define the calibration curve for the thermometer are included as additional input quantities with independent standard uncertainties, the correlation between X_i and X_j is removed. (See F. 1.2.3 and F. 1.2.4 for further discussion.)

5.2.5 Correlations between input quantities cannot be ignored if present and significant. The associated covariances should be evaluated experimentally if feasible by varying the correlated input quantities (see C.3.6, note 3), or by using the pool of available information on the correlated variability of the quantities in question (Type B evaluation of covariance). Insight based on experience and general knowledge (see 4.3.1 and 4.3.2) is especially required when estimating the degree of correlation between input quantities arising from the effects of common influences, such as ambient temperature, barometric pressure, and humidity. Fortunately, in many cases, the effects of such influences have negligible interdependence and the affected input quantities can be assumed to be uncorrelated. However, if they cannot be assumed to be uncorrelated, the correlations themselves can be avoided if the common influences are introduced as additional independent input quantities as indicated in 5.2.4.

6 Určení rozšířené nejistoty

6.1 Úvod

6.1.1 Doporučení INC-1 (1980) pracovní skupiny pro vyjádření nejistoty na jejichž základě byl vypracován tento *pokyn* (viz úvod) a doporučení 1 (CI-1981) a 1 (CI-1986) vypracované CIPM, která odsouhlasila a znovu potvrdila závěry INC-1 (1980) (viz A.2 a A.3), obhajují použití kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$ jako parametru pro kvantitativní vyjádření nejistoty výsledku měření. Ovšem ve svém druhém doporučení CIPM požadoval, aby to, co je nyní pojmenováno kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$ bylo užíváno „všemi zúčastněnými v případě podávání výsledků mezinárodních porovnání nebo jakýchkoliv dalších prací provedených ve spolupráci s CIPM a konzultačními komisemi“.

6.1.2 Přestože $u_c(y)$ může být univerzálně použita pro vyjádření nejistoty výsledku měření, v některých obchodních, průmyslových a prováděcích aplikacích a pokud se to týká zdravotnictví a bezpečnosti, je často důležité uvádět měření nejistoty, které určuje interval okolo výsledku měření, ve kterém se může předpokládat, že obsahuje velký podíl rozdělení hodnot, které by mohly odůvodnitelně být přiřazeny měřené veličině. Existence takové požadavku byla uznána pracovní skupinou a vedla k vytvoření paragrafu 5 doporučení INC-1 (1980). To se také promítlo do doporučení 1 (CI-1986) CIPM.

6.2 Rozšířená nejistota

6.2.1 Další míra nejistoty, která splňuje požadavek na poskytování intervalu typu uvedeného v 6.1.2, je pojmenována *rozšířená nejistota* a je označena U . Rozšířená nejistota je získána násobením kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$ *koeficientem rozšíření* k :

6 Determining expanded uncertainty

6.1 Introduction

6.1.1 Recommendation INC-1 (1980) of the Working Group on the Statement of Uncertainties on which this *Guide* is based (see the Introduction), and Recommendations 1 (CI-1981) and 1 (CI-1986) of the CIPM approving and reaffirming INC-1 (1980) (see A.2 and A.3), advocate the use of the combined standard uncertainty $u_c(y)$ as the parameter for expressing quantitatively the uncertainty of the result of a measurement. Indeed, in the second of its recommendations, the CIPM has requested that what is now termed combined standard uncertainty $u_c(y)$ be used by all participants in giving the results of all international comparisons or other work done under the auspices of the CIPM and Comit es Consultatifs.”

6.1.2 Although $u_c(y)$ can be universally used to express the uncertainty of a measurement result, in some commercial, industrial, and regulatory applications, and when health and safety are concerned, it is often necessary to give a measure of uncertainty that defines an interval about the measurement result that may be expected to encompass a large fraction of the distribution of values that could reasonably be attributed to the measurand. The existence of this requirement was recognized by the Working Group and led to paragraph 5 of Recommendation INC-1 (1980). It is also reflected in Recommendation 1 (CI-1986) of the CIPM.

6.2 Expanded uncertainty

6.2.1 The additional measure of uncertainty that meets the requirement of providing an interval of the kind indicated in 6.1.2 is termed *expanded uncertainty* and is denoted by U . The expanded uncertainty U is obtained by multiplying the combined standard uncertainty $u_c(y)$ by a *coverage factor* k :

$$U = k u_c(y) \quad (18)$$

Výsledek měření je pak vhodným způsobem vyjádřen jako $Y = y \pm U$, který je interpretován ve významu, že nejlepší odhad hodnoty odpovídající měřené veličině Y , je y , a že $y - U$ do $y + U$ je interval, ve kterém je dovoleno předpokládat, že obsahuje velký podíl rozdělení hodnot, které by mohly odůvodnitelně odpovídat Y . Takový interval je také vyjádřen jako $y - U \leq Y \leq y + U$.

6.2.2 Termíny **konfidenční interval** (C.2.27, C.2.28) a **konfidenční úroveň** (C.2.29) mají ve statistice přesné definice a jsou aplikovatelné pouze v intervalu určeném podle U pouze za určitých podmínek, včetně všech složek nejistoty, které přispívají k získání $u_c(y)$ ohodnoceného způsobem A. Takže v tomto *pokynu* se slovo „konfidenční“ nepoužívá k modifikaci slova „interval“, když se uvažuje interval určený pomocí U . Termín „konfidenční úroveň“ se nepoužívá ve spojení s tímto intervalem, ale spíše s pojmem „úroveň confidence“. Přesněji bude U interpretováno jako určené v intervalu okolo výsledku měření, který obsahuje velký podíl rozdělení pravděpodobnosti p , které je charakterizováno tímto výsledkem a jeho kombinovanou standardní nejistotou a p je *pravděpodobností pokrytí* nebo *konfidenční úroveň* intervalu.

6.2.3 Kdykoliv je to možné, konfidenční úroveň p spojená s intervalem určeným pomocí U musí být odhadnuta a stanovena. Má se uznat, že násobení $u_c(y)$ konstantou neposkytuje nové informace, ale pouze ukazuje předchozí dostupné informace v jiném tvaru. Avšak, má se také uznat, že konfidenční úroveň p (zvláště pro hodnoty p blízko 1) je lepší ponechat neurčitou a to nejenom kvůli nedostatečné znalosti rozdělení pravděpodobnosti charakterizovaného y a $u_c(y)$ (zvláště v extrémních částech), ale také z důvodu samotné nejistoty $u_c(y)$ (viz poznámka 2 k 2.3.5, 6.3.2 a příloha G, zvláště G.6.6).

The result of a measurement is then conveniently expressed as $Y = y \pm U$, which is interpreted to mean that the best estimate of the value attributable to the measurand Y is y , and that $y - U$ to $y + U$ is an interval that may be expected to encompass a large fraction of the distribution of values that could reasonably be attributed to Y . Such an interval is also expressed as $y - U \leq Y \leq y + U$.

6.2.2 The terms **confidence interval** (C.2.27, C.2.28) and **confidence level** (C.2.29) have specific definitions in statistics and are only applicable to the interval defined by U when certain conditions are met, including that all components of uncertainty that contribute to $u_c(y)$ be obtained from Type A evaluations. Thus, in this *Guide*, the word “confidence” is not used to modify the word “interval” when referring to the interval defined by U ; and the term “confidence level” is not used in connection with that interval but rather the term “level of confidence.” More specifically, U is interpreted as defining an interval about the measurement result that encompasses a large fraction p of the probability distribution characterized by that result and its combined standard uncertainty, and p is the *coverage probability* or *level of confidence* of the interval.

6.2.3 Whenever practicable, the level of confidence p associated with the interval defined by U should be estimated and stated. It should be recognized that multiplying $u_c(y)$ by a constant provides no new information but presents the previously available information in a different form. However, it should also be recognized that in most cases the level of confidence p (especially for values of p near 1) is rather uncertain, not only because of limited knowledge of the probability distribution, characterized by y and $u_c(y)$ (particularly in the extreme portions), but also because of the uncertainty of $u_c(y)$ itself (see note 2 to 2.3.5, 6.3.2, and annex G, especially G.6.6).

POZNÁMKA

Preferovaný způsob určení výsledku měření, když $u_c(y)$ je mírou nejistoty a když je to U , viz 7.2.2 a 7.2.4

6.3 Výběr koeficientu rozšíření

6.3.1 Hodnota koeficientu rozšíření k je vybrána na základě konfidenční úrovně požadované v intervalu od $y - U$ do $y + U$. Obecně bude k v rozsahu od 2 do 3. V případě speciální aplikace však smí být hodnoty k mimo tento rozsah. Rozsáhlá zkušenost s účely použití výsledků měření a jejich úplná znalost může zjednodušit výběr vhodné hodnoty k .

POZNÁMKA

Občas se může zjistit, že známá korekce systematického vlivu b nebyla použita v uváděném výsledku měření, ale naopak pokus o zahrnutí tohoto vlivu byl proveden rozšířením „nejistoty“ připisované výsledku. Toho se má vyvarovat; pouze za velmi zvláštních okolností nemá být korekce pro známé významné systémové vlivy uplatněna na výsledek měření (zvláštní případ a jak s ním zacházet viz F.2.4.5). Hodnocení nejistoty výsledku měření se nemá zaměňovat s přiřazením správných limitů k jedné veličině.

6.3.2 Ideální požadavek je vybrat určitou hodnotu koeficientu rozšíření k , který poskytuje interval $Y = y \pm U = y \pm k u_c(y)$ odpovídající určené úrovni konfidence p , v rozsahu 95 % nebo 99 %. Ekvivalentně, pro určité hodnoty k , je požadavek určit nespornou konfidenční úroveň spojenou s tímto intervalem. Toto není jednoduché provést v praxi, k tomu je potřebná obsáhlá znalost rozdělení pravděpodobnosti, která charakterizuje výsledek měření y a jeho kombinovanou standardní nejistotu $u_c(y)$. Ačkoliv tyto parametry jsou velmi důležité, nejsou dostatečné pro účely stanovení intervalů s přesně známou konfidenční úrovní.

NOTE

For preferred ways of stating the result of a measurement when the measure of uncertainty is $u_c(y)$ and when it is U , see 7.2.2 and 7.2.4, respectively.

6.3 Choosing a coverage factor

6.3.1 The value of the coverage factor k is chosen on the basis of the level of confidence required of the interval $y - U$ to $y + U$. In general, k will be in the range 2 to 3. However, for special applications k may be outside this range. Extensive experience with and full knowledge of the uses to which a measurement result will be put can facilitate the selection of a proper value of k .

NOTE

Occasionally, one may find that a known correction b for a systematic effect has not been applied to the reported result of a measurement, but instead an attempt is made to take the effect into account by enlarging the „uncertainty“ assigned to the result. This should be avoided; only in very special circumstances should corrections for known significant systematic effects not be applied to the result of a measurement (see F.2.4.5 for a specific case and how to treat it). Evaluating the uncertainty of a measurement result should not be confused with assigning a safety limit to some quantity.

6.3.2 Ideally, one would like to be able to choose a specific value of the coverage factor k that would provide an interval $Y = y \pm U = y \pm k u_c(y)$ corresponding to a particular level of confidence p , such as 95 or 99 percent; equivalently, for a given value of k , one would like to be able to state unequivocally the level of confidence associated with that interval. However, this is not easy to do in practice because it requires extensive knowledge of the probability distribution characterized by the measurement result y and its combined standard uncertainty $u_c(y)$. Although these parameters are of critical importance, they are by themselves insufficient for the purpose of establishing intervals having exactly known levels of confidence.

6.3.3 Doporučení INC-1 (1980) neurčuje, jak se má stanovit vztah mezi k a p . Tento problém je vysvětlen v příloze G a preferovaná metoda pro jeho přibližné řešení je uvedena v G.4 a je krátce popsána v G.6.4. Avšak jednodušší přiblížení, uvedené v G.6.6, je často postačující v situacích měření, kde rozdělení pravděpodobnosti charakterizované y a $u_c(y)$ je přibližně normální rozdělení a efektivní stupeň volnosti $u_c(y)$ je významného rozměru. V tomto případě, který se často v praxi vyskytuje, se může předpokládat, že $k = 2$ vytvoří interval, který má konfidenční úroveň zhruba 95 % a při $k = 3$ se vytvoří interval, který má konfidenční úroveň přibližně 99 %.

POZNÁMKA

Metoda pro odhadování efektivních stupňů volnosti $u_c(y)$ je uvedena v G.4. Pomocí tabulky G.2 přílohy G se může rozhodnout, zda je toto řešení vhodné pro jednotlivé měření (viz G.6.6).

6.3.3 Recommendation INC-1 (1980) does not specify how the relation between k and p should be established. This problem is discussed in annex 0, and a preferred method for its approximate solution is presented in G.4 and summarized in G.6.4. However, a simpler approach, discussed in G.6.6, is often adequate in measurement situations where the probability distribution characterized by y and $u_c(y)$ is approximately normal and the effective degrees of freedom of $u_c(y)$ is of significant size. When this is the case, which frequently occurs in practice, one can assume that taking $k = 2$ produces an interval having a level of confidence of approximately 95 percent, and that taking $k = 3$ produces an interval having a level of confidence of approximately 99 percent.

NOTE

A method for estimating the effective degrees of freedom of $u_c(y)$ is given in G.4. Table G.2 of annex G can then be used to help decide if this solution is appropriate for a particular measurement (see G.66).

7 Záznam nejistoty

7.1 Obecný návod

7.1.1 Obecně, při vzestupném posunu hierarchie měření, je potřeba více podrobností pro vysvětlení, jak byly získány měřený výsledek a jeho nejistota. To však platí pro každou úroveň hierarchie, včetně obchodní a regulační činnosti na trhu, technické práce v průmyslu, kalibrační místa nižší úrovně, průmyslový výzkum a vývoj, vědecký výzkum, průmyslové laboratoře pro primární etalony a kalibraci, metrologické státní instituce a BIPM, každá z informací nezbytných pro opakované hodnocení měření má být dostupná těm, kteří by jí mohli potřebovat. Hlavní rozdíl je v tom, že na nižších úrovních hierarchie může být větší míra potřebných informací dostupných ve formě publikovaných záznamů o kalibracích a testech systémů, specifikací testů, uživatelských technických příruček, mezinárodních a národních norem a místních předpisů.

7.1.2 Pokud jsou podrobnosti měření, včetně toho, jak byla nejistota výsledku vyhodnocena, poskytovány formou odkazů na vydané dokumenty, což je často případ, kdy výsledky kalibrace jsou zaznamenány v certifikátu, tak je závazné, aby tyto publikace byly udržovány na současné úrovni tak, aby se shodovaly s postupem měření, který je aktuálně používán.

7.1.3 Početná měření jsou denně prováděna v průmyslu a obchodu bez explicitního záznamu nejistoty. Avšak hodně těchto měření je prováděno přístroji, které podléhají pravidelné kalibraci nebo zákonem předepsaným zkouškám. Jestliže je o měřicích přístrojích známo, že odpovídají jejich specifikaci nebo existujícím normativním dokumentům, je dovoleno vyhledat nejistoty k jejich údajům z těchto specifikací nebo normativních dokumentů.

7 Reporting uncertainty

7.1 General guidance

7.1.1 In general, as one moves up the measurement hierarchy, more details are required on how a measurement result and its uncertainty were obtained. Nevertheless, at any level of this hierarchy, including commercial and regulatory activities in the marketplace, engineering work in industry, lower-echelon calibration facilities, industrial research and development, academic research, industrial primary standards and calibration laboratories, and the national standards laboratories and the BIPM, all of the information necessary for the re-evaluation of the measurement should be available to others who may have need of it. The primary difference is that at the lower levels of the hierarchical chain, more of the necessary information may be made available in the form of published calibration and test system reports, test specifications, calibration and test certificates, instruction manuals, international standards, national standards, and local regulations.

7.1.2 When the details of a measurement, including how the uncertainty of the result was evaluated, are provided by referring to published documents, as is often the case when calibration results are reported on a certificate, it is imperative that these publications be kept up-to-date so that they are consistent with the measurement procedure actually in use.

7.1.3 Numerous measurements are made every day in industry and commerce without any explicit report of uncertainty. However, many are performed with instruments subject to periodic calibration or legal inspection. If the instruments are known to be in conformance with their specifications or with the existing normative documents that apply, the uncertainties of their indications may be inferred from these specifications or from these normative documents.

7.1.4 Ačkoliv je v praxi množství informací nutných pro dokumentaci výsledku měření závislé na účelu použití, základní princip toho, co je požadováno, zůstává neměnný a to: když se zaznamenává výsledek měření a jeho nejistota, je lépe podávat příliš mnoho informací, než příliš málo informací. Například se má

- a) jasně popsat použité metody pro výpočet výsledku měření a jeho nejistoty z experimentálních pozorování a vstupních dat;
- b) uvést seznam všech složek nejistoty a dostatečně dokumentovat, jak byly určeny;
- c) prezentovat analýzy dat takovým způsobem, aby každý jejich důležitý krok mohl být snadno následovatelný a zaznamenaný výpočet výsledku mohl být nezávisle opakován, jestliže je to nutné;
- d) uvést všechny korekce a konstanty použité při provádění analýzy a jejich zdroje.

Účelem předchozího seznamu je položení otázky: „Je poskytnuto dostatek informací dostatečně jasným způsobem tak, aby výsledky mohly být aktualizovány, jakmile budou nové informace nebo data k dispozici?“

7.2 Speciální návody

7.2.1 Při záznamu výsledku měření, pokud je mírou nejistoty kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$, se má:

- a) podávat vyčerpávající popis, jak je definována měřená veličina Y ;
- b) uvádět odhad y měřené veličiny Y a jeho kombinovanou standardní nejistotu $u_c(y)$; jednotky y a $u_c(y)$ mají být vždy uvedené;
- c) zahrnout relativní kombinovanou standardní nejistotu $u_c(y)/|y|$, $|y| \neq 0$, je-li to vhodné;
- d) uvést informaci uvedenou v 7.2.7 nebo odkázat na vydaný dokument, který ji obsahuje.

7.1.4 Although in practice the amount of information necessary to document a measurement result depends on its intended use, the basic principle of what is required remains unchanged: when reporting the result of a measurement and its uncertainty, it is preferable to err on the side of providing too much information rather than too little. For example, one should

- a) describe clearly the methods used to calculate the measurement result and its uncertainty from the experimental observations and input data;
- b) list all uncertainty components and document fully how they were evaluated;
- c) present the data analysis in such a way that each of its important steps can be readily followed and the calculation of the reported result can be independently repeated if necessary;
- d) give all corrections and constants used in the analysis and their sources.

A test of the foregoing list is to ask oneself "Have I provided enough information in a sufficiently clear manner that my result can be updated in the future if new information or data become available?"

7.2 Specific guidance

7.2.1 When reporting the result of a measurement, and when the measure of uncertainty is the combined standard uncertainty $u_c(y)$, one should

- a) give a full description of how the measurand Y is defined;
- b) give the estimate y of the measurand Y and its combined standard uncertainty $u_c(y)$; the units of y and $u_c(y)$ should always be given;
- c) include the relative combined standard uncertainty $u_c(y)/|y|$, $|y| \neq 0$, when appropriate;
- d) give the information outlined in 7.2.7 or refer to a published document that contains it.

Pokud se to jeví užitečné pro potenciálního uživatele měřeného výsledku, například pomoc při budoucích výpočtech koeficientu rozšíření nebo při pochopení smyslu měření, je dovoleno ještě uvést:

- odhadnuté efektivní stupně volnosti ν_{eff} (viz G.4);
- kombinované standardní nejistoty vyhodnocené způsobem A $u_{\text{cA}}(y)$ a způsobem B $u_{\text{cB}}(y)$ a jejich odhadnuté efektivní stupně volnosti ν_{effA} a ν_{effB} (viz G.4.1, poznámka 3).

7.2.2 Pokud je míra nejistoty $u_c(y)$, preferuje se stanovení číselného výsledku měření jedním z následujících čtyř způsobů, aby se zabránilo nedorozumění. (Předpokládá se, že veličina, jejíž hodnota bude zaznamenána, je jmenovitě 100 g standardní hmoty m_s ; slova v závorkách by mohla být vynechána z důvodu stručnosti, jestliže u_c je stanoveno na jiném místě dokumentu, ve kterém je zaznamenán výsledek.)

- 1) „ $m_s = 100,021\ 47\ \text{g}$ s (kombinovanou standardní nejistotou) $u_c = 0,35\ \text{mg}$.“
- 2) „ $m_s = 100,021\ 47(35)\ \text{g}$, kde číslo v závorkách je číselnou hodnotou (kombinované standardní nejistoty) u_c , která se vztahuje na odpovídající poslední číslice uvedeného výsledku.“
- 3) „ $m_s = 100,021\ 47(0,000\ 35)\ \text{g}$, kde číslo v závorkách je číselná hodnota (kombinované standardní nejistoty) u_c vyjádřená v jednotce uváděného výsledku.“
- 4) „ $m_s = (100,021\ 47 \pm 0,000\ 35)\ \text{g}$, kde číslo následující za značkou \pm je číselná hodnota (kombinované standardní nejistoty) u_c a ne konfidenční interval.“

If it is deemed useful for the intended users of the measurement result, for example, to aid in future calculations of coverage factors or to assist in understanding the measurement, one may indicate.

- the estimated effective degrees of freedom ν_{eff} (see G.4);
- the Type A and Type B combined standard uncertainties $u_{\text{cA}}(y)$ and $u_{\text{cB}}(y)$ and their estimated effective degrees of freedom ν_{effA} and ν_{effB} (see G.4.1, note 3).

7.2.2 When the measure of uncertainty is $u_c(y)$, it is preferable to state the numerical result of the measurement in one of the following four ways in order to prevent misunderstanding. (The quantity whose value is being reported is assumed to be a nominally 100 g standard of mass m_s ; the words in parentheses may be omitted for brevity if u_c is defined elsewhere in the document reporting the result.)

- 1) “ $m_s = 100,021\ 47\ \text{g}$ with (a combined standard uncertainty) $u_c = 0,35\ \text{mg}$.“
- 2) “ $m_s = 100,021\ 47(35)\ \text{g}$, where the number in parentheses is the numerical value of (the combined standard uncertainty) u_c referred to the corresponding last digits of the quoted result.“
- 3) “ $m_s = 100,021\ 47\ (0,000\ 35)\ \text{g}$, where the number in parentheses is the numerical value of (the combined standard uncertainty) u_c expressed in the unit of the quoted result.“
- 4) “ $m_s = (100,021\ 47 \pm 0,000\ 35)\ \text{g}$, where the number following the symbol \pm is the numerical value of (the combined standard uncertainty) u_c and not a confidence interval.“

POZNÁMKA

Pokud je to možné doporučuje se vyvarovat tvaru \pm , protože je tradičně používán ke znázornění intervalu, který odpovídá vysoké konfidenční úrovni a tedy může být zaměněný s rozšířenou nejistotou (viz 7.2.4). Navíc, ačkoliv účelem varování v 4) je zamezit takové záměně, tak zápisem $Y = y \pm u_c(y)$ by mohlo stále docházet k nedorozumění, že rozšířená nejistota s $k = 1$ je takto míněná a že interval $y - u_c(y) \leq Y \leq y + u_c(y)$ má určitou konfidenční úroveň p , jmenovitě, že je spojen s normálním rozdělením (viz G.1.3). Toto zvláště platí, pokud je toto upozornění nedopatřením vynecháno. Jak bylo uvedeno v 6.3.2 a v příloze G, výklad $u_c(y)$ tímto způsobem lze obvykle těžko ospravedlnit.

7.2.3 Při uvádění výsledku měření, pokud je rozšířená nejistota $U = ku_c(y)$ mírou nejistoty, se má:

- podávat úplný popis toho, jak je měřená veličina Y definována;
- uvést výsledek měření jako $Y = y \pm U$ a uvést jednotky pro y a U ;
- zahrnout relativní rozšířenou nejistotu $U/|y|$, $|y| \neq 0$, pokud je to vhodné;
- uvést hodnotu k použitou k získání U [nebo k ulehčení pro uživatele výsledku uvést jak k , tak $u_c(y)$];
- uvést přibližnou konfidenční úroveň spojenou s intervalem $y \pm U$ a uvést, jak byla určena;
- uvést informace uvedené v 7.2.7 nebo odkázat na vydaný dokument, který je obsahuje.

7.2.4 Pokud je U mírou nejistoty, preferuje se stanovit, pro maximální jasnost, číselný výsledek měření jako v následujícím příkladu. (Slova v závorkách mohou být z důvodu stručnosti vynechána, jestliže U , u_c a k jsou uvedeny kdekoli jinde v dokumentu, který uvádí výsledek.)

„ $m_s = (100,021\ 47 \pm 0,000\ 79)$ g, kde číslo následující za značkou \pm je číselná hodnota (rozšířené nejistoty) $U = ku_c$, s U určenou z (kombinované standardní nejistoty) $u_c = 0,35$ mg a (koeficientu rozšíření) $k = 2,26$ na základě t -rozdělení pro $n = 9$ stupňů volnosti a určuje interval s odhadnutou konfidenční úrovní 95 %.“

NOTE

The \pm format should be avoided whenever possible because it has traditionally been used to indicate an interval corresponding to a high level of confidence and thus may be confused with expanded uncertainty (see 7.2.4). Further, although the purpose of the caveat in 4) is to prevent such confusion, writing $Y = y \pm u_c(y)$ might still be misunderstood to imply, especially if the caveat is accidentally omitted, that an expanded uncertainty with $k = 1$ is intended and that the interval $y - u_c(y) \leq Y \leq y + u_c(y)$ has a specified level of confidence p , namely, that associated with the normal distribution (see G.1.3). As indicated in 6.3.2 and annex G, interpreting $u_c(y)$ in this way is usually difficult to justify.

7.2.3 When reporting the result of a measurement, and when the measure of uncertainty is the expanded uncertainty $U = ku_c(y)$, one should

- give a full description of how the measurand Y is defined;
- state the result of the measurement as $Y = y \pm U$ and give the units of y and U ;
- include the relative expanded uncertainty $U/|y|$, $|y| \neq 0$, when appropriate;
- give the value of k used to obtain U [or, for the convenience of the user of the result, give both k and $u_c(y)$];
- give the approximate level of confidence associated with the interval $y \pm U$ and state how it was determined;
- give the information outlined in 7.2.7 or refer to a published document that contains it.

7.2.4 When the measure of uncertainty is U , it is preferable, for maximum clarity, to state the numerical result of the measurement as in the following example. (The words in parentheses may be omitted for brevity if U , u_c , and k are defined elsewhere in the document reporting the result.)

“ $m_s = (100,021\ 47 \pm 0,000\ 79)$ g, where the number following the symbol \pm is the numerical value of (an expanded uncertainty) $U = ku_c$, with U determined from (a combined standard uncertainty) $u_c = 0,35$ mg and (a coverage factor) $k = 2,26$ based on the t -distribution for $n = 9$ degrees of freedom, and defines an interval estimated to have a level of confidence of 95 percent.”

7.2.5 Jestliže měření určuje současně více než jednu měřenou veličinu, tj. jestli poskytuje hodnoty dvou nebo více výstupních odhadů y_i (viz H.2, H.3 a H.4), pak jsou doplněny hodnoty k y_i a $u_c(y_i)$, členy kovarianční matice $u(y_i, y_j)$ nebo členy $r(y_i, y_j)$ **matice korelačních koeficientů** (C.3.6 poznámka 2) (a preferují se obě).

7.2.6 Číselné hodnoty odhadu y a jeho standardní nejistoty $u_c(y)$ nebo rozšířené nejistoty U nemají být uváděny nadměrným počtem číslic. Obvykle stačí značit $u_c(y)$ a U [stejně, jako standardní nejistotu $u(x_i)$ pro odhady vstupů x_i] až do nanejvýš dvou významných číslic, ačkoliv v některých případech může být nutné zachovat další číslice, k vyvarování se chyb zaokrouhlení při následujících výpočtech.

Při uvádění konečných výsledků, je vhodné zaokrouhlit nejistoty spíše nahoru než k nejbližšímu číslu. Například, $u_c(y) = 10,47 \text{ m}\Omega$ by mohla být zaokrouhlená na $11 \text{ m}\Omega$. Avšak, při tom má převládat rozum a $u(x_i) = 28,05 \text{ kHz}$ má být zaokrouhlená dolů na 28 kHz . Odhady výstupních a vstupních veličin mají být zaokrouhleny tak, aby byly v souladu se svými nejistotami; například, jestliže $y = 10,057\ 62 \ \Omega$ s $u_c(y) = 27 \text{ m}\Omega$, pak má být zaokrouhlená na $10,058 \ \Omega$. Korelační koeficienty mají být uvedené s přesností na tři číslice, jestliže jejich absolutní hodnoty se blíží jedné.

7.2.7 Podrobná zpráva, kde se popisuje, jak byl získán výsledek měření a jeho nejistota se má řídit doporučením 7.1.4 a tudíž

a) uvést hodnotu každého odhadu vstupu x_i a jeho standardní nejistoty $u(x_i)$ společně s popisem, jak byly získány;

7.2.5 If a measurement determines simultaneously more than one measurand, that is, if it provides two or more output estimates y_i (see H.2, H.3, and H.4), then, in addition to giving y_i and $u_c(y_i)$, give the covariance matrix elements $u(y_i, y_j)$ or the elements $r(y_i, y_j)$ of the **correlation coefficient matrix** (C.3.6, note 2) (and preferably both).

7.2.6 The numerical values of the estimate y and its standard uncertainty $u_c(y)$ or expanded uncertainty U should not be given with an excessive number of digits. It usually suffices to quote $u_c(y)$ and U [as well as the standard uncertainties $u(x_i)$ of the input estimates x_i] to at most two significant digits, although in some cases it may be necessary to retain additional digits to avoid round-off errors in subsequent calculations.

In reporting final results, it may sometimes be appropriate to round uncertainties up rather than to the nearest digit. For example, $u_c(y) = 10,47 \text{ m}\Omega$ might be rounded up to $11 \text{ m}\Omega$. However, common sense should prevail and a value such as $u(x_i) = 28,05 \text{ kHz}$ should be rounded down to 28 kHz . Output and input estimates should be rounded to be consistent with their uncertainties; for example, if $y = 10,057\ 62 \ \Omega$ with $u_c(y) = 27 \text{ m}\Omega$, y should be rounded to $10,058 \ \Omega$. Correlation coefficients should be given with three-digit accuracy if their absolute values are near unity.

7.2.7 In the detailed report that describes how the result of a measurement and its uncertainty were obtained, one should follow the recommendations of 7.1.4 and thus

a) give the value of each input estimate x_i and its standard uncertainty $u(x_i)$ together with a description of how they were obtained;

- b) uvést odhad kovariance nebo odhad korelačních koeficientů (preferují se oba) příslušných odhadům vstupů, které jsou korelované a metody použité k jejich získání;
- c) uvést stupně volnosti pro standardní nejistotu každého odhadu vstupu a jak byly získány;
- d) uvést funkční vztah $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$, a když se to zdá užitečné, parciální derivace nebo činitelé citlivosti $\partial f/\partial x_i$. Zvláště mají být uvedeny koeficienty experimentálně určené.
- b) give the estimated covariances or estimated correlation coefficients (preferably both) associated with all input estimates that are correlated, and the methods used to obtain them;
- c) give the degrees of freedom for the standard uncertainty of each input estimate and how it was obtained;
- d) give the functional relationship $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ and, when they are deemed useful, the partial derivatives or sensitivity coefficients $\partial f/\partial x_i$. However, any such coefficients determined experimentally should be given.

POZNÁMKA

Jelikož funkční vztah f smí být velmi složitý nebo nemusí existovat explicitně, ale pouze jako počítačový program, pak nemusí být vždy možné uvést f a její derivace. Funkce f může potom být popsána v obecných pojmech nebo užitý program smí být uváděn vhodným odkazem. V takových případech je důležité, aby bylo jasné, jak odhad y měřené veličiny Y a jeho kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$ byly získány.

NOTE

Since the functional relationship f may be extremely complex or may not exist explicitly but only as a computer program, it may not always be possible to give f and its derivatives. The function f may then be described in general terms or the program used may be cited by an appropriate reference. In such cases, it is important that it be clear how the estimate y of the measurand Y and its combined standard uncertainty $u_c(y)$ were obtained.

8 Souhrn postupů pro hodnocení a vyjadřování nejistoty

Kroky, které musí následovat při hodnocení a vyjadřování nejistoty výsledku měření, jak jsou popsány v tomto *pokynu*, lze shrnout následovně:

- 1 Matematické vyjádření vztahu mezi měřenou veličinou Y a vstupní veličinou X_i , na které Y závisí, je $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$. Funkce f má obsahovat každou veličinu, včetně všech korekcí a korekčních činitelů, které mohou přispívat významnou složkou nejistoty k výsledku měření (viz 4.1.1 a 4.1.2).
- 2 Určení x_i , hodnoty odhadu vstupní veličiny X_i , buď na základech statistické analýzy řady pozorování nebo jinými metodami (viz 4.1.3).
- 3 Hodnocení *standardní nejistoty* $u(x_i)$ každého odhadu vstupu x_i . Pro odhad vstupu získaný ze statistické analýzy řady pozorování je standardní nejistota určena podle 4.2 (*hodnocení standardní nejistoty způsobem A*). Pro odhad vstupu získaného jinými metodami je standardní nejistota $u(x_i)$ určena podle 4.3 (*hodnocení standardní nejistoty způsobem B*).
- 4 Hodnocení kovariancí příslušných odhadům vstupních hodnot, které jsou korelované (viz 5.2).
- 5 Vypočet výsledku měření, který je odhadem y měřené veličiny Y z funkčního vztahu f použitím odhadů x_i vstupních veličin X_i získaných pomocí kroku 2 (viz 4.1.4).

8 Summary of procedure for evaluating and expressing uncertainty

The steps to be followed for evaluating and expressing the uncertainty of the result of a measurement as presented in this *Guide* may be summarized as follows:

- 1 Express mathematically the relationship between the measurand Y and the input quantities X_i on which Y depends: relationship $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$. The function f should contain every quantity, including all corrections and correction factors, that can contribute a significant component of uncertainty to the result of the measurement (see 4.1.1 and 4.1.2).
- 2 Determine x_i , the estimated value of input quantity X_i , either on the basis of the statistical analysis of series of observations or by other means (see 4.1.3).
- 3 Evaluate the *standard uncertainty* $u(x_i)$ of each input estimate x_i . For an input estimate obtained from the statistical analysis of series of observations, the standard uncertainty is evaluated as described in 4.2 (*Type A evaluation of standard uncertainty*). For an input estimate obtained by other means, the standard uncertainty $u(x_i)$ is evaluated as described in 4.3 (*Type B evaluation of standard uncertainty*).
- 4 Evaluate the covariances associated with any input estimates that are correlated (see 5.2).
- 5 Calculate the result of the measurement, that is, the estimate y of the measurand Y , from the functional relationship f using for the input quantities x_i the estimates X_i obtained in step 2 (see 4.1.4).

- 6 Určení *kombinované standardní nejistoty* $u_c(y)$ výsledku měření y ze standardních nejistot a kovariancí příslušných odhadům vstupů podle popisu v kapitole 5. Jestliže měření současně určí více než jednu výstupní veličinu, vypočítá se jejich kovariance (viz 7.2.5, H.2, H.3 a H.4).
 - 7 Pokud je požadováno vyjádření *rozšířené nejistoty* U , jejíž účelem je poskytnout interval od $y - U$ do $y + U$, ve kterém se očekává, že bude obsahovat velký podíl rozdělení hodnot, které důvodně mohou být přiřazeny měřené veličině, vynásobí se kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$ *koeficientem rozšíření* k , který je obvykle v rozsahu 2 až 3, k získání $U = ku_c(y)$. Vybere se k pro tento interval na základě požadované konfidenční úrovně (viz 6.2, 6.3 a zvláště příloha G, která vysvětluje výběr hodnoty k , která vytváří interval mající konfidenční úroveň, která je blízká určené hodnotě).
 - 8 Záznamená se výsledek měření y společně s jeho kombinovanou standardní nejistotou $u_c(y)$ nebo rozšířenou nejistotou U , jak jsou vysvětleny v 7.2.1 a 7.2.3; použije se při tom jeden z tvarů doporučených v 7.2.2 a 7.2.4. Popíše se, jak je uvedeno v kapitole 7, jak byly získány y a $u_c(y)$ nebo U .
- 6 Determine the *combined standard uncertainty* $u_c(y)$ of the measurement result y from the standard uncertainties and covariances associated with the input estimates, as described in clause 5. If the measurement determines simultaneously more than one output quantity, calculate their covariances (see 7.2.5, H.2, H.3, and H.4).
 - 7 If it is necessary to give an *expanded uncertainty* U , whose purpose is to provide an interval $y - U$ to $y + U$ that may be expected to encompass a large fraction of the distribution of values that could reasonably be attributed to the measurand Y , multiply the combined standard uncertainty $u_c(y)$ by a *coverage factor* k , typically in the range 2 to 3, to obtain $U = ku_c(y)$. Select k on the basis of the level of confidence required of the interval (see 6.2, 6.3, and especially annex G, which discusses the selection of a value of k that produces an interval having a level of confidence close to a specified value).
 - 8 Report the result of the measurement y together with its combined standard uncertainty $u_c(y)$ or expanded uncertainty U as discussed in 7.2.1 and 7.2.3; use one of the formats recommended in 7.2.2 and 7.2.4. Describe, as outlined also in clause 7, how y and $u_c(y)$ or U were obtained.

Příloha A

Doporučení Pracovní skupiny a CIPM

A.1 Doporučení INC-1 (1980)

Pracovní skupina k řešení problematiky nejistot (viz předmluva) byla svolána v říjnu 1980 Mezinárodním úřadem pro váhy a míry (BIPM) na základě žádosti Mezinárodního výboru pro váhy a míry (CIPM). Vypracovala podrobnou zprávu pro CIPM, která vyústila v doporučení INC-1 (1980) [2]:

Vyjádření experimentálních nejistot

Doporučení INC-1 (1980)

1. Nejistota výsledku měření obvykle obsahuje několik složek, které lze rozdělit do dvou kategorií podle metody použité k odhadu jejich číselné hodnoty:

- A. ty, které jsou hodnoceny pomocí statistických metod,
- B. ty, které jsou hodnoceny jinými způsoby.

Zařazení do kategorií A nebo B a určení, zda jde o charakter „náhodný“ nebo „systematický“, dříve používané pro klasifikaci nejistoty, vždy není jednoduché. Výraz „systematická nejistota“ snadno vede k chybám výkladu; je třeba se mu vyhnout.

Každý podrobný popis nejistoty má obsahovat kompletní seznam jejích složek a má u každé z nich označit metodu, kterou jí byla přiřazena číselná hodnota.

2. Složky v kategorii A jsou dány odhadovými rozptyly s_i^2 (neboli „směrodatnými odchylkami“ s_i) a počtem stupňů volnosti ν_i . Tam, kde je to vhodné, mohou být uvedeny odhadované kovariance.

Annex A

Recommendations of Working Group and CIPM

A.1 Reconunendation INC-1 (1980)

The Working Group on the Statement of Uncertainties (see Foreword) was convened in October 1980 by the Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) in response to a request of the Comité International des Poids et Mesures (CIPM). It prepared a detailed report for consideration by the CIPM that concluded with Recommendation INC-1 (1980) [2]. The English translation of this Recommendation is given in 0.7 of this *Guide* and the French text, which is authoritative, is as follows [2]:

Expression des incertitudes expérimentales
Recommendation INC-1 (1980)

1. L'incertitude d'un résultat de mesure comprend généralement plusieurs composantes qui peuvent être groupées en deux catégories d'après la méthode utilisée pour estimer leur valeur numérique:

- A. celles qui sont évaluées à l'aide de méthodes statistiques,
- B. celles qui sont évaluées par d'autres moyens.

Il n'y a pas toujours une correspondance simple entre le classement dans les catégories A ou B et le caractère «aléatoire» ou «systématique» utilisé antérieurement pour classer les incertitudes. L'expression «incertitude systématique» est susceptible de conduire à des erreurs d'interprétation; elle doit être évitée.

Toute description détaillée de l'incertitude devrait comprendre une liste complète de ses composantes et indiquer pour chacune la méthode utilisée pour lui attribuer une valeur numérique.

2. Les composantes de la catégorie A sont caractérisées par les variances estimées s_i^2 (ou les «écarts-types» estimés s_i) et les nombres ν_i de degrés de liberté. Le cas échéant, les covariances estimées doivent être données.

3. Složky v kategorii B mají být charakterizovány veličinami u_j^2 , které mohou být považovány za přibližně odpovídající aproximacím, jejichž existence je přípustná. Veličiny u_j^2 mohou být považovány za rozptyl a veličiny u_j za směrodatné odchylky. Tam, kde je to vhodné, mají být kovariance určeny podobným způsobem určením jako s_j .
 4. Kombinovaná nejistota má být charakterizována hodnotou, získanou použitím obvyklého způsobu kombinování odchylky. Kombinovaná nejistota a její složky mají být vyjádřeny v podobě „směrodatné odchylky“.
 5. Jestliže se v některých zvláštních případech použije pro získání úplné nejistoty násobení kombinované nejistoty koeficientem, musí být vždy uvedena hodnota tohoto koeficientu.
3. Les composantes de la catégorie B devraient être caractérisées par des termes u_j^2 qui puissent être considérés comme des approximations des variances correspondantes dont on admet l'existence. Les termes u_j^2 peuvent être traités comme des variances et les termes u_j comme des écarts-types. Le cas échéant, les covariances doivent être traitées de façon analogue.
 4. L'incertitude composée devrait être caractérisée par la valeur obtenue en appliquant la méthode usuelle de combinaison des variances. L'incertitude composée ainsi que ses composantes devraient être exprimées sous la forme d'«écarts-types».
 5. Si pour des utilisations particulières on est amené à multiplier par un facteur l'incertitude composée afin d'obtenir l'incertitude globale, la valeur numérique de ce facteur doit toujours être donnée.

A.2 Doporučení 1 (CI-1981)

CIPM přezkoumal zprávu předloženou pracovní skupinou pro vyjádření nejistot a přijal následující doporučení na své 70. schůzi v říjnu 1981 [3]:

Doporučení 1 (CI-1981)

Vyjádření nejistot měření

Mezinárodní výbor pro váhy a míry

se zřetelem na

- potřebu najít jednotnou metodu pro vyjádření nejistoty měření v metrologii,
- úsilí, které věnovalo této tématice mnoho organizací po mnoho let,
- povzbuzující vývoj při hledání přijatelného řešení, který byl výsledkem diskusí pracovní skupiny pro vyjádření nejistot, která se sešla v BIPM v roce 1980,

uznává

A.2 Recommendation 1 (CI-1981)

The CIPM reviewed the report submitted to it by the Working Group on the Statement of Uncertainties and adopted the following recommendation at its 70th meeting held in October 1981 [3]:

Recommendation 1 (CI-1981)

Expression of experimental uncertainties

The Comité International des Poids et Mesures

considering

- the need to find an agreed way of expressing measurement uncertainty in metrology,
- the effort that has been devoted to this by many organizations over many years,
- the encouraging progress made in finding an acceptable solution, which has resulted from the discussions of the Working Group on the Expression of Uncertainties which met at BIPM in 1980,

recognizes

- že návrhy pracovní skupiny by mohly tvořit základ pro případnou dohodu ohledně vyjádření nejistot,

doporučuje

- aby návrhy pracovní skupiny byly co nejvíce šířeny;
- aby se BIPM pokusil použít obsažené principy k mezinárodním porovnáním, která budou prováděna pod jeho dohledem v příštích letech;
- aby ostatní zainteresované organizace podpořily prozkoumání a zkoušení těchto návrhů, a aby seznámily BIPM se svými poznatky;
- aby BIPM po dvou až třech letech předložil zprávu o použití těchto návrhů.

A.3 Doporučení 1 (CI-1986)

CIPM znovu projednal problematiku vyjádření nejistot na své 75. schůzi, která se konala v říjnu 1986 a přijal následující doporučení [4]:

Doporučení 1 (CI-1986)

Vyjádření nejistot při práci prováděné pod dohledem CIPM

Mezinárodní výbor pro váhy a míry,

bere na vědomí doporučení přijatá INC-1 (1980), pracovní skupiny pro vyjádření nejistot a doporučení 1 (CI-1981), převzatá CIPM,

bere na vědomí, že někteří členové konzultačních komisí by mohli potřebovat vyjasnit tato doporučení pro účely práce, která spadá pod jejich kompetenci, zvláště pro účely mezinárodních porovnání,

uznává, že paragraf 5 doporučení INC-1 (1980) vztahující se k jednotlivým aplikacím, zvláště k těm které mají komerční význam, by mohl být v současné době projednán pracovní skupinou Mezinárodní organizace pro normalizaci (ISO), která se skládá ze zástupců ISO, OIML a IEC, a která spolupracuje s CIPM,

- that the proposals of the Working Group might form the basis of an eventual agreement on the expression of uncertainties,

recommends

- that the proposals of the Working Group be diffused widely;
- that BIPM attempt to apply the principles therein to international comparisons carried out under its auspices in the years to come;
- that other interested organizations be encouraged to examine and test these proposals and let their comments be known to BIPM;
- that after two or three years BIPM report back on the application of these proposals.

A.3 Recommendation 1 (CI-1986)

The CIPM further considered the matter of the expression of uncertainties at its 75th meeting held in October 1986 and adopted the following recommendation [4]:

Recommendation 1 (CI-1986)

Expression of uncertainties in work carried out under the auspices of the CIPM

The Comité International des Poids et Mesures,

considering the adoption by the Working Group on the Statement of Uncertainties of Recommendation INC-1 (1980) and the adoption by the CIPM of Recommendation 1 (CI-1981),

considering that certain members of Comités Consultatifs may want clarification of this Recommendation for the purposes of work that falls under their purview, especially for international comparisons,

recognizes that paragraph 5 of Recommendation INC-1 (1980) relating to particular applications, especially those having commercial significance, is now being considered by a working group of the International Standards Organization (ISO) common to the ISO, OIML and IEC, with the concurrence and cooperation of the CIPM,

požaduje, aby paragraf 4 doporučení INC-1 (1980) byl používán všemi zúčastněnými při uvádění výsledků všech mezinárodních porovnání nebo při jakékoliv další práci prováděné pod dohledem CIPM a konzultačních komisí, a aby byla uváděna kombinovaná standardní nejistota pro nejistoty vyhodnocované způsobem A a B, a to na základě jedné směrodatné odchylky.

*requests that paragraph 4 of Recommendation INC-1 (1980) should be applied by all participants in giving the results of all international comparisons or other work done under the auspices of the CIPM and the Comités Consultatifs and that the combined uncertainty of type A and type B uncertainties in terms of *one standard deviation* be given.*

Příloha B

Obecné metrologické termíny

B.1 Zdroj definic

Definice obecných metrologických termínů související s tímto *pokynem*, které jsou zde uvedeny, byly převzaty z *mezinárodního slovníku pro základní a všeobecné termíny metrologie* (zkráceně VIM), druhé vydání, 1993 [6], vydaném Mezinárodní organizací pro normalizaci (ISO) jménem sedmi organizací, které přispěly k jejímu vývoji a jmenovaly odborníky, kteří ji připravovali: Mezinárodní úřad pro váhy a míry (BIPM), Mezinárodní elektrotechnická komise (IEC), Mezinárodní federace klinické chemie (IFCC), Mezinárodní organizace pro normalizaci (ISO), Mezinárodní svaz pro čistou a aplikovanou chemii (IUPAC), Mezinárodní svaz pro čistou a aplikovanou fyziku (IUPAP) a Mezinárodní organizace pro legální metrologii (OIML). VIM má být také prvním zdrojem konzultace pokud jde o definice termínů nezahrnutých buď zde nebo ve zbývajícím textu.

POZNÁMKA

Některé základní statistické termíny a pojmy jsou uvedené v příloze C, zatímco termíny „pravá hodnota“, „chyba“ a „nejistota“ jsou dále vysvětleny v příloze D.

B.2 Definice

V případě následujících definic, stejně jako v kapitole 2, znamená použití závorek okolo určitých slov některých termínů, že tato slova je dovoleno vynechat, pokud je nepravděpodobné, že to způsobí záměnu.

Pojmy tučně vytištěné v některých poznámkách jsou dodatečné metrologické termíny, definované v těchto poznámkách buď explicitně nebo implicitně (viz citace [6]).

B.2.1

(měřitelná) veličina

vlastnost jevu, tělesa nebo látky, kterou lze kvalitativně rozlišit a kvantitativně určit

POZNÁMKY

- 1 Termín „veličina“ se může vztahovat na veličinu v obecném smyslu [viz příklad (a)] nebo na **blíže určenou veličinu** [viz příklad (b)].

Annex B

General metrological terms

B.1 Source of definitions

The definitions of the general metrological terms relevant to this *Guide* that are given here have been taken from the *international vocabulary of basic and general terms in metrology* (abbreviated VIM), second edition, 1993 [6], published by the International Organization for Standardization (ISO), in the name of the seven organizations that supported its development and nominated the experts who prepared it: the Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), the International Electrotechnical Commission (IEC), the International Federation of Clinical Chemistry (IFCC), ISO, the International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC), the International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP), and the International Organization of Legal Metrology (OIML). The VIM should be the first source consulted for the definitions of terms not included either here or in the text.

NOTE

Some basic statistical terms and concepts are given in annex C, while the terms “true value,” “error,” and “uncertainty” are further discussed in annex D.

B.2 Definitions

As in clause 2, in the definitions that follow, the use of parentheses around certain words of some terms means that the words may be omitted if this is unlikely to cause confusion.

The terms in boldface in some notes are additional metrological terms defined in those notes, either explicitly or implicitly (see reference [6]).

B.2.1

(measurable) quantity

attribute of a phenomenon, body or substance that may be distinguished qualitatively and determined quantitatively

NOTES

- 1 The term quantity may refer to a quantity in a general sense [see examples a)] or to a **particular quantity** [see examples b)].

PŘÍKLADY

- a) veličiny v obecném smyslu: délka, čas, hmotnost, teplota, elektrický odpor, nasycenost látky;
- b) blíže určené veličiny:
- délka určité tyče
 - elektrický odpor daného zkušební vzorku drátu
 - koncentrace látkového množství ethanolu v daném vzorku vína.
- 2 Veličiny, které mohou být navzájem porovnány a seřazeny podle velikosti, jsou nazývány **veličiny stejného druhu**.
- 3 Veličiny stejného druhu mohou být společně seskupovány do **kategorií veličin**, například:
- práce, teplota, energie;
 - tloušťka, obvod, vlnová délka.
- 4 **Značky veličin** jsou uvedeny v ISO 31²⁾.

[VIM:1993, definice 1.1]

B.2.2 hodnota (veličiny)

velikost jednotlivé veličiny obecně vyjádřená jako jednotka měření násobená číslem

PŘÍKLAD 1

Délka tyče: 5,34 m nebo 534 cm

PŘÍKLAD 2

Hmotnost tělesa: 0,152 kg nebo 152 g

PŘÍKLAD 3Látkové množství vzorku vody H₂O: 0,012 mol nebo 12 mmol**POZNÁMKA 1**

Hodnota veličiny smí být kladná, záporná nebo nula.

POZNÁMKA 2

Hodnota veličiny smí být vyjádřena více než jedním způsobem.

POZNÁMKA 3

Hodnoty veličiny o rozměru jedna jsou obecně vyjadřovány jako čisté číslo.

POZNÁMKA 4

Veličiny, které nemohou být vyjádřeny jako jednotka měření násobená číslem se smí vyjadřovat odkazem na konvenční referenční stupnici nebo na postup měření nebo na obojí

[VIM:1993, definice 1.18]

EXAMPLES

- a) quantities in a general sense: length, time, mass, temperature, electrical resistance, amount-of-substance concentration;
- b) particular quantities
- length of a given rod
 - electrical resistance of a given specimen of wire
 - amount-of-substance concentration of ethanol in a given sample of wine.
- 2 Quantities that can be placed in order of magnitude relative to one another are called **quantities of the same kind**.
- 3 Quantities of the same kind may be grouped together into **categories of quantities**, for example:
- work, heat, energy
 - thickness, circumference, wavelength.
- 4 **Symbols for quantities** are given in ISO 31.

[VIM:1993, definition 1.1]

B.2.2 value (of a quantity)

magnitude of a particular quantity generally expressed as a unit of measurement multiplied by a number

EXAMPLE 1

Length of a rod: 5,34 m or 534 cm.

EXAMPLE 2

Mass of a body: 0,152 kg or 152 g.

EXAMPLE 3Amount of substance of a sample of water (H₂O): 0,012 mol or 12 mmol.**NOTE 1**

The value of a quantity may be positive, negative or zero.

NOTE 2

The value of a quantity may be expressed in more than one way.

NOTE 3

The values of quantities of dimension one are generally expressed as pure numbers.

NOTE 4

A quantity that cannot be expressed as a unit of measurement multiplied by a number may be expressed by reference to a conventional reference scale or to a measurement procedure or to both.

[VIM:1993, definition 1.18]

² ISO 31 Veličiny a jednotky byly nahrazeny ISO 80000 a IEC 80000 Veličiny a jednotky

B.2.3**pravá hodnota (veličiny)**

hodnota, která je ve shodě s definicí dané blíže určené veličiny

POZNÁMKY

- 1 Toto je hodnota, která byla získána naprosto přesným (perfektním) měřením.
- 2 Pravé hodnoty jsou neurčitelného charakteru.
- 3 Ve spojitosti s pravou hodnotou se v anglické, francouzské a německé verzi používá spíše neurčitý člen („a“, „une“, „ein“) než člen určitý („the“, „la“, „der“), protože se může vyskytovat mnoho hodnot, které jsou ve shodě s definicí dané blíže určené veličiny.

[VIM:1993, definice 1.19]

Komentář *pokynu*: Viz příloha D, zvláště D.3.5, která uvádí důvody, proč termín „pravá hodnota“ není použitý v tomto *pokynu* a proč termíny „pravá hodnota měřené veličiny“ nebo (veličiny) a „hodnota měřené veličiny“ nebo (veličiny) jsou uváděny jako ekvivalentní.

B.2.4**konvenčně pravá hodnota (měřené veličiny)**

hodnota, která je přiřazována blíže určené veličině a přijata někdy konvencí jako hodnota, jejíž nejistota je vyhovující pro daný účel

PŘÍKLADY

- a) v daném místě může být hodnota, která přísluší veličině realizované referenčním etalonem, pokládána za konvenčně pravou hodnotu;
- b) Od CODATA (1986) doporučená hodnota Avogadrovy konstanty je N_A : $6,022\ 136\ 7 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$.

POZNÁMKY

- 1 „Konvenčně pravá hodnota“ je někdy nazývána jako **stanovená hodnota**, **nejlepší odhad** hodnoty, **konvenční hodnota** nebo **referenční hodnota**. „Referenční hodnota“ v tomto významu nemá být zaměňována za „referenční hodnotu“ ve významu použitým v poznámce k VIM: 1993, definice 5.7.
- 2 Ke stanovení konvenčně pravé hodnoty se často používá velkého počtu výsledků měření veličiny.

[VIM:1993, definice 1.20]

Komentář *pokynu*: Viz komentář *pokynu* k B.2.3.

B.2.3**true value (of a quantity)**

value consistent with the definition of a given particular quantity

NOTES

- 1 This is a value that would be obtained by a perfect measurement.
- 2 True values are by nature indeterminate.
- 3 The indefinite article “a,” rather than the definite article “the,” is used in conjunction with “true value” because there may be many values consistent with the definition of a given particular quantity.

[VIM:1993, definition 1.19]

Guide Comment: See annex D, in particular D.3.5, for the reasons why the term “true value” is not used in this Guide and why the terms “true value of a measurand” (or of a quantity) and “value of a measurand” (or of a quantity) are viewed as equivalent.

B.2.4**conventional true value (of a quantity)**

value attributed to a particular quantity and accepted, sometimes by convention, as having an uncertainty appropriate for a given purpose

EXAMPLES

- a) at a given location, the value assigned to the quantity realized by a reference standard may be taken as a conventional true value;
- b) the CODATA (1986) recommended value for the Avogadro constant: $6,022\ 136\ 7 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$.

NOTES

- 1 “Conventional true value” is sometimes called **assigned value**, **best estimate** of the value, **conventional value** or **reference value**. “Reference value,” in this sense, should not be confused with “reference value” in the sense used in the Note to VIM: 1993, definition 5.7.
- 2 Frequently a number of results of measurements of a quantity is used to establish a conventional true value.

[VIM:1993, definition 1.20]

Guide Comment: See the *Guide Comment* to B.2.3.

B.2.5**měření**

soubor činností, jejichž cílem je stanovit hodnotu veličiny

POZNÁMKA

Tyto činnosti mohou být prováděny automaticky.

[VIM:1993, definice 2.1]

B.2.6**princip měření**

vědecký základ měření

PŘÍKLADY

- a) termoelektrický jev využívaný k měření teploty;
- b) Josephsonův jev využívaný k měření rozdílu elektrických potenciálů (elektrického napětí);
- c) Dopplerův jev využívaný k měření rychlosti;
- d) Ramanův jev využívaný k měření vlnočtu molekulárních vibrací.

[VIM:1993, definice 2.3]

B.2.7**metoda měření**

logický sled po sobě následujících genericky popsaných činností, které jsou používány při měřeních

POZNÁMKA

Metody měření je dovoleno kvalifikovat různými způsoby jako například:

- substituční metoda
- diferenciální metoda
- nulová metoda.

[VIM:1993, definice 2.4]

B.2.8**postup měření**

soubor specificky popsaných činností, které jsou používány při bližší určených měřeních podle dané metody měření

POZNÁMKA

Postup měření je obvykle zaznamenán v dokumentu, který je někdy nazýván „postup měření“ (nebo **metodika měření**; **způsob měření**), a který je obvykle dostatečně podrobný k tomu, aby umožnil operátorovi provést měření bez dodatečných informací.

[VIM:1993, definice 2.5]

B.2.5**measurement**

set of operations having the object of determining a value of a quantity

NOTE

The operations may be performed automatically.

[VIM:1993, definition 2.1]

B.2.6**principle of measurement**

scientific basis of a measurement

EXAMPLES

- a) the thermoelectric effect applied to the measurement of temperature;
- b) the Josephson effect applied to the measurement of electric potential difference;
- c) the Doppler effect applied to the measurement of velocity;
- d) the Raman effect applied to the measurement of the wave number of molecular vibrations.

[VIM:1993, definition 2.3]

B.2.7**method of measurement**

logical sequence of operations, described generically, used in the performance of measurements

NOTE

Methods of measurement may be qualified in various ways such as:

- substitution method
- differential method
- null method.

[VIM:1993, definition 2.4]

B.2.8**measurement procedure**

set of operations, described specifically used in the performance of particular measurements according to a given method

NOTE

A measurement procedure is usually recorded in a document that is sometimes itself called a “measurement procedure” (or a **measurement method**) and is usually in sufficient detail to enable an operator to carry out a measurement without additional information.

[VIM:1993, definition 2.5]

B.2.9**měřená veličina**

blíže určená veličina, která je předmětem měření

PŘÍKLAD

Tlak páry daného vzorku vody při 20 °C.

POZNÁMKA

Specifikace měřené veličiny může vyžadovat údaje o dalších veličinách jako je čas, teplota a tlak.

[VIM:1993, definice 2.6]

B.2.10**ovlivňující veličina**

veličina, která není měřenou veličinou, která však ovlivňuje výsledek měření

PŘÍKLADY

- 1) Teplota mikrometru použitého k měření délky;
- 2) Frekvence při měření amplitudy střídavého elektrického napětí;
- 3) Koncentrace bilirubinu při měření koncentrace hemoglobinu ve vzorku lidské krevní plazmy.

[VIM:1993, definice 2.7]

Commentary: Definice ovlivňující veličiny je míněna tak, že zahrnuje hodnoty spojené s etalony, referenčními materiály a referenčními daty, na kterých může být závislý výsledek měření a rovněž takové jevy, jako rychlé kolísání měřicího přístroje a veličin, jako teplota okolí, atmosférický tlak a vlhkost.

B.2.11**výsledek měření**

hodnota získaná měřením a přiřazená k měřené veličině

POZNÁMKY

- 1 Pokud se jedná o výsledek, má se vyjasnit, jestli se tím odkazuje na:
 - indikaci
 - nekorigovaný výsledek
 - korigovaný výsledek a zda se jedná o průměr získaný z několika hodnot
- 2 Úplný údaj výsledku měření obsahuje informaci o nejistotě měření.

[VIM:1993, definice 3.1]

B.2.9**measurand**

particular quantity subject to measurement

EXAMPLE

Vapour pressure of a given sample of water at 20 °C.

NOTE

The specification of a measurand may require statements about quantities such as time, temperature and pressure.

[VIM:1993, definition 2.6]

B.2.10**influence quantity**

quantity that is not the measurand but that affects the result of the measurement

EXAMPLES

- 1) Temperature of a micrometer used to measure length;
- 2) Frequency in the measurement of the amplitude of an alternating electric potential difference;
- 3) Bilirubin concentration the measurement of haemoglobin concentration in a sample of human blood plasma.

[VIM:1993, definition 2.7]

Guide Comment: The definition of influence quantity is understood to include values associated with measurement standards, reference materials, and reference data upon which the result of a measurement may depend, as well as phenomena such as short-term measuring instrument fluctuations and quantities such as ambient temperature, barometric pressure, and humidity.

B.2.11**result of a measurement**

value attributed to a measurand, obtained by measurement

NOTES

- 1 When a result is given, it should be made clear whether it refers to:
 - the indication
 - the uncorrected result
 - the corrected result and whether several values are averaged
- 2 A complete statement of the result of a measurement includes information about the uncertainty of measurement.

[VIM:1993, definition 3.1]

B.2.12**nekorigovaný výsledek**

výsledek měření před korigováním systematické chyby

[VIM:1993, definice 3.3]

B.2.13**korigovaný výsledek**

výsledek měření po korigování systematické chyby

[VIM:1993, definice 3.4]

B.2.14**přesnost měření**

těsnost shody mezi výsledkem měření a pravou hodnotou měřené veličiny

POZNÁMKY

- 1 „Přesnost“ je kvalitativní pojem.
- 2 Pojem **precision** nemá být používán pro význam „přesnosti“.

[VIM:1993, definice 3.5]

Komentář *pokynu*: Viz komentář *pokynu* k B.2.3.

B.2.15**opakovatelnost (výsledků měření)**

těsnost shody mezi výsledky po sobě následujících měření téže měřené veličiny, provedených za stejných podmínek měření

POZNÁMKY

- 1 Tyto podmínky se nazývají **podmínky opakovatelnosti**.
- 2 Podmínky opakovatelnosti zahrnují:
 - tentýž postup měření,
 - téhož pozorovatele,
 - tentýž měřicí přístroj, použitý za stejných podmínek,
 - totéž místo,
 - opakování v průběhu krátké časové periody.
- 3 Opakovatelnost může být kvantitativně vyjádřena charakteristikami rozptýlení výsledků.

[VIM:1993, definice 3.6]

B.2.12**uncorrected result**

result of a measurement before correction for systematic error

[VIM:1993, definition 3.3]

B.2.13**corrected result**

result of a measurement after correction for systematic error

[VIM:1993, definition 3.4]

B.2.14**accuracy of measurement**

closeness of the agreement between the result of a measurement and a true value of the measurand

NOTES

- 1 “Accuracy” is a qualitative concept.
- 2 The term **precision** should not be used for “accuracy.”

[VIM:1993, definition 3.5]

Guide Comment: See the *Guide Comment* to B.2.3.

B.2.15**repeatability (of results of measurements)**

closeness of the agreement between the results of successive measurements of the same measurand carried out under the same conditions of measurement

NOTES

- 1 These conditions are called **repeatability conditions**.
- 2 Repeatability conditions include:
 - the same measurement procedure
 - the same observer
 - the same measuring instrument, used under the same conditions
 - the same location
 - repetition over a short period of time.
- 3 Repeatability may be expressed quantitatively in terms of the dispersion characteristics of the results.

[VIM:1993, definition 3.6]

B.2.16**reprodukovatelnost (výsledků měření)**

těsnost shody mezi výsledky měření stejné měřené veličiny provedených za změněných podmínek měření

POZNÁMKY

- 1 Platné prohlášení o reprodukovatelnosti vyžaduje specifikaci změněných podmínek.
- 2 Změněné podmínky mohou obsahovat
 - princip měření nebo metodu měření,
 - pozorovatele,
 - měřící přístroj,
 - referenční etalon,
 - místo,
 - podmínky použití,
 - čas.
- 3 Reprodukovatelnost může být kvantitativně vyjádřena charakteristikami rozptýlení výsledků.
- 4 Výsledky se obvykle považují za korigované výsledky.

[VIM:1993, definice 3.7]

B.2.17**výběrová směrodatná odchylka**

pro sérii n měření téže měřené veličiny je to veličina $s(q_k)$ charakterizující rozptýlení výsledků a je dána rovnicí

$$s(q_k) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2}{n-1}}$$

q_k je výsledek k -tého měření a \bar{q} je aritmetický průměr n uvažovaných výsledků.

POZNÁMKY

- 1 Uvažuje-li se série n hodnot jako vzorek rozdělení, pak \bar{q} je náhodný odhad střední hodnoty μ_q , a $s^2(q_k)$ je náhodný odhad rozptylu σ^2 tohoto rozdělení.
- 2 Výraz $s(q_k)/\sqrt{n}$ je odhad směrodatné odchylky rozdělení \bar{q} a nazývá se **výběrová směrodatná odchylka střední hodnoty**.

B.2.16**reproducibility (of results of measurements)**

closeness of the agreement between the results of measurements of the same measurand carried out under changed conditions of measurement

NOTES

- 1 A valid statement of reproducibility requires specification of the conditions changed.
- 2 The changed conditions may include:
 - principle of measurement or method of measurement,
 - observer
 - measuring instrument
 - reference standard
 - location
 - conditions of use
 - time.
- 3 Reproducibility may be expressed quantitatively in terms of the dispersion characteristics of the results.
- 4 Results are here usually understood to be corrected results.

[VIM:1993, definition 3.7]

B.2.17**experimental standard deviation**

for a series of n measurements of the same measurand, the quantity $s(q_k)$ characterizing the dispersion of the results and given by the formula:

q_k being the result of the k th measurement and \bar{q} being the arithmetic mean of the n results considered

NOTES

- 1 Considering the series of n values as a sample of a distribution, \bar{q} is an unbiased estimate of the mean μ_q and $s^2(q_k)$ is an unbiased estimate of the variance σ^2 , of that distribution.
- 2 The expression $s(q_k)/\sqrt{n}$ is an estimate of the standard deviation of the distribution of \bar{q} and is called the **experimental standard deviation of the mean**.

- 3 „Výběrová směrodatná odchylka střední hodnoty“ je někdy nesprávně nazývána **směrodatná chyba střední hodnoty**.

4 Převzato z VIM: 1993, definice 3.8

Komentář *pokynu*: Některé značky užívané ve VIM byly změněny, aby se dosáhlo shody s označením použitým v 4.2 tohoto *pokynu*.

B.2.18

nejistota (měření)

parametr přiřazený k výsledku měření, který charakterizuje rozptýlení hodnot, které by mohly být důvodně přiřazeny k měřené veličině

POZNÁMKY

- 1 Tímto parametrem může být například směrodatná odchylka (nebo její daný násobek) nebo poloviční šířka intervalu, jehož konfidenční úroveň je stanovena.
- 2 Nejistota měření obecně zahrnuje mnoho složek. Některé z těchto složek mohou být vyhodnoceny ze statistického rozdělení výsledků série měření a mohou být charakterizovány výběrovými směrodatnými odchylkami. Jiné složky, které mohou být rovněž charakterizovány směrodatnými odchylkami, jsou vyhodnocené z předpokládaných rozdělení pravděpodobností sestavených na základě zkušeností nebo jiných informací.
- 3 Předpokládá se, že výsledek měření je nejlepším odhadem hodnoty měřené veličiny, a že k rozptýlení přispívají všechny složky nejistoty včetně těch, které vznikají ze systematických vlivů, jako jsou složky spojené s korekcemi a referenčními etalony.

[VIM:1993, definice 3.9]

Komentář *pokynu*: Je zdůrazněno, že tato definice a poznámky, uvedené ve VIM, jsou identické s poznámkami uvedenými v tomto *pokynu* (viz 2.2.3).

B.2.19

chyba (měření)

výsledek měření mínus pravá hodnota měřené veličiny

POZNÁMKY

- 1 Protože pravou hodnotu nelze určit, používá se v praxi konvenčně pravá hodnota (viz VIM: 1993, definice 1.19 [B.2.3] a 1.20 [B.2.4]).
- 2 Pokud je nutné rozlišit „chybu“ od „relativní chyby“, je „chyba“ někdy nazývána **absolutní chybou měření**. To se nemá zaměňovat s **absolutní hodnotou chyby**, což je modul chyby.

[VIM:1993, definice 3.10]

- 3 “Experimental standard deviation of the mean” is sometimes incorrectly called **standard error of the mean**.

4 Adopted from VIM: 1993, definition 3.8

Guide *Comment*: Some of the symbols used in the VIM have been changed in order to achieve consistency with the notation used in 4.2 of this *Guide*.

B.2.18

uncertainty (of measurement)

parameter, associated with the result of a measurement, that characterizes the dispersion of the values that could reasonably be attributed to the measurand

NOTES

- 1 The parameter may be, for example, a standard deviation (or a given multiple of it), or the half-width of an interval having a stated level of confidence.
- 2 Uncertainty of measurement comprises, in general, many components. Some of these components may be evaluated from the statistical distribution of the results of series of measurements and can be characterized by experimental standard deviations. The other components, which can also be characterized by standard deviations, are evaluated from assumed probability distributions based on experience or other information.
- 3 It is understood that the result of the measurement is the best estimate of the value of the measurand, and that all components of uncertainty, including those arising from systematic effects, such as components associated with corrections and reference standards, contribute to the dispersion.

[VIM:1993, definition 3.9]

Guide *Comment*: It is pointed out in the VIM that this definition and the notes are identical to those in this *Guide* (see 2.2.3).

B.2.19

error (of measurement)

result of a measurement minus a true value of the measurand

NOTES

- 1 Since a true value cannot be determined, in practice a conventional true value is used (see VIM: 1993, definitions 1.19 [B.2.3] and 1.20 [B.2.4]).
- 2 When it is necessary to distinguish “error” from “relative error,” the former is sometimes called **absolute error of measurement**. This should not be confused with **absolute value of error**, which is the modulus of the error.

[VIM:1993, definition 3.10]

Komentář *pokynu*: Jestliže výsledek měření je závislý na hodnotách jiných veličin než měřené veličiny, chyby měřených hodnot těchto veličin přispívají k chybě výsledku měření. Viz také komentář *pokynu* k B.2.22 a B.2.3.

B.2.20 relativní chyba

chyba měření dělená pravou hodnotou měřené veličiny

POZNÁMKA

Když pravá hodnota nemůže být určena, je v praxi použita konvenční pravá hodnota (viz VIM: 1993, definice 1.19 [B.2.3] a 1.20 [B.2.4]).

[VIM:1993, definice 3.12]

Komentář *pokynu*: Viz komentář *pokynu* k B.2.3.

B.2.21 náhodná chyba

výsledek měření mínus střední hodnota, která by vznikla z nekonečného počtu měření téže měřené veličiny uskutečněných za podmínek opakovatelnosti

POZNÁMKY

- 1 Náhodná chyba je chyba mínus systematická chyba.
- 2 Protože může být proveden pouze konečný počet měření, je možné určit pouze odhad náhodné chyby.

[VIM:1993, definice 3.13]

Komentář *pokynu*: Viz poznámka *pokynu* k B.2.22.

B.2.22 systematická chyba

střední hodnota, která by vznikla z nekonečného počtu měření téže měřené veličiny uskutečněných za podmínek opakovatelnosti, od které se odečte pravá hodnota měřené veličiny

POZNÁMKY

- 1 Systematická chyba je rovna chybě mínus náhodná chyba.
- 2 Jak pravá hodnota, tak systematická chyba a její příčiny nemohou být zcela známe.
- 3 Pro měřicí přístroj, viz „chyba správnosti (měřicího přístroje)” (VIM: 1993, definice 5.25).

[VIM:1993, definice 3.14]

Guide Comment: If the result of a measurement depends on the values of quantities other than the measurand, the errors of the measured values of these quantities contribute to the error of the result of the measurement. Also see the *Guide Comment* to B.2.22 and to B.2.3.

B.2.20 relative error

error of measurement divided by a true value of the measurand

NOTE

Since a true value cannot be determined, in practice a conventional true value is used (see VIM: 1993, definitions 1.19 [B.2.3] and 1.20 [B.2.4]).

[VIM:1993, definition 3.12]

Guide Comment: See the *Guide Comment* to B.2.3.

B.2.21 random error

result of a measurement minus the mean that would result from an infinite number of measurements of the same measurand carried out under repeatability conditions

NOTES

- 1 Random error is equal to error minus systematic error.
- 2 Because only a finite number of measurements can be made, it is possible to determine only an estimate of random error.

[VIM:1993, definition 3.13]

Guide Comment: See the *Guide Comment* to B.2.22.

B.2.22 systematic error

mean that would result from an infinite number of measurements of the same measurand carried out under repeatability conditions minus a true value of the measurand

NOTES

- 1 Systematic error is equal to error minus random error.
- 2 Like true value, systematic error and its causes cannot be completely known.
- 3 For a measuring instrument, see “bias” (VIM: 1993, definition 5.25).

[VIM:1993, definition 3.14]

Komentář pokynu: Často je dovoleno uvažovat, že chyba výsledku měření (viz B.2.19) vyplývá z několika náhodných a systematických vlivů, kde chyby jednotlivých složek přispívají k chybě výsledku měření. Viz také poznámky *pokynu* k B.2.19 a B.2.3.

B.2.23**korekce**

algebraicky přičtená hodnota k nekorigovanému výsledku měření ke kompenzaci systematické chyby

POZNÁMKY

- 1 Korekce je rovna záporné hodnotě odhadu systematické chyby.
- 2 Protože systematická chyba nemůže být přesně známa, tak kompenzace nemůže být úplná.

[VIM:1993, definice 3.15]

B.2.24**korekční součinitel**

číselný součinitel, kterým se násobí nekorigovaný výsledek měření ke kompenzaci systematické chyby

POZNÁMKA

Protože systematická chyba nemůže být přesně známa, tak kompenzace nemůže být úplná.

[VIM:1993, definice 3.16]

Guide Comment: The error of the result of a measurement (see B.2.19) may often be considered as arising from a number of random and systematic effects that contribute individual components of error to the error of the result. Also see the *Guide Comment* to B.2.19 and to B.2.3.

B.2.23**correction**

value added algebraically to the uncorrected result of a measurement to compensate for systematic error

NOTES

- 1 The correction is equal to the negative of the estimated systematic error.
- 2 Since the systematic error cannot be known perfectly, the compensation cannot be complete.

[VIM:1993, definition 3.15]

B.2.24**correction factor**

numerical factor by which the uncorrected result of a measurement. is multiplied to compensate for systematic error

NOTE

Since the systematic error cannot be known perfectly, the compensation cannot be complete.

[VIM:1993, definition 3.16]

Příloha C

Základní statistické termíny a pojmy

C.1 Zdroj definic

Definice základních statistických termínů uvedené v této příloze jsou převzaté z mezinárodní normy ISO 3534-1: 1993 [7]. Tato norma má být také prvním zdrojem konzultace pokud jde o definice termínů, které zde nejsou uvedeny. Některé tyto termíny a jejich základní pojmy jsou podrobněji vysvětleny v C.3, i když jejich formální definice jsou uvedeny v C.2, aby se zjednodušilo další použití tohoto pokynu. Avšak C.3, která také obsahuje definice některých příbuzných termínů, není založena přímo na ISO 3534-1: 1993.

C.2 Definice

Jak je uvedeno v kapitole 2 a příloze B znamená použití závorek okolo určitých slov některých termínů, že tato slova mohou být vynechána, pokud je pravděpodobné, že vynechání nezpůsobí nejasnosti.

Termíny C.2.1 až C.2.14 jsou definovány v pojmech vlastností základního celku. Výrazy C.2.15 až C.2.31 se vztahují k množině pozorování (viz citace [7]).

C.2.1

pravděpodobnost

reálné číslo v rozsahu od 0 do 1 přiřazené náhodnému jevu

POZNÁMKA

Může být ve vztahu k dlouhodobé relativní četnosti jevu nebo ke stupni důvěry, že jev nastane. Při vysokém stupni důvěry je pravděpodobnost blízka 1.

[ISO 3534-1:1993, definice 1.1]

C.2.2

náhodná veličina

veličina, která smí nabývat jakoukoliv hodnotu z určité množiny hodnot, a s níž je spojeno *rozdělení pravděpodobnosti* (ISO 3534-1: 1993, definice 1.3, [C.2.3])

POZNÁMKY

1 Náhodná veličina, která smí nabývat pouze izolované hodnoty, se nazývá „diskrétní“. Náhodná veličina, která může nabývat jakékoliv hodnoty z konečného nebo nekonečného intervalu, se nazývá „spojitá“.

Annex C

Basic statistical terms and concepts

C.1 Source of definitions

The definitions of the basic statistical terms given in this annex are taken from International Standard ISO 3534-1: 1993 [7]. This should be the first source consulted for the definitions of terms not included here. Some of these terms and their underlying concepts are elaborated upon in C.3 following the presentation of their formal definitions in C.2 in order to facilitate further the use of this *Guide*. However, C.3, which also includes the definitions of some related terms, is not based directly on ISO 3534-1: 1993.

C.2 Definitions

as in clause 2 and annex B, the use of parentheses around certain words of some terms means that the words may be omitted if this is unlikely to cause confusion.

Terms C.2. 1 to C.2. 14 are defined in terms of the properties of populations. The definitions of terms C.2. 15 to C.2.31 are related to a set of observations (see reference [7]).

C.2.1

probability

a real number in the scale 0 to 1 attached to a random event

NOTE

It can be related to a long-run relative frequency of occurrence or to a degree of belief that an event will occur For a high degree of belief, the probability is near 1.

[ISO 3534-1:1993, definition 1.1]

C.2.2

random variable; variate

a variable that may take any of the values of a specified set of values and with which is associated a *probability distribution* (ISO 3534-1: 1993, definition 1.3 [C.2.3])

NOTES

1 A random variable that may take only isolated values is said to be “discrete.” A random variable which may take any value within a finite or infinite interval is said to be “continuous”.

2 Pravděpodobnost jevu A se značí Pr(A) nebo P(A).

[ISO 3534-1:1993, definice 1.2]

Komentář k *pokynu*: Značka Pr(A) je použita v tomto *pokynu* místo značky $P_r(A)$ užitým v ISO 3534-1: 1993.

C.2.3 rozdělení pravděpodobnosti (náhodné veličiny)

funkce udávající pravděpodobnost, že náhodná veličina nabývá dané hodnoty nebo patří do dané množiny hodnot

POZNÁMKA

Pravděpodobnost množiny všech hodnot náhodné veličiny je rovna 1.

[ISO 3534-1:1993, definice 1.3]

C.2.4 distribuční funkce

funkce, udávající pro každou hodnotu x pravděpodobnost, že náhodná veličina X je menší nebo rovna x

$$F(x) = \Pr(X \leq x)$$

[ISO 3534-1:1993, definice 1.4]

C.2.5 hustota pravděpodobnosti

(spojité náhodné veličiny)
derivace (pokud existuje) distribuční funkce:

$$f(x) = dF(x)/dx$$

POZNÁMKA

$f(x)dx$ je „pravděpodobnostní element“:

2 The probability of an event A is denoted by Pr(A) or P(A).

[ISO 3534-1:1993, definition 1.2]

Guide Comment: The symbol Pr(A) is used in this *Guide* in place of the symbol $P_r(A)$ used in ISO 3534-1: 1993.

C.2.3 probability distribution (of a random variable)

a function giving the probability that a random variable takes any given value or belongs to a given set of values

NOTE

The probability on the whole set of values of the random variable equals 1.

[ISO 3534-1:1993, definition 1.3]

C.2.4 distribution function

a function giving, for every value x , the probability that the random variable X be less than or equal to x

[ISO 3534-1:1993, definition 1.4]

2.5 probability density function C. (for a continuous random variable) the derivative (when it exists) of the distribution function:

NOTE

$f(x) dx$ is the "probability element":

$$f(x)dx = \Pr(x < X < x + dx)$$

[ISO 3534-1:1993, definice 1.5]

C.2.6 pravděpodobnostní funkce

funkce udávající pro každou hodnotu x_i diskrétní náhodné veličiny X pravděpodobnost p_i , že náhodná veličina je rovna x_i

$$p_i = \Pr(X = x_i)$$

[ISO 3534-1:1993, definice 1.6]

[ISO 3534-1:1993, definition 1.5]

C.2.6 probability mass function

a function giving, for each value x_i of a discrete random variable X , the probability p_i that the random variable equals x_i

[ISO 3534-1:1993, definition 1.6]

C.2.7**parametr**

veličina používaná při popisu rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny

[ISO 3534-1:1993, definition 1.12]

C.2.8**korelace**

vztah mezi dvěma nebo několika náhodnými veličinami v rámci rozdělení dvou nebo více náhodných veličin

POZNÁMKA

Většina statistických měr korelace měří pouze stupeň lineárního vztahu.

[ISO 3534-1:1993, definice 1.13]

C.2.9

střední hodnota (náhodné veličiny nebo rozdělení pravděpodobnosti);

očekávaná hodnota;

průměr

- 1 Pro diskrétní náhodnou veličinu X nabývající hodnot x_i s pravděpodobnostmi p_i , je střední hodnota, pokud existuje

$$\mu = E(X) = \sum p_i x_i$$

přičemž součet se bere přes všechny hodnoty x_i , které veličina X může nabývat.

- 2 Pro spojitou náhodnou veličinu X mající hustotu pravděpodobnosti $f(x)$, je střední hodnota, pokud existuje

$$\mu = E(X) = \int x f(x) dx$$

přičemž se integruje přes celý definiční interval (celé definiční intervaly) veličiny X .

[ISO 3534-1:1993, definice 1.18]

C.2.10**centrovaná náhodná veličina**

náhodná veličina, jejíž střední hodnota je rovna nule

POZNÁMKA

Náhodné veličině X se střední hodnotou μ , odpovídá centrovaná náhodná veličina $(X - \mu)$.

[ISO 3534-1:1993, definice 1.21]

C.2.7**parameter**

a quantity used in describing the probability distribution of a random variable.

[ISO 3534-1:1993, definition 1.12]

C.2.8**correlation**

the relationship between two or several random variables within a distribution of two or more random variables.

NOTE

Most statistical measures of correlation measure only the degree of linear relationship.

[ISO 3534-1:1993, definition 1.13]

C.2.9

expectation (of a random variable or of a probability distribution);

expected value;

mean

- 1 For a discrete random variable X taking the values x_i with the probabilities p_i the expectation, if it exists, is

the sum being extended over all the values x_i which can be taken by X .

- 2 For a continuous random variable X having the probability density function $f(x)$ the expectation, if it exists, is

the integral being extended over the interval(s) of variation of X .

[ISO 3534-1:1993, definition 1.18]

C.2.10**centred random variable**

a random variable the expectation of which equals zero

NOTE

If the random variable X has an expectation equal to μ , the corresponding centred random variable is $(X - \mu)$.

[ISO 3534-1:1993, definition 1.21]

C.2.11

rozptyl (náhodné veličiny nebo rozdělení pravděpodobnosti)

střední hodnota druhé mocniny *centrované náhodné veličiny* (ISO 3534-1: 1993, definice 1.21 [C.2.10]):

$$\sigma^2 = V(X) = E\{[X - E(X)]^2\}$$

[ISO 3534-1:1993, definice 1.21]

C.2.12

směrodatná odchylka (náhodné veličiny nebo rozdělení pravděpodobnosti)

kladně vzatá druhá odmocnina z rozptylu:

$$\sigma = \sqrt{V(X)}$$

[ISO 3534-1:1993, definice 1.23]

C.2.13

centrální moment³⁾ řádu q

v jednorozměrném rozdělení, střední hodnoty q -té mocniny *centrované náhodné veličiny* $(X - \mu)$:

$$E [(X - \mu)^q]$$

POZNÁMKA

Centrální moment druhého řádu je rozptyl (ISO 3534-1: 1993, definice 1.22, [C.2.11]) náhodné veličiny X .

[ISO 3534-1:1993, definice 1.28]

C.2.14

normální rozdělení

Laplaceovo-Gaussovo rozdělení

rozdělení pravděpodobnosti spojité náhodné veličiny X , jejíž hustota rozdělení je

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{x - \mu}{\sigma} \right]^2 \right]$$

pro $-\infty < x < +\infty$

POZNÁMKA

μ je střední hodnota a σ je směrodatná odchylka normálního rozdělení.

[ISO 3534-1:1993, definice 1.37]

C.2.11

variance (of a random variable or of a probability distribution)

the expectation of the square of the *centred random variable* (ISO 3534-1: 1993, definition 1.21 [C.2.10]):

[ISO 3534-1:1993, definition 1.21]

C.2.12

standard deviation (of a random variable or of a probability distribution)

the positive square root of the variance:

[ISO 3534-1:1993, definition 1.23]

C.2.13

central moment³⁾ of order q

in a univariate distribution, the expectation of the q th power of the *centred random variable* $(X - \mu)$:

NOTE

The central moment of order 2 is the *variance* (ISO 3534-1: 1993, definition 1.22 [C.2. 11]) of the random variable X .

[ISO 3534-1:1993, definition 1.28]

C.2.14

normal distribution

Laplace-Gauss distribution

the probability distribution of a continuous random variable X , the probability density function of which is

for $-\infty < x < +\infty$

NOTE

μ is the expectation and σ is the standard deviation of the normal distribution.

[ISO 3534-1:1993, definition 1.37]

³⁾ Nahradí-li se v definicích momentů veličiny X , $X - a$, Y , $Y - b$, atd., svými absolutními hodnotami $|X|$, $|X - a|$, $|Y - b|$, atd., definují se další momenty, které se nazývají „absolutní momenty“.

³⁾ If, in the definition of the moments, the quantities X , $X - a$, Y , $Y - b$, etc. are replaced by their absolute values, i.e. $|X|$, $|X - a|$, $|Y - b|$, etc., other moments called „absolute moments“ are defined.

C.2.15**charakteristika**

vlastnost, která v daném základním souboru pomáhá identifikovat jednotku nebo rozlišovat mezi jednotkami

POZNÁMKA

Charakteristika může být buď kvantitativní (rozlišitelná měřením – pro veličiny) nebo kvalitativní (rozlišitelná srovnáním – pro vlastnosti).

[ISO 3534-1:1993, definice 2.2]

C.2.16**(základní) soubor**

souhrn všech uvažovaných jednotek

POZNÁMKA

V případě náhodné veličiny se uvažuje o rozdělení pravděpodobnosti (ISO 3534-1: 1993, definice 1.3, [C.2.3]), aby se vymezil základní soubor pro tuto veličinu.

[ISO 3534-1:1993, definice 2.3]

C.2.17**četnost**

počet výskytů jevu daného typu nebo počet pozorování, která patří do určité třídy

[ISO 3534-1:1993, definice 2.11]

C.2.18**rozdělení četnosti**

empirický vztah mezi hodnotami charakteristiky a jejich četnostmi nebo jejich relativními četnostmi

POZNÁMKA

Rozdělení je dovoleno graficky znázornit *histogramem* (ISO 3534-1: 1993, definice 2.17), *sloupcovým diagramem* (ISO 3534-1: 1993, definice 2.18), *polygonem kumulativních četností* (ISO 3534-1: 1993, definice 2.19) nebo *dvourozměrnou tabulkou* (ISO 3534-1: 1993, definice 2.22).

[ISO 3534-1:1993, definice 2.15]

C.2.19**aritmetický průměr;
výběrový průměr**

součet hodnot dělený jejich počtem

POZNÁMKY

1 Anglický termín „mean“ se používá obecně ve vztahu k parametru souboru, termín „average“ ve vztahu k výsledku výpočtu z údajů získaných na základě výběru.

C.2.15**characteristic**

a property which helps to identify or differentiate between items of a given population

NOTE

The characteristic may be either quantitative (by variables) or qualitative (by attributes).

[ISO 3534-1:1993, definition 2.2]

C.2.16**population**

the totality of items under consideration

NOTE

In the case of a random variable, the *probability distribution* (ISO 3534-1: 1993, definition 1.3 [C.2.3]) is considered to define the population of that variable.

[ISO 3534-1:1993, definition 2.3]

C.2.17**frequency**

the number of occurrences of a given type of event or the number of observations falling into a specified class

[ISO 3534-1:1993, definition 2.11]

C.2.18**frequency distribution**

the empirical relationship between the values of a characteristic and their frequencies or their relative frequencies

NOTE

The distribution may be graphically presented as a *histogram* (ISO 3534-1: 1993, definition 2.17), *bar chart* (ISO 3534-1: 1993, definition 2.18), *cumulative frequency polygon* (ISO 3534-1: 1993, definition 2.19), or as a *two-way table* (ISO 3534-1: 1993, definition 2.22).

[ISO 3534-1:1993, definition 2.15]

C.2.19**arithmetic mean;
average**

the sum of values divided by the number of values

NOTES

1 The term “mean” is used generally when referring to a population parameter and the term “average” when referring to the result of a calculation on the data obtained in a sample.

- 2 Aritmetický průměr prostého náhodného výběru odebraného ze základního souboru je nestranným odhadem střední hodnoty tohoto základního souboru. Někdy se nicméně používá jiných odhadů, jako například geometrický nebo harmonický průměr nebo výběrový medián nebo výběrový modus.

[ISO 3534-1:1993, definice 2.26]

C.2.20

výběrový rozptyl

míra rozptýlení, která je součtem čtverců odchylek pozorování od průměru děleným počtem pozorování zmenšeným o jedno pozorování

PŘÍKLAD

Pro n pozorování x_1, x_2, \dots, x_n s průměrem

$$\bar{x} = (1/n) \sum x_i$$

je výběrový rozptyl

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

POZNÁMKY

- 1 Výběrový rozptyl je nestranným odhadem rozptylu základního souboru.
- 2 Výběrový rozptyl je $n/(n-1)$ násobek výběrového centrálního momentu řádu 2 (viz poznámka k ISO 3534-1: 1993, definice 2.39).

[ISO 3534-1:1993, definice 2.33]

Komentář *pokynu*: Zde stanovený rozptyl lépe vystihuje navržený „výběrový odhad rozptylu základního souboru“. Výběrový rozptyl je obvykle definován jako centrální moment druhého řádu pro výběrové hodnoty (viz C.2.13 a C.2.22).

C.2.21

výběrová směrodatná odchylka

kladně vzatá druhá odmocnina z výběrového rozptylu

POZNÁMKA

Výběrová směrodatná odchylka je vychýlený odhad směrodatné odchylky základního souboru.

[ISO 3534-1:1993, definice 2.34]

- 2 The average of a simple random sample taken from a population is an unbiased estimator of the mean of this population. However, other estimators, such as the geometric or harmonic mean, or the median or mode, are sometimes used.

[ISO 3534-1:1993, definition 2.26]

C.2.20

variance

a measure of dispersion, which is the sum of the squared deviations of observations for their average divided by one less than the number of observations

EXAMPLE

For n observations x_1, x_2, \dots, x_n with average

the variance is

NOTES

- 1 The sample variance is an unbiased estimator of the population variance.
- 2 The variance is $n/(n-1)$ times the central moment of order 2 (see note to ISO 3534-1: 1993, definition 2.39).

[ISO 3534-1:1993, definition 2.33]

Guide Comment: The variance defined here is more appropriately designated the “sample estimate of the population variance.” The variance of a sample is usually defined to be the central moment of order 2 of the sample (see C.2.13 and C.2.22).

C.2.21

standard deviation

the positive square root of the variance

NOTE

The sample standard deviation is a biased estimator of the population standard deviation

[ISO 3534-1:1993, definition 2.34]

C.2.22**výběrový centrální moment řádu q**

v rozdělení jedné charakteristiky, aritmetický průměr q -tých mocnin rozdílů mezi pozorovanými hodnotami a jejich průměrem \bar{x} :

$$\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^q$$

kde n je počet pozorování

POZNÁMKA

Výběrový centrální moment řádu 1 je roven nule.

[ISO 3534-1:1993, definice 2.37]

C.2.23**statistika**

funkce výběrových náhodných veličin

POZNÁMKA

Statistika jako funkce náhodných veličin, je rovněž náhodnou veličinou a jako taková nabývá od výběru k výběru různých hodnot. Hodnota statistiky získaná použitím pozorovaných hodnot v této funkci by se dala použít při statistických testech nebo jako odhad parametru základního souboru jako je střední hodnota nebo směrodatná odchylka.

[ISO 3534-1:1993, definice 2.45]

C.2.24**odhadování**

činnost, kdy se na základě pozorování ve výběru přiřazují číselné hodnoty parametrům rozdělení, které bylo zvoleno jako statistický model základního souboru z něhož byl odebrán výběr

POZNÁMKA

Výsledek této činnosti může být vyjádřen jedinou hodnotou (bodový odhad, (ISO 3534-1: 1993, definice 2.51 [C.2.26]) nebo jako intervalový odhad (viz ISO 3534-1: 1993, definice 2.57 [C.2.27] a 2.58 [C.2.28]).

[ISO 3534-1:1993, definice 2.49]

C.2.25**odhad**

statistika používaná pro odhadování parametru základního souboru

[ISO 3534-1:1993, definice 2.50]

C.2.26**hodnota odhadu**

hodnota, kterou odhad nabývá jako výsledek odhadování

[ISO 3534-1:1993, definice 2.51]

C.2.22**central moment of order q**

in a distribution of a single characteristic, the arithmetic mean of the q th power of the difference between the observed values and their average \bar{x} :

where n is the number of observations

NOTE

The central moment of order 1 is equal to zero.

[ISO 3534-1:1993, definition 2.37]

C.2.23**statistic**

a function of the sample random variables

NOTE

A statistic, as a function of random variables, is also a random variable and as such it assumes different values from sample to sample. The value of the statistic obtained by using the observed values in this function may be used in a statistical test or as an estimate of a population parameter, such as a mean or a standard deviation.

[ISO 3534-1:1993, definition 2.45]

C.2.24**estimation**

the operation of assigning, from the observations in a sample, numerical values to the parameters of a, distribution chosen as the statistical model of the population from which this sample is taken.

NOTE

A result of this operation may be expressed as a single value (point estimate; see ISO 3534-1: 1993, definition 2.51 [C.2.26]) or as an interval estimate (see ISO 3534-1: 1993, definition 2.57 [C.2.27] and 2.58 [C.2.28]).

[ISO 3534-1:1993, definition 2.49]

C.2.25**estimator**

a statistic used to estimate a population parameter

[ISO 3534-1:1993, definition 2.50]

C.2.26**estimate**

the value of an estimator obtained as a result of an estimation

[ISO 3534-1:1993, definition 2.51]

C.2.27**dvoustranný konfidenční interval**

jsou-li T_1 a T_2 dvě funkce pozorovaných hodnot takové, že pro odhadovaný parametr θ základního souboru je pravděpodobnost $\Pr(T_1 \leq \theta \leq T_2)$ větší nebo rovna $(1 - \alpha)$ [kde $(1 - \alpha)$ je pevné kladné číslo menší než 1], pak interval mezi T_1 a T_2 je dvoustranný $(1 - \alpha)$ konfidenční interval pro θ

POZNÁMKY

- 1 Meze T_1 a T_2 konfidenčního intervalu jsou *statistikami* (ISO 3534-1: 1993, definice 2.45 [C.2.23]), a proto budou obecně nabývat od výběru k výběru různých hodnot.
- 2 Pro dlouhou řadu výběrů je relativní četnost případů, kdy je parametr základního souboru θ pokryt konfidenčním intervalem, větší nebo rovna $(1 - \alpha)$.

[ISO 3534-1:1993, definice 2.57]

C.2.28**jednostranný konfidenční interval**

je-li T funkce pozorovaných hodnot taková, že pro odhadovaný parametr θ základního souboru, je pravděpodobnost $\Pr(T \geq \theta)$ [nebo pravděpodobnost $\Pr(T \leq \theta)$] větší nebo rovna $(1 - \alpha)$ [kde $(1 - \alpha)$ je pevné kladné číslo menší než 1], pak interval mezi nejmenší možnou hodnotou θ do T (nebo interval mezi T a největší možnou hodnotou θ) je jednostranný $(1 - \alpha)$ konfidenční interval pro θ

POZNÁMKY

- 1 Mez T konfidenčního intervalu je *statistika* (ISO 3534-1: 1993, definice 2.45 [C.2.23]), a proto bude obecně od výběru k výběru nabývat různých hodnot.
- 2 Viz poznámka 2 v ISO 3534-1: 1993, definice 2.57 [C.2.27].

[ISO 3534-1:1993, definice 2.58]

C.2.29**konfidenční koeficient;
konfidenční úroveň**

hodnota pravděpodobnosti $(1 - \alpha)$ spojená s konfidenčním intervalem nebo se statistickým intervalem pokrytí (Viz ISO 3534-1: 1993, definice 2.57 [C.2.27], 2.58 [C.2.28] a 2.61 [C.2.30].)

C.2.27**two-sided confidence interval**

when T_1 and T_2 are two functions of the observed values such that, θ being a population parameter to be estimated, the probability $\Pr(T_1 \leq \theta \leq T_2)$ is at least equal to $(1 - \alpha)$ [where $(1 - \alpha)$ is a fixed number, positive and less than 1], the interval between T_1 and T_2 is a two-sided $(1 - \alpha)$ confidence interval for θ

NOTES

- 1 The limits T_1 and T_2 of the confidence interval are *statistics* (ISO 3534-1: 1993, definition 2.45 [C.2.23]) and as such will generally assume different values from sample to sample.
- 2 In a long series of samples, the relative frequency of cases where the true value of the population parameter θ is covered by the confidence interval is greater than or equal to $(1 - \alpha)$.

[ISO 3534-1:1993, definition 2.57]

C.2.28**one-sided confidence interval**

when T is a function of the observed values such that, θ being a population parameter to be estimated, the probability $\Pr(T \geq \theta)$ [or the probability $\Pr(T \leq \theta)$] is at least equal to $(1 - \alpha)$ [where $(1 - \alpha)$ is a fixed number, positive and less than 1], the interval from the smallest possible value of θ up to T (or the interval from T up to the largest possible value of θ) is a one-sided $(1 - \alpha)$ confidence interval for θ

NOTES

- 1 The limit T of the confidence interval is a *statistic* (ISO 3534-1: 1993, definition 2.45 [C.2.23]) and as such will generally assume different values from sample to sample.
- 2 See note 2 of ISO 3534-1: 1993, definition 2.57 [C.2.27].

[ISO 3534-1:1993, definition 2.58]

C.2.29**confidence coefficient;
confidence level**

the value $(1 - \alpha)$ of the probability associated with a confidence interval or a statistical coverage interval (See ISO 3534-1: 1993, definition 2.57 [C.2.27], 2.58 [C.2.28], and 2.61 [C.2.30].)

POZNÁMKA

(1 - α) se často vyjadřuje v procentech.

[ISO 3534-1:1993, definice 2.59]

C.2.30**statistický interval pokrytí**

interval, o němž lze s danou konfidenční úrovní tvrdit, že obsahuje alespoň zadaný podíl základního souboru

POZNÁMKY

- 1 Jsou-li obě meze určeny statistikou, jde o dvoustranný interval. Není-li některá z nich konečná nebo je-li tvořena mezní hodnotou náhodné veličiny, jde o jednostranný interval.
- 2 Také se používá název „statistický toleranční interval“. Tento termín se však nemá používat, protože jeho použití může vést k nesprávné záměně za „toleranční interval“, který je definován v ISO 3534-2: 1993.

[ISO 3534-1:1993, definice 2.61]

C.2.31**stupně volnosti**

obecně počet členů součtu mínus počet vazeb mezi členy součtu

[ISO 3534-1:1993, definice 2.85]

C.3 Podrobné vysvětlení termínů a pojmů**C.3.1 střední hodnota**

Střední hodnota funkce $g(z)$, s hustotou pravděpodobnosti $p(z)$ náhodné veličiny z , je stanovena pomocí

$$E[g(z)] = \int g(z)p(z) dz$$

kde, podle definice $p(z)$ platí: $\int p(z) dz = 1$. Střední hodnota náhodné veličiny z , značená μ_z , která je také známá jako očekávaná hodnota nebo průměr veličiny z , je dána pomocí

$$\mu_z \equiv E(z) = \int z p(z) dz$$

Ta je statisticky odhadnuta pomocí aritmetického průměru (average) nebo průměru (mean) \bar{z} , získaného z počtu n nezávislých pozorování z_i náhodné veličiny z , s hustotou pravděpodobnosti $p(z)$

NOTE

(1 - α) is often expressed as a percentage.

[ISO 3534-1:1993, definition 2.59]

C.2.30**statistical coverage interval**

an interval for which it can be stated with a given level of confidence that it contains at least a specified proportion of the population

NOTES

- 1 When both limits are defined by statistics, the interval is two-sided. When one of the two limits is not finite or consists of the boundary of the variable, the interval is one-sided.
- 2 Also called “statistical tolerance interval.” This term should not be used because it may cause confusion with “tolerance interval” which is defined in ISO 3534-2: 1993.

[ISO 3534-1:1993, definition 2.61]

C.2.31**degrees of freedom**

in general, the number of terms in a sum minus the number of constraints on the terms of the sum

[ISO 3534-1:1993, definition 2.85]

C.3 Elaboration of terms and concepts**C.3.1 Expectation**

The expectation of a function $g(z)$ over a probability density function $p(z)$ of the random variable z is defined by

where, from the definition of $p(z)$, $\int p(z) dz = 1$. The expectation of the random variable z , denoted by μ_z and which is also termed the expected value or the mean of z , is given by

It is estimated statistically by \bar{z} the arithmetic mean or average of n independent observations z_i of the random variable z , the probability density function of which is $p(z)$:

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$$

C.3.2 Rozptyl

Rozptyl náhodné veličiny je střední hodnota čtverce odchylek náhodné veličiny od její střední hodnoty. Tedy rozptyl náhodné veličiny z s hustotou pravděpodobnosti $p(z)$ je dán

$$\sigma^2(z) = \int (z - \mu_z)^2 p(z) dz$$

kde μ_z je střední hodnota pro z . Hodnota rozptylu $\sigma^2(z)$ může být odhadnuta pomocí:

$$s^2(z_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (z_j - \bar{z})^2$$

kde

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$$

a z_i je n nezávislých pozorování z .

POZNÁMKY

- 1 Činitel $n - 1$ ve výrazu pro $s^2(z_i)$ vzniká z vazby mezi z_i a \bar{z} a odráží skutečnost, že zde v množině $\{z_i - \bar{z}\}$ je jen $n - 1$ nezávislých prvků.
- 2 Pro známou střední hodnotu μ_z náhodné veličiny z může být rozptyl odhadnut pomocí:

$$s^2(z_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_z)^2$$

Rozptyl výběrového průměru nebo průměru pozorování je vhodnější mírou nejistoty výsledku měření spíše než rozptyl individuálního pozorování. Rozptyl veličiny z má být pečlivě odlišen od rozptylu průměru \bar{z} . Rozptyl výběrového průměru řady n nezávislých pozorování z_i pro z je dán pomocí $\sigma^2(\bar{z}) = \sigma^2(z_i)/n$ a je odhadnut výběrovým rozptylem průměru.

C.3.2 Variance

The variance of a random variable is the expectation of its quadratic deviation about its expectation. Thus the variance of random variable z with probability density function $p(z)$ is given by

where μ_z is the expectation of z . The variance $\sigma^2(z)$ may be estimated by

where

and the z_i are n independent observations of z .

NOTES

- 1 The factor $n - 1$ in the expression for $s^2(z_i)$ arises from the correlation between z_i and \bar{z} and reflects the fact that there are only $n - 1$ independent items in the set $\{z_i - \bar{z}\}$.
- 2 If the expectation μ_z of z is known, the variance may be estimated by

The variance of the arithmetic mean or average of the observations, rather than the variance of the individual observations, is the proper measure of the uncertainty of a measurement result. The variance of a variable z should be carefully distinguished from the variance of the mean \bar{z} . The variance of the arithmetic mean of a series of n independent observations of z is given by $\sigma^2(\bar{z}) = \sigma^2(z_i)/n$ and is estimated by the experimental variance of the mean.

$$s^2(\bar{z}) = \frac{s^2(z_i)}{n} = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2$$

C.3.3 Výběrová směrodatná odchylka

Směrodatná odchylka je kladná hodnota druhé odmocniny rozptylu. Vzhledem k tomu, že standardní nejistota vyhodnocená způsobem A je získána z druhé odmocniny statisticky vyhodnoceného rozptylu, je často mnohem výhodnější při stanovení standardní nejistoty vyhodnocené způsobem B, nejprve vyhodnotit nestatistickou ekvivalentní směrodatnou odchylku a potom získat ekvivalentní rozptyl ze čtverce směrodatné odchylky.

C.3.4 Kovariance

Kovariance dvou náhodných veličin je míra jejich vzájemné závislosti. Kovariance náhodných veličin y a z je definována pomocí

$$\text{cov}(y, z) = \text{cov}(z, y) = E\{[y - E(y)][z - E(z)]\}$$

což vede k

C.3.3 Standard deviation

The standard deviation is the positive square root of the variance. Whereas a Type A standard uncertainty is obtained by taking the square root of the statistically evaluated variance, it is often more convenient when determining a Type B standard uncertainty to evaluate a nonstatistical equivalent standard deviation first and then to obtain the equivalent variance by squaring the standard deviation.

C.3.4 Covariance

The covariance of two random variables is a measure of their mutual dependence. The covariance of random variables y and z is defined by

which leads to

$$\begin{aligned} \text{cov}(y, z) &= \text{cov}(z, y) \\ &= \iint (y - \mu_y)(z - \mu_z)p(y, z)dy dz \\ &= \iint yz p(y, z)dy dz - \mu_y\mu_z \end{aligned}$$

kde $p(y, z)$ je sdružená hustota pravděpodobnosti dvou veličin y a z . Kovarianci $\text{cov}(y, z)$ [také označovanou $\nu(y, z)$] je dovoleno odhadnout pomocí $s(y_i, z_i)$, získané z n nezávislých dvojic simultánních pozorování y_i a z_i veličin y a z :

$$s(y_i, z_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})(z_j - \bar{z})$$

kde

where

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

a

and

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i$$

POZNÁMKA

Odhad kovariance dvou průměrů \bar{y} a \bar{z} je dán $s(\bar{y}, \bar{z}) = s(y_i, z_i)/n$.

C.3.5 Kovarianční matice

Pro víceproměnné rozdělení pravděpodobnosti je matice V , která má prvky rovnající se rozptylům a kovariancím náhodných veličin, nazývána kovarianční maticí. Diagonální prvky, jako $v(z, z) \equiv \sigma^2(z)$ nebo $s(z_i, z_i) \equiv s^2(z_i)$, jsou rozptyly, zatímco prvky mimo diagonálu, jako $v(y, z)$ nebo $s(y_i, z_i)$, jsou kovariance.

C.3.6 Korelační koeficient

Korelační koeficient je míra relativní vzájemné závislosti dvou náhodných veličin a rovná se poměru jejich kovariancí ke kladné hodnotě druhé odmocniny součinu jejich rozptylů. Pak:

$$\rho(y, z) = \rho(z, y) = \frac{v(y, z)}{\sqrt{v(y, y) v(z, z)}} = \frac{v(y, z)}{\sigma(y)\sigma(z)}$$

a s odhady

$$r(y_i, z_i) = r(z_i, y_i) = \frac{s(y, z)}{\sqrt{s(y, y) s(z, z)}} = \frac{s(y, z)}{s(y)s(z)}$$

Korelační koeficient je číslo, pro které platí $-1 \leq \rho \leq +1$ nebo $-1 \leq r(y_i, z_i) \leq +1$.

POZNÁMKY

- 1 Protože ρ a r jsou čísla v rozsahu -1 až $+1$ včetně, přičemž kovariance jsou obvykle veličiny s nevhodnými fyzikálními rozměry a velikostmi, jsou obecně korelační koeficienty mnohem použitelnější než kovariance.
- 2 Pro vícerozměrné rozdělení pravděpodobnosti je obvykle dána matice korelačních koeficientů místo kovarianční matice. Protože $\rho(y, y) = 1$ a $r(y_i, y_i) = 1$, jsou diagonální prvky této matice rovny jedné.
- 3 Jsou-li odhady vstupních hodnot x_i a x_j korelovány (viz 5.2.2), a změna δ_i v x_i vytváří změnu δ_j v x_j , potom korelační koeficient příslušný k x_i a x_j je přibližně odhadnut z výrazu:

$$r(x_i, x_j) \approx u(x_i) \delta_j / [u(x_i) \delta_i]$$

Tento vztah může sloužit jako základ pro empirický odhad korelačních koeficientů. Může být také použit pro výpočet přibližné změny v jednom vstupním odhadu v důsledku změny jiné veličiny, jestliže jejich korelační koeficient je známý.

NOTE

estimated covariance of the two means \bar{y} and \bar{z} is given by $s(\bar{y}, \bar{z}) = s(y_i, z_i)/n$.

C.3.5 Covariance matrix

For a multivariate probability distribution, the matrix V with elements equal to the variances and covariances of the variables is termed the covariance matrix. The diagonal elements, $v(z, z) \equiv \sigma^2(z)$ or $s(z_i, z_i) \equiv s^2(z_i)$, are the variances, while the off-diagonal elements, $v(y, z)$ or $s(y_i, z_i)$, are the covariances.

C.3.6 Correlation coefficient

The correlation coefficient is a measure of the relative mutual dependence of two variables, equal to the ratio of their covariances to the positive square root of the product of their variances. Thus

with estimates

The correlation coefficient is a pure number such that $-1 \leq \rho \leq +1$ or $-1 \leq r(y_i, z_i) \leq +1$.

NOTES

- 1 Because ρ and r are pure numbers in the range -1 to $+1$ inclusive, while covariances are usually quantities with inconvenient physical dimensions and magnitudes, correlation coefficients are generally more useful than covariances.
- 2 For multivariate probability distributions, the correlation coefficient matrix is usually given in place of the covariance matrix. Since $\rho(y, y) = 1$ and $r(y_i, y_i) = 1$, the diagonal elements of this matrix are unity.
- 3 If the input estimates x_i and x_j are correlated (see 5.2.2) and if a change δ_i in x_i produces a change δ_j in x_j , then the correlation coefficient associated with x_i and x_j is estimated approximately by

This relation can serve as a basis for estimating correlation coefficients experimentally. It can also be used to calculate the approximate change in one input estimate due to a change in another if their correlation coefficient is known.

C.3.7 Nezávislost

Dvě náhodné veličiny jsou statisticky nezávislé, jestliže jejich sdružené rozdělení pravděpodobnosti je součin jejich jednotlivých rozdělení pravděpodobností.

POZNÁMKA

Jestli jsou dvě náhodné veličiny navzájem nezávislé, jejich kovariance a korelační koeficient jsou nulové. Obrácené tvrzení nemusí nutně být pravdivé.

C.3.8 t -rozdělení; Studentovo rozdělení

t -rozdělení nebo Studentovo rozdělení je rozdělení pravděpodobnosti spojité náhodné veličiny t , jejíž hustota pravděpodobnosti je

$$p(t, \nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi \nu}} \frac{\Gamma\left[\frac{\nu+1}{2}\right]}{\Gamma\left[\frac{\nu}{2}\right]} \left[1 + \frac{t^2}{\nu}\right]^{-(\nu+1)/2}, \quad -\infty < t < +\infty$$

kde Γ je funkce gamma a $\nu > 0$. Střední hodnota t -rozdělení je nula a jeho rozptyl je $\nu/(\nu-2)$ pro $\nu > 2$. Když $\nu \rightarrow \infty$, t -rozdělení se přiblíží normálnímu rozdělení s $\mu = 0$ a $\sigma = 1$ (viz C.2.14).

Rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny $(\bar{z} - \mu_z)/s(\bar{z})$ je t -rozdělení, jestliže náhodná veličina z se střední hodnotou μ_z má normální rozdělení, kde \bar{z} je průměr n nezávislých pozorování z_i , veličiny z , $s(z_i)$ je výběrová směrodatná odchylka pro n pozorování a $s(\bar{z}) = s(z_i)/\sqrt{n}$ je výběrová směrodatná odchylka průměru \bar{z} s $\nu = n - 1$ stupni volnosti.

C.3.7 Independence

Two random variables are statistically independent if their joint probability distribution is the product of their individual probability distributions.

NOTE

If two random variables are independent, their covariance and correlation coefficient are zero, but the converse is not necessarily true.

C.3.8 The t -distribution; Student's distribution

The t -distribution or Student's distribution is the probability distribution of a continuous random variable t whose probability density function is

where Γ is the gamma function and $\nu > 0$. The expectation of the t -distribution is zero and its variance is $\nu/(\nu-2)$ for $\nu > 2$. As $\nu \rightarrow \infty$, the t distribution approaches a normal distribution with $\mu = 0$ and $\sigma = 1$ (see C.2.14).

The probability distribution of the variable $(\bar{z} - \mu_z)/s(\bar{z})$ is the t -distribution if the random variable z is normally distributed with expectation μ_z , where \bar{z} is the arithmetic mean of n independent observations z_i of z , $s(z_i)$ is the experimental standard deviation of the n observations, and $s(\bar{z}) = s(z_i)/\sqrt{n}$ is the experimental standard deviation of the mean \bar{z} with $\nu = n - 1$ degrees of freedom.

Příloha D

„Pravá“ hodnota, chyba a nejistota

Termín **pravá hodnota** (B.2.3) je tradičně používán v publikacích o nejistotě, ale není v tomto *pokynu* z důvodů uvedených v této příloze. Protože termíny „měřená veličina“, „chyba“ a „nejistota“ jsou často špatně pochopené, tato příloha poskytuje také dodatečný výklad základních názorů, který je zásadní, aby doplnil výklad uvedený v kapitole 3. Dva obrázky jsou uvedeny ke grafickému znázornění, proč pojem nejistota, přijatý v tomto *pokynu*, je založený na výsledku měření a jeho vyhodnocené nejistotě, spíše než na neznámých veličinách jako „pravá“ hodnota a chyba.

D.1 Měřená veličina

D.1.1 První krok při měření je stanovení měřené veličiny – veličiny, která musí být měřena. Měřená veličina nemůže být stanovena pomocí hodnoty, ale pouze popisem veličiny. Avšak, v principu, měřená veličina nemůže být *úplně* popsána bez nekonečného množství informací. Takže v míře, která ponechává prostor pro interpretaci, neúplná definice měřené veličiny vnáší do nejistoty výsledku měření složky nejistoty, které mohou nebo nemusí být významné ve vztahu k požadované přesnosti měření.

D.1.2 Obecně definice měřené veličiny specifikuje určité fyzikální stavy a podmínky.

PŘÍKLAD

Rychlost zvuku v suchém vzduchu, směsi se složením (hmotnostní podíly) $N_2 = 0,780\ 8$, $O_2 = 0,209\ 5$, $Ar = 0,009\ 35$ a $CO_2 = 0,000\ 35$ při teplotě $T = 273,15\ K$ a tlaku $p = 101\ 325\ Pa$.

D.2 Realizovaná veličina

D.2.1 V ideálním případě, realizovaná veličina pro měření by mohla být v souladu s definicí měřené veličiny. Často, však taková veličina nemůže být zjištěna a měření je prováděno pro veličinu, která je přibližním měřené veličiny.

Annex D

“True” value, error, and uncertainty

The term **true value** (B.2.3) has traditionally been used in publications on uncertainty but not in this *Guide* for the reasons presented in this annex. Because the terms “measurand,” “error,” and “uncertainty” are frequently misunderstood, this annex also provides additional discussion of the ideas underlying them to supplement the discussion given in clause 3. Two figures are presented to illustrate why the concept of uncertainty adopted in this *Guide* is based on the measurement result and its evaluated uncertainty rather than on the unknowable quantities “true” value and error.

D.1 The measurand

D.1.1 The first step in making a measurement is to specify the measurand – the quantity to be measured; the measurand cannot be specified by a value but only by a description of a quantity. However, in principle, a measurand cannot be *completely* described without an infinite amount of information. Thus, to the extent that it leaves room for interpretation, incomplete definition of the measurand introduces into the uncertainty of the result of a measurement a component of uncertainty that may or may not be significant relative to the accuracy required of the measurement.

D.1.2 Commonly, the definition of a measurand specifies certain physical states and conditions.

EXAMPLE

The velocity of sound in dry air of composition (mole fraction) $N_2 = 0,780\ 8$, $O_2 = 0,209\ 5$, $Ar = 0,009\ 35$, and $CO_2 = 0,000\ 35$ at the temperature $T = 273,15\ K$ and pressure $p = 101\ 325\ Pa$.

D.2 The realized quantity

D.2.1 Ideally, the quantity realized for measurement would be fully consistent with the definition of the measurand. Often, however, such a quantity cannot be realized and the measurement is performed on a quantity that is an approximation of the measurand.

D.3 „Pravá“ hodnota a korigovaná hodnota

D.3.1 Výsledek měření zjišťované veličiny je korigován z důvodu rozdílu mezi veličinou a měřenou veličinou a to proto, aby se předvíдалo, jaký výsledek měření by mohl být, kdyby zjišťovaná veličina skutečně dostatečně splňovala definici měřené veličiny. Výsledek měření zjišťované veličiny je také korigován z důvodu všech ostatních známých významných systematických vlivů. Přestože konečný korigovaný výsledek je často viděn jako nejlepší odhad „pravé“ hodnoty měřené veličiny, ve skutečnosti výsledek je jednoduše nejlepší odhad hodnoty měřené veličiny.

D.3.2 Jako příklad, se předpokládá, že měřená veličina je tloušťka dané části materiálu při určité teplotě. Vzorek je vystaven teplotě blízké určené teplotě a jeho tloušťka v určeném místě je měřena mikrometrickým měřidlem. U zjištěné veličiny se jedná o tloušťku materiálu v daném místě a při jeho teplotě a při tlaku způsobeném mikrometrickým měřidlem.

D.3.3 Teplota materiálu v době měření a působící tlak jsou určeny. Nekorigovaný výsledek měření zjištěné veličiny bude korigován, přičemž se bere v úvahu kalibrační křivka mikrometrického měřidla, odchylka teploty vzorku od určené teploty a mírné deformace vzorku vlivem použitého tlaku.

D.3 The “true” value and the corrected value

D.3.1 The result of the measurement of the realized quantity is corrected for the difference between that quantity and the measurand in order to predict what the measurement result would have been if the realized quantity had in fact fully satisfied the definition of the measurand. The result of the measurement of the realized quantity is also corrected for all other recognized significant systematic effects. Although the final corrected result is sometimes viewed as the best estimate of the “true” value of the measurand, in reality the result is simply the best estimate of the value of the quantity intended to be measured.

D.3.2 As an example, suppose that the measurand is the thickness of a given sheet of material at a specified temperature. The specimen is brought to a temperature near the specified temperature and its thickness at a particular place is measured with a micrometer. The thickness of the material at that place and temperature, under the pressure applied by the micrometer, is the realized quantity.

D.3.3 The temperature of the material at the time of the measurement and the applied pressure are determined. The uncorrected result of the measurement of the realized quantity is then corrected by taking into account the calibration curve of the micrometer, the departure of the temperature of the specimen from the specified temperature, and the slight compression of the specimen under the applied pressure.

D.3.4 Korigovaný výsledek je dovoleno nazývat nejlepším odhadem „pravé“ hodnoty, „pravé“ ve smyslu, že to je hodnota veličiny, o které se předpokládá, že plně vyhovuje definici měřené veličiny; ale působením mikrometrického měřidla na různé části vzorku materiálu by mohla být zjištěná veličina s odlišnou „pravou“ hodnotou. Avšak tato „pravá“ hodnota by mohla být ve shodě s definicí měřené veličiny, protože definice měřené veličiny nepožaduje, aby tloušťka desky byla zjišťována v určitém místě vzorku. Proto v tomto případě, z důvodu neúplnosti definice měřené veličiny, vykazuje „pravá“ hodnota nejistotu, která může být vyhodnocena z měření prováděných na různých místech vzorku. Každá měřená veličina obsahuje při určité úrovni „vnitřní“ nejistotu, která v zásadě může být nějakým způsobem odhadnuta. To je minimální nejistota, se kterou může být měřená veličina určena. Každé měření, které vykazuje takovou nejistotu, může být považováno za nejlepší možné měření měřené veličiny. K získání hodnoty, která má příslušnou menší nejistotu se požaduje, aby měřená veličina byla přesněji definována.

POZNÁMKY

- 1 V uvedeném příkladu při specifikaci měřené veličiny se nepřesně bere v úvahu mnoho dalších vlivů, které by mohly myslitelně ovlivnit tloušťku: atmosférický tlak, vlhkost, poloha desky v gravitačním poli, způsob jejího podepření, atd.
- 2 I když měřená veličina má být definována dostatečně podrobně, aby nejistota vznikající z neúplné definice byla zanedbatelná v porovnání s požadovanou přesností měření, je nutno si uvědomit, že to nemusí být vždy proveditelné. Je dovoleno, aby definice byla neúplná, protože například nespecifikuje parametry, u kterých by se mohlo neospravedlnitelně předpokládat, že mají zanedbatelný vliv. Zároveň je dovoleno, aby se předpokládaly podmínky, které nikdy nemohou být zcela splněné a jejich nedokonalá realizace se těžko bere v úvahu. Také rychlost zvuku z příkladu D.1.2, obsahuje nekonečné rovinné vlny s mizivou malou amplitudou. V té míře, ve které měření nespĺňuje tyto podmínky, musí být brány v úvahu ohyby a nelineární vlivy.

D.3.4 The corrected result may be called the best estimate of the “true” value, “true” in the sense that it is the value of a quantity that is believed to satisfy fully the definition of the measurand; but had the micrometer been applied to a different part of the sheet of material, the realized quantity would have been different with a different “true” value. However, that “true” value would be consistent with the definition of the measurand because the latter did not specify that the thickness was to be determined at a particular place on the sheet. Thus in this case, because of an incomplete definition of the measurand, the “true” value has an uncertainty that can be evaluated from measurements made at different places on the sheet. At some level, every measurand has such an “intrinsic” uncertainty that can in principle be estimated in some way. This is the minimum uncertainty with which a measurand can be determined, and every measurement that achieves such an uncertainty may be viewed as the best possible measurement of the measurand. To obtain a value of the quantity in question having a smaller uncertainty requires that the measurand be more completely defined.

NOTES

- 1 In the example, the measurand’s specification leaves many other matters in doubt that might conceivably affect the thickness: the barometric pressure, the humidity, the attitude of the sheet in the gravitational field, the way it is supported, etc.
- 2 Although a measurand should be defined in sufficient detail that any uncertainty arising from its incomplete definition is negligible in comparison with the required accuracy of the measurement, it must be recognized that this may not always be practicable. The definition may, for example, be incomplete because it does not specify parameters that may have been assumed, unjustifiably, to have negligible effect; or it may imply conditions that can never be fully met and whose imperfect realization is difficult to take into account. For instance, in the example of D. 1.2, the velocity of sound implies infinite plane waves of vanishingly small amplitude. To the extent that the measurement does not meet these conditions, diffraction and nonlinear effects need to be considered.

- 3 Neodpovídající specifikace měřené veličiny může vést k rozporům mezi výsledky měření zdánlivě stejné veličiny prováděnými v různých laboratořích.

D.3.5 Termínu „pravá hodnota měřené veličiny“ nebo veličiny (často zkracované jako „pravá hodnota“) se tento *pokyn* vyvaroval, protože slovo „pravá“ je považováno za nadbytečné. „Měřená veličina“ (viz B.2.9) je míněna jako „určená veličina subjektu měření“, a tedy „hodnota měřené veličiny“ znamená „hodnota určené veličiny subjektu měření“. Zatímco „přesná veličina“ je obecně chápána jako konečná nebo určená veličina (viz B.2.1, poznámka 1), přídavné jméno „pravá“ v termínu „pravá hodnota měřené veličiny“ (nebo „pravá hodnota veličiny“) je zbytečné – „pravá“ hodnota měřené veličiny (nebo veličiny) je jednoduše hodnota měřené veličiny (nebo veličiny). Navíc, jak je naznačeno v předchozím textu, jedinečná „pravá“ hodnota je pouze idealizovaný pojem.

D.4 Chyba

Korigovaný výsledek měření není hodnota měřené veličiny a to z důvodu chyby, v důsledku nedokonalého měření zjištěné veličiny působením náhodných kolísání při pozorování, neodpovídajícího určení korekcí systematických vlivů a nedokonalé znalosti určitého fyzikálního jevu (také systematických vlivů). Ani hodnota zjištěné veličiny ani hodnota měřené veličiny nemohou být nikdy přesně známy; vše, co může být známo, jsou jejich odhadnuté hodnoty. V předchozím příkladu *může* měřená tloušťka destičky obsahovat chybu, tj. může se lišit od hodnoty měřené veličiny (tloušťky destičky), protože každý z následujících činitelů může přispívat k hodnotě neznámé chyby výsledku měření:

- a) nepatrné rozdíly mezi údaji mikrometrického měřidla, když je opakovaně použito pro měření stejné realizované veličiny;
- b) nedokonalá kalibrace mikrometrického měřidla;

- 3 Inadequate specification of the measurand can lead to discrepancies between the results of measurements of ostensibly the same quantity carried out in different laboratories.

D.3.5 The term “true value of a measurand” or of a quantity (often truncated to “true value”) is avoided in this *Guide* because the word “true” is viewed as redundant. “Measurand” (sec B.2.9) means “particular quantity subject to measurement,” hence “value of a measurand” means “value of a particular quantity subject to measurement.” Since “particular quantity” is generally understood to mean a definite or specified quantity (see B.2.1, note 1), the adjective “true” in “true value of a measurand” (or in “true value of a quantity”) is unnecessary – the “true” value of the measurand (or quantity) is simply the value of the measurand (or quantity). In addition, as indicated in the discussion above, a unique “true” value is only an idealized concept.

D.4 Error

A corrected measurement result is not the value of the measurand – that is, it is in error – because of imperfect measurement of the realized quantity due to random variations of the observations (random effects), inadequate determination of the corrections for systematic effects, and incomplete knowledge of certain physical phenomena (also systematic effects). Neither the value of the realized quantity nor the value of the measurand can ever be known exactly; all that can be known is their estimated values. In the example above the measured thickness of the sheet *may* be in error, that is, may differ from the value of the measurand (the thickness of the sheet), because each of the following may combine to contribute an unknown error to the measurement result:

- a) slight differences between the indications of the micrometer when it is repeatedly applied to the same realized quantity;
- b) imperfect calibration of the micrometer;

- c) nedokonalé měření teploty a působícího tlaku;
- d) nedokonalá znalost vlivů teploty, atmosférického tlaku a vlhkosti na vzorek nebo mikrometrické měřidlo nebo na oba.

D.5 Nejistota

D.5.1 Vzhledem k tomu, že přesné hodnoty, které přispívají k chybě výsledku měření jsou neznámé a nepoznatelné, mohou být vyhodnoceny *nejistoty* spojené s náhodnými a systematickými vlivy, které vedou ke vzniku chyb. Ale i když vyhodnocené nejistoty jsou malé, stále neexistuje záruka, že chyba výsledku měření je malá; při určení korekcí nebo při odhadu na základě nedokonalých znalostí, je dovoleno nebrat v úvahu systematický vliv, protože nebyl zpozorován. Tedy nejistota výsledku měření nutně neukazuje pravděpodobnost, že výsledek měření je blízký hodnotě měřené veličiny. Je to jednoduše odhad pravděpodobnosti blízkosti k nejlepší hodnotě, která je v souladu s právě dostupnou znalostí.

D.5.2 Nejistota měření tedy vyjadřuje skutečnost, že pro danou měřenou veličinu a daný výsledek jejího měření existuje nejen jedna hodnota, ale nekonečný počet hodnot rozptýlených kolem výsledku, které jsou v souladu se všemi pozorováními a s daty. Tyto hodnoty s různým stupněm věrohodnosti mohou být přisuzovány měřené veličině.

- c) imperfect measurement of the temperature and of the applied pressure;
- d) incomplete knowledge of the effects of temperature, barometric pressure, and humidity on the specimen or the micrometer or both.

D.5 Uncertainty

D.5.1 Whereas the exact values of the contributions to the error of a result of a measurement are unknown and unknowable the *uncertainties* associated with the random and systematic effects that give rise to the error can be evaluated. But, even if the evaluated uncertainties are small, there is still no guarantee that the error in the measurement result is small; for in the determination of a correction or in the assessment of incomplete knowledge a systematic effect may have been overlooked because it is unrecognized. Thus the uncertainty of a result of a measurement is not necessarily an indication of the likelihood that the measurement result is near the value of the measurand; it is simply an estimate of the likelihood of nearness to the best value that is consistent with presently available knowledge.

D.5.2 Uncertainty of measurement is thus an expression of the fact that, for a given measurand and a given result of measurement of it, there is not one value but an infinite number of values dispersed about the result that are consistent with all of the observations and data and one's knowledge of the physical world, and that with varying degrees of credibility can be attributed to the measurand.

D.5.3 Na štěstí, v mnoha praktických případech měření, velká část námětů této přílohy neplatí. Příkladem je, pokud je měřená veličina dobře definována odpovídajícím způsobem; pokud jsou etalony nebo přístroje kalibrovány pomocí dobře známých referenčních etalonů, které jsou výsledovatelné k národním etalonům; a pokud jsou nejistoty kalibračních korekcí nevýznamné v porovnání k nejistotám vznikajícím z náhodných vlivů na indikaci přístrojů nebo z důvodu omezeného počtu pozorování (viz E.4.3). Nicméně neúplná znalost ovlivňujících veličin a jejich vlivů může často významně přispívat k nejistotě výsledku měření.

D.6 Grafické znázornění

D.6.1 Obrázek D.1 znázorňuje některé pojmy vysvětlené v kapitole 3 tohoto *pokynu* a v této příloze. Znázorňuje také, proč je stěžejním bodem tohoto *pokynu* nejistota a ne chyba měření. Přesná chyba výsledku měření je obecně neznámá a nepoznatelná. Je možné pouze odhadnout hodnoty vstupních veličin včetně korekcí rozeznatelných systematických vlivů společně s jejich standardními nejistotami (odhadnutými směrodatnými odchylkami). Tento odhad se může uskutečnit na základě buď neznámých rozdělání pravděpodobností, které mohou být vzorkovány pomocí opakovaných pozorování, nebo *apriorních* rozdělání postavených na dostupných informacích. Vypočítá se výsledek měření z odhadů hodnot vstupních veličin a kombinovaná standardní nejistota výsledku ze standardních nejistot těchto odhadnutých hodnot. Pouze pokud existuje solidní základ pro to, aby vše bylo dobře provedeno a žádné významné systematické vlivy nebyly přehlédnuty, může se předpokládat, že měřený výsledek je spolehlivý odhad hodnoty měřené veličiny, a že kombinovaná standardní nejistota je spolehlivá míra jeho *možné* chyby.

POZNÁMKY

- Hodnoty pozorování jsou znázorněny na obrázku D.1a) pro ilustraci ve formě histogramu [viz 4.4.3 a obrázek 1b)].

D.5.3 It is fortunate that in many practical measurement situations, much of the discussion of this annex does not apply. Examples are when the measurand is adequately well defined; when standards or instruments are calibrated using well-known reference standards that are traceable to national standards; and when the uncertainties of the calibration corrections are insignificant compared to the uncertainties arising from random effects on the indications of instruments, or from a limited number of observations (see E.4.3). Nevertheless, incomplete knowledge of influence quantities and their effects can often contribute significantly to the uncertainty of the result of a measurement.

D.6 Graphical representation

D.6.1 Figure D. 1 depicts some of the ideas discussed in clause 3 of this *Guide* and in this annex. It illustrates why the focus of this *Guide* is uncertainty and not error. The exact error of a result of a measurement is, in general, unknown and unknowable. All one can do is estimate the values of input quantities, including corrections for recognized systematic effects, together with their standard uncertainties (estimated standard deviations), either from unknown probability distributions that are sampled by means of repeated observations, or from subjective or *a priori* distributions based on the pool of available information; and then calculate the measurement result from the estimated values of the input quantities and the combined standard uncertainty of that result from the standard uncertainties of those estimated values. Only if there is a sound basis for believing that all of this has been done properly, with no significant systematic effects having been overlooked, can one assume that the measurement result is a reliable estimate of the value of the measurand and that its combined standard uncertainty is a reliable measure of its *possible* error.

NOTES

- In figure D.1a), the observations are shown as a histogram for illustrative purposes [see 4.4.3 and figure 1b)].

- 2 Korekce chyby je rovna zápornému odhadu chyby. Tedy na obrázku D.1 a rovněž na obrázku D.2 je šipka, která zobrazuje korekci chyby a je rovná svou délkou chybě, ale její body jsou v opačném směru k šipce, která znázorňuje samotnou chybu a naopak. Text obrázku vysvětluje, zda šipka znázorňuje korekci nebo chybu.

D.6.2 Obrázek D.2 znázorňuje některé pojmy na obrázku D.1, ale odlišným způsobem. Avšak také znázorňuje, že může být mnoho hodnot měřené veličiny, jestliže její definice je neúplná [zavedením *g*] na obrázku D.2]. Nejistota, vznikající z takových nedostatků definice, jak je měřená pomocí rozptylu, je vyhodnocená z měření mnohonásobných realizací měřené veličiny a to použitím stejné metody, stejných přístrojů, atd. (viz D.3.4).

POZNÁMKA

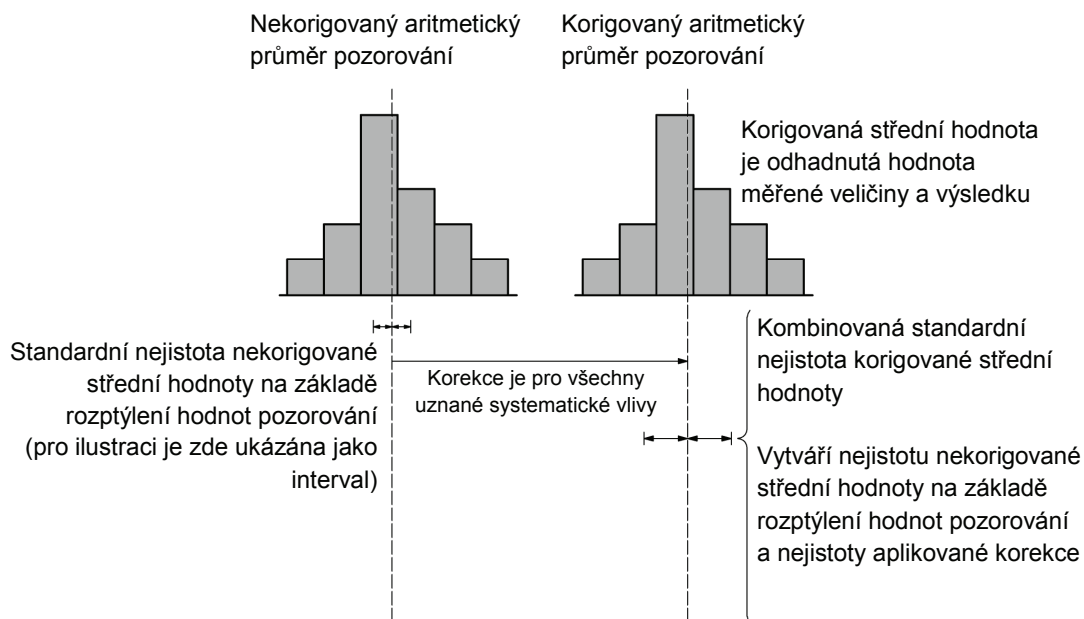
Hodnoty ve sloupci nadepsaném „Rozptyl“, jsou chápány jako rozptyly $u_i^2(y)$ určené rovnicí (11a) v 5.1.3 a jak je ukázáno, jsou lineárně sčítané.

- 2 The correction for an error is equal to the negative of the estimate of the error. Thus in figure D. 1, and in figure D.2 as well, an arrow that illustrates the correction for an error is equal in length but points in the opposite direction to the arrow that would have illustrated the error itself, and vice versa. The text of the figure makes clear if a particular arrow illustrates a correction or an error.

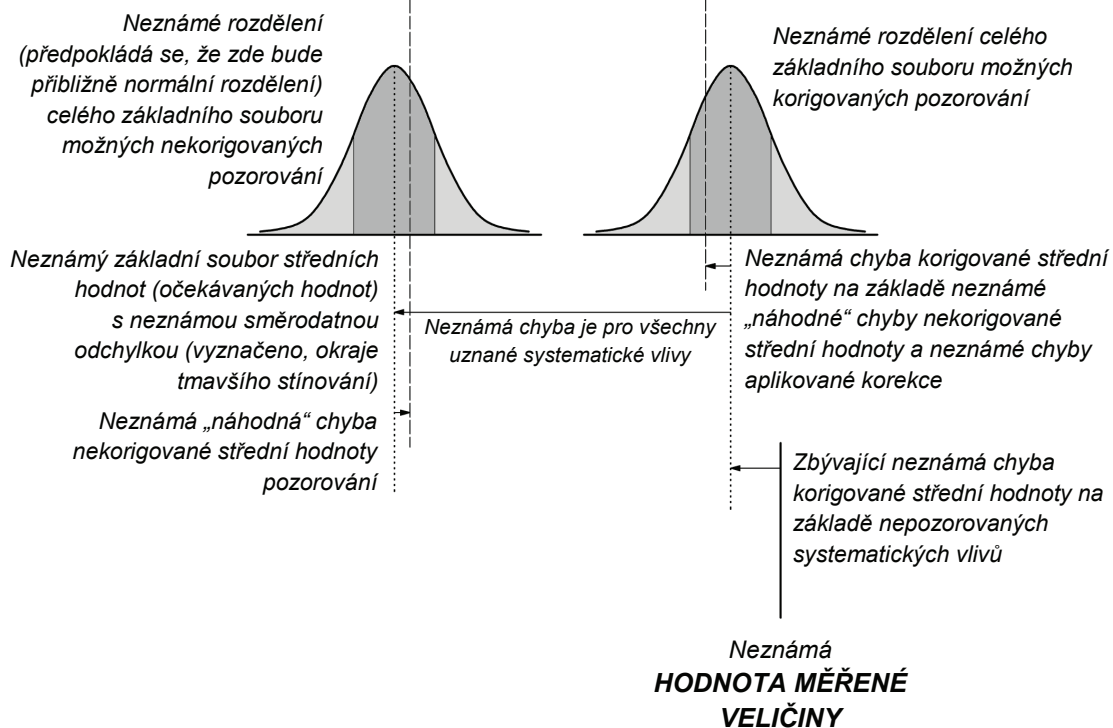
D.6.2 Figure D.2 depicts some of the same ideas illustrated in figure D. 1 but in a different way. Moreover, it also depicts the idea that there can be many values of the measurand if the definition of the measurand is incomplete [entry *g*] of figure D.2]. The uncertainty arising from this incompleteness of definition as measured by the variance is evaluated from measurements of multiple realizations of the measurand, using the same method, instruments, etc. (see D.3.4).

NOTE

In the column headed “Variance” the variances are understood to be the variances $u_i^2(y)$ defined in equation (11a) in 5.1.3; hence they add linearly as shown.

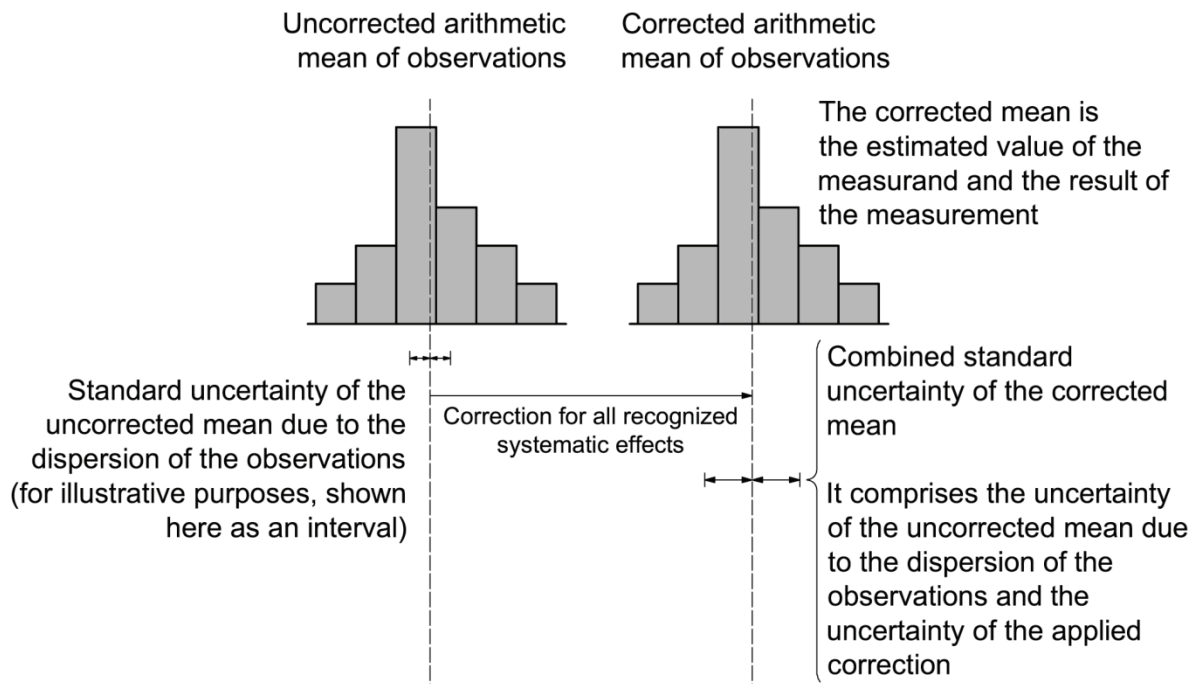


a) Pojmy založené na pozorovatelných veličinách

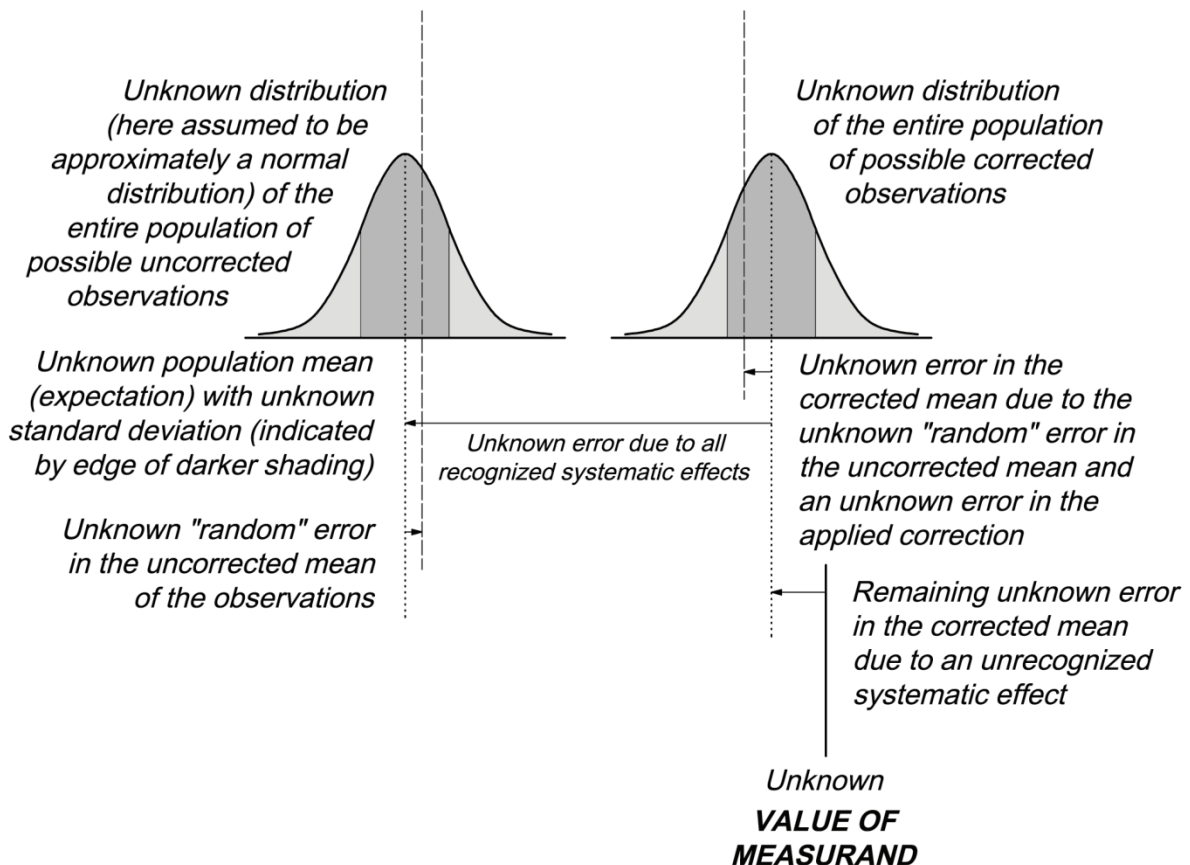


b) Ideální pojmy založené na nepozorovatelných veličinách

Obrázek D.1 – Grafické znázornění hodnot, chyb a nejistoty

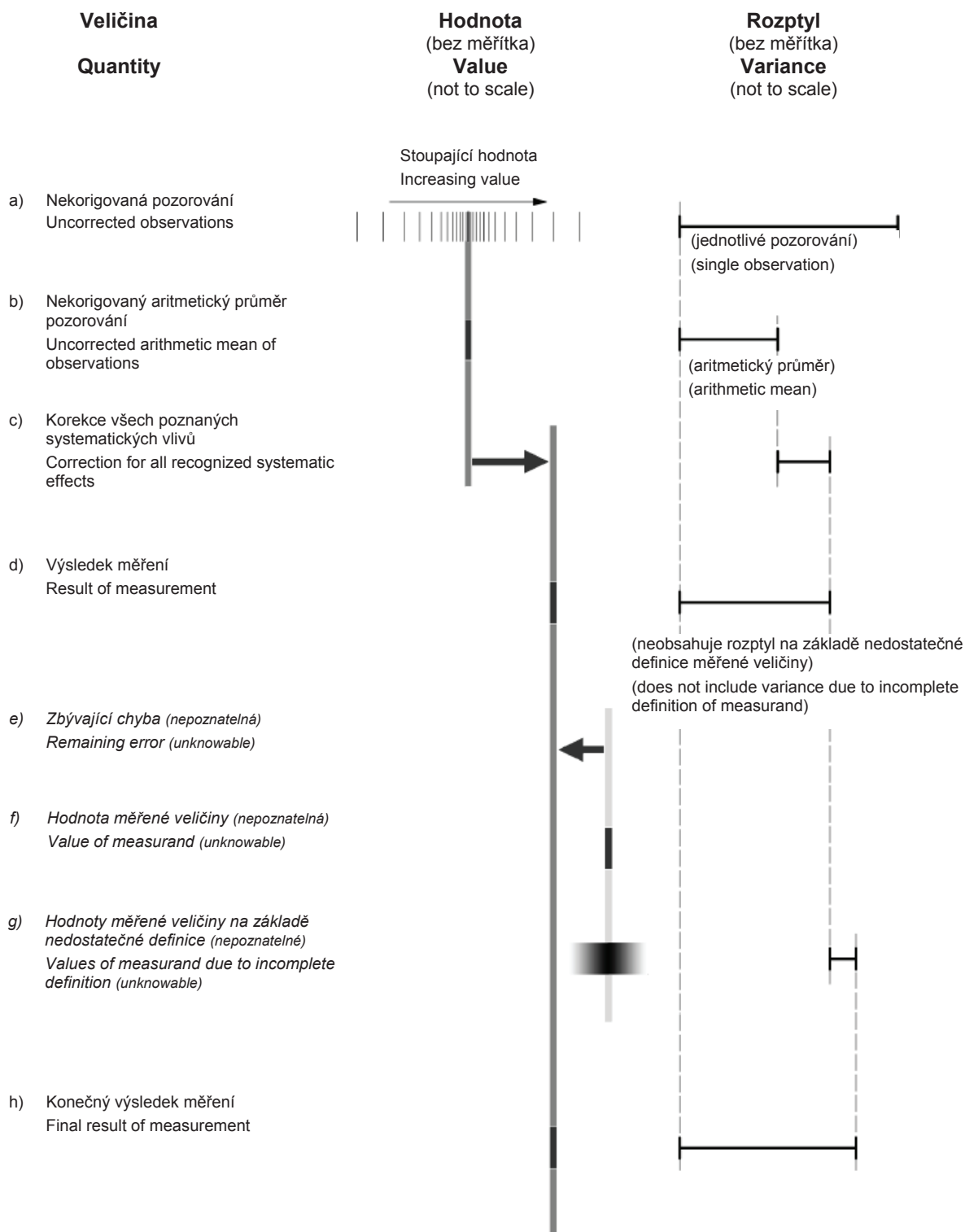


a) Concepts based on observable quantities



b) Ideal concepts based on unknowable quantities

Figure D.1 – Graphical illustration of value, error, and uncertainty



Obrázek D.2 – Grafické znázornění hodnoty, chyby a nejistoty

Figure D.2 – Graphical illustration of value, error, and uncertainty

Příloha E

Motivace a základy pro doporučení INC-1 (1980)

Tato příloha uvádí stručný přehled motivace a statistických základů doporučení INC-1 (1980) pracovní skupiny pro vyjádření nejistot, na kterém je založen tento *pokyn*. Další informace viz citace [1, 2, 11, 12].

E.1 „Téměř jistý“, „náhodný“ a „systematický“

E.1.1 Tento *pokyn* uvádí široce použitelnou metodu hodnocení a vyjádření nejistoty měření. Poskytuje spíše realistickou než „téměř jistou“ hodnotu nejistoty založenou na pojetí, že není zásadní rozdíl mezi složkou nejistoty vznikající z náhodného vlivu a složkou vznikající z korekce systematického vlivu (viz 3.2.2 a 3.2.3). Metoda je založena, v protikladu k určitým dříve používaným metodám, na tom, že zahrnuje následující dva názory, které má společné.

E.1.2 První názor je, že udaná nejistota má být „téměř jistá“ nebo „konzervativní“. To znamená, že nesmí být nikdy chybná, jestliže je velmi malá. Ve skutečnosti, protože hodnocení nejistoty výsledku měření je problematické, byla často úmyslně vědomě velká.

E.1.3 Druhý názor je, že vlivy, které způsobují vznik nejistoty, byly vždy uznány buď za „náhodné“ nebo „systematické“ s tím, že oba mají odlišnou povahu. Nejistoty příslušné k jednotlivým vlivům, by měly být seskupeny vlastním způsobem a odděleně uváděny (nebo seskupeny určitým způsobem, je-li požadována jediná hodnota). Ve skutečnosti způsob seskupení nejistot byl často volen tak, aby splňoval požadavek jistoty.

Annex E

Motivation and basis for Recommendation INC-1 (1980)

This annex gives a brief discussion of both the motivation and statistical basis for Recommendation INC-1 (1980) of the Working Group on the Statement of Uncertainties upon which this *Guide* rests. For further discussion, see references [1, 2, 11, 12].

E.1 “Safe”, “random”, and “systematic”

E.1.1 This *Guide* presents a widely applicable method for evaluating and expressing uncertainty in measurement. It provides a realistic rather than a “safe” value of uncertainty based on the concept that there is no inherent difference between an uncertainty component arising from a random effect and one arising from a correction for a systematic effect (see 3.2.2 and 3.2.3). The method stands, therefore in contrast to certain older methods that have the following two ideas in common.

E.1.2 The first idea is that the uncertainty reported should be “safe” or “conservative”, meaning that it must never err on the side of being too small. In fact, because the evaluation of the uncertainty of a measurement result is problematic, it was often made deliberately large.

E.1.3 The second idea is that the influences that give rise to uncertainty were always recognizable as either “random” or “systematic” with the two being of different natures; the uncertainties associated with each were to be combined in their own way and were to be reported separately (or when a single number was required, combined in some specified way). In fact, the method of combining uncertainties was often designed to satisfy the safety requirement.

E.2 Realistická oprávněnost hodnocení nejistoty

E.2.1 Při záznamu hodnoty měřené veličiny musí být uvedeny nejlepší odhad její hodnoty a nejlepší vyhodnocení nejistoty tohoto odhadu, protože kdyby byla nejistota chybná, tak není možné rozhodnout, ve kterém smyslu je „jistě“ chybná. Příliš malé hodnoty nejistoty by mohly způsobit příliš velkou důvěru v uvedené hodnoty, což by mohlo mít někdy trapné nebo dokonce škodlivé následky. Úmyslné uvádění příliš velkých nejistot může také mít nežádoucí ohlas. To by mohlo způsobit, že uživatelé měřicího zařízení budou kupovat mnohem nákladnější měřicí zařízení, než potřebují, nebo zbytečné vyřazení drahých přístrojů nebo zřeknutí se služeb kalibračních laboratoří.

E.2.2 To neznámá, že uživatelé výsledků měření by nemohli používat vlastní činitel násobení k stanovené příslušné nejistotě, aby získali rozšířenou nejistotu, která určuje interval s určenou konfidenční úrovní a která zabezpečuje jejich vlastní potřeby. To znamená že určité instituce, které poskytují výsledky měření, by nemohly pravidelně používat činitel násobení, který poskytuje podobnou rozšířenou nejistotu, splňující požadavky určitého druhu uživatelů jejich výsledků. Avšak, takové činitele (vždy stanovené) musí být používány pro nejistotu, jak je určena realistickou metodou a pouze *po* takto určenou nejistotu tak, aby interval určený rozšířenou nejistotou měl požadovanou konfidenční úroveň, a aby činnost dovolovala jednoduché opakování v obráceném pořadí.

E.2 Justification for realistic uncertainty evaluations

E.2.1 When the value of a measurand is reported, the best estimate of its value and the best evaluation of the uncertainty of that estimate must be given, for if the uncertainty is to err, it is not normally possible to decide in which direction it should err "safely." An understatement of uncertainties might cause too much trust to be placed in the values reported, with sometimes embarrassing or even disastrous consequences. A deliberate overstatement of uncertainties could also have undesirable repercussions. It could cause users of measuring equipment to purchase instruments that are more expensive than they need, or it could cause costly products to be discarded unnecessarily or the services of a calibration laboratory to be rejected.

E.2.2 That is not to say that those using a measurement result could not apply their own multiplicative factor to its stated uncertainty in order to obtain an expanded uncertainty that defines an interval having a specified level of confidence and that satisfies their own needs, nor in certain circumstances that institutions providing measurement results could not routinely apply a factor that provides a similar expanded uncertainty that meets the needs of a particular class of users of their results. However, such factors (always to be stated) must be applied to the uncertainty as determined by a realistic method, and only *after* the uncertainty has been so determined, so that the interval defined by the expanded uncertainty has the level of confidence required and the operation may be easily reversed.

E.2.3 Zaměstnanci, zabývající se měřením, často musí začlenit do své analýzy výsledky měření prováděné mimo jejich působnost, každý z těchto dalších výsledků přináší svoji vlastní nejistotu. Při hodnocení nejistoty svého vlastního výsledku, pro dosažení nejlepší hodnoty, nepotřebují „téměř jistou“ hodnotu nejistoty každého z mimo jejich působnost získaných výsledků. Navíc musí být logický a jednoduchý způsob, jak kombinovat tyto přidávané nejistoty s nejistotami vlastních pozorování k uvádění nejistoty vlastních výsledků. Doporučení INC-1 (1980) poskytuje takový způsob.

E.3 Oprávněnost pro identické zacházení se všemi složkami nejistoty

Zaměření výkladu v tomto článku je jednoduchý příklad, který ukazuje, jak při hodnocení nejistoty výsledku měření tento *pokyn* přesně stejným způsobem zpracovává složky nejistoty vznikající náhodnými vlivy a z korekce systematických vlivů. To tudíž ilustruje názor, přijatý v tomto *pokynu* a citovaný v E.1.3, jmenovitě, že všechny složky nejistoty jsou stejné povahy a musí se tedy zpracovávat stejným způsobem. Výchozí bod výkladu je zjednodušená derivace matematického výrazu pro šíření směrodatné odchylky, nazývaného v tomto *pokynu* zákon o šíření nejistoty.

E.3.1 Výstupní veličina $z = f(w_1, w_2, \dots, w_N)$ je závislá na N vstupních veličinách w_1, w_2, \dots, w_N , přičemž každá w_i je popsána vhodným rozdělením pravděpodobnosti. Rozvoj f střední hodnoty veličiny w_i , $E(w_i) \equiv \mu_i$, do Taylorovy řady prvního řádu, poskytuje pro malé odchylky z od μ_z členů řady z hlediska malých odchylek w_i v rozsahu μ_i

E.2.3 Those engaged in measurement often must incorporate in their analyses the results of measurements made by others, with each of these other results possessing an uncertainty of its own. In evaluating the uncertainty of their own measurement result they need to have a best value, not a “safe” value, of the uncertainty of each of the results incorporated from elsewhere. Additionally, there must be a logical and simple way in which these imported uncertainties can be combined with the uncertainties of their own observations to give the uncertainty of their own result. Recommendation INC-1 (1980) provides such a way.

E.3 Justification for treating all uncertainty components identically

The focus of the discussion of this subclause is a simple example, that illustrates how this *Guide* treats uncertainty components arising from random effects and from corrections for systematic effects in exactly the same way in the evaluation of the uncertainty of the result of a measurement. It thus exemplifies the viewpoint adopted in this *Guide* and cited in E. 1.1, namely, that all components of uncertainty are of the same nature and are to be treated identically. The starting point of the discussion is a simplified derivation of the mathematical expression for the propagation of standard deviations, termed in this *Guide* the law of propagation of uncertainty.

E.3.1 Let the output quantity $z = f(w_1, w_2, \dots, w_N)$ depend on N input quantities w_1, w_2, \dots, w_N where each w_i is described by an appropriate probability distribution. Expansion of f about the expectations of the w_i , $E(w_i) \equiv \mu_i$, in a first-order Taylor series yields for small deviations of z about μ_z in terms of small deviations of w_i about μ_i

$$z - \mu_z = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial w_i} (w_i - \mu_i) \quad (\text{E.1})$$

kde všechny členy vyššího řádu jsou pokládány za bezvýznamné a $\mu_z = f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$. Druhá mocnina odchylky $z - \mu_z$ je dána pomocí

$$(z - \mu_z)^2 = \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial w_i} (w_i - \mu_i) \right)^2 \quad (\text{E.2a})$$

a může být psána jako

$$(z - \mu_z)^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial w_i} \right)^2 (w_i - \mu_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial w_i} \frac{\partial f}{\partial w_j} (w_i - \mu_i)(w_j - \mu_j) \quad (\text{E.2b})$$

Očekávaná hodnota druhé mocniny odchylky $(z - \mu_z)^2$ je rozptyl z , což je $E[(z - \mu_z)^2] = \sigma_z^2$ a tedy z rovnice (E.2b)

$$\sigma_z^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial w_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial w_i} \frac{\partial f}{\partial w_j} \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (\text{E.3})$$

V tomto výrazu, $\sigma_i^2 = E[(w_i - \mu_i)^2]$ je rozptyl w_i a $\rho_{ij} = v(w_i, w_j) / (\sigma_i^2 \sigma_j^2)^{1/2}$ je korelační koeficient w_i a w_j , přičemž $v(w_i, w_j) = E[(w_i - \mu_i)(w_j - \mu_j)]$ je kovariance w_i a w_j .

POZNÁMKY

- σ_z^2 a σ_i^2 jsou centrální momenty řádu 2 (viz C.2.13 a C.2.22) rozdělení pravděpodobností z a w_i . Rozdělení pravděpodobnosti může být zcela charakterizováno svou střední hodnotou, rozptylem a centrálními momenty vyššího řádu.
- Rovnice (13) v 5.2.2 [společně s rovnicí (15)], která je použita k výpočtu kombinované standardní nejistoty, je shodná s rovnicí (E.3), až na to, že rovnice (13) je vyjádřena pomocí odhadů rozptylů, směrodatných odchylek a korelačních koeficientů.

where all higher-order terms are assumed to be negligible and $\mu_z = f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$. The square of the deviation $z - \mu_z$ is then given by

which may be written as

The expectation of the squared deviation $(z - \mu_z)^2$ is the variance of z , that is, $E[(z - \mu_z)^2] = \sigma_z^2$, and thus equation (E.2b) leads to

In this expression, $\sigma_i^2 = E[(w_i - \mu_i)^2]$ is the variance of w_i and $\rho_{ij} = v(w_i, w_j) / (\sigma_i^2 \sigma_j^2)^{1/2}$ is the correlation coefficient of w_i and w_j , where $v(w_i, w_j) = E[(w_i - \mu_i)(w_j - \mu_j)]$ is the covariance of w_i and w_j .

NOTES

- σ_z^2 and σ_i^2 are, respectively, the central moments of order 2 (see C.2.13 and C.2.22) of the probability distributions of z and w_i . A probability distribution may be completely characterized by its expectation, variance, and higher-order central moments.
- Equation (13) in 5.2.2 [together with equation (15)], which is used to calculate combined standard uncertainty, is identical to equation (E.3) except that equation (13) is expressed in terms of estimates of the variances, standard deviations, and correlation coefficients

E.3.2 V tradiční terminologii je rovnice (E.3) často nazývána „obecný zákon šíření chyb“, název, který je lépe použit pro výraz ve tvaru $\Delta z = \sum_{i=1}^N (\partial f / \partial w_i) \Delta w_i$, kde Δz je změna v z způsobená (malými) změnami Δw_i veličiny w_i [viz rovnice (E.8)]. Ve skutečnosti je vhodné nazývat rovnici (E.3) zákonem o šíření nejistoty tak, jak je uváděno v tomto pokynu, protože ukazuje, jak se nejistoty vstupních veličin w_i , které jsou rovny směrodatným odchylkám rozdělení pravděpodobností w_i , sloučí, aby daly nejistotu výstupní veličiny z , když tato nejistota je rovna směrodatné odchylce rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny z .

E.3.3 Rovnice (E.3) platí také pro šíření násobků směrodatných odchylek, protože jestliže každá směrodatná odchylka σ_i je nahrazená násobkem $k\sigma_i$ s tímž k pro každou σ_i , směrodatná odchylka výstupní veličiny z může být nahrazena $k\sigma_z$. Avšak to neplatí pro šíření konfidenčních intervalů. Jestliže každá σ_i je nahrazena veličinou δ_i , která stanovuje interval odpovídající dané konfidenční úrovni p , výsledná veličina pro z , δ_z , nebude stanovovat interval odpovídající stejné hodnotě p vyjma případu, kde všechny w_i jsou popsány normálními rozděleními. Žádné takové předpoklady, že rozdělení pravděpodobností veličin w_i není použito v rovnici (E.3). Určitější je případ, kde každá standardní nejistota $u(x_i)$ v rovnici (10) v 5.1.2 je hodnocena z nezávislých opakovaných pozorování a násobena

t -faktorem, vhodným pro její stupně volnosti pro určitou hodnotu p (např., že $p = 95\%$), tak nejistota odhadu y nebude určovat interval odpovídající této hodnotě p (viz G.3 a G.4).

E.3.2 In the traditional terminology, equation (E.3) is often called the “general law of error propagation”, an appellation that is better applied to an expression of

the form $\Delta z = \sum_{i=1}^N (\partial f / \partial w_i) \Delta w_i$, where Δz is the change in z due to (small) changes Δw_i in the w_i [see equation (E.8)]. In fact, it is appropriate to call equation (E.3) the law of propagation of uncertainty as is done in this *Guide* because it shows how the uncertainties of the input quantities w_i , taken equal to the standard deviations of the probability distributions of the w_i , combine to give the uncertainty of the output quantity z if that uncertainty is taken equal to the standard deviation of the probability distribution of z .

E.3.3 Equation (E.3) also applies to the propagation of multiples of standard deviations, for if each standard deviation σ_i is replaced by a multiple $k\sigma_i$, with the same k for each σ_i , the standard deviation of the output quantity z is replaced by $k\sigma_z$. However, it does not apply to the propagation of confidence intervals. If each σ_i is replaced with a quantity δ_i that defines an interval corresponding to a given level of confidence p , the resulting quantity for z , δ_z , will not define an interval corresponding to the same value of p unless all of the w_i are, described by normal distributions. No such assumptions regarding the normality of the probability distributions of the quantities w_i are implied in equation (E.3) More specifically if in equation (10) in 5.1.2. each standard uncertainty $u(x_i)$ is evaluated

from independent repeated observations and multiplied by the t -factor appropriate for its degrees of freedom for a particular value of p (say $p = 95\%$), the uncertainty of the estimate y will not define an interval corresponding to that value of p (see G.3 and G.4).

POZNÁMKA

Požadavek na normální rozdělení v případě rozšíření konfidenčních intervalů použitím rovnice (E.3), smí být jeden z důvodů historického oddělení složek nejistoty získaných z opakovaných pozorování, o kterých se předpokládá, že musí mít normální rozdělení, z něhož jsou jednoduše vyhodnoceny horní a dolní hranice.

E.3.4 Uvažuje se následující příklad: z závisí pouze na jedné vstupní veličině w , $z = f(w)$, kde w je odhadnuto pomocí průměru n hodnot w_k veličiny w ; těchto n hodnot je získáno z n opakovaných pozorování q_k náhodné veličiny q a w_k a q_k jsou vyjádřeny vztahem

$$w_k = \alpha + \beta q_k \quad (\text{E.4})$$

kde α je konstantní „systematické“ vyrovnání nebo posun, který je společný všem pozorováním a β je společné měřítko (stupnice). I když posun α a měřítko β , jsou konstantní v průběhu pozorování, předpokládá se, že jsou charakterizovány *apriorním* rozdělením pravděpodobností, kde α a β jsou nejlepšími odhady očekávaných hodnot tohoto rozdělení.

Nejlepším odhadem w je výběrový průměr \bar{w} získaný z

$$\bar{w} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n w_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\alpha + \beta q_k) \quad (\text{E.5})$$

Velichina z je potom odhadnuta pomocí $f(\bar{w}) = f(\alpha, \beta, q_1, q_2, \dots, q_n)$ a odhad $u^2(z)$ jeho rozptylu $\sigma^2(z)$ je získán z rovnice (E.3). Jestliže se pro zjednodušení předpokládá, že $z = w$, tak nejlepší odhad z byl $z = f(\bar{w}) = \bar{w}$ a pak se dá snadno získat odhad $u^2(z)$. Z rovnice (E.5) vyplývá, že

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial \beta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k = \bar{q}$$

a

and

$$\frac{\partial f}{\partial q_k} = \frac{\beta}{n}$$

NOTE

The requirement of normality when propagating confidence intervals using equation (E.3) may be one of the reasons for the historic separation of the components of uncertainty derived from repeated observations, which were assumed to be normally distributed, from those that were evaluated simply as upper and lower bounds.

E.3.4 Consider the following example: z depends on only one input quantity w , $z = f(w)$, where w is estimated by averaging n values w_k of w ; these n values are obtained from n independent repeated observations q_k of a random variable q ; and w_k and q_k are related by

Here α is a constant “systematic” offset or shift common to each observation, and β is a common scale factor. The offset and the scale factor, although fixed during the course of the observations, are assumed to be characterized by *a priori* probability distributions, with α and β the best estimates of the expectations of these distributions.

The best estimate of w is the arithmetic mean or average \bar{w} obtained from

The quantity z is then estimated by $f(\bar{w}) = f(\alpha, \beta, q_1, q_2, \dots, q_n)$ and the estimate $u^2(z)$ of its variance $\sigma^2(z)$ is obtained from equation (E.3). If for simplicity it is assumed that $z = w$ so that, the best estimate of z is $z = f(\bar{w}) = \bar{w}$, then the estimate $u^2(z)$ can be readily found. Noting from equation (E.5) that

označením odhadnutých rozptylů α a β jako $u^2(\alpha)$ a $u^2(\beta)$ a za předpokladu, že jednotlivá pozorování jsou nekorelovaná, dostaneme z rovnice (E.3)

$$u^2(z) = u^2(\alpha) + \bar{q}^2 u^2(\beta) + \beta^2 \frac{s^2(q_k)}{n} \quad (\text{E.6})$$

kde $s^2(q_k)$ je výběrový rozptyl pozorování q_k vypočítaný podle rovnice (4) v 4.2.2 a $s^2(q_k)/n = s^2(\bar{q})$ je výběrový rozptyl průměru (\bar{q}) [rovnice (5) v 4.2.3].

E.3.5 Z hlediska tradiční terminologie, třetí člen pravé strany rovnice (E.6) je nazýván „náhodný“ příspěvek k odhadnutému rozptylu $u^2(z)$, protože se běžně zmenšuje se zvýšením počtu pozorování n , zatímco první dva členy jsou nazývány „systematické“ příspěvky, protože nezávisí na n .

Mnohem významnější, z hlediska některých tradičních zpracování nejistoty měření je, že rovnice (E.6) je zpochybněna, protože nerozlišuje mezi nejistotami, vznikajícími v důsledku systematických vlivů a těmi, které vznikají v důsledku náhodných vlivů. Zvláště se může namítat spojování rozptylů získaných z *apriorních* rozdělení pravděpodobností s těmi, které byly získány z rozdělení sestavených na základě četnosti, protože pojem pravděpodobnost je považován jako použitelný *pouze* pro jevy, které se mohou opakovat mnohonásobně za v podstatě stejných podmínek a to s pravděpodobností p pro každý jev ($0 \leq p \leq 1$) uvádějící *relativní četnost*, se kterou jev nastane.

denoting the estimated variances of α and β by $u^2(\alpha)$ and $u^2(\beta)$, respectively, and assuming that the individual observations are uncorrelated, one finds from equation (E.3)

where $s^2(q_k)$ is the experimental variance of the observations q_k calculated according to equation (4) in 4.2.2, and $s^2(q_k)/n = s^2(\bar{q})$ is the experimental variance of the mean (\bar{q}) [equation (5) in 4.2.3].

E.3.5 In the traditional terminology, the third term on the right-hand side of equation (E.6) is called a “random” contribution to the estimated variance $u^2(z)$ because it normally decreases as the number of observations n increases, while the first two terms are called “systematic” contributions because they do not depend on n .

Of more significance, in some traditional treatments of measurement uncertainty, equation (E.6) is questioned because no distinction is made between uncertainties arising from systematic effects and those arising from random effects. In particular, combining variances obtained from a *priori* probability distributions with those obtained from frequency-based distributions is deprecated because the concept of probability is considered to be applicable *only* to events that can be repeated a large number of times under essentially the same conditions, with the probability p of an event ($0 \leq p \leq 1$) indicating the *relative frequency* with which the event will occur.

V protikladu k této pravděpodobnosti postavené na základě četnosti, je stejně platný názor, že pravděpodobnost je míra *stupně přesvědčení*, že jev nastane [13, 14]. Například, se předpokládá, že jedinec má šanci získat malou sumu peněz D , a že je racionální sázkař. Stupeň přesvědčení jedince o tom, že jev A nastane je $p = 0,5$, jestliže jedinec je lhostejný k těmto dvěma možnostem:

- (1) získání D , jestliže jev A nastane, a nic, jestliže nenastane;
- (2) získání D , jestliže jev A nenastane, a nic, jestliže nastane.

Doporučení INC-1 (1980), na základě kterého je tento *pokyn* sestaven, implicitně přijalo takový názor ohledně pravděpodobnosti, jelikož uvádí výrazy jako je rovnice (E.6), jako vhodný způsob pro výpočet kombinované standardní nejistoty výsledku měření.

E.3.6 Existují tři odlišné předpoklady interpretace pravděpodobnosti sestavené na základě stupně přesvědčení, směrodatné odchylky (standardní nejistoty) a zákona šíření nejistoty [rovnice (E.3)] jako základ pro vyhodnocování a vyjadřování nejistoty měření, jak je provedeno v tomto *pokynu*:

- a) zákon o šíření nejistoty dovoluje kombinovanou standardní nejistotu jednoho výsledku bezproblémově začlenit do hodnocení kombinované standardní nejistoty jiného výsledku, ve kterém je první použit;
- b) kombinovaná standardní nejistota může sloužit jako základ pro výpočet intervalů, které realistickým způsobem odpovídají požadovaným konfidenčním úrovním; a
- c) při hodnocení nejistoty není nutno klasifikovat složky na „náhodné“ nebo „systematické“ (nebo jakýmkoliv jiným způsobem), protože všechny složky nejistoty jsou ošetřeny stejným způsobem.

In contrast to this frequency-based point of view of probability, an equally valid viewpoint is that probability is a measure of the *degree of belief* that an event will occur [13, 14]. For example, suppose one has a chance of winning a small sum of money D and one is a rational bettor. One's degree of belief in event A occurring is $p = 0,5$ if one is indifferent to these two betting choices:

- (1) receiving D if event A occurs but nothing if it does not occur;
- (2) receiving D if event A does not occur but nothing if it does occur.

Recommendation INC-1 (1980) upon which this *Guide* rests implicitly adopts such a viewpoint of probability since it views expressions such as equation (E.6) as the appropriate way to calculate the combined standard uncertainty of a result of a measurement.

E.3.6 There are three distinct advantages to adopting an. interpretation of probability based on degree of belief, the standard deviation (standard uncertainty), and the law of propagation of uncertainty [equation (E.3)] as the basis for evaluating and expressing uncertainty in measurement, as has been done in this *Guide*:

- a) the law of propagation of uncertainty allows the combined standard uncertainty of one result to be readily incorporated in the evaluation of the combined standard uncertainty of another result in which the first is used
- b) the combined standard uncertainty can serve as the basis for calculating intervals that correspond in a realistic way to their required levels of confidence; and
- c) it is unnecessary to classify components as "random" or "systematic" (or in any other manner) when evaluating uncertainty because all components of uncertainty are treated in the same way

Výhoda c) je vysoce ceněná, protože taková kategorizace je často zdrojem zmatků; složka nejistoty není buď „náhodná“ nebo „systematická“. Její povaha je podmíněna způsobem použití odpovídající veličiny, nebo více formálně, souvislostí s tím, jak se veličina objeví v matematickém modelu, který popisuje měření. Tedy když odpovídající veličiny jsou používány v odlišné souvislosti, „náhodná“ složka se může stát „systematickou“ složkou a naopak.

E.3.7 Z důvodu uvedeném v c), doporučení INC-1 (1980) nerozděluje složky nejistoty na „náhodné“ nebo „systematické“. Ve skutečnosti, pokud se výpočet týká kombinované standardní nejistoty výsledku měření, není třeba klasifikovat složky nejistoty, a tedy žádná klasifikační schémata nejsou skutečně potřebná. Nicméně, vhodné označení může být někdy užitečné při komunikaci a výkladu názorů, a proto doporučení INC-1 (1980) poskytuje schéma pro klasifikaci obou odlišných *metod* „A“ a „B“, pomocí kterých složky nejistoty mohou být vyhodnoceny (viz 0.7, 2.3.2 a 2.3.3).

Klasifikováním metod použitých při hodnocení složek nejistoty se vyloučí základní problém spojený s klasifikací vlastních složek, jmenovitě závislosti klasifikace složek na tom, jak je příslušná veličina použita. Avšak, klasifikace metod spíše než složek předem nevyklučuje seskupení jednotlivých složek vyhodnocených oběma metodami do určených skupin pro zvláštní účel daného měření, například, při porovnávání experimentálně pozorovaném a teoreticky předpověděném rozptylu výstupních hodnot komplexního systému měření (viz 3.4.3).

Benefit c) is highly advantageous because such categorization is frequently a source of confusion; an uncertainty component is not either “random” or “systematic.” Its nature is conditioned by the use made of the corresponding quantity, or more formally, by the context in which the quantity appears in the mathematical model that describes the measurement. Thus, when its corresponding quantity is used in a different context, a “random” component may become a “systematic” component, and vice versa.

E.3.7 For the reason given in c) above, Recommendation INC-1 (1980) does not classify components of uncertainty as either “random” or “systematic”. In fact, as far as the calculation of the combined standard uncertainty of a measurement result is concerned, there is no need to classify uncertainty components and thus no real need for any classificational scheme. Nonetheless, since convenient labels can sometimes be helpful in the communication and discussion of ideas, Recommendation INC-1 (1980) does provide a scheme for classifying the two distinct *methods* by which uncertainty components may be evaluated, “A” and “B” (see 0.7, 2.3.2, and 2.3.3).

Classifying the methods used to evaluate uncertainty components avoids the principal problem associated with classifying the components themselves, namely, the dependence of the classification of a component on how the corresponding quantity is used. However, classifying the methods rather than the components does not preclude gathering the individual components evaluated by the two methods into specific groups for a particular purpose in a given measurement, for example, when comparing the experimentally observed and theoretically predicted, variability of the output values of a complex measurement system (see 3.4.3).

E.4 Směrodatné odchylky jako míry nejistoty

E.4.1 Rovnice (E.3) požaduje, aby bez ohledu na to, jak je nejistota odhadu vstupní veličiny získána, byla vyhodnocena jako standardní nejistota, tj. jako odhad směrodatné odchylky. Jestliže je namísto toho vyhodnocena některá „téměř jistá“ alternativa, nemůže být použita v rovnici (E.3). Zvláště, když „maximální mez chyby“ (největší možná odchylka od domnělého nejlepšího odhadu) je použita v rovnici (E.3), bude výsledná nejistota mít nesprávně určený význam a bude nepoužitelná pro začlenění do následujících výpočtů nejistoty jiných veličin (viz E.3.3).

E.4.2 Pokud nemůže být vyhodnocena standardní nejistota vstupní veličiny analýzou výsledků vhodného počtu opakovaných pozorování, potom musí být přijato rozdělení pravděpodobnosti a to na základě znalosti, která je mnohem méně rozsáhlá, než by mohlo být žádoucí. Tímto se však rozdělení nestává neplatné nebo nereálné; jako všechna rozdělení pravděpodobností je to vyjádření existující znalosti.

E.4.3 Hodnocení na základě opakovaných pozorování nejsou nutně lepší, než hodnocení získaná jinými způsoby. Předpokládá se, že $s(\bar{q})$ je výběrová směrodatná odchylka střední hodnoty n nezávislých pozorování q_k náhodné veličiny q [viz rovnice (5) v 4.2.3]. Veličina $s(\bar{q})$ je statistika (viz C.2.23), která odhaduje $\sigma(\bar{q})$, směrodatnou odchylku rozdělení pravděpodobnosti \bar{q} , která je směrodatná odchylka rozdělení hodnot \bar{q} , která by se mohla získat při nekonečném počtu opakovaných měření.

Rozptyl $\sigma^2[s(\bar{q})]$ veličiny $s(\bar{q})$ má přibližný tvar

$$\sigma^2[s(\bar{q})] \approx \sigma^2(\bar{q}) / 2\nu$$

(E.7)

E.4 Standard deviations as measures of uncertainty

E.4.1 Equation (E.3) requires that no matter how the uncertainty of the estimate of an input quantity is obtained, it must be evaluated as a standard uncertainty, that is, as an estimated standard deviation. If some “safe” alternative is evaluated instead, it cannot be used in equation (E.3). In particular, if the “maximum error bound” (the largest conceivable deviation from the putative best estimate) is used in equation (E.3), the resulting uncertainty will have an ill-defined meaning and will be unusable by anyone wishing to incorporate it into subsequent calculations of the uncertainties of other quantities (see E.3.3).

E.4.2 When the standard uncertainty of an input quantity cannot be evaluated by an analysis of the results of an adequate number of repeated observations, a probability distribution must be adopted based on knowledge that is much less extensive than might be desirable. That does not, however, make the distribution invalid or unreal; like all probability distributions it is an expression of what knowledge exists.

E.4.3 Evaluations based on repeated observations are not necessarily superior to those obtained by other means. Consider $s(\bar{q})$, the experimental standard deviation of the mean of n independent observations q_k of a normally distributed random variable q [see equation (5) in 4.2.3]. The quantity $s(\bar{q})$ is a statistic (see C.2.23) that estimates $\sigma(\bar{q})$, the standard deviation of the probability distribution of \bar{q} , that is, the standard deviation of the distribution of the values of \bar{q} that would be obtained if the measurement were repeated an infinite number of times.

The variance $\sigma^2[s(\bar{q})]$ of $s(\bar{q})$ is given, approximately, by

kde $\nu = n - 1$ je stupeň volnosti $s(\bar{q})$ (viz G.3.3). Tedy, relativní směrodatná odchylka pro $s(\bar{q})$, která je dána poměrem $\sigma[s(\bar{q})] / \sigma(\bar{q})$ a která může být brána jako míra relativní nejistoty k $s(\bar{q})$, je přibližně $[2(n - 1)]^{-1/2}$. Tato "nejistota nejistoty" \bar{q} , která vzniká z čistě statistického důvodu rozsahově omezeného vzorku, může být překvapivě velká; pro $n = 10$ pozorování je to 24 %. Tyto a další hodnoty jsou uvedeny v tabulce E.1, ze které vyplývá, že směrodatná odchylka statistického odhadu směrodatné odchylky není zanedbatelná pro praktické hodnoty n .

Z toho se dá vyvodit závěr, že vyhodnocení standardní nejistoty způsobem A nemusí být nutně spolehlivější než vyhodnocení způsobem B, a že v mnoha praktických situacích měření, kde je omezený počet pozorování složky, získané z hodnocení způsobem B, by mohly být lépe známe, než složky získané z hodnocení způsobem A.

where $\nu = n - 1$ is the degrees of freedom of $s(\bar{q})$ (see G.3.3). Thus the relative standard deviation of $s(\bar{q})$, which is given by the ratio $\sigma[s(\bar{q})] / \sigma(\bar{q})$ and which can be taken as a measure of the relative uncertainty of $s(\bar{q})$, is approximately $[2(n - 1)]^{-1/2}$. This "uncertainty of the uncertainty" of \bar{q} , which arises from the purely statistical reason of limited sampling, can be surprisingly large; for $n = 10$ observations it is 24 percent. This and other values are given in table E.1, which shows that the standard deviation of a statistically estimated standard deviation is not negligible for practical values of n .

One may therefore conclude that Type A evaluations of standard uncertainty are not necessarily more reliable than Type B evaluations, and that in many practical measurement situations where the number of observations is limited, the components obtained from Type B evaluations may be better known than the components obtained from Type A evaluations.

Tabulka E.1 – $\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$ směrodatná odchylka výběrové směrodatné odchylky průměru \bar{q} , n nezávislých pozorování z normálního rozdělení náhodné veličiny q , v poměru k směrodatné odchylce^{(a) (b)}

Table E.1 – $\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$, the standard deviation of the experimental standard deviation of the mean \bar{q} of n independent observations of a normally distributed random variable q , relative to the standard deviation of that mean^{(a) (b)}

Počet pozorování n Number of observations n	$\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$ (%)
2	76
3	52
4	42
5	36
10	24
20	16
30	13
50	10

(a) Hodnota daná výpočtem z exaktního výrazu pro $\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$, ne přibližným výrazem $[2(n-1)]^{-1/2}$.

(a) The values given have been calculated from the exact expression for $\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$, not the approximate expression $[2(n-1)]^{-1/2}$.

(b) Ve výrazu $\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$, je jmenovatel $\sigma(\bar{q})$ předpokládán jako

$E[S/\sqrt{n}]$ a číselník $\sigma[s(\bar{q})]$ je druhá mocnina odchylky

$V[S/\sqrt{n}]$ kde S značí různé proměnné rovnice při normálním rozdělení z n nezávisle náhodných proměnných X_1, \dots, X_n , které mají každá normální rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2 .

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, \quad \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Předpoklad a odchylka od S jsou dány:

$$E[S] = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \sigma, \quad V[S] = \sigma^2 - E[S]^2$$

Kde $\Gamma(x)$ je funkce gama(strmosti). Je třeba si všimnout, že $E[S] < \sigma$ pro konečný počet n .

(b) In the expression $\sigma[s(\bar{q})]/\sigma(\bar{q})$, the denominator $\sigma(\bar{q})$ is the expectation

$E[S/\sqrt{n}]$ and the numerator $\sigma[s(\bar{q})]$ is the square root of the variance

$V[S/\sqrt{n}]$ where S denotes a random variable equal to the standard deviation of n independent random variables X_1, \dots, X_n , each having a normal distribution with mean value μ and variance σ^2 .

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, \quad \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

The expectation and variance of S are given by:

$$E[S] = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma[(n-1)/2]} \sigma, \quad V[S] = \sigma^2 - E[S]^2$$

where $\Gamma(x)$ is the gamma function. Note that $E[S] < \sigma$ for a finite number n .

E.4.4 Je argumentováno, že zatímco nejistoty spojené s aplikací určité metody měření jsou statistické parametry charakterizující náhodné veličiny, existují případy „pravých systematických vlivů“, jejichž nejistoty musí být zpracované odlišným způsobem. Například vyrovnaní (posun) s neznámou neměnnou hodnotou, která je stejná při každém určení pomocí metody a je způsobená možnou nedokonalostí samotného principu této metody nebo jedním z jejich důležitých předpokladů. Ale jestliže je předpoklad, aby bylo uznáno, že takové vyrovnaní existuje a jeho hodnota je významná, pak může být popsáno rozdělením pravděpodobnosti, avšak jednoduše sestaveno na základě znalosti, která vede k závěru, že by mohlo existovat a být významné. Tedy, jestli pravděpodobnost je považována za míru stupně přesvědčení, že určitý jev nastane, pak příspěvek tohoto systematického vlivu může být zahrnut do kombinované standardní nejistoty výsledku měření pomocí jeho hodnocení, jako standardní nejistoty *apriorního* rozdělení pravděpodobnosti a jeho zpracování stejným způsobem, jako kterékoli standardní nejistoty vstupní veličiny.

PŘÍKLAD

Specifikace postupu měření vyžaduje, aby určitá vstupní veličina byla vypočítána z určitého rozvoje matematické řady, jejíž členy vyššího řádu nejsou přesně známy. Systematický vliv, který vychází z neschopnosti přesně zpracovat tyto členy, vede k neznámé neměnné trvalé odchylce, kterou není možné experimentálně vzorkovat opakováním postupu. Tedy nejistota, spojená s tímto vlivem, nemůže být vyhodnocena a zahrnuta do nejistoty konečného výsledku měření a to tehdy, jestliže je důsledně dodrženo vysvětlení pojmu pravděpodobnosti na základě četnosti. Avšak vysvětlení pojmu pravděpodobnosti na základě stupně přesvědčení dovoluje, aby nejistota charakterizující vliv byla vyhodnocena z *apriorního* rozdělení pravděpodobnosti (odvozeného z dostupných znalostí, týkajících se nepřesně známých členů), a aby byla zahrnuta do kombinované standardní nejistoty výsledku měření, jako kterékoli další nejistoty.

E.4.4 It has been argued that, whereas the uncertainties associated with the application of a particular method of measurement are statistical parameters characterizing random variables, there are instances of a “truly systematic effect” whose uncertainty must be treated differently. An example is an offset having an unknown fixed value that is the same for every determination by the method due to a possible imperfection in the very principle of the method itself or one of its underlying assumptions. But if the possibility of such an offset is acknowledged to exist and its magnitude is believed to be possibly significant, then it can be described by a probability distribution, however simply constructed, based on the knowledge that led to the conclusion that it could exist and be significant. Thus, if one considers probability to be a measure of the degree of belief that an event will occur, the contribution of such a systematic effect can be included in the combined standard uncertainty of a measurement result by evaluating it as a standard uncertainty of an *a priori* probability distribution and treating it in the same manner as any other standard uncertainty of an input quantity.

EXAMPLE

The specification of a particular measurement procedure requires that a certain input quantity be calculated from a specific power-series expansion whose higher-order terms are inexactly known. The systematic effect due to not being able to treat these terms exactly leads to an unknown fixed offset that cannot be experimentally sampled by repetitions of the procedure. Thus the uncertainty associated with the effect cannot be evaluated and included in the uncertainty of the final measurement result if a frequency-based interpretation of probability is strictly followed. However, interpreting probability on the basis of degree of belief allows the uncertainty characterizing the effect to be evaluated from an *a priori* probability distribution (derived from the available knowledge concerning the inexactly known terms) and to be included in the calculation of the combined standard uncertainty of the measurement result like any other uncertainty.

E.5 Porovnání dvou pohledů na nejistotu

E.5.1 Zaměření tohoto *pokynu* je více na výsledky měření a jejich vyhodnocené nejistoty než na „pravé“ hodnoty neznámých veličin a chyb (viz příloha D). Na základě provozního pohledu, že výsledek měření je jednoduše přisuzován měřené veličině, a že nejistota tohoto výsledku je míra rozptýlení hodnot, které by mohly být odůvodnitelně přisuzovány měřené veličině, teno *pokyn* rozděluje často zavádějící spojení mezi nejistotou a „pravou“ hodnotou neznámé veličiny a chyby.

E.5.2 Toto spojení může být pochopeno vysvětlením odvození rovnice (E.3), zákona o šíření nejistoty, z pohledu „pravé“ hodnoty a chyby. V tomto případě μ_i je ukázáno jako neznámá, „pravá“ hodnota vstupní veličiny w_i a o každé w_i se předpokládá, že je v poměru k její „pravé“ hodnotě μ_i podle $w_i = \mu_i + \varepsilon_i$, kde ε_i je chyba w_i . Střední hodnota rozdělení pravděpodobnosti každé ε_i se předpokládá nulová, $E(\varepsilon_i) = 0$, s rozptylem $E(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2$. Rovnice (E.1) se stává potom

kde $\varepsilon_z = z - \mu_z$ je chyba z a μ_z je „pravá“ hodnota z . Jestliže se pak vezme očekávaná střední hodnota druhé mocniny ε_z , získáme rovnici identickou k rovnici (E.3), ale ve které $\sigma_z^2 = E(\varepsilon_z^2)$ je rozptyl pro ε_z a $\rho_{ij} = v(\varepsilon_i, \varepsilon_j) / (\sigma_i^2 \sigma_j^2)^{1/2}$ je korelační koeficient pro ε_i a ε_j , kde $v(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i \varepsilon_j)$ je kovariance ε_i a ε_j . Rozptyl a korelační koeficienty jsou tak spojovány spíše s *chybami* vstupních veličin než samotnými vstupními veličinami.

E.5 A comparison of two views of uncertainty

E.5.1 The focus of this *Guide* is on the measurement result and its evaluated uncertainty rather than on the unknowable quantities “true” value and error (see annex D). By taking the operational views that the result of a measurement is simply the value attributed to the measurand and that the uncertainty of that result is a measure of the dispersion of the values that could reasonably be attributed to the measurand, this *Guide* in effect uncouples the often confusing connection between uncertainty and the unknowable quantities “true” value and error.

E.5.2 This connection may be understood by interpreting the derivation of equation (E.3), the law of propagation of uncertainty, from the standpoint of “true” value and error. In this case μ_i is viewed as the unknown, unique “true” value of input quantity w_i and each w_i is assumed to be related to its “true” value μ_i by $w_i = \mu_i + \varepsilon_i$, where ε_i is the error in w_i . The expectation of the probability distribution of each ε_i is assumed to be zero, $E(\varepsilon_i) = 0$, with variance $E(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2$. Equation (E.1) becomes then

$$\varepsilon_z = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial w_i} \varepsilon_i \quad (\text{E.8})$$

where $\varepsilon_z = z - \mu_z$ is the error in z and μ_z is the “true” value of z . If one then takes the expectation of the square of ε_z , one obtains an equation identical in form to equation (E3) but in which $\sigma_z^2 = E(\varepsilon_z^2)$ is the variance of ε_z and $\rho_{ij} = v(\varepsilon_i, \varepsilon_j) / (\sigma_i^2 \sigma_j^2)^{1/2}$ is the correlation coefficient of ε_i and ε_j , where $v(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i \varepsilon_j)$ is the covariance of ε_i and ε_j . The variances and correlation coefficients are thus associated, with the *errors* of the input quantities rather than with the input quantities themselves.

POZNÁMKA

Předpokládá se, že pravděpodobnost je brána jako míra stupně přesvědčení, že nějaký jev nastane, což také znamená, že systematická chyba má být zpracována stejným způsobem, jako náhodná chyba a že ε_i vyjadřuje oba druhy.

E.5.3 V praxi rozdíl v pohledu nevede k rozdílu v číselné hodnotě výsledku měření nebo nejistoty spojené s výsledkem.

Za prvé, v obou případech, nejlepší dostupné odhady vstupních veličin w_i jsou používány k získání nejlepšího odhadu z a to z funkce f . Přitom při výpočtu není žádný rozdíl, jestliže nejlepší odhady jsou uvedeny jako hodnoty, které jsou s největší pravděpodobností přisuzovány příslušné měřené veličině nebo nejlepším odhadům jejich „pravých“ hodnot.

Za druhé, protože $\varepsilon_i = w_i - \mu_i$ představuje jednoznačně stálé hodnoty a nemají žádnou nejistotu, rozptyly a směrodatné odchylky ε_i a w_i jsou identické. To znamená, že v obou případech standardní nejistoty použité jako odhady směrodatných odchylek σ_i k získání kombinované standardní nejistoty výsledku měření jsou identické a vedou ke stejné číselné hodnotě této nejistoty. Dále, nejsou žádné rozdíly ve výpočtech, jestliže standardní nejistota je znázorněná jako míra rozptýlení rozdělení pravděpodobnosti vstupní veličiny nebo jako míra rozptýlení rozdělení pravděpodobnosti chyby této veličiny.

POZNÁMKA

Jestliže nebyl splněn předpoklad poznámky z E.5.2, potom text tohoto článku není použitelný, pokud všechny odhady vstupních veličin a nejistoty těchto odhadů nebyly získány ze statistické analýzy opakovaných pozorování, tj. z hodnocení způsobem A.

NOTE

It is assumed that probability is viewed as a measure of the degree of belief that an event will occur, implying that a systematic error may be treated in the same way as a random error and that ε_i represents either kind.

E.5.3 In practice, the difference in point of view does not lead to a difference in the numerical value of the measurement result or of the uncertainty assigned to that result.

First, in both cases, the best available estimates of the input quantities w_i are used to obtain the best estimate of z from the function f ; it makes no difference *in the calculations* if the best estimates are viewed as the values most likely to be attributed to the quantities in question or the best estimates of their "true" values.

Second, because $\varepsilon_i = w_i - \mu_i$ and because they represent unique, fixed values and hence have no uncertainty, the variances and standard deviations of the ε_i and w_i are identical. This means that in both cases, the standard uncertainties used as the estimates of the standard deviations σ_i to obtain the combined standard uncertainty of the measurement result are identical and will yield the same numerical value for that uncertainty. Again, it makes no difference *in the calculations* if a standard uncertainty is viewed as a measure of the dispersion of the probability distribution of an input quantity or as a measure of the dispersion of the probability distribution of the error of that quantity.

NOTE

If the assumption of the note of E.5.2 had not been made, then the discussion of this subclause would not apply unless all of the estimates of the input quantities and the uncertainties of those estimates were obtained from the statistical analysis of repeated observations, that is, from Type A evaluations.

E.5.4 Přístup založený na „pravé“ hodnotě a chybě poskytuje stejné číselné výsledky jako přístup převzatý tímto *pokynem* (poskytnutý, na základě předpokladu poznámky k E.5.2), neboť pojem nejistoty z tomto *pokynu* eliminuje záměnu mezi chybou a nejistotou (viz příloha D). Provozní přístup tohoto *pokynu*, který je zaměřen na pozorovanou (nebo odhadnutou) hodnotu veličiny a pozorovaný (nebo odhadnutý) rozptyl této hodnoty, ponechává jakoukoliv zmínku o chybě zcela nepodstatnou.

E.5.4 While the approach based on “true” value and error yields the same numerical results as the approach taken in this *Guide* (provided that the assumption of the note of E.5.2 is made), this *Guide’s* concept of uncertainty eliminates the confusion between error and uncertainty (see annex D). Indeed, this *Guide’s* operational approach, wherein the focus is on the observed (or estimated) value of a quantity and the observed (or estimated) variability of that value, makes any mention of error entirely unnecessary.

Příloha F

Praktický návod na hodnocení složek nejistoty

Tato příloha poskytuje doplňující návrhy, hlavně praktické povahy, pro hodnocení složek nejistoty, které doplňují návrhy již uvedené v části 4.

F.1 Složky hodnocené z opakovaných pozorování: vyhodnocení standardní nejistoty způsobem A

F.1.1 Nahodilost a opakovaná pozorování

F.1.1.1 Nejistoty určené z opakovaných pozorování jsou často proti těm, které byly hodnoceny jinými metodami, uváděny jako „objektivní“, „statisticky přesné“, atd. To vede k nesprávnému závěru, že mohou být hodnoceny pouze na základě použití statistických vzorců vztažených na dané pozorování a nevyžadují použití žádných úsudků.

F.1.1.2 Za prvé je třeba se ptát: „Do jaké míry opakovaná pozorování jsou úplně nezávislým opakováním postupu měření?“ Jestliže všechna pozorování jsou na jediném vzorku a jestli vzorkování je součástí postupu měření, protože měřená veličina je materiálovou vlastností (jako protiklad vlastnosti materiálu daného vzorku), pak pozorování nemohou být nezávisle opakována. Hodnocení složky rozptylu, vznikající z možných rozdílností mezi vzorky, musí být přičteno k pozorovanému rozptylu opakovaných pozorování provedených na jediném vzorku.

Jestliže vynulování přístroje je součástí postupu měření, pak přístroj by měl být znovu vynulován jako součást každého opakování, i když během doby, ve které jsou pozorování prováděna dochází k nevýznamnému posunu, protože existuje potenciální a statisticky určitelná nejistota související s vynulováním.

Annex F

Practical guidance on evaluating uncertainty components

This annex gives additional suggestions for evaluating uncertainty components, mainly of a practical nature, that are intended to complement the suggestions already given in clause 4.

F.1 Components evaluated from repeated observations: Type A evaluation of standard uncertainty

F.1.1 Randomness and repeated observations

F.1.1.1 Uncertainties determined from repeated observations are often contrasted with those evaluated by other means as being “objective”, “statistically rigorous”, etc. That incorrectly implies that they can be evaluated merely by the application of statistical formulae to the observations and that their evaluation does not require the application of some judgement.

F.1.1.2 It must first be asked, “To what extent are the repeated observations completely independent repetitions of the measurement procedure?” If all of the observations are on a single sample, and if sampling is part of the measurement procedure because the measurand is, the property of a material (as opposed to the property of a given specimen of the material), then the observations have not been independently repeated; an evaluation of a component of variance arising from possible differences among samples must be added to the observed variance of the repeated observations made on the single sample.

If zeroing an instrument is part of the measurement procedure, the instrument ought to be rezeroed as part of every repetition, even if there is negligible drift, during the period in which observations are made, for there is potentially a statistically determinable uncertainty attributable to zeroing.

Podobně, jestliže má být proveden odečet barometru, pak musí v zásadě být proveden při každém opakování měření (lépe po jeho přerušení a povolení, aby se vrátil do stavu rovnováhy), protože může být odchylka nejen v indikaci, ale i ve čtení, i když barometrický tlak je stabilní.

F.1.1.3 Za druhé je třeba se ptát, jestli všechny vlivy, o kterých se předpokládá, že jsou náhodné, jsou opravdu náhodné. Jsou střední hodnoty a rozptyly jejich rozdělení konstantní nebo snad existuje posun hodnot neměřitelné ovlivňující veličiny během doby opakování pozorování? Jestliže je dostatečný počet pozorování, tak aritmetické průměry výsledků první a druhé poloviny doby měření a jejich výběrových směrodatných odchylek mají být vypočítány a oba průměry porovnány mezi sebou a to k posouzení, zda rozdíl mezi nimi je statisticky významný a tedy zda existuje vliv, který se mění v závislosti na čase.

F.1.1.4 Jestliže hodnoty „veřejné služby“ v laboratoři (napětí a frekvence dodávky elektrické energie, tlak a teplota vody, tlak dusíku, atd.) jsou ovlivňující veličiny, pak běžně existuje silný nenáhodný prvek v jejich kolísání, který nemůže být přehlédnut.

F.1.1.5 Jestliže nejnižší významná číslice digitálního zobrazení se trvale mění během pozorování v důsledku „šumu“, pak je někdy obtížné vybrat nepoznatelnou osobně preferovanou hodnotu této číslice. Je lepší zobrazení nějakým způsobem na malou chvíli zmrazit a zapisovat zmrazený výsledek.

F.1.2 Korelace

Mnoho aspektů vysvětlených v tomto článku platí také pro hodnocení standardní nejistoty způsobem B.

F.1.2.1 Kovariance příslušná k odhadům dvou vstupních veličin X_i a X_j může být brána jako nulová nebo považována za nevýznamnou, jestliže

Similarly, if a barometer has to be read, it should in principle be read for each repetition of the measurement (preferably after disturbing it and allowing it to return to equilibrium), for there may be a variation both in indication, and in reading, even if the barometric pressure is constant.

F.1.1.3 Second, it must be asked whether all of the influences that are assumed to be random really are random. Are the means and variances of their distributions constant, or is there perhaps a drift in the value of an unmeasured influence quantity during the period of repeated observations? If there is a sufficient number of observations, the arithmetic means of the results of the first and second halves of the period and their experimental standard deviations may be calculated and the two means compared with each other in order to judge whether the difference between them is statistically significant and thus if there is an effect varying with time.

F.1.1.4 If the values of “common services” in the laboratory (electric-supply voltage and frequency, water pressure and temperature, nitrogen pressure, etc.) are influence quantities, there is normally a strongly nonrandom element in their variations that cannot be overlooked.

F.1.1.5 If the least significant figure of a digital indication varies continually during an observation due to “noise”, it is sometimes difficult not to select unknowingly personally preferred values of that digit. It is better to arrange some means of freezing the indication at an arbitrary instant and recording the frozen result.

F.1.2 Correlations

Much of the discussion in this subclause 'is also applicable to Type B evaluations of standard uncertainty.

F.1.2.1 The covariance associated with the estimates of two input quantities X_i and X_j may be taken to be zero or treated as insignificant if

a) X_i a X_j jsou *nekorelované*, (náhodné veličiny, nefyzikální veličiny, o kterých se předpokládá, že jsou neměnné – viz 4.1.1, poznámka 1) například, protože byly opakovány, ale neměřeny současně v *odlišných* nezávislých experimentech, nebo protože vyjadřují výsledné veličiny *různě* vyhodnocené a tak byly zjištěny nezávisle nebo

b) jedna z veličin X_i a X_j může být považována za konstantní nebo

c) informace k hodnocení kovariance spojené s odhady veličin X_i a X_j jsou nedostatečné.

POZNÁMKY

- 1 Na druhé straně, v určitých případech, jako je příklad referenčního odporu v poznámce 1 k 5.2.2, je zřejmé, že vstupní veličiny jsou zcela korelované a standardní nejistoty jejich odhadů se lineárně spojují.
- 2 Jiné experimenty také nemusí být navzájem nezávislé, jestliže je například pokaždé použit stejný přístroj (viz F.1.2.3)

F.1.2.2 Jestliže dvě opakovaně a současně pozorované vstupní veličiny jsou nebo nejsou korelovány, je dovoleno je určit pomocí rovnice (17) v 5.2.3. Například, jestliže kmitočet oscilátoru je vstupní veličinou a z důvodu teploty je nekompensovaný nebo špatně kompenzovaný a jestli okolní teplota je také vstupní veličinou a obě jsou sledovány současně, může existovat významná korelace odhalená vypočtenou kovariancí mezi kmitočtem oscilátoru a okolní teplotou.

a) X_i and X_j are *uncorrelated* (the random variables, not the physical quantities that are assumed to be invariants – see 4.1.1, note 1), for example, because they have been repeatedly but not simultaneously measured in *different* independent experiments or because they represent resultant quantities of *different* evaluations that have been made independently, or if

b) either of the quantities X_i or X_j can be treated as a constant, or if

c) there is insufficient information to evaluate the covariance associated with the estimates of X_i and X_j .

NOTES

- 1 On the other hand, in certain cases, such as the reference-resistance example of note 1 to 5.2.2, it is apparent that the input quantities are fully correlated and that the standard uncertainties of their estimates combine linearly.
- 2 Different experiments may not be independent if, for example, the same instrument is used in each (see F.1.2.3).

F.1.2.2 Whether or not two repeatedly and simultaneously observed input quantities are correlated may be determined by means of equation (17) in 5.2.3. For example, if the frequency of an oscillator uncompensated or poorly compensated for temperature is an input quantity, if ambient temperature is also an input quantity, and if they are observed simultaneously, there may be a significant correlation revealed by the calculated covariance of the frequency of the oscillator and the ambient temperature.

F.1.2.3 V praxi jsou vstupní veličiny často korelovány, protože stejné fyzikální etalony měření, měřicí přístroje, referenční data nebo dokonce metoda měření, mající významnou nejistotu, jsou používány při odhadu jejich hodnot. Bez omezení obecnosti lze předpokládat, že dvě vstupní veličiny X_1 a X_2 , odhadnuté pomocí x_1 a x_2 , závisí na množině nekorelovaných proměnných Q_1, Q_2, \dots, Q_L . Tedy $X_1 = F(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$ a $X_2 = G(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$, i když některé tyto proměnné se aktuálně mohou objevit jen v jedné funkci a ne ve druhé. Jestli $u^2(q_i)$ je odhad rozptylu spojený s odhadem q_i pro Q_i , pak odhadnutý rozptyl spojený s x_1 je z rovnice (10) v 5.1.2

$$u^2(x_1) = \sum_{i=1}^L \left[\frac{\partial F}{\partial q_i} \right]^2 u^2(q_i) \quad (\text{F.1})$$

a se stejným výrazem pro $u^2(x_2)$. Odhadnutá kovariance spojená s x_1 a x_2 je dána rovnicí

$$u(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^L \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{\partial G}{\partial q_i} u^2(q_i) \quad (\text{F.2})$$

Protože pouze tyto členy, pro které $\partial F/\partial q_i \neq 0$ a $\partial G/\partial q_i \neq 0$ přispívají pro dané l k součtu, je kovariance nulová, jestliže žádná proměnná není společná oběma F a G .

Odhad korelačních koeficientů $r(x_1, x_2)$ spojených se dvěma odhady x_1 a x_2 je učen z $u(x_1, x_2)$ [rovnice (F.2)] a rovnicí (14) v 5.2.2, s $u(x_1)$ vypočteným z rovnice (F.1) a s $u(x_2)$ ze stejného výrazu. [Viz také rovnice (H.9) v H.2.3]. Tento postup je možné uplatnit pro odhadnutou kovarianci, spojenou se dvěma odhady vstupních veličin a získat jak statistickou složku [viz rovnice (17) v 5.2.3], tak složku vzniklou, jak bylo vysvětleno v tomto článku.

F.1.2.3 In practice, input quantities are often correlated because the same physical measurement standard, 'measuring instrument, reference datum, or even measurement method having a significant uncertainty is used, in the estimation of their values. Without loss of generality, suppose two input quantities X_1 and X_2 estimated by x_1 and x_2 depend on a set of uncorrelated variables Q_1, Q_2, \dots, Q_L . Thus $X_1 = F(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$ and $X_2 = G(Q_1, Q_2, \dots, Q_L)$, although some of these variables may actually appear only in one function and not in the other. If $u^2(q_i)$ is the estimated variance associated with the estimate q_i of Q_i , then the estimated variance associated with x_1 is, from equation (10) in 5.1.2,

with a similar expression for $u^2(x_2)$. The estimated covariance associated with x_1 and x_2 is given by

Because only those terms for which $\partial F/\partial q_i \neq 0$ and $\partial G/\partial q_i \neq 0$ for a given l contribute to the sum, the covariance is zero if no variable is common to both F and G .

The estimated correlation coefficient $r(x_1, x_2)$ associated with the two estimates x_1 and x_2 is determined from $u(x_1, x_2)$ [equation (F.2)] and equation (14) in 5.2.2, with $u(x_1)$ calculated from equation (F.1) and $u(x_2)$ from a similar expression. [See also equation (H.9) in H.2.3]. It is also possible for the estimated covariance associated with two input estimates to have both a statistical component [see equation (17) in 5.2.3] and a component arising as discussed in this subclause.

PŘÍKLADY

- 1 Etalonový rezistor R_s je používán ve stejném měření k určení proudu I i teploty t . Hodnota proudu je určena digitálním voltmetrem měřením potenciálního rozdílu na svorkách etalonu; teplota je určena měřením přes odporový můstek a etalon, odpor $R_t(t)$ kalibrovaného teplotně odporového čidla, jehož vztah teplota-odpor v rozsahu $15\text{ °C} \leq t \leq 30\text{ °C}$ je $t = aR_t^2(t) - t_0$, kde a a t_0 jsou známé konstanty. Tedy proud je určený ze vztahu $I = V_s/R_s$ a teplota ze vztahu $t = \alpha\beta^2(t)R_s^2 - t_0$, kde $\beta(t)$ je poměr $R_t(t)/R_s$ měřený můstkem.

Jelikož pouze veličina R_s je společná pro výrazy I a t , rovnice (F.2) poskytuje kovariance I a t

$$u(I, t) = \frac{\partial I}{\partial R_s} \frac{\partial t}{\partial R_s} u^2(R_s) = \left(-\frac{V_s}{R_s^2} \right) \left[2\alpha\beta^2(t)R_s \right] u^2(R_s) = -\frac{t+t_0}{R_s^2} u^2(R_s)$$

(Pro zjednodušení zápisu v tomto příkladu jsou použita stejná označení pro vstupní veličinu i její odhad.)

Číselná hodnota kovariance je získána nahrazením číselných hodnot měřených veličin I a t a hodnot R_s a $u(R_s)$ získaných z kalibračního certifikátu etalonu rezistoru, v tomto výrazu. Jednotka $u(I, t)$ je jasně $\text{A} \cdot \text{°C}$, jelikož rozměr relativního rozptylu $[u(R_s)/R_s]^2$ je jedna (to je takzvaná „bezrozměrná“ veličina).

Dále se předpokládá, že veličina P je souvztažná ke vstupním veličinám I a t pomocí $P = C_0 I^2 / (T_0 + t)$, kde C_0 a T_0 jsou známé konstanty mající zanedbatelné nejistoty [$u^2(C_0) \approx 0$, $u^2(T_0) \approx 0$]. Rovnice (13) v 5.2.2 tedy poskytuje pro rozptyl P vyjádření pomocí rozptylů I a t a jejich kovariance

$$\frac{u^2(P)}{P^2} = 4 \frac{u^2(I)}{I^2} - 4 \frac{u(I, t)}{I(T_0 + t)} + \frac{u^2(t)}{(T_0 + t)^2}$$

Rozptyly $u^2(I)$ a $u^2(t)$ jsou získány pomocí rovnice (10) v 5.1.2 aplikací vztahů $I = V_s/R_s$ a $t = \alpha\beta^2(t)R_s^2 - t_0$. Výsledky jsou

$$u^2(I)/I^2 = u^2(V_s)/V_s^2 + u^2(R_s)/R_s^2$$

$$u^2(t) = 4(t+t_0)^2 u^2(\beta)/\beta^2 + 4(t+t_0)^2 u^2(R_s)/R_s^2$$

EXAMPLES

- 1 A standard resistor R_s is used in the same measurement to determine both a current I and a temperature t . The current is determined by measuring, with a digital voltmeter, the potential difference across the terminals of the standard; the temperature is determined by measuring, with a resistance bridge and the standard, the resistance $R_t(t)$ of a calibrated resistive temperature sensor whose temperature-resistance relation in the range $15\text{ °C} \leq t \leq 30\text{ °C}$ is $t = aR_t^2(t) - t_0$, where a and t_0 are known constants. Thus the current is determined through the relation $I = V_s/R_s$ and the temperature through the relation $t = \alpha\beta^2(t)R_s^2 - t_0$, where $\beta(t)$ is the measured ratio $R_t(t)/R_s$ provided by the bridge.

Since only the quantity R_s is common to the expression for I and t , equation (F.2) yields for the covariance of I and t

(For simplicity of notation, in this example the same symbol is used for both the input quantity and its estimate)

To obtain the numerical value of the covariance, one substitutes into this expression the numerical values of the measured quantities I and t and the values, of R_s and $u(R_s)$ given in the standard resistor's calibration certificate. The unit of $u(I, t)$ is clearly $\text{A} \cdot \text{°C}$ since the dimension of the relative variance. $[u(R_s)/R_s]^2$ is one (that is, the latter is a so-called dimensionless quantity).

Further, let a quantity P be related to the input quantities I and t by $P = C_0 I^2 / (T_0 + t)$, where C_0 and T_0 are known constants with negligible uncertainties [$u^2(C_0) \approx 0$, $u^2(T_0) \approx 0$]. Equation (13) in 5.2.2 then yields for the variance of P in terms of the variances of I and t and their covariance

The variances $u^2(I)$ and $u^2(t)$ are obtained by the application of equation (10) of 5.1.2 to the relations

$I = V_s/R_s$ and $t = \alpha\beta^2(t)R_s^2 - t_0$. The results are

kde se pro zjednodušení předpokládá, že nejistoty konstant t_0 a a jsou také zanedbatelné. Tyto výrazy mohou být jednoduše vyhodnoceny, jelikož $u^2(V_s)$ a $u^2(\beta)$ mohou být určeny z opakovaných odečtů voltmetru a z odporového můstku. Samozřejmě, jakékoliv vlastní nejistoty samotného přístroje a použitého postupu měření musí být také brány v úvahu při určení $u^2(V_s)$ a $u^2(\beta)$.

- 2 V příkladu poznámky 1 v 5.2.2, je kalibrace všech rezistorů znázorněna pomocí $R_i = \alpha_i R_s$, přičemž $u(\alpha_i)$, standardní nejistota měřeného podílu α_i , je získána z opakovaných pozorování. Jestliže se dále předpokládá, že $\alpha_i \approx 1$ pro každý rezistor a $u(\alpha_i)$ je v podstatě stejná pro každou kalibraci a tedy $u(\alpha_i) \approx u(\alpha)$. Potom rovnice (F.1) a (F.2) poskytují $u^2(R_i) = R_s^2 u^2(\alpha) + u^2(R_s)$ a $u(R_i, R_j) = u^2(R_s)$. To, přes rovnici (14) v 5.2.2, nutně vede k závěru, že korelační koeficient jakýchkoliv dvou rezistorů ($i \neq j$) je

$$r(R_i, R_j) \equiv r_{ij} = \left\{ 1 + \left[\frac{u(\alpha)}{u(R_s)/R_s} \right]^2 \right\}^{-1}$$

Pokud $u(R_s)/R_s = 10^{-4}$, a když je $u(\alpha) = 100 \times 10^{-6}$, platí $r_{ij} \approx 0,5$; pro $u(\alpha) = 10 \times 10^{-6}$ platí $r_{ij} \approx 0,990$; a pro $u(\alpha) = 1 \times 10^{-6}$ platí $r_{ij} \approx 1,000$. Pak $u(\alpha) \rightarrow 0$, $r_{ij} \rightarrow 1$ a $u(R_i) \rightarrow u(R_s)$.

POZNÁMKA

Obecně, při porovnatelných kalibracích jako v tomto příkladu, odhadnuté hodnoty kalibrovaných položek jsou korelovány a to se stupněm korelace závislým na poměru nejistoty porovnávané položky k nejistotě referenčního etalonu. Když nejistota porovnávané položky je zanedbatelná ve srovnání s nejistotou etalonu, jak se často v praxi stává, korelační koeficienty se rovnají +1 a nejistota každé kalibrované položky je stejná jako nejistota etalonu.

where for simplicity it is assumed that the uncertainties of the constants t_0 and a are also negligible. These expressions can be readily evaluated since $u^2(V_s)$ and $u^2(\beta)$ may be determined, respectively, from the repeated readings of the voltmeter and of the resistance bridge. Of course, any uncertainties inherent in the instruments themselves and in the measurement procedures employed must also be taken into account when $u^2(V_s)$ and $u^2(\beta)$ are determined.

- 2 In the example of note 1 to 5.2.2, let the calibration of each resistor be represented by $R_i = \alpha_i R_s$, with $u(\alpha_i)$ the standard uncertainty of the measured ratio α_i , as obtained from repeated observations. Further, let $\alpha_i \approx 1$ for each resistor, and let $u(\alpha_i)$ be essentially the same for each calibration so that $u(\alpha_i) \approx u(\alpha)$.

Then equations (F.1) and (F.2) yield $u^2(R_i) = R_s^2 u^2(\alpha) + u^2(R_s)$ and $u(R_i, R_j) = u^2(R_s)$. This implies through equation (14) in 5.2.2 that the correlation coefficient of any two resistors ($i \neq j$) is

Since $u(R_s)/R_s = 10^{-4}$, If $u(\alpha) = 10 \times 10^{-6}$, $r_{ij} \approx 0,5$; if $u(\alpha) = 10 \times 10^{-6}$, $r_{ij} \approx 0,990$; and if $u(\alpha) = 1 \times 10^{-6}$, $r_{ij} \approx 1,000$. Thus as $u(\alpha) \rightarrow 0$, $r_{ij} \rightarrow 1$ and $u(R_i) \rightarrow u(R_s)$

NOTE

In general, in comparison calibrations such as this example, the estimated values of the calibrated items are correlated, with the degree of correlation depending upon the ratio of the uncertainty of the comparison to the uncertainty of the reference standard. When, as often occurs in practice, the uncertainty of the comparison is negligible with respect to the uncertainty of the standard, the correlation coefficients are equal to +1 and the uncertainty of each calibrated item is the same as that of the standard.

F.1.2.4 Nutnost uvádění kovariance $u(x_i, x_j)$ je možné vyčlenit, jestliže původní množina vstupních veličin X_1, X_2, \dots, X_N na kterých je měřená veličina Y závislá [viz rovnice (1) v 4.1], je definována takovým způsobem, že zahrnuje dodatečné nezávislé vstupní veličiny; tyto veličiny Q_i jsou společné pro dvě nebo více původních veličin X_i . (Provádění dodatečného měření může být důležité pro úplné nastolení vztahu mezi Q_i a ovlivněnými X_i .) Nicméně, v některých situacích, je dovoleno jako mnohem vhodnější udržet kovariance než zvýšit počet vstupních veličin. Podobný postup může být aplikován na pozorované kovariance současně opakovaných pozorování [viz rovnice (17) v 5.2.3], ale identifikace vhodné dodatečné vstupní veličiny je často prováděna jen *ad hoc* a nefyzikálně.

PŘÍKLAD

Jestliže, v příkladu 1 v F.1.2.3, jsou výrazy pro l a t zahrnuté pomocí R_s do výrazu pro P , pak výsledek je

$$P = \frac{C_0 V_s^2}{R_s^2 [T_0 + \alpha \beta^2 (t) R_s^2 - t_0]}$$

a korelaci mezi l a t se vyhne na úkor nahrazení vstupních veličin l a t veličinami V_s , R_s a β . Jelikož tyto veličiny jsou nekorelované, rozptyl P může být získán pomocí rovnice (10) v 5.1.2.

F.1.2.4 The need to introduce the covariance $u(x_i, x_j)$ can be bypassed if the original set of input quantities X_1, X_2, \dots, X_N upon which the measurand Y depends [see equation (1) in 4.1] is redefined in such a way as to include as additional independent input quantities those quantities Q_i that are common to two or more of the original X_i . (It may be necessary to perform additional measurements to establish fully the relationship between Q_i and the affected X_i .) Nonetheless, in some situations it may be more convenient to retain covariances rather than to increase the number of input quantities. A similar process can be carried out on the observed covariances of simultaneous repeated observations [see equation (17) in 5.2.3], but the identification of the appropriate additional input quantities is often *ad hoc* and nonphysical

EXAMPLE

If, in example 1 of F.1.2.3, the expressions for l and t in terms of R_s are introduced into the expression for P , the result is

and the correlation between l and t is avoided at the expense of replacing the input quantities l and t with the quantities V_s , R_s , and β . Since these quantities are uncorrelated, the variance of P can be obtained from equation (10) in 5.1.2.

F.2 Složky hodnocené jinými způsoby: vyhodnocení standardní nejistoty způsobem B

F.2.1 Potřeba hodnocení způsobem B

Pokud by laboratoř měření měla neomezený čas a prostředky, tak by mohla provádět vyčerpávající statistický průzkum pro téměř všechny případné příčiny nejistoty, například používáním různě vyráběných a různých druhů přístrojů, různých metod měření, různých aplikací metody, různých aproximací ve vlastních teoretických modelech měření. Nejistoty spojené se všemi těmito příčinami by mohly být vyhodnocené pomocí statistické analýzy řad pozorování a nejistota každé příčiny by mohla být charakterizována pomocí statisticky vyhodnocené směrodatné odchylky. Jinými slovy, všechny složky nejistoty by mohly být získány z hodnocení způsobem A. Jelikož takový průzkum není prakticky hospodárný, mnoho složek nejistoty musí být hodnoceno jakýmkoliv jiným praktickým způsobem.

F.2.2 Matematicky určené rozdělení

F.2.2.1 Rozlišovací schopnost digitální indikace

Jeden ze zdrojů nejistoty digitálních přístrojů je rozlišovací schopnost jejich indikační jednotky. Například ani tehdy, když opakované indikace byly všechny identické, nejistota měření přisuzovaná opakovatelnosti by nemusela být nulová, protože existuje rozsah vstupních signálů do přístroje překlenující známý interval, který by mohl dát stejnou indikaci. Jestli rozlišovací schopnost indikační jednotky je δx , hodnota podnětu, který vyvolá danou indikaci X může ležet v intervalu $X - \delta x/2$ až $X + \delta x/2$ se stejnou pravděpodobností. Tento rys může být popsán pravouhlejším rozdělením pravděpodobnosti (viz 4.3.7 a 4.4.5) se šířkou δx a rozptylem $u^2 = (\delta x)^2/12$ znamenající standardní nejistotu $u = 0,29 \delta x$.

F.2 Componentsevaluatedbyothermeans: Type B evaluation of standard uncertainty

F.2.1 The need for Type B evaluations

If a measurement laboratory had limitless time and resources, it could conduct an exhaustive statistical investigation of every conceivable cause of uncertainty, for example, by using many different makes and kinds of instruments, different methods of measurement, different applications of the method, and different approximations in its theoretical models of the measurement. The uncertainties associated with all of these causes could then be evaluated by the statistical analysis of series of observations and the uncertainty of each cause would be characterized by a statistically evaluated standard deviation. In other words, all of the uncertainty components would be obtained from Type A evaluations. Since such an investigation is not an economic practicality, many uncertainty components must be evaluated by whatever other means is practical.

F.2.2 Mathematically determined distributions

F.2.2.1 The resolution of a digital indication

One source of uncertainty of a digital instrument is the resolution of its indicating device. For example, even if the repeated indications were all identical, the uncertainty of the measurement attributable to repeatability would not be zero, for there is a range of input signals to the instrument spanning a known interval that would give the same indication. If the resolution of the indicating device is δx , the value of the stimulus that produces a given indication X can lie with equal probability anywhere in the interval $X - \delta x/2$ to $X + \delta x/2$. The stimulus is thus described by a rectangular probability distribution (see 4.3.7 and 4.4.5) of width δx with variance $u^2 = (\delta x)^2/12$, implying a standard uncertainty of $u = 0,29 \delta x$ for any indication.

Tedy váha s indikační jednotkou, pro kterou je nejmenší významnou číslicí 1g, má rozptyl způsobený rozlišovací schopností jednotky $u^2 = (1/12) g^2$ a standardní nejistotu $u = (1/\sqrt{12}) g = 0,29 g$.

F.2.2.2 Hystereze

Určité druhy hystereze mohou způsobit podobný druh nejistoty. Indikace přístroje se může lišit o fixní a známou hodnotu podle toho, jestli po sobě jdoucí čtené hodnoty se zvětšují nebo se zmenšují. Zkušený operátor si povšimne směru změny po sobě následujících čtení a provede vhodnou korekci. Ovšem směr vlivu hystereze není vždy pozorovatelný, neboť může být skrytá oscilace uvnitř přístroje kolem bodu rovnováhy tak, že indikace závisí na směru, ze kterého je tento bod konečně přibližován. Jestliže rozsah možných čtení z důvodu této příčiny je δx , pak rozptyl je opět $u^2 = (\delta x)^2/12$ a standardní nejistota zapříčiněná hysterezí je $u = 0,29 \delta x$.

F.2.2.3 Omezená přesnost aritmetiky

Zaokrouhlení nebo odseknutí číslic vznikající při automatické redukci dat pomocí počítače může také být zdrojem nejistoty. Uvažuje se, například, počítač s 16bitovou délkou slov. Jestliže je v průběhu výpočtu, číslo mající délku slova 16 bitů odečítáno od jiného, které je odlišné pouze v 16-tém bitu, pak pouze jeden významný bit zůstává. Takové jevy mohou nastat při výpočtu algoritmů, které mají „špatně nastavené podmínky“ a mohou být obtížně předvídatelné. Empirické určení nejistoty může být získáno zvětšováním pro výpočty nejdůležitější vstupní veličiny (často existuje jedna, která je úměrná k velikosti výstupní veličiny) malými přírůstky, dokud se výstupní veličina nezmění. Nejmenší změna výstupní veličiny, která může být získána takovými způsoby, může být vzata jako míra nejistoty; jestliže je to δx , pak rozptyl je $u^2 = (\delta x)^2/12$ a $u = 0,29 \delta x$.

Thus a weighing instrument with an indicating device whose smallest significant digit is 1 g has a variance due to the resolution of the device of $u^2 = (1/12) g^2$ and a standard uncertainty of $u = (1/\sqrt{12}) g = 0,29 g$.

F.2.2.2 Hysteresis

Certain kinds of hysteresis can cause a similar kind of uncertainty. The indication of an instrument may differ by a fixed and known amount according to whether successive readings are rising or falling. The prudent operator takes note of the direction of successive readings and makes the appropriate correction. But the direction of the hysteresis is not always observable: there may be hidden oscillations within the instrument about an equilibrium point so that the indication depends on the direction from which that point is finally approached. If the range of possible readings from that cause is δx , the variance is again $u^2 = (\delta x)^2/12$, and the standard uncertainty due to hysteresis is $u = 0,29 \delta x$.

F.2.2.3 Finite-precision arithmetic

The rounding or truncation of numbers arising in automated data reduction by computer can also be a source of uncertainty. Consider, for example, a computer with a word length of 16 bits. If, in the course of computation, a number having this word length is subtracted from another from which it differs only in the 16th bit, only one significant bit remains. Such events can occur in the evaluation of “ill-conditioned” algorithms, and they can be difficult to predict. One may obtain an empirical determination of the uncertainty by increasing the most important input quantity to the calculation (there is frequently one that is proportional to the magnitude of the output quantity) by small increments until the output quantity changes; the smallest change in the output quantity that can be obtained by such means may be taken as a measure of the uncertainty; if it is δx , the variance is $u^2 = (\delta x)^2/12$ and $u = 0,29 \delta x$.

POZNÁMKA

Hodnocení nejistoty může být zkontrolováno porovnáním výsledků výpočtů prováděných na počítači s omezenou délkou slova s výsledky stejných výpočtů prováděných na počítači s podstatně větší délkou slova.

F.2.3 Vnesené vstupní hodnoty

F.2.3.1 *Vnesená* hodnota vstupní veličiny je ta, která nebyla odhadnuta v průběhu daného měření, ale byla získána někde jinde jako výsledek nezávislého hodnocení. Často je taková vnesená hodnota doprovázena určitým druhem sdělení o její nejistotě. Například, nejistota může být dána jako směrodatná odchylka, násobek směrodatné odchylky nebo poloviční šířka intervalu, který má stanovenou konfidenční úroveň. Alternativně mohou být dány horní a spodní meze nebo nemusí být poskytnuta vůbec žádná informace o nejistotě. V posledním případě ti, kteří používají tuto hodnotu, musí využívat své znalosti ohledně pravděpodobné velikosti nejistoty na základě druhu veličiny, důvěryhodnosti zdroje, nejistot, které byly v praxi získané pro takové veličiny, atd.

POZNÁMKA

Výklad nejistoty cizí vstupní veličiny je zahrnut do tohoto článku vzhledem ke vhodnosti vyhodnocení standardní nejistoty způsobem B. Nejistota takové veličiny může být složena ze složek získaných z hodnocení způsobem A nebo složek získaných z hodnocení obou způsobů vyhodnocení A i B. Jelikož není důležité rozlišovat mezi složkami hodnocenými pomocí dvou odlišných metod, aby se vypočítala kombinovaná standardní nejistota, není důležité znát skladbu nejistoty cizí veličiny.

NOTE

One may check the uncertainty evaluation by comparing the result of the computation carried out on the limited word-length machine with the result of the same computation carried out on a machine with a significantly larger word length.

F.2.3 Imported input values

F.2.3.1 An *imported* value for an input quantity is one that has not been estimated in the course of a given measurement but has been obtained elsewhere as the result of an independent evaluation. Frequently such an imported value is accompanied by some kind of statement about its uncertainty. For example, the uncertainty may be given as a standard deviation, a multiple of a standard deviation, or the half-width of an interval having a stated level of confidence. Alternatively, upper and lower bounds may be given, or no information may be provided about the uncertainty. In the latter case those who use the value must employ their own knowledge about the likely magnitude of the uncertainty, given the nature of the quantity, the reliability of the source, the uncertainties obtained in practice for such quantities, etc.

NOTE

The discussion of the uncertainty of imported input quantities is included in this subclause on Type B evaluation of standard uncertainty for convenience: the uncertainty of such a quantity could be composed of components obtained from Type A evaluations or components obtained from both Type A and Type B evaluations. Since it is unnecessary to distinguish between components evaluated by the two different methods in order to calculate a combined standard uncertainty, it is unnecessary to know the composition of the uncertainty of an imported quantity.

F.2.3.2 Některé kalibrační laboratoře přijaly praxi vyjadřování „nejistoty“ ve tvaru horních a dolních mezí, které určují interval s „minimální“ konfidenční úrovní, například, „alespoň“ 95 %. Na to je dovoleno pohlížet jako příklad toho, co se nazývá „téměř jistou“ nejistotou (viz E.1.2) a to nemůže být převedeno na standardní nejistotu bez znalosti, jak byla vypočtena. Pokud je uvedena dostatečná informace, potom je dovoleno ji znovu vyhodnotit v souladu s pravidly tohoto pokynu; jinak musí být nezávislé určení nejistoty provedeno jakýmkoli dostupnými prostředky.

F.2.3.3 Některé nejistoty jsou jednoduše vyjádřeny jako maximální meze, uvnitř kterých by měly všechny hodnoty měřené veličiny ležet. Obecná praxe předpokládá, že všechny hodnoty ležící mezi těmito mezemi mají stejnou pravděpodobnost (pravoúhlé rozdělení pravděpodobnosti). Takové rozdělení nemá být předpokládáno, jestli je důvod očekávat, že hodnoty uvnitř, ale blíže k mezím, jsou méně pravděpodobné než ty, které leží blíže ke středu těchto mezí. Pravoúhlé rozdělení s poloviční šířkou a má rozptyl $a^2/3$; normální rozdělení, pro které a je poloviční šířka intervalu s konfidenční úrovní 99,73 %, má rozptyl $a^2/9$. Je dovoleno opatrně přijmout kompromis mezi těmito hodnotami, například, předpokládáním trojúhelníkového rozdělení, pro které rozptyl je $a^2/6$ (viz 4.3.9 a 4.4.6).

F.2.3.2 Some calibration laboratories have adopted the practice of expressing “uncertainty” in the form of upper and lower limits that define an interval having a “minimum” level of confidence, for example, “at least” 95 percent. This may be viewed as an example of a so-called “safe” uncertainty (see E. 1.2), and it cannot be converted to a standard uncertainty without a knowledge of how it was calculated. If sufficient information is given it may be recalculated in accordance with the rules of this *Guide*; otherwise an independent assessment of the uncertainty must be made by whatever means are available.

F.2.3.3 Some uncertainties are given simply as maximum bounds within which *all* values of the quantity are said to lie. It is a common practice to assume that all values within those bounds are equally probable (a rectangular probability distribution), but such a distribution should not be assumed if there is reason to expect that values within but close to the bounds are less likely than those nearer the centre of the bounds. A rectangular distribution of half-width a has a variance of $a^2/3$; a normal distribution for which a is the half-width of an interval having a level of confidence of 99,73 percent has a variance of $a^2/9$. It may be prudent to adopt a compromise between those values, for example, by assuming a triangular distribution for which the variance is $a^2/6$ (see 4.3.9 and 4.4.6).

F.2.4 Měření vstupní hodnoty

F.2.4.1 Jediné pozorování, kalibrované přístroje

Jestliže vstupní odhad byl získán z jediného pozorování, a to určitým přístrojem, který byl kalibrován vůči etalonu, který má malou nejistotu, nejistota odhadu je hlavně z opakovatelnosti. Rozptyl opakovaných měření pomocí přístroje je dovoleno získat při dřívější příležitosti, není nutné, aby byla přesně stejná hodnota odečtu, ale dostatečně blízká, aby byla použitelná a je dovoleno předpokládat, že rozptyl je použitelný na předmětnou vstupní hodnotu. Jestliže taková informace není dostupná, tak odhad musí být provedený na základě povahy měřicího zařízení nebo přístroje, na základě známých rozptylů jiných konstrukčně podobných přístrojů, atd.

F.2.4.2 Jediné pozorování, ověřené přístroje

Ne všechny měřicí přístroje jsou opatřeny kalibračním certifikátem nebo kalibrační křivkou. Avšak mnoho přístrojů je konstruováno v souladu s příslušnou normou a vyzkoušeno, buď výrobcem nebo nezávislou autoritou, aby vyhovělo těmto normám. Norma obvykle obsahuje metrologické požadavky, často ve tvaru „největší přípustné chyby“, které mají být u přístroje dodrženy. Splnění těchto požadavků se stanoví porovnáním s referenčním přístrojem, jehož maximální povolená nejistota je obvykle stanovena v této normě. Tato nejistota je tedy složka nejistoty ověřeného přístroje.

F.2.4 Measured input values

F.2.4.1 Single observation, calibrated instruments

If an input estimate has been obtained from a single observation with a particular instrument that has been calibrated against a standard of small uncertainty, the uncertainty of the estimate is mainly one of repeatability. The variance of repeated measurements by the instrument 'may have been obtained on an earlier occasion, not necessarily at precisely the same value of the reading but near enough to be useful, and it may be possible to assume the variance to be applicable to the input value in question. If no such information is available, an estimate must be made based on the nature of the measuring apparatus or instrument, the known variances of other instruments of similar construction, etc.

F.2.4.2 Single observation, verified instruments

Not all measuring instruments are accompanied by a calibration certificate or a calibration curve. Most instruments, however, are constructed to a written standard and verified, either by the manufacturer or by an independent authority, to conform to that standard. Usually the standard contains metrological requirements, often in the form of "maximum permissible errors," to which the instrument is required to conform. The compliance of the instrument with these requirements is determined by comparison with a reference instrument whose maximum allowed uncertainty is usually specified in the standard. This uncertainty is then a component of the uncertainty of the verified instrument.

Pokud není nic známo o charakteristické chybové křivce ověřeného přístroje, tak je nutno předpokládat, že existuje stejná pravděpodobnost, že chyba může mít jakoukoliv hodnotu ležící mezi povolenými limity, což je pravoúhlé rozdělení pravděpodobnosti. Některé typy přístrojů však mají charakteristické křivky, takže chyby jsou například pravděpodobně kladné v jedné části rozsahu měření a záporné v dalších částech. Někdy tyto informace mohou být nalezeny v příslušné technické normě.

F.2.4.3 Sledované veličiny

Měření jsou často prováděna při sledovaných referenčních podmínkách, o kterých se předpokládá, že zůstanou konstantní v průběhu doby provádění řady měření. Například, měření je dovoleno provádět na vzorcích v aktivní olejové lázni, jejíž teplota je kontrolována termostatem. Teplotu lázně je dovoleno měřit při každém měření vzorku, ale jestliže teplota lázně kolísá, tak okamžitá teplota vzorku nemusí být stejná, jako teplota ukazovaná termostatem v lázni. Hodnocení výkyvů teploty vzorku na základě teorie přenosu teploty a jejího rozptylu jsou mimo rámec tohoto *pokynu*, ale musí začínat od známého nebo předpokládaného teplotního cyklu lázně. Tento cyklus může být pozorován pomocí citlivého termočlánku a nahrávacího zařízení pro záznam teploty. Ale není-li to možné, dá se vyvodit aproximace ze znalosti povahy sledování.

If nothing is known about the characteristic error curve of the verified instrument it must be assumed that there is an equal probability that the error has any value within the permitted limits, that is, a rectangular probability distribution. However, certain types of instruments have characteristic curves such that the errors are, for example, likely always to be positive in part of the measuring range and negative in other parts. Sometimes such information can be deduced from a study of the written standard.

F.2.4.3 Controlled quantities

Measurements are frequently made under controlled reference conditions that are assumed to remain constant during the course of a series of measurements. For example, measurements may be performed on specimens in a stirred oil bath whose temperature is controlled by a thermostat. The temperature of the bath may be measured at the time of each measurement on a specimen, but if the temperature of the bath is cycling, the instantaneous temperature of the specimen may not be the temperature indicated by the thermometer in the bath. The calculation of the temperature fluctuations of the specimen based on heat-transfer theory, and of their variance, is beyond the scope of this *Guide*, but it must start from a known or assumed temperature cycle for the bath. That cycle may be observed by a fine thermocouple and a temperature recorder, but failing that, an approximation of it may be deduced from a knowledge of the nature of the controls.

F.2.4.4 Asymetrická rozdělení možných hodnot

Jsou případy, kdy všechny možné hodnoty veličiny leží na jedné straně jediné mezní hodnoty. Například, při měření fixní vertikální výšky h (měřená veličina) sloupce kapaliny manometru, se osa jednotky pro měření výšky může odchylovat od vertikální polohy a to malým úhlem β . Vzdálenost l určená přístrojem bude vždy větší než h ; žádné hodnoty menší než h nejsou možné. To proto, že h je rovno průmětu $l \cos \beta$, naznačujícím, že $l = h / \cos \beta$ a všechny hodnoty $\cos \beta$ jsou menší než 1; žádné hodnoty větší než 1 nejsou možné. To, co je nazýváno „kosinová chyba“, může také nastat takovým způsobem, že průmět $h' \cos \beta$ pro měřené veličiny h' je rovno pozorované vzdálenosti l , tj. $l = h' \cos \beta$ a pozorovaná vzdálenost je vždy menší než měřená veličina.

Jestliže je uvedena nová proměnná $\delta = 1 - \cos \beta$ za předpokladu, že $\beta \approx 0$ nebo $\delta \ll 1$, jak je obvyklé v praxi, pak obě odlišné situace jsou:

$$h = \bar{l}(1 - \delta) \quad (\text{F.3a})$$

$$h' = \bar{l}(1 + \delta) \quad (\text{F.3b})$$

Tady \bar{l} , nejlepší odhad l , je aritmetický průměr z n nezávislých opakovaných pozorování l_k pro l s odhadnutým rozptylem $u^2(\bar{l})$ [viz rovnice (3) a (5) v 4.2]. Tedy z rovnic (F.3a) a (F.3b) vyplývá, že získání odhadu pro h nebo h' vyžaduje odhad korekčního faktoru δ , zatímco získání kombinované standardní nejistoty odhadu h nebo h' vyžaduje odhad rozptylu $u^2(\delta)$ pro δ . Přesněji, použití rovnice (10) z 5.1.2 do rovnic (F.3a) a (F.3b) poskytuje pro $u_c^2(h)$ a $u_c^2(h')$ (s odpovídajícími znaménky $-$, a $+$)

F.2.4.4 Asymmetric distributions of possible values

There are occasions when all possible values of a quantity lie to one side of a single limiting value. For example, when measuring the fixed vertical height h (the measurand) of a column of liquid in a manometer, the axis of the, height-measuring device may deviate from verticality by a small angle β . The distance l determined by the device will always be *larger* than h ; no values less than h are possible. This is because h is equal to the projection $l \cos \beta$, implying $l = h / \cos \beta$ and all values of $\cos \beta$ are less than one; no values greater than one are possible. This so-called “cosine error” can also occur in such a way that the projection $h' \cos \beta$ of a measurand h' is equal to the observed distance l , that is, $l = h' \cos \beta$, and the observed distance is always less than the measurand.

If a new variable $\delta = 1 - \cos \beta$ is introduced, the two different situations are, assuming $\beta \approx 0$ or $\delta \ll 1$ as is usually the case in practice,

$$h = \bar{l}(1 - \delta) \quad (\text{F.3a})$$

$$h' = \bar{l}(1 + \delta) \quad (\text{F.3b})$$

Here \bar{l} , the best estimate of l , is the arithmetic mean or average of n independent repeated observations l_k of l with estimated variance $u^2(\bar{l})$ [see equations (3) and (5) in 4.2]. Thus it follows from equations (F.3a) and (F.3b) that to obtain an estimate of h or h' requires an estimate of the correction factor δ , while to obtain the combined standard uncertainty of the estimate of h or h' requires $u^2(\delta)$, the estimated variance of δ . More specifically, application of equation (10) in 5.1.2 to equations (F.3a) and (F.3b) yields for $u_c^2(h)$ and $u_c^2(h')$ ($-$ and $+$ signs, respectively)

$$u_c^2 = (1 \mp \delta)^2 u^2(\bar{l}) + \bar{l}^2 u^2(\delta) \quad (\text{F.4a})$$

$$\approx u^2(\bar{I}) + \bar{I}^2 u^2(\delta) \quad (\text{F.4b})$$

K získání odhadu očekávané hodnoty δ a jejího rozptylu, se předpokládá, že osa zařízení používaného pro měření výšky sloupce kapaliny v manometru je ustavena ve vertikální rovině, a že rozdělení hodnot úhlu sklonu β od její nulové očekávané hodnoty je normální rozdělení s rozptylem σ^2 . Ačkoli β může mít jak kladné, tak záporné hodnoty, $\delta = 1 - \cos \beta$ je kladná pro všechny hodnoty β . Jestliže se předpokládá, že vychýlení osy přístroje není omezeno pouze na jednu rovinu, orientace osy se může měnit v prostorovém úhlu, poněvadž je schopna se vychýlit rovněž v azimutu, avšak β je vždy kladný úhel.

V ohraničeném nebo jednorozměrném případě element pravděpodobnosti $p(\beta)d\beta$ (C.2.5, poznámka) je úměrný k $\{\exp[-\beta^2 / (2\sigma)^2]\}d\beta$; v neohraničeném nebo dvourozměrném případě element pravděpodobnosti je úměrný $\{\exp[-\beta^2 / (2\sigma)^2]\} \sin \beta d\beta$. Funkce hustoty pravděpodobnosti $p(\delta)$ v obou případech jsou výrazy požadované k určení odhadu střední hodnoty δ a jejího rozptylu pro použití v rovnicích (F.3) a (F.4). Mohou být snadno získány z jejich elementů pravděpodobnosti, protože se může předpokládat, že úhel β je malý a proto $\delta = 1 - \cos \beta$ a $\sin \beta$ může být rozvinut v řadu, pomocí členů nižších řádů β . To poskytuje $\delta \approx \beta^2 / 2$, $\sin \beta \approx \beta = \sqrt{2\delta}$ a $d\beta = d\delta / \sqrt{2\delta}$. Hustota pravděpodobnosti je tedy

To obtain estimates of the expected value of δ and the variance of δ , assume that the axis of the device used to measure the height of the column of liquid in the manometer is constrained to be fixed in a vertical plane and that the distribution of the values of the angle of inclination β about its expected value of zero is a normal distribution with variance σ^2 . Although β can have both positive and negative values, $\delta = 1 - \cos \beta$ is positive for all values of β . If the misalignment of the axis of the device is assumed to be unconstrained, the orientation of the axis can vary over a solid angle since it is capable of misalignment in azimuth as well, but β is then always a positive angle.

In the constrained or one-dimensional case, the probability element $p(\beta)d\beta$ (C.2.5, note) is proportional to $\{\exp[-\beta^2 / (2\sigma)^2]\}d\beta$; in the unconstrained or two-dimensional case, the probability element is proportional to $\{\exp[-\beta^2 / (2\sigma)^2]\} \sin \beta d\beta$. The probability density functions $p(\delta)$ in the two cases are the expressions required to determine the expectation and variance of δ for use in equations (F.3) and (F.4). They may readily be obtained from these probability elements because the angle β may be assumed small, and hence $\delta = 1 - \cos \beta$ and $\sin \beta$ may be expanded to lowest order in β .

This yields $\delta \approx \beta^2 / 2$, $\sin \beta \approx \beta = \sqrt{2\delta}$, and $d\beta = d\delta / \sqrt{2\delta}$. The probability density functions are then

$$p(\delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi\delta}} \exp(-\delta / \sigma^2) \quad (\text{F.5a})$$

pro jeden rozměr

in one dimension

$$p(\delta) = \frac{1}{\sigma^2} \exp(-\delta / \sigma^2) \quad (\text{F.5b})$$

pro dva rozměry
kde

in two dimensions
where

$$\int_0^{\infty} p(\delta) d\delta = 1$$

Rovnice (F.5a) a (F.5b), které ukazují, že nejpravděpodobnější hodnota korekce δ v obou případech je nula, což dává v jednorozměrném případě $E(\delta) = \sigma^2/2$ a $\text{var}(\delta) = \sigma^4/2$ pro střední hodnoty a pro rozptyl δ ; a v dvourozměrném případě $E(\delta) = \sigma^2$ a $\text{var}(\delta) = \sigma^4$. Rovnice (F.3a), (F.3b) a (F.4b) se stávají

Equations (F.5a) and (F.5b), which show that the most probable value of the correction δ in both cases is zero, give in the one-dimensional case $E(\delta) = \sigma^2/2$ and $\text{var}(\delta) = \sigma^4/2$ for the expectation and the variance of δ ; and in the two-dimensional case $E(\delta) = \sigma^2$ and $\text{var}(\delta) = \sigma^4$. Equations (F.3a), (F.3b), and (F.4b) become then

$$h = \bar{I}[1 - (d/2)u^2(\beta)] \quad (\text{F.6a})$$

$$h' = \bar{I}[1 + (d/2)u^2(\beta)] \quad (\text{F.6b})$$

$$u_c^2(h) = u_c^2(h') = u^2(\bar{I}) + (d/2)\bar{I}^2 u^4(\beta) \quad (\text{F.6c})$$

kde d je počet rozměrů ($d = 1$ nebo 2) a $u(\beta)$ je standardní nejistota úhlu β , vzata pro nejlepší odhad směrodatné odchylky σ předpokládaného normálního rozdělení a byla odhadnuta pomocí dostupných informací souvisejících s měřením (hodnocení způsobem B). Toto je příklad případu, kde odhad hodnoty měřené veličiny závisí na nejistotě vstupní veličiny.

where d is the dimensionality ($d = 1$ or 2) and $u(\beta)$ is the standard uncertainty of the angle β , taken to be the best estimate of the standard deviation σ of an assumed normal distribution and to be evaluated from all of the information available concerning the measurement (Type B evaluation). This is an example of a case where the estimate of the value of a measurand depends on the *uncertainty* of an input quantity.

Ačkoliv rovnice (F.6a) až (F.6c) jsou určeny pro normální rozdělení, analýza může být prováděná za předpokladu jiných rozdělení pro β . Například, jestliže se předpokládá, že β má symetrické obdélníkové rozdělení s horní a dolní mezí $+\beta_0$ a $-\beta_0$ (jednorozměrný případ) a případně $+\beta_0$ a 0 (dvourozměrný případ), $E(\delta) = \beta_0^2/6$ a $\text{var}(\delta) = \beta_0^4/45$ v jednorozměrném případě a $E(\delta) = \beta_0^2/4$ a $\text{var}(\delta) = \beta_0^4/48$ ve dvourozměrném případě.

Although equations (F.6a) to (F.6c) are specific to the normal distribution, the analysis can be carried out assuming other distributions for β . For example, if one assumes for β a symmetric rectangular distribution with upper and lower bounds of $+\beta_0$ and $-\beta_0$ in the one-dimensional case and $+\beta_0$ and zero in the two-dimensional case, $E(\delta) = \beta_0^2/6$ and $\text{var}(\delta) = \beta_0^4/45$ in one dimension; and $E(\delta) = \beta_0^2/4$ and $\text{var}(\delta) = \beta_0^4/48$ in two dimensions.

POZNÁMKA

To je situace, kde rozvoj funkce $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$

pomocí Taylorovy řady prvního řádu k získání $u_c^2(y)$, rovnice (10) v 5.1.2 je neadekvátní z důvodu nelinearity

fy: $\cos\beta \neq \cos\bar{\beta}$ (viz poznámka 2 k 5.1.2 a H.2.4). Ačkoliv analýza může v zásadě být prováděna zcela pomocí členů β , uvádění proměnné δ zjednodušuje tento problém.

Další příklad situace, kde všechny možné hodnoty veličiny leží na straně jedné mezní hodnoty, je určení koncentrace složky roztohu pomocí titrace, kde koncový bod je vyznačen pomocí vypnutí signálu. Množství přidaného činidla je vždycky větší než je nutné k vypnutí signálu; nikdy není menší. Nadbytečné titrování za mezní bod je požadovanou proměnnou veličinou při omezení dat. Postup v těchto (a podobných) případech předpokládá vhodné rozdělení pravděpodobnosti pro tento nadbytek a je použit k získání střední hodnoty průměry a jejího rozptylu.

PŘÍKLAD

Jestliže se předpokládá pravoúhlé rozdělení s dolní mezí 0 a horní mezí C_0 pro nadbytek z , tak střední hodnota nadbytku je $C_0/2$ a příslušný rozptyl $C_0^2/12$. Jestli hustota pravděpodobnosti nadbytku je převzata z normálního rozdělení s $0 \leq z < \infty$, tj.

$p(z) = \left(\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)^{-1} \exp\left[-z^2/(2\sigma)^2\right]$ a tedy očekávaná hodnota je $\sigma\sqrt{2/\pi}$ s rozptylem $\sigma^2(1-2/\pi)$.

NOTE

This is a situation where the expansion of the function $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ in a first order Taylor series

to obtain $u_c^2(y)$, equation (10) in 5.1.2, is inadequate

because of the nonlinearity of f : $\cos\beta \neq \cos\bar{\beta}$ (see note 2 to 5.1.2, and H.2.4). Although the analysis can be carried out entirely in terms of β , introducing the variable δ simplifies the problem.

Another example of a situation where all possible values of a quantity lie to one side of a single limiting value is the determination by titration of the concentration of a component in a solution where the end point is indicated by the triggering of a signal; the amount of reagent added is always more than that necessary to trigger the signal; it is never less. The excess titrated beyond the limit point is a required variable in the data reduction, and the procedure in this (and in similar) cases is to assume an appropriate probability distribution for the excess and to use it to obtain the expected value of the excess and its variance.

EXAMPLE

If a rectangular distribution of lower bound zero and upper bound C_0 is assumed for the excess z , then the expected value of the excess is $C_0/2$ with associated

variance $C_0^2/12$. If the probability density function of the excess is taken as that of a normal distribution with

$0 \leq z < \infty$, that is, $p(z) = \left(\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)^{-1} \exp\left[-z^2/(2\sigma)^2\right]$,

then the expected value is $\sigma\sqrt{2/\pi}$ with variance $\sigma^2(1-2/\pi)$.

F.2.4.5 Nejistota, kde korekce z kalibrační křivky nejsou aplikované

Poznámka k 6.3.1 vysvětluje případ, kde známá korekce b pro významný systematický vliv není použita při zaznamenání výsledku měření, ale místo toho je brána v úvahu rozšířením výsledku o přiřazenou „nejistotu“. Příkladem je nahrazení rozšířené nejistoty U výrazem $U + b$ kde U je rozšířená nejistota získaná za předpokladu $b = 0$. Tato praxe je někdy uplatněna v situacích, kde platí všechny následující podmínky: měřená veličina Y je definována v rozsahu hodnot parametru t , jako v případě kalibrační křivky pro teplotní čidlo; U a b také závisí na t ; a jenom jediná hodnota „nejistoty“ musí být uvedena pro všechny odhady $y(t)$ měřené veličiny v rozsahu možných hodnot t . Při takových situacích je výsledek měření často zaznamenán jako $Y(t) = y(t) \pm [U_{\max} + b_{\max}]$, kde dolní index „max“ značí, že jsou použity maximální hodnota U a maximální hodnota známé korekce b v rozsahu hodnot t .

Ačkoliv tento *pokyn* doporučuje, aby se použily korekce u výsledků měření známých významných systematických vlivů, nemusí to být vždy proveditelné v takových situacích, kde by byly vynaloženy nepřijatelné náklady při výpočtu a použití jednotlivých korekcí a při výpočtu a používání individuální nejistoty pro každou hodnotu $y(t)$.

Jednoduchý porovnávací přístup k této problematice, který je v souladu s principy tohoto *pokynu*, je tento:

Vypočítá se *jediná* střední hodnota korekce \bar{b} z

$$\bar{b} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} b(t) dt \quad (\text{F.7a})$$

F.2.4.5 Uncertainty when corrections from a calibration curve are not applied

The note to 6.3.1 discusses the case where a known correction b for a significant systematic effect is not applied to the reported result of a measurement but instead is taken into account by enlarging the “uncertainty” assigned to the result. An example is replacement of an expanded uncertainty U with $U + b$, where U is an expanded uncertainty obtained under the assumption $b = 0$. This practice is sometimes followed in situations where all of the following conditions apply: the measurand Y is defined over a range of values of a parameter t , as in the case of a calibration curve for a temperature sensor; U and b also depend on t ; and only a single value of “uncertainty” is to be given for all estimates $y(t)$ of the measurand over the range of possible values of t . In such situations the result of the measurement is often reported as $Y(t) = y(t) \pm [U_{\max} + b_{\max}]$, where the subscript “max” indicates that the maximum value of U and the maximum value of the known correction b over the range of values of t are used.

Although this *Guide* recommends that corrections be applied to measurement results for known significant systematic effects, this may not always be feasible in such a situation because of the unacceptable expense that would be incurred in calculating and applying an individual correction, and in calculating and using an individual uncertainty, for each value of $y(t)$.

A comparatively simple approach to this problem that is consistent with the principles of this *Guide* is as follows:

Compute a *single* mean correction \bar{b} from

kde t_1 a t_2 stanovují sledovaný rozsah vlivu parametru t a vezme se nejlepší odhad $Y(t)$ jako $y'(t) = y(t) + \bar{b}$, kde $y(t)$ je nejlepší nekorigovaný odhad $Y(t)$. Rozptyl přiřazený ke střední hodnotě korekce \bar{b} přes sledovaný rozsah je dán

$$u^2(\bar{b}) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [b(t) - \bar{b}]^2 dt \quad (\text{F.7b})$$

který nebere v úvahu nejistotu aktuálního určení korekce $b(t)$. Střední hodnota rozptylu korekce $b(t)$ z důvodu jejího aktuálního stanovení je dána

$$\overline{u^2[b(t)]} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} u^2[b(t)] dt \quad (\text{F.7c})$$

kde $u^2[b(t)]$ je rozptyl korekce $b(t)$. Podobně střední hodnota rozptylu $y(t)$ vznikající ze všech zdrojů nejistoty, vyjma korekce $b(t)$, je získána z

$$\overline{u^2[y(t)]} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} u^2[y(t)] dt \quad (\text{F.7d})$$

kde $u^2[y(t)]$ je rozptyl $y(t)$, který vyplývá ze všech zdrojů nejistoty kromě korekce $b(t)$. Jediná hodnota standardní nejistoty, která musí být použita pro *všechny* odhady měřené veličiny $y'(t) = y(t) + \bar{b}$, je potom kladná druhá odmocnina

$$u_c^2(y') = \overline{u^2[y(t)]} + \overline{u^2[b(t)]} + u^2(\bar{b}) \quad (\text{F.7e})$$

Rozšířená nejistota U může být získána vynásobením $u_c(y')$ vhodně vybraným koeficientem rozšíření k , $U = k u_c(y')$, z něhož vyplývá, že $Y(t) = y'(t) \pm U = y(t) + \bar{b} \pm U$. Avšak, použití stejné průměrné korekce pro všechny hodnoty t místo korekce pro každou hodnotu t , musí být oznámeno a jasně sděleno, co U vyjadřuje.

where t_1 and t_2 define the range of interest of the parameter t , and take the best estimate of $Y(t)$ to be $y'(t) = y(t) + \bar{b}$, where $y(t)$ is the best uncorrected estimate of $Y(t)$. The variance associated with the mean correction \bar{b} over the range of interest is given by

not taking into account the uncertainty of the actual determination of the correction $b(t)$. The mean variance of the correction $b(t)$ due to its actual determination is given by

where $u^2[b(t)]$ is the variance of the correction $b(t)$. Similarly, the mean variance of $y(t)$ arising from all sources of uncertainty other than the correction $b(t)$ is obtained from

where $u^2[y(t)]$ is the variance of $y(t)$ due to all uncertainty sources other than $b(t)$. The single value of standard uncertainty to be used for *all* estimates $y'(t) = y(t) + \bar{b}$ of the measurand $Y(t)$ is then the positive square root of

An expanded uncertainty U may be obtained by multiplying $u_c(y')$ by an appropriately chosen coverage factor k , $U = k u_c(y')$, yielding $Y(t) = y'(t) \pm U = y(t) + \bar{b} \pm U$. However, the use of the same average correction for all values of t rather than the correction appropriate for each value of t must be recognized and a clear statement given as to what U represents.

F.2.5 Nejistota metody měření

F.2.5.1 Snad nejobtížněji se vyhodnocuje složka nejistoty, která je spojena s metodou měření, zvláště pak, když použitím této metody bylo ukázáno, že poskytuje výsledky s menším rozptylem než ostatní známé metody. Ale pravděpodobně existují další metody, z nichž některé nejsou doposud známy nebo jsou nějakým způsobem nepraktické, které mohou poskytovat systematicky odlišné výsledky se zjevnou stejnou platností. To zahrnuje *apriorní* rozdělení pravděpodobnosti a ne rozdělení, ze kterého vzorky mohou okamžitě být získány a statisticky zpracovány. Tedy, i když je dovolena dominantní nejistota metody, pouze informace, která je často dostupná pro hodnocení její standardní nejistoty, je existující znalost fyzikálního světa (viz také E.4.4).

POZNÁMKA

Určení stejné měřené veličiny různými metodami buď ve stejné laboratoři, nebo v různých laboratořích, nebo stejnou metodou v různých laboratořích může často poskytnout hodnotnou informaci o nejistotě spojené s určitou metodou. Obecně, výměna etalonů nebo referenčních materiálů mezi laboratořemi pro nezávislá měření, je užitečná cesta ke stanovení spolehlivosti hodnocení nejistoty a k identifikaci dříve nezpůsobovaných systematických vlivů.

F.2.6 Nejistota vzorku

F.2.6.1 Mnohá měření zahrnují porovnání neznámého objektu se známým etalonem, který má podobné vlastnosti, za účelem kalibrace neznámého objektu. Příklady zahrnují mezní měřidla, určité teploměry, sady měrek, rezistory a vysoce čisté materiály. Ve většině těchto případů nejsou metody měření zvláště citlivé na výběr vzorku, nebo zpětně ovlivněné výběrem vzorku (tj. kalibrací zvláštního neznámého objektu), na způsob zpracování vzorku nebo na vlivy různých okolních prostředí ovlivňujících veličiny, protože neznámý objekt a etalon odpovídají obecně stejným (a často předvídatelným) způsobem na takové proměny.

F.2.5 Uncertainty of the method of measurement

F.2.5.1 Perhaps the most difficult uncertainty component to evaluate is that associated with the method of measurement, especially if the application of that method has been shown to give results with less variability than those of any other that is known. But it is likely that there are other methods, some of them as yet unknown or in some way impractical, that would give systematically different results of apparently equal validity. This implies an *a priori* probability distribution, not a distribution from which samples can be readily drawn and treated statistically. Thus, even though the uncertainty of the method may be the dominant one, the only information often available for evaluating its standard uncertainty is one's existing knowledge of the physical world. (See also E.4.4.)

NOTE

Determining the same measurand by different methods, either in the same laboratory or in different laboratories, or by the same method in different laboratories, can often provide valuable information about the uncertainty attributable to a particular method. In general, the exchange of measurement standards or reference materials between laboratories for independent measurement is a useful way of assessing the reliability of evaluations of uncertainty and of identifying previously unrecognized systematic effects.

F.2.6 Uncertainty of the sample

F.2.6.1 Many measurements involve comparing an unknown object with a known standard having similar characteristics in order to calibrate the unknown. Examples include end gauges, certain thermometers, sets of masses, resistors, and high purity materials. In most such cases, the measurement methods are not especially sensitive to, or adversely affected by, sample selection (that is, the particular unknown being calibrated), sample treatment, or the effects of various environmental influence quantities because the unknown and standard respond in generally the same (and often predictable) way to such variables.

F.2.6.2 Při některých situacích praktického měření vzorkování a zpracování vzorků hraje mnohem větší roli. To je často případ chemické analýzy přírodních materiálů. Na rozdíl od umělých materiálů, které mohou mít potvrzenou stejnorodost do úrovně překračující požadovanou úroveň pro měření, přírodní materiály jsou často velmi nesourodé. Tato nesourodost hodnocení první složky vyžaduje určení, jak adekvátně představuje vybraný vzorek původní materiál, který je předmětem analýzy. Hodnocení druhé složky vyžaduje určení, do jaké míry vedlejší (neanalyzované) prvky ovlivňují měření a jak adekvátně jsou zpracované metodou měření.

F.2.6.3 V některých případech je dovoleno, aby pečlivě naplánovaný experiment umožnil statistické hodnocení nejistoty způsobené vzorkem (viz H.5 a H.5.3.2). Pro hodnocení nejistoty jsou obvykle vyžadovány, když vliv veličin, které ovlivňují okolí, na vzorek je významný, dovednosti a znalosti analytiků odvozené ze zkušenosti a všech běžně dostupných informací.

F.2.6.2 In some practical measurement situations, sampling and specimen treatment play a much larger role. This is often the case for the chemical analysis of natural materials. Unlike man-made materials, which may have proven homogeneity to a level beyond that required for the measurement, natural materials are often very inhomogeneous. This inhomogeneity leads to two additional uncertainty components. Evaluation of the first requires determining how adequately the sample selected represents the parent material being analysed. Evaluation of the second requires determining the extent to which the secondary (unanalysed) constituents influence the measurement and how adequately they are treated by the measurement method.

F.2.6.3 In some cases careful design of the experiment may make it possible to evaluate statistically the uncertainty due to the sample (see H.5 and H.5.3.2). Usually, however, especially when the effects of environmental influence quantities on the sample are significant, the skill and knowledge of the analyst derived from experience and all of the currently available information are required for evaluating the uncertainty.

Příloha G

Stupně volnosti a konfidenční úrovně

G.1 Úvod

G.1.1 Tato příloha se zabývá obecnou otázkou, jak získat z odhadu y měřené veličiny Y a z kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$ tohoto odhadu rozšířenou nejistotu $U_p = k_p u_c(y)$, kterou určuje v intervalu $y - U_p \leq Y \leq y + U_p$, který má pevně stanovené pokrytí pravděpodobnosti nebo konfidenční úroveň p . Zabývá se tedy tematikou výběru hodnoty koeficientu rozšíření k_p , který vytváří interval výsledku měření y , o kterém se může předpokládat, že obsahuje velký pevně stanovený podíl rozdělení hodnot p , které by mohly být důvodně přiřazeny měřené veličině Y (viz kapitola 6).

G.1.2 Ve většině situací praktického měření výpočet intervalu, který má určenou konfidenční úroveň – ve skutečnosti odhad nejindividuálnějších složek nejistoty v takových situacích – je v nejlepším případě jenom přiblížení. Stejná výběrová směrodatná odchylka střední hodnoty z 30 opakovaných pozorování veličiny, která je popsána normálním rozdělením má vlastní směrodatnou odchylku kolem 13 % (viz tabulka E.1 v příloze E).

Ve většině případů nemá žádný význam pokoušet se rozlišovat mezi, například, intervalem, který má konfidenční úroveň 95 % (šance 1 : 20, že hodnota měřené veličiny Y leží mimo interval) a intervalem s konfidenční úrovní buď 94 % nebo 96 % (1 : 17 a 1 : 25). Získání odůvodnitelných intervalů s konfidenční úrovní 99 % (jedna šance ze 100) a vyšších je zvláště těžké, i kdyby se předpokládalo, že nebyly žádné systematické vlivy přehlédnuty, protože je tak málo informací obecně dostupných o nejkrajnějších částech nebo „chvostech“ rozdělení pravděpodobností vstupních veličin.

Annex G

Degrees of freedom and levels of confidence

G.1 Introduction

G.1.1 This annex addresses the general question of obtaining from the estimate y of the measurand Y , and from the combined standard uncertainty $u_c(y)$ of that estimate, an expanded uncertainty $U_p = k_p u_c(y)$ that defines an interval $y - U_p \leq Y \leq y + U_p$ that has a high, specified coverage probability or level of confidence p . It thus deals with the issue of determining the coverage factor k_p that produces an interval about the measurement result y that may be expected to encompass a large, specified fraction p of the distribution of values that could reasonably be attributed to the measurand Y (see clause 6).

G.1.2 In most practical measurement situations, the calculation of intervals having specified levels of confidence – indeed, the estimation of most individual uncertainty components in such situations – is at best only approximate. Even the experimental standard deviation of the mean of as many as 30 repeated observations of a quantity described by a normal distribution has itself an uncertainty of about 13 percent (see table E.1 in annex E).

In most cases it does not make sense to try to distinguish between, for example, an interval having a level of confidence of 95 percent (one chance in 20 that the value of the measurand Y lies outside the interval) and either a 94 percent or 96 percent interval (1 chance in 17 and 25, respectively). Obtaining justifiable intervals with levels of confidence of 99 percent (1 chance in 100) and higher is especially difficult, even if it is assumed that no systematic effects have been overlooked, because so little information is generally available about the most extreme portions or “tails” of the probability distributions of the input quantities.

G.1.3 Získání hodnoty koeficientu rozšíření k_p , který poskytuje interval s pevně stanovenou konfidenční úrovní p , vyžaduje podrobnou znalost rozdělení pravděpodobnosti, které je charakterizováno výsledkem měření a jeho kombinovanou standardní nejistotou. Například, pro veličinu z popsanou normálním rozdělením s očekávanou hodnotou μ_z a směrodatnou odchylkou σ , může být okamžitě vypočítána hodnota k_p , která poskytuje interval $\mu_z \pm k_p \delta$ obsahující podíl p rozdělení a má tedy pravděpodobnost pokrytí nebo konfidenční úroveň p . Několik příkladů je uvedeno v tabulce G.1

G.1.3 To obtain the value of the coverage factor k_p that produces an interval corresponding to a specified level of confidence p requires detailed knowledge of the probability distribution characterized by the measurement result and its combined standard uncertainty. For example, for a quantity z described by a normal distribution with expectation μ_z and standard deviation σ the value of k_p that produces an interval $\mu_z \pm k_p \delta$ that encompasses the fraction p of the distribution, and thus has a coverage probability or level of confidence p , can be readily calculated. Some examples are given in table G.1.

Tabulka G.1 – Hodnota koeficientu rozšíření k_p , která za předpokladu normálního rozdělení poskytuje interval s konfidenční úrovní p za předpokladu normálního rozdělení

Table G.1 – Value of the coverage factor k_p that produces an interval having level of confidence p assuming a normal distribution

konfidenční úroveň p (%) Level of confidence p (percent)	koeficient rozšíření k_p Coverage factor k_p
68,27	1
90	1,645
95	1,960
95,45	2
99	2,576
99,73	3

POZNÁMKA

Pro porovnání, zda z je popsána pravouhlým rozdělením majícím střední hodnotu μ_z a směrodatnou odchylku $\sigma = a/\sqrt{3}$, kde a je poloviční šířka rozdělení, konfidenční úroveň p je 57,74 % pro $k_p = 1$; 95 % pro $k_p = 1,65$; 99 % pro $k_p = 1,71$; a 100 % pro $k_p \geq \sqrt{3} \approx 1,73$. Pravouhlé rozdělení je „užší“ než normální rozdělení a to ve smyslu, že je stanoveno v konečném intervalu a nemá „chvosty“ typické pro rozdělení stanovená v konečných intervalech.

NOTE

By contrast, if z is described by a rectangular probability distribution with expectation μ_z and standard deviation $\sigma = a/\sqrt{3}$, where a is the half-width of the distribution, the level of confidence p is 57,74 percent for $k_p = 1$; 95 percent for $k_p = 1,65$; 99 percent for $k_p = 1,71$; and 100 percent for $k_p \geq \sqrt{3} \approx 1,73$. The rectangular distribution is “narrower” than the normal distribution in the sense that it is of finite extent and has no “tails”.

G.1.4 Jestliže rozdělení pravděpodobností vstupních veličin X_1, X_2, \dots, X_N , na kterých měřená veličina Y závisí, jsou známy [jejich střední hodnoty, rozptyly a momenty vyššího řádu (viz C.2.13 a C.2.22), pokud se nejedná o normální rozdělení] a jestliže Y je lineární funkcí vstupních veličin $Y = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + C_NX_N$, pak rozdělení pravděpodobnosti Y může být získáno pomocí konvoluce jednotlivých rozdělení pravděpodobností [10]. Hodnoty k_p , které poskytují intervaly odpovídající určené konfidenční úrovni p , mohou tedy být vypočítány z výsledného rozdělení vzniklého konvolucí.

G.1.5 Jestliže funkční vztah mezi Y a jejími vstupními veličinami je nelineární a vztah členů prvního řádu rozvoje Taylorovy řady není přijatelnou aproximací (viz 5.1.2 a 5.1.5), potom nemůže být rozdělení pravděpodobnosti veličiny Y získáno konvolucí rozdělení vstupních veličin. V takových případech jsou vyžadovány jiné analytické a numerické metody.

G.1.6 V praxi jsou takové konvoluce zřídka nebo nejsou vůbec uskutečněny, když intervaly s určitými konfidenčními úrovněmi jsou potřebné při výpočtu, protože parametry charakterizující rozdělení pravděpodobností vstupních veličin jsou obvykle odhady, jelikož je nerealistické očekávat, že konfidenční úroveň příslušná určitému intervalu může být známa s nějakou větší přesností a z důvodu složitosti konvoluce rozdělení pravděpodobností veličiny. Namísto toho jsou použity aproximace, které využívají výhody centrální limitní věty.

G.1.4 If the probability distributions of the input quantities X_1, X_2, \dots, X_N upon which the measurand Y depends are known [their expectations, variances, and higher moments (see C.2.13 and C.2.22) if the distributions are not normal distributions], and if Y is a linear function of the input quantities, $Y = c_1X_1 + c_2X_2 + \dots + C_NX_N$, then the probability distribution of Y may be obtained by convolving the individual probability distributions [10]. Values of k_p that produce intervals corresponding to specified levels of confidence p may then be calculated from the resulting convolved distribution.

G.1.5 If the functional relationship between Y and its input quantities is nonlinear and a first-order Taylor series expansion of the relationship is not an acceptable approximation (see 5.1.2 and 5.1.5), then the probability distribution of Y cannot be obtained by convolving the distributions of the input quantities. In such cases, other analytical or numerical methods are required.

G.1.6 In practice, because the parameters characterizing the probability distributions of input quantities are usually estimates, because it is unrealistic to expect that the level of confidence to be associated with a given interval can be known with a great deal of exactness, and because of the complexity of convolving probability distributions, such convolutions are rarely, if ever, implemented when intervals having specified levels of confidence need to be calculated. Instead, approximations are used that take advantage of the Central Limit Theorem.

G.2 Centrální limitní věta

G.2.1 Jestli

$$Y = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_N X_N = \sum_{i=1}^N c_i X_i$$

a všechny X_i sledují normální rozdělení, pak výsledné rozdělení vzniklé konvolucí Y bude také normální. Pokud by však rozdělení X_i nebyla normální, rozdělení Y je dovoleno kdykoli aproximovat normálním rozdělením, z důvodu použití centrální limitní věty. Tato věta tvrdí, že rozdělení Y bude *přibližně normální* se střední hodnotou

$$E(Y) = \sum_{i=1}^N c_i E(X_i) \text{ a rozptylem } \sigma^2(Y) =$$

$\sum_{i=1}^N c_i^2 \sigma^2(X_i)$, kde $E(X_i)$ je střední hodnota X_i a $\sigma^2(X_i)$ je rozptyl veličiny X_i , jestliže X_i jsou navzájem nezávislé a $\sigma^2(Y)$ je mnohem větší, než kterákoliv jednotlivá složka $c_i^2 \sigma^2(X_i)$ z nenormálního rozdělení X_i .

G.2.2 Centrální limitní věta je významná, protože ukazuje velmi důležitou roli, kterou hrají rozptyly rozdělení pravděpodobností vstupních veličin v porovnání s rolí, kterou hrají momenty rozdělení vyššího řádu při určení tvaru výsledného rozdělení vzniklého konvolucí Y . Navíc naznačuje, že rozdělení vzniklé konvolucí konverguje k normálnímu rozdělení při zvýšení počtu vstupních veličin přispívajících k $\sigma^2(Y)$; čím hodnoty $c_i^2 \sigma^2(X_i)$ budou blíže k sobě, tím rychlejší bude konvergence (tyto hodnoty jsou v praxi ekvivalentní ke každému vstupnímu odhadu x_i přispívajícímu porovnatelné nejistotě k nejistotě odhadu y měřené veličiny Y); a čím rozdělení pro X_i jsou bližší normálnímu rozdělení, tím je potřeba menšího počtu proměnných X_i , pro dosažení normálního rozdělení pro Y .

G.2 Central Limit Theorem

G.2.1 If

$$Y = c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_N X_N = \sum_{i=1}^N c_i X_i$$

and all the X_i are characterized by normal distributions, then the resulting convolved distribution of Y will also be normal. However, even if the distributions of the X_i are not normal, the distribution of Y may often be approximated by a normal distribution because of the Central Limit Theorem. This theorem states that the distribution of Y will be *approximately normal* with expectation

$$E(Y) = \sum_{i=1}^N c_i E(X_i) \text{ and variance}$$

$\sigma^2(Y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 \sigma^2(X_i)$, where $E(X_i)$ is the expectation of X_i and $\sigma^2(X_i)$ is the variance of X_i , if the X_i are independent and $\sigma^2(Y)$ is much larger than any single component $c_i^2 \sigma^2(X_i)$ from a non-normally distributed X_i .

G.2.2 The Central Limit Theorem is significant because it shows the very important role played by the variances of the probability distributions of the input quantities, compared with that played by the higher moments of the distributions, in determining the form of the resulting convolved distribution of Y . Further, it implies that the convolved distribution converges towards the normal distribution as the number of input quantities contributing to $\sigma^2(Y)$ increases; that the convergence will be more rapid the closer the values of $c_i^2 \sigma^2(X_i)$ are to each other (equivalent in practice to each input estimate x_i contributing a comparable uncertainty to the uncertainty of the estimate y of the measurand Y); and that the closer the distributions of the X_i are to being normal, the fewer X_i are required to yield a normal distribution for Y .

PŘÍKLAD

Pravouhlé rozdělení (viz 4.3.7 a 4.4.5) je extrémní příklad nenormálního rozdělení, ale konvoluce malého počtu jako jsou *tři* taková rozdělení se stejnou šířkou, je přibližně normální. Jestliže poloviční šířka každého ze tří pravouhlých rozdělení je a tak, že rozptyl každého je $a^2/3$, rozptyl konvolučního rozdělení je $\sigma^2 = a^2$. 95 procentní a 99 procentní intervaly konvolučního rozdělení jsou určeny pomocí $1,937\sigma$ a $2,379\sigma$, zatímco odpovídající intervaly pro normální rozdělení se stejnou směrodatnou odchylkou σ jsou určeny pomocí $1,960\sigma$ a $2,576\sigma$ (viz tabulka G.1) [10].

POZNÁMKY

- 1 Pro každý interval s konfidenční úrovní p větší než 91,7 %, je hodnota k_p pro normální rozdělení větší než odpovídající hodnota pro rozdělení vznikající z konvoluce jakéhokoliv počtu a rozsahu obdélníkových rozdělení.
- 2 Z centrální limitní věty plyne, že rozdělení pravděpodobnosti aritmetického průměru \bar{q} z n pozorování q_k náhodné veličiny q , mající střední hodnotu μ_q a výslednou směrodatnou odchylku σ , konverguje k normálnímu rozdělení se střední hodnotou μ_q a směrodatnou odchylkou σ/\sqrt{n} , pro $n \rightarrow \infty$, což by mohlo být rozdělení pravděpodobnosti q .

G.2.3 Praktický důsledek centrální limitní věty je, že když může být konstatováno, že její požadavky jsou přibližně splněny, zejména jestliže kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$ není ovládána složkou standardní nejistoty získanou z vyhodnocení způsobem A, založeného pouze na několika pozorováních, nebo složkou standardní nejistoty získané z vyhodnocení způsobem B založeném na předpokládaném pravouhlém rozdělení, rozumná první aproximace pro výpočet rozšířené nejistoty $U_p = k_p u_c(y)$, která poskytuje interval s konfidenční úrovní p je použít pro k_p hodnotu z normálního rozdělení. Hodnoty nejčastěji použité pro tento účel jsou uvedeny v tabulce G.1.

EXAMPLE

The rectangular distribution (see 4.3.7 and 4.4.5) is an extreme example of a non-normal distribution, but the convolution of even as few as *three* such distributions of equal width is approximately normal. If the half-width of each of the three rectangular distributions is a so that the variance of each is $a^2/3$, the variance of the convolved distribution is $\sigma^2 = a^2$. The 95 percent and 99 percent intervals of the convolved distribution are defined by $1,937\sigma$ and $2,379\sigma$, respectively, while the corresponding intervals for a normal distribution with the same standard deviation σ are defined by $1,960\sigma$ and $2,576\sigma$ (see table G.1) [10].

NOTES

- 1 For every interval with a level of confidence p greater than about 91,7 percent, the value of k_p for a normal distribution is larger than the corresponding value for the distribution resulting from the convolution of any number and size of rectangular distributions.
- 2 It follows from the Central Limit Theorem that the probability distribution of the arithmetic mean \bar{q} of n observations q_k of a random variable q with expectation μ_q and finite standard deviation σ approaches a normal distribution with mean μ_q and standard deviation σ/\sqrt{n} as $n \rightarrow \infty$, whatever may be the probability distribution of q .

G.2.3 A practical consequence of the Central Limit Theorem is that when it can be established that its requirements are approximately met, in particular, if the combined standard uncertainty $u_c(y)$ is not dominated by a standard uncertainty component obtained from a Type A evaluation based on just a few observations, or by a standard uncertainty component obtained from a Type B evaluation based on an assumed rectangular distribution, a reasonable first approximation to calculating an expanded uncertainty $U_p = k_p u_c(y)$ that provides an interval with level of confidence p is to use for k_p a value from the normal distribution. The values most commonly used for this purpose are given in table G.1.

G.3 *t*-rozdělení a stupně volnosti

G.3.1 K získání lepší aproximace než pouhým použitím hodnoty k_p z normálního rozdělení jako v G.2.3, je nutno připustit, že výpočet intervalu, který má určenou konfidenční úroveň nevyžaduje rozdělení veličiny $[Y - E(Y)] / \sigma(Y)$, ale rozdělení veličiny $(y - Y) / u_c(y)$. To je proto, že v praxi je dostupné pouze y , odhad Y je získaný z $y = \sum_{i=1}^N c_i x_i$, kde x_i je odhad X_i ; a kombinovaný rozptyl příslušný y , dále $u_c^2(y)$ vyhodnocená podle $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)$, kde $u(x_i)$ je standardní nejistota (odhadnutá směrodatná odchylka) odhadu x_i .

POZNÁMKA

Přesně řečeno, ve výrazu $(y - Y) / u_c(y)$ se má Y chápat jako $E(Y)$. Pro zjednodušení bylo takové rozlišení provedeno pouze na několika málo místech v tomto pokynu. V zásadě stejná značka byla použita pro fyzikální veličinu, náhodnou veličinu, která vyjadřuje veličinu, a pro střední hodnotu této náhodné veličiny (viz poznámka, 4.1.1).

G.3.2 Jestliže z je normálně rozdělená náhodná veličina s očekávanou hodnotou μ_z a směrodatnou odchylkou σ a \bar{z} je aritmetický průměr n nezávislých pozorování z_k pro z , přičemž $s(\bar{z})$ je výběrová směrodatná odchylka \bar{z} [viz rovnice (3) a (5) v 4.2], potom rozdělení veličiny $t = (\bar{z} - \mu_z) / s(\bar{z})$ je *t*-rozdělení nebo **Studentovo rozdělení** (C.3.8) s $\nu = n - 1$ stupni volnosti.

Proto, jestliže je měřená veličina Y jednoduše jedinou veličinou X mající normální rozdělení, tj $Y = X$; a když X je odhadnuta pomocí aritmetického průměru \bar{X} pro n nezávislých pozorování X_k proměnné X s výběrovou směrodatnou odchylkou $s(\bar{X})$, tak nejlepší odhad Y je $y = \bar{X}$ a výběrová směrodatná odchylka tohoto odhadu je $u_c(y) = s(\bar{X})$. Tedy $t = (\bar{z} - \mu_z) / s(\bar{z}) = (\bar{X} - X) / s(\bar{X}) = (y - Y) / u_c(y)$ rozděleno podle *t*-rozdělení, s

G.3 The *t*-distribution and degrees of freedom

G.3.1 To obtain a better approximation than simply using a value of k_p from the normal distribution as in G.2.3, it must be recognized that the calculation of an interval having a specified level of confidence requires, not the distribution of the variable $[Y - E(Y)] / \sigma(Y)$, but the distribution of the variable $(y - Y) / u_c(y)$. This is because in practice, all that is usually available are y , the estimate of Y as obtained from $y = \sum_{i=1}^N c_i x_i$, where x_i is the estimate of X_i ; and the combined variance associated with y , $u_c^2(y)$, evaluated from $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i)$, where $u(x_i)$ is the standard uncertainty (estimated standard deviation) of the estimate x_i .

NOTE

Strictly speaking, in the expression $(y - Y) / u_c(y)$, Y should read $E(Y)$. For simplicity, such a distinction has only been made in a few places in this Guide. In general, the same symbol has been used for the physical quantity, the random variable that represents that quantity, and the expectation of that variable (see 4.1.1, notes).

G.3.2 If z is a normally distributed random variable with expectation μ_z and standard deviation σ , and \bar{z} is the arithmetic mean of n independent observations z_k of z with $s(\bar{z})$ the experimental standard deviation of \bar{z} [see equations (3) and (5) in 4.2], then the distribution of the variable $t = (\bar{z} - \mu_z) / s(\bar{z})$ is the *t*-distribution or **Student's distribution** (C.3.8) with $\nu = n - 1$ degrees of freedom.

Consequently, if the measurand Y is simply a single normally distributed quantity X , $Y = X$; and if X is estimated by the arithmetic mean \bar{X} of n independent repeated observations X_k of X , with experimental standard deviation of the mean $s(\bar{X})$, then the best estimate of Y is $y = \bar{X}$ and the experimental standard deviation of that estimate is $u_c(y) = s(\bar{X})$. Then $t = (\bar{z} - \mu_z) / s(\bar{z}) = (\bar{X} - X) / s(\bar{X}) = (y - Y) / u_c(y)$ is distributed according to the *t*-distribution with

$$\Pr [-t_p(\nu) \leq t \leq t_p(\nu)] = p \quad (\text{G.1a})$$

nebo

or

$$\Pr [-t_p(\nu) \leq (y - Y) / u_c(y) \leq t_p(\nu)] = p \quad (\text{G.1b})$$

což lze psát jako

which can be rewritten as

$$\Pr [y - t_p(\nu)u_c(y) \leq Y \leq y + t_p(\nu)u_c(y)] = p \quad (\text{G.1c})$$

V těchto výrazech $\Pr[]$ znamená „pravděpodobnost příslušného jevu“ a t -faktor $t_p(\nu)$ je hodnota t pro danou hodnotu parametru ν – stupně volnosti (viz G.3.3) – tak, že podíl p pro t -rozdělení je obsažen v intervalu $-t_p(\nu)$ až $+t_p(\nu)$. Tedy rozšířená nejistota

In these expressions, $\Pr[]$ means “probability of” and the t -factor $t_p(\nu)$ is the value of t for a given value of the parameter ν – the degrees of freedom (see G. 3.3) – such that the fraction p of the t distribution is encompassed by the interval $-t_p(\nu)$ to $+t_p(\nu)$. Thus the expanded uncertainty

$$U_p = k_p u_c(y) = t_p(\nu) u_c(y) \quad (\text{G.1d})$$

určuje interval $y - U_p$ až $y + U_p$ vhodněji psáno jako $Y = y \pm U_p$, od kterého lze očekávat, že pokryje podíl p rozdělení hodnot, které by mohly být důvodně přiřazeny k Y , a p je pravděpodobnost pokrytí nebo konfidenční úroveň intervalu.

defines an interval $y - U_p$ to $y + U_p$, conveniently written as $Y = y \pm U_p$, that may be expected to encompass a fraction p of the distribution of values that could reasonably be attributed to Y , and p is the coverage probability or level of confidence of the interval.

G.3.3 Stupně volnosti ν se rovnají $n - 1$ pro jednotlivou veličinu odhadnutou pomocí aritmetického průměru n nezávislých pozorování (jako v G.3.2). Jestliže n nezávislých pozorování je použito ke stanovení sklonu a úsečky přímky metodou nejmenších čtverců, je $\nu = n - 2$ počet stupňů volnosti jejich standardních nejistot. Pro metodu nejmenších čtverců připravenou z m parametrů pro n bodů dat, počet stupňů volnosti standardní nejistoty každého parametru je $\nu = n - m$. (Viz citace [15] pokud jde o další informace k počtu stupňů volnosti).

G.3.3 The degrees of freedom n is equal to $n - 1$ for a single quantity estimated by the arithmetic mean of n independent observations, as in G.3.2. If n independent observations are used to determine both the slope and intercept of a straight line by the method of least squares, the degrees of freedom of their respective standard uncertainties is $\nu = n - 2$. For a least-squares fit of m parameters to n data points, the degrees of freedom of the standard uncertainty of each parameter is $\nu = n - m$. (See reference [15] for a further discussion of degrees of freedom.)

G.3.4 Vybrané hodnoty $t_p(v)$ pro různé hodnoty v a p jsou dané v tabulce G.2 na konci této přílohy. Pokud se $v \rightarrow \infty$, blíží se t -rozdělení k normálnímu rozdělení a $t_p(v) \approx (1 + 2/v)^{1/2} k_p$, kde k_p v tomto výrazu je koeficient rozšíření vyžadovaný k získání intervalu s konfidenční úrovní p pro normální rozdělení. Tedy hodnota $t_p(\infty)$ v tabulce G.2 pro dané p je rovna hodnotě k_p v tabulce G.1 pro stejné p .

POZNÁMKA

Často je t -rozdělení tabelizováno v kvantilech; tj. jsou dány hodnotami kvantilu $t_{1-\alpha}$, kde $1 - \alpha$ označuje souhrnnou pravděpodobnost a vztah

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{t_{1-\alpha}} f(t, v) dt$$

určuje kvantil, kde f je funkce hustoty pravděpodobnosti t . Tedy t_p a $t_{1-\alpha}$ se vztahují k $p = 1 - 2\alpha$. Například hodnota kvantilu $t_{0,975}$, pro kterou $1 - \alpha = 0,975$ a $\alpha = 0,025$, je stejná jako $t_p(v)$ pro $p = 0,95$.

G.4 Efektivní stupně volnosti

G.4.1 Obecně, t -rozdělení nebude popisovat rozdělení náhodné veličiny $(y - Y)/u_c(y)$, jestliže $u_c^2(y)$ je součet dvou nebo více složek odhadu rozptylu $u_i^2(y) = c_i^2 u^2(x_i)$ (viz 5.1.3), i když každá x_i je odhad vstupní veličiny X_i s normálním rozdělením. Avšak, rozdělení této proměnné je dovoleno aproximovat pomocí t -rozdělení s efektivními stupni volnosti v_{eff} získanými z takzvaného Welch-Satterthwaitova vzorce [16, 17, 18]:

$$\frac{u_c^4(y)}{v_{\text{eff}}} = \sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i} \quad (\text{G.2a})$$

nebo

or

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad (\text{G.2b})$$

G.3.4 Selected values of $t_p(v)$ for different values of v and various values of p are given in table G.2 at the end of this annex. As $v \rightarrow \infty$ the t -distribution approaches the normal distribution and $t_p(v) \approx (1 + 2/v)^{1/2} k_p$, where in this expression k_p is the coverage factor required to obtain an interval with level of confidence p for a normally distributed variable. Thus the value of $t_p(\infty)$ in table G.2 for a given p equals the value of k_p in table G.1 for the same p .

NOTE

Often, the t -distribution is tabulated in quantiles; that is, values of the quantile $t_{1-\alpha}$ are given, where $1 - \alpha$ denotes the cumulative probability and the relation

defines the quantile, where f is the probability density function of t . Thus t_p and $t_{1-\alpha}$ are related by $p = 1 - 2\alpha$. For example, the value of the quantile $t_{0,975}$, for which $1 - \alpha = 0,975$ and $\alpha = 0,025$, is the same as $t_p(v)$ for $p = 0,95$.

G.4 Effective degrees of freedom

G.4.1 In general, the t -distribution will not describe the distribution of the variable $(y - Y)/u_c(y)$ if $u_c^2(y)$ is the sum of two or more estimated variance $u_i^2(y) = c_i^2 u^2(x_i)$ (see 5.1.3), even if each x_i is the estimate of a normally distributed input quantity X_i . However, the distribution of that variable may be approximated by a t -distribution with an effective degrees of freedom v_{eff} obtained from the Welch-Satterthwaite formula [16, 17, 18]

s

with

$$v_{\text{eff}} \leq \sum_{i=1}^N v_i \quad (\text{G.1c})$$

kde $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$ (viz 5.1.3). Rozšířená nejistota $U_p = k_p u_c(y) = t_p(v_{\text{eff}}) u_c(y)$ tedy poskytuje interval $Y = y \pm U_p$ s přibližně konfidenční úrovní p .

POZNÁMKY

- 1 Jestliže hodnota v_{eff} získaná z rovnice (G.2b) není celé číslo, což bude v praxi obvyklé, odpovídající hodnota t_p může být vybrána z tabulky G.2 pomocí interpolace nebo zaokrouhlením v_{eff} na nejbližší menší celé číslo.
- 2 Jestli vstupní odhad x_i je samostatně získaný ze dvou nebo více jiných odhadů, tak hodnota v_i použitá s výrazem $u_i^4(y) = [c_i^2 u^2(x_i)]^2$ ve jmenovateli rovnice (G.2b), je efektivní stupeň volnosti vypočítaný z výrazu ekvivalentního rovnici (G.2b).
- 3 V souvislosti s požadavky potenciálních uživatelů výsledku měření, je také dovoleno jako užitečné vypočítat a zaznamenat, kromě v_{eff} hodnoty v_{effA} a v_{effB} vypočítané z rovnice (G.2b), zpracovávající odděleně standardní nejistoty získané z vyhodnocení způsobem A a způsobem B. Jestliže příspěvky k $u_c^2(y)$ standardní nejistoty jsou samostatně označeny $u_{\text{cA}}^2(y)$ a $u_{\text{cB}}^2(y)$ různé veličiny jsou navzájem spojeny

$$u_c^2(y) = u_{\text{cA}}^2(y) + u_{\text{cB}}^2(y)$$

$$\frac{u_c^4(y)}{v_{\text{eff}}} = \frac{u_{\text{cA}}^4(y)}{v_{\text{effA}}} + \frac{u_{\text{cB}}^4(y)}{v_{\text{effB}}}$$

PŘÍKLAD

Uvažuje se, že $Y = f(X_1, X_2, X_3) = bX_1X_2X_3$ a odhady x_1, x_2, x_3 vstupních veličin X_1, X_2, X_3 mající normální rozdělení, jsou aritmetické průměry pro $n_1 = 10, n_2 = 5$, a eventuelně $n_3 = 15$ opakovaných nezávislých pozorování s relativními standardními nejistotami $u(x_1)/x_1 = 0,25 \%$, $u(x_2)/x_2 = 0,57 \%$ a $u(x_3)/x_3 = 0,82 \%$. V tomto případě $c_i = \partial f / \partial X_i = Y/X_i$ (by byla vyhodnocena u x_1, x_2, x_3 – viz 5.1.3, poznámka 1), $[u_c(y)/y]^2 = \sum_{i=1}^3 [u(x_i)/x_i]^2 = (1,03 \%)^2$ (viz poznámka 2 k 5.1.6) a rovnice (G.2b) bude

where $u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N u_i^2(y)$ (see 5.1.3). The expanded uncertainty $U_p = k_p u_c(y) = t_p(v_{\text{eff}}) u_c(y)$ then provides an interval $Y = y \pm U_p$ having an approximate level of confidence p .

NOTES

- 1 If the value of v_{eff} obtained from equation (G.2b) is not an integer, which will usually be the case in practice, the corresponding value of t_p may be found from table G.2 by interpolation or by truncating v_{eff} to the next lower integer.
- 2 If an input estimate x_i is itself obtained from two or more other estimates, then the value of v_i to be used $u_i^4(y) = [c_i^2 u^2(x_i)]^2$ in the denominator of equation (G.2b) is the effective degrees of freedom calculated from an expression equivalent to equation (G.2b).
- 3 Depending upon the needs of the potential users of a measurement result, it may be useful, in addition to v_{eff} to calculate and report also values for v_{effA} and v_{effB} computed from equation (G.2b) treating separately the standard uncertainties obtained from Type A and Type B evaluations. If the contributions to $u_c^2(y)$ of the Type A and Type B standard uncertainties alone are denoted, respectively, by $u_{\text{cA}}^2(y)$ and $u_{\text{cB}}^2(y)$ the various quantities are related by

EXAMPLE

Consider that $Y = f(X_1, X_2, X_3) = bX_1X_2X_3$ and that the estimates x_1, x_2, x_3 of the normally distributed input quantities X_1, X_2, X_3 are the arithmetic means of $n_1 = 10, n_2 = 5$, and $n_3 = 15$ independent repeated observations, respectively, with relative standard uncertainties $u(x_1)/x_1 = 0,25$ percent, $u(x_2)/x_2 = 0,57$ percent, and $u(x_3)/x_3 = 0,82$ percent. In this case $c_i = \partial f / \partial X_i = Y/X_i$ (to be evaluated at x_1, x_2, x_3 – see 5.1.3, note 1), $[u_c(y)/y]^2 = \sum_{i=1}^3 [u(x_i)/x_i]^2 = (1,03 \text{ percent})^2$ (see note 2 to 5.1.6), and equation (G.2b) becomes

$$v_{\text{eff}} = \frac{[u_c(y) / y]^4}{\sum_{i=1}^3 \frac{[u(x_i) / x_i]^4}{v_i}}$$

Tedy

Thus

$$v_{\text{eff}} = \frac{1,03^4}{\frac{0,25^4}{10-1} + \frac{0,57^4}{5-1} + \frac{0,82^4}{15-1}} = 19,0$$

Podle tabulky G.2 hodnota t_p pro $p = 95\%$ a $v = 19$ je $t_{95}(19) = 2,09$; tedy relativní rozšířená nejistota pro tuto konfidenční úroveň je $U_{95} = 2,09 \times (1,03\%) = 2,2\%$. Potom je dovoleno stanovit, že $Y = y \pm U_{95} = y(1 \pm 0,022)$ (y musí být určena z $y = bx_1x_2x_3$) neboli $0,978y \leq Y \leq 1,022y$ a konfidenční úroveň příslušná k tomuto intervalu je přibližně 95 %.

G.4.2 V praxi $u_c(y)$ závisí na standardní nejistotě $u(x_i)$ odhadů vstupních veličin, majících jak normální, tak nenormální rozdělení a $u(x_i)$ jsou získány jak z rozdělení založeného na četnosti, tak *a priori*ho rozdělení pravděpodobností (tj. z hodnocení obou způsobů vyhodnocení A i B). Obdobné stanovení platí i pro odhad y a vstupní odhady x_i , na kterých je y závislá. Nicméně rozdělení pravděpodobnosti funkce $t = (y - Y)/u_c(y)$ může být aproximováno pomocí t -rozdělení, jestliže je použit rozvoj Taylorovy řady kolem střední hodnoty. V podstatě to je to, co je dosaženo při aproximaci nejnižšího řádu pomocí Welch-Satterthwaitova vzorce, rovnice (G.2a) nebo rovnice (G.2b).

Otázka vzniká v souvislosti se stupni volnosti přiřazených ke standardní nejistotě získané hodnocením způsobem B při výpočtu v_{eff} z rovnice (G.2b). Zatímco vhodná definice počtu stupňů volnosti uznává, že v tak, jak se objeví v t -rozdělení, je míra nejistoty rozptylu $s^2(\bar{z})$, rovnicí (E.7) v E.4.3 je dovoleno použít k určení stupňů volnosti v_i ,

The value of t_p for $p = 95$ percent and $v = 19$ is, from table G.2, $t_{95}(19) = 2,09$; hence the relative expanded uncertainty for this level of confidence is $U_{95} = 2,09 \times (1,03 \text{ percent}) = 2,2 \text{ percent}$. It may then be stated that $Y = y \pm U_{95} = y(1 \pm 0,022)$ (y to be determined from $y = bx_1x_2x_3$), or that $0,978y \leq Y \leq 1,022y$, and that the level of confidence to be associated with the interval is approximately 95 percent.

G.4.2 In practice, $u_c(y)$ depends on standard uncertainties $u(x_i)$ of input estimates of both normally and non-normally distributed input quantities, and the $u(x_i)$ are obtained from both frequency-based and *a priori* probability distributions (that is, from both Type A and Type B evaluations). A similar statement applies to the estimate y and input estimates x_i upon which y depends. Nevertheless, the probability distribution of the function $t = (y - Y)/u_c(y)$ can be approximated by the t -distribution if it is expanded in a Taylor series about its expectation. In essence, this is what is achieved, in the lowest order approximation, by the Welch-Satterthwaite formula, equation (G.2a) or equation (G.2b).

The question arises as to the degrees of freedom to assign to a standard uncertainty obtained from a Type B evaluation when v_{eff} is calculated from equation (G.2b). Since the appropriate definition of degrees of freedom recognizes that v as it appears in the t -distribution is a measure of the uncertainty of the variance $s^2(\bar{z})$, equation (E.7) in E.4.3 may be used to define the degrees of freedom v_i ,

$$v_i \approx \frac{1}{2} \frac{u^2(x_i)}{\sigma^2[u(x_i)]} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2} \quad (\text{G.3})$$

Veličina uvnitř velkých závorek je relativní nejistota $u(x_i)$; pro hodnocení standardní nejistoty způsobem B je to subjektivní veličina, jejíž hodnota je získána vědeckým posouzením založeným na zásobě dostupných informací.

PŘÍKLAD

Úvaha, že znalost, jak odhad vstupní hodnoty x_i byl stanoven a jak jeho standardní nejistota $u(x_i)$ byla hodnocena, vede k posouzení, že hodnota $u(x_i)$ je spolehlivá zhruba z 25 %. To je dovoleno brát tak, že relativní nejistota $\Delta u(x_i)/u(x_i) = 0,25$ a tedy z rovnice (G.3) $v_i = (0,25)^{-2}/2 = 8$. Jestliže hodnocení $u(x_i)$ je považováno za spolehlivé pouze z 50 %, tak $v_i = 2$. (Viz také tabulka E.1 v příloze E).

G.4.3 Ve vysvětlení hodnocení standardní nejistoty způsobem B z *apriorního* rozdělení pravděpodobnosti v 4.3 a 4.4 se implicitně předpokládá, že hodnota $u(x_i)$ vznikající z takového hodnocení je přesně známa. Například, když $u(x_i)$ je získána z obdélníkového rozdělení pravděpodobnosti s předpokládanou poloviční šířkou $a = (a_+ - a_-)/2$ jako v 4.3.7 a 4.4.5, $u(x_i) = a/\sqrt{3}$ je znázorněna jako konstanta bez nejistoty, protože a_+ a a_- a tedy a jsou také znázorněny (ale viz 4.3.9, poznámka 2). Přestože z rovnice (G.3) vyplývá, že $v_i \rightarrow \infty$ nebo $1/v_i \rightarrow 0$, nezpůsobuje to žádné potíže při hodnocení rovnice (G.2b). Navíc, předpoklad, že $v_i \rightarrow \infty$ není nutně nerealistický; je běžnou praxí, že se volí a_- a a_+ takovým způsobem, aby pravděpodobnost, že veličina leží mimo interval od a_- do a_+ , byla mimořádně malá.

G.5 Další úvahy

G.5.1 V literatuře o nejistotě měření se nachází často používaný výraz k získání nejistoty, který má poskytnout interval s konfidenční úrovní 95 %:

$$U'_{95} = [t_{95}^2 (v'_{\text{eff}})^2 + 3u^2]^{1/2} \quad (\text{G.4})$$

The quantity in large brackets is the relative uncertainty of $u(x_i)$; for a Type B evaluation of standard uncertainty it is a subjective quantity whose value is obtained by scientific judgement based on the pool of available information.

EXAMPLE

Consider that one's knowledge of how input estimate x_i was determined and how its standard uncertainty $u(x_i)$ was evaluated leads one to judge that the value of $u(x_i)$ is reliable to about 25 percent. This may be taken to mean that the relative uncertainty is $\Delta u(x_i)/u(x_i) = 0,25$, and thus from equation (G.3), $v_i = (0,25)^{-2}/2 = 8$. If instead one had judged the value of $u(x_i)$ to be reliable to only about 50 percent, then $v_i = 2$. (See also table E.1 in annex E.)

G.4.3 In the discussion in 4.3 and 4.4 of Type B evaluation of standard uncertainty from an *a priori* probability distribution, it was implicitly assumed that the value of $u(x_i)$ resulting from such an evaluation is exactly known. For example, when $u(x_i)$ is obtained from a rectangular probability distribution of assumed half-width $a = (a_+ - a_-)/2$ as in 4.3.7 and 4.4.5, $u(x_i) = a/\sqrt{3}$ is viewed as a constant with no uncertainty because a_+ and a_- and thus a , are so viewed (but see 4.3.9, note 2). This implies through equation (0.3) that $v_i \rightarrow \infty$ or $1/v_i \rightarrow 0$, but it causes no difficulty in evaluating equation (G.2b). Further, assuming that $v_i \rightarrow \infty$ is not necessarily unrealistic; it is common practice to choose a_- and a_+ in such a way that the probability of the quantity in question lying outside the interval a_- to a_+ is extremely small.

G.5 Other considerations

G.5.1 An expression found in the literature on measurement uncertainty and often used to obtain an uncertainty that is intended to provide an interval with a 95 percent level of confidence may be written as

Zde $t_{95}(v'_{\text{eff}})$ pochází z t -rozdělení pro v'_{eff} stupně volnosti a $p = 95 \%$; v'_{eff} je efektivní stupeň volnosti vypočítaný z Welch-Satterthwaitova vzorce [rovnice (G.2b)], když se berou v úvahu *pouze* ty složky standardní nejistoty s_i , které jsou statisticky vyhodnocené z opakovaných pozorování aktuálního měření; $s^2 = \sum c_i^2 s_i^2$; $c_i \equiv \partial f / \partial x_i$;

a $u^2 = \sum u_j^2(y) = \sum c_j^2 (a_j^2 / 3)$ potom platí pro všechny ostatní složky nejistoty, kde $+a_j$ a $-a_j$ jsou předpokládané přesně známé horní a dolní meze X_j vztahované k jejímu nejlepšímu odhadu x_j (tj. $x_j - a_j \leq X_j \leq x_j + a_j$).

POZNÁMKA

Složka, založená na opakovaných pozorováních, mimo rámec stávajícího měření, je ošetřena stejným způsobem jako každá jiná složka zahrnutá v u^2 . Z důvodu toho, aby významná porovnání byla prováděna mezi rovnicí (G.4) a rovnicí (G.5), je předpokládáno, že takové složky, pokud jsou přítomné, jsou zanedbatelné.

G.5.2 Jestliže rozšířená nejistota, která poskytuje interval s konfidenční úrovní 95 %, je vyhodnocena podle metody doporučené v G.3 a G.4, je výsledný výraz místo rovnice (G.4)

$$U_{95} = t_{95}(v'_{\text{eff}}) (s^2 + u^2)^{1/2} \quad (\text{G.5})$$

kde v'_{eff} je vypočítána z rovnice (G.2b) a výpočet zahrnuje všechny složky nejistoty.

Here $t_{95}(v'_{\text{eff}})$ is taken from the t -distribution for v'_{eff} degrees of freedom and $p = 95$ percent; v'_{eff} is the effective degrees of freedom calculated from the Welch-Satterthwaite formula [equation (G.2b)] taking into account *only* those standard uncertainty components s_i that have been evaluated statistically from repeated observations in the *current* measurement;

$$s^2 = \sum c_i^2 s_i^2; c_i \equiv \partial f / \partial x_i;$$

and $u^2 = \sum u_j^2(y) = \sum c_j^2 (a_j^2 / 3)$ accounts for *all* other components of uncertainty, where $+a_j$ and $-a_j$ are the assumed exactly known upper and lower bounds of X_j relative to its best estimate x_j (that is, $x_j - a_j \leq X_j \leq x_j + a_j$).

NOTE

A component based on repeated observations made outside the current measurement is treated in the same way as any other component included in u^2 . Hence, in order to make a meaningful comparison between equation (G.4) and equation (G.5) of the following subclause, it is assumed that such components, if present, are negligible.

G.5.2 If an expanded uncertainty that provides an interval with a 95 percent level of confidence is evaluated according to the methods recommended in G.3 and G.4, the resulting expression in place of equation (G.4) is

where v'_{eff} is calculated from equation (G.2b) and the calculation includes all uncertainty components.

Ve většině případů, hodnota U_{95} z rovnice (G.5) bude větší než hodnota U'_{95} z rovnice (G.4), jestliže se předpokládá, že při vyhodnocení rovnice (G.5) jsou všechny rozptyly ze způsobu vyhodnocení B získané z *a priori* pravouhlých rozdělení s polovičními šířkami, které jsou stejné jako meze a_j použité k výpočtu u^2 z rovnice (G.4). To je možné pochopit poznáním, že přestože $t_{95}(v'_{\text{eff}})$ bude v mnoha případech o něco větší než $t_{95}(v_{\text{eff}})$, oba činitele jsou blízké 2; a v rovnici (G.5) u^2 je vynásobena $t_p^2(v_{\text{eff}}) \approx 4$, zatímco v rovnici (G.4) je vynásobena 3. Přestože oba výrazy poskytují stejné hodnoty U'_{95} a U_{95} pro $u^2 \ll s^2$, U'_{95} bude asi o 13 procent menší než U_{95} , když $u^2 \gg s^2$. Tedy obecně, rovnice (G.4) poskytuje nejistotu, která stanovuje interval, mající *menší* konfidenční úroveň než interval, stanovený pomocí rozšířené nejistoty, vypočtené z rovnice (G.5).

POZNÁMKY

- 1 S mezními hodnotami $u^2/s^2 \rightarrow \infty$ a $v_{\text{eff}} \rightarrow \infty$, $U'_{95} \rightarrow 1,732u$, zatímco $U_{95} \rightarrow 1,960u$. V tomto případě, U'_{95} stanovuje interval mající jen konfidenční úroveň 91,7 %, zatímco U_{95} stanovuje interval s 95 %. Tento případ se přibližuje praxi, kdy složky, získané z odhadů horní a dolní meze, jsou dominantní a číselně z hlediska velikosti jsou porovnatelné s hodnotami $u_j^2(y) = c_j^2 a_j^2 / 3$.
- 2 Pro normální rozdělení koeficient rozšíření $k = \sqrt{3} \approx 1,732$ poskytuje interval s konfidenční úrovní $p = 91,673 \dots \%$. Tato hodnota p je robustní ve významu, že při porovnání s jakoukoliv další hodnotou je optimálně nezávislá na malých odchylkách vstupních veličin normálního rozdělení.

G.5.3 Příležitostně má vstupní veličina X_i nesouměrné rozdělení: odchylky kolem její střední hodnoty mající stejné znaménko jsou mnohem pravděpodobnější, než odchylky s opačným znaménkem (viz 4.3.8). Přestože to nemá vliv na hodnocení standardní nejistoty $u(x_i)$ odhadu x_i pro X_i , a tedy i na hodnocení $u_c(y)$, může to ovlivnit výpočet U .

In most cases, the value of U_{95} from equation (G.5) will be larger than the value of U'_{95} from equation (G.4), if it is assumed that in evaluating equation (G.5), all Type B variances are obtained from *a priori* rectangular distributions with half-widths that are the same as the bounds a_j used to compute u^2 of equation (G.4). This may be understood by recognizing that, although $t_{95}(v'_{\text{eff}})$ will in most cases be somewhat larger than $t_{95}(v_{\text{eff}})$, both factors are close to 2; and in equation (G.5) u^2 is multiplied $t_p^2(v_{\text{eff}}) \approx 4$ while in equation (G.4) it is multiplied by 3. Although the two expressions yield equal values of U'_{95} and U_{95} for $u^2 \ll s^2$, U'_{95} will be as much as 13 percent smaller than U_{95} if $u^2 \gg s^2$. Thus in general, equation (G.4) yields an uncertainty that provides an interval having a *smaller* level of confidence than the interval provided by the expanded uncertainty calculated from equation (G.5).

NOTES

- 1 In the limits $u^2/s^2 \rightarrow \infty$ and $v_{\text{eff}} \rightarrow \infty$, $U'_{95} \rightarrow 1,732u$ while $U_{95} \rightarrow 1,960u$. In this case, U'_{95} provides an interval having only a 91,7 percent level of confidence, while U_{95} provides a 95 percent interval. This case is approximated in practice when the components obtained from estimates of upper and lower bounds are dominant, large in number, and have values of $u_j^2(y) = c_j^2 a_j^2 / 3$ that are of comparable size.
- 2 For a normal distribution, the coverage factor $k = \sqrt{3} \approx 1,732$ provides an interval with a level of confidence $p = 91,673 \dots$ percent. This value of p is robust in the sense that it is, in comparison with that of any other value, optimally independent of small deviations of the input quantities from normality.

G.5.3 Occasionally an input quantity X_i is distributed asymmetrically – deviations about its expected value of one sign are more probable than deviations of the opposite sign (see 4.3.8). Although this makes no difference in the evaluation of the standard uncertainty $u(x_i)$ of the estimate x_i of X_i , and thus in the evaluation of $u_c(y)$, it may affect the calculation of U .

Je obvykle vhodné poskytnout symetrický interval, $Y = y \pm U$, pokud to není interval s rozdílným oceněním mezi odchylkami se stejným a opačným znaménkem. Jestliže asymetrie X_i je způsobena pouze malou nesouměrností rozdělení pravděpodobnosti charakterizovaného výsledkem měření y a jeho kombinovanou standardní nejistotou $u_c(y)$, pravděpodobnost ztracená na jedné straně uvedením na symetrický interval je nahrazená pravděpodobností získanou na straně druhé. Alternativa je poskytnout interval, který je z hlediska pravděpodobnosti symetrický (a tedy nesouměrný v U): pravděpodobnost, že Y leží pod dolním limitem $y - U_-$ je rovna pravděpodobnosti, že U leží nad horním limitem $y + U_+$. Ale aby takové limity byly uvedeny, je potřeba více informací než pouze odhad y a $u_c(y)$ [a proto také více informací než odhady x_i a $u(x_i)$ pro každou vstupní veličinu X_i].

G.5.4 Hodnocení rozšířené nejistoty U_p , zde uvedené pomocí $u_c(y)$, v_{eff} a činitelem $t_p(v_{\text{eff}})$ z t -rozdělení, je pouze aproximací a má svoje omezení. Rozdělení $(y - Y)/u_c(y)$ je dané t -rozdělením pouze, když rozdělení Y je normální, odhad y a jeho kombinovaná standardní nejistota $u_c(y)$ jsou nezávislé a jestliže rozdělení $u_c^2(y)$ je χ^2 -rozdělení. Uvedení v_{eff} rovnice (G.2), se týká pouze posledního problému a poskytuje aproximaci χ^2 -rozdělením pro $u_c^2(y)$; další část problému vznikající z nenormálního rozdělení Y požaduje uvažování momentů vyšších řádů, kromě rozptylu.

It is usually convenient to give a symmetric interval, $Y = y \pm U$, unless the interval is such that there is a cost differential between deviations of one sign over the other. If the asymmetry of X_i causes only a small asymmetry in the probability distribution characterized by the measurement result y and its combined standard uncertainty $u_c(y)$, the probability lost on one side by quote a symmetric interval is compensated by the probability gained on the other side. The alternative is to give an interval that is symmetric in probability (and thus asymmetric in U): the probability that Y lies below the lower limit $y - U_-$ is equal to the probability that Y lies above the upper limit $y + U_+$. But in order to quote such limits, more information than simply the estimates y and $u_c(y)$ [and hence more information than simply the estimates x_i and $u(x_i)$ of each input quantity X_i] is needed.

G.5.4 The evaluation of the expanded uncertainty U_p given here in terms of $u_c(y)$, v_{eff} , and the factor $t_p(v_{\text{eff}})$ from the t -distribution is only an approximation, and it has its limitations. The distribution of $(y - Y)/u_c(y)$ is given by the t -distribution only if the distribution of Y is normal, the estimate y and its combined standard uncertainty $u_c(y)$ are independent, and if the distribution of $u_c^2(y)$ is a χ^2 distribution. The introduction of v_{eff} equation (G.2b), deals only with the latter problem, and provides an approximately χ^2 distribution for $u_c^2(y)$; the other part of the problem, arising from the non-normality of the distribution of Y , requires the consideration of higher moments in addition to the variance.

G.6 Souhrn a závěry

G.6.1 Koeficient rozšíření k_p , který poskytuje interval mající konfidenční úroveň p blížící se určené úrovni se může najít pouze, pokud existuje úplná znalost rozdělení pravděpodobnosti každé vstupní veličiny, a když tato rozdělení jsou kombinována k získání rozdělení výstupní veličiny. Odhady vstupů x_i a jejich standardní nejistoty $u(x_i)$ pro tento účel samy nestačí.

G.6.2 Protože rozsáhlé výpočty, vyžadované ke kombinaci rozdělení pravděpodobností, jsou zřídka odůvodněné rozsahem a spolehlivostí dostupných informací, je aproximace rozdělení výstupní veličiny přijatelná. Z hlediska centrální limitní věty je obvykle postačující předpokládat, že rozdělení pravděpodobnosti $(y - Y)/u_c(y)$ je t -rozdělení, a že $k_p = t_p(v_{\text{eff}})$ s t -faktorem založeným na počtu v_{eff} efektivních stupňů volnosti $u_c(y)$, získaným z Welch-Satterthwaitova vzorce, rovnice (G.2b).

G.6.3 Získání v_{eff} z rovnice (G.2b) vyžaduje stupně volnosti v_i každé složky standardní nejistoty. Pro složku získanou z vyhodnocení způsobem A je v_i získána z počtu opakovaných nezávislých pozorování, na kterých je odpovídající vstupní odhad založen a počtu nezávislých veličin určených z těchto pozorování (viz G.3.3). Pro složky získané z hodnocení způsobem B je v_i získána z posouzení spolehlivosti hodnoty této složky [viz G.4.2 a rovnice (G.3)].

G.6.4 Tedy následuje stručný souhrn preferované metody výpočtu rozšířené nejistoty $U_p = k_p u_c(y)$, zamýšlené k poskytnutí intervalu $Y = y \pm U_p$, který má přibližně konfidenční úroveň p :

- 1) Získání y a $u_c(y)$, jak je uvedeno v kapitolách 4 a 5.

G.6 Summary and conclusions

G.6.1 The coverage factor k_p that provides an interval having a level of confidence p close to a specified level can only be found if there is extensive knowledge of the probability distribution of each input quantity and if these distributions are combined to obtain the distribution of the output quantity. The input estimates x_i and their standard uncertainties $u(x_i)$ by themselves are inadequate for this purpose.

G.6.2 Because the extensive computations required to combine probability distributions are seldom justified by the extent and reliability of the available information, an approximation to the distribution of the output quantity is acceptable. Because of the Central Limit Theorem, it is usually sufficient to assume that the probability distribution of $(y - Y)/u_c(y)$ is the t -distribution and take $k_p = t_p(v_{\text{eff}})$, with the t -factor based on an effective degrees of freedom v_{eff} of $u_c(y)$ obtained from the Welch Satterthwaite formula, equation (G.2b).

G.6.3 To obtain v_{eff} from equation (G.2b) requires the degrees of freedom v_i for each standard uncertainty component. For a component obtained from a Type A evaluation, v_i is obtained from the number of independent repeated observations upon which the corresponding input estimate is based and the number of independent quantities determined from those observations (see G.3.3). For a component obtained from a Type B evaluation, v_i is obtained from the judged reliability of the value of that component [see G.4.2 and equation (G.3)].

G.6.4 Thus the following is a summary of the preferred method of calculating an expanded uncertainty $U_p = k_p u_c(y)$ intended to provide an interval $Y = y \pm U_p$ that has an approximate level of confidence p :

- 1) Obtain y and $u_c(y)$ as described in clauses 4 and 5.

- 2) Výpočet v_{eff} z Welch-Satterthwaitova vzorce, rovnice (G.2b) (opakovaná zde pro snadné nahlédnutí):

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}$$

(G.2b)

Jestliže $u(x_i)$ je získána z hodnocení způsobem A, stanoví se v_i jak je uvedeno v G.3.3. Jestliže $u(x_i)$ je získána z hodnocení způsobem B a je na ni pohlíženo jako na přesně známou hodnotu, což se často stává v praxi, potom platí $v_i \rightarrow \infty$, jinak je odhad v_i z rovnice (G.3).

- 3) Z tabulky G.2 se získá t -faktor $t_p(v_{\text{eff}})$ pro požadovanou konfidenční úroveň. Jestliže v_{eff} není celé číslo, zaokrouhlí se interpolací nebo oříznutím na nejbližší nižší celé číslo.

- 4) Výpočet $U_p = k_p u_c(y)$ pro $k_p = t_p(v_{\text{eff}})$.

G.6.5 V určitých situacích, které nenastávají v praxi příliš často, nemohou požadované podmínky pro centrální limitní větu být dostatečně splněny a postup podle G.6.4 vede k nepřijatelnému výsledku. Například, jestliže $u_c(y)$ je ovládána složkou nejistoty vyhodnocené z pravouhlého rozdělení, o jehož hranicích se předpokládá, že jsou přesně známy, je možné [když $t_p(v_{\text{eff}}) > \sqrt{3}$], že $y + U_p$ a $y - U_p$, horní a dolní meze intervalu, určené pomocí U_p , mohou ležet mimo hranice rozdělení pravděpodobnosti výstupní veličiny Y . Takové případy musí být zpracovány na individuálním základě, ale jsou často přizpůsobitelné k aproximativnímu analytickému zpracování (obvykle zahrnuje konvoluci normálního rozdělení s pravouhlym rozdělením [10]).

G.6.6 Pro mnohá praktická měření v širokém rozsahu oblastí použití, jsou následující podmínky splněny:

- 2) Compute v_{eff} from the Welch-Satterthwaite formula, equation (G.2b) (repeated here for easy reference):

If $u(x_i)$ is obtained from a Type A evaluation, determine v_i as outlined in G.3.3. If $u(x_i)$ is obtained from a Type B evaluation and it can be treated as exactly known, which is often the case in practice, $v_i \rightarrow \infty$ otherwise, estimate v_i from equation (G.3).

- 3) Obtain the t -factor $t_p(v_{\text{eff}})$ for the desired level of confidence p from table G.2. If v_{eff} is not an integer, either interpolate or truncate v_{eff} to the next lower integer.

- 4) Take $k_p = t_p(v_{\text{eff}})$ and calculate $U_p = k_p u_c(y)$.

G.6.5 In certain situations, which should not occur too frequently in practice, the conditions required by the Central Limit Theorem may not be well met and the approach of G.6.4 may lead to an unacceptable result. For example, if $u_c(y)$ is dominated by a component of uncertainty evaluated from a rectangular distribution whose bounds are assumed to be exactly known, it is possible [if $t_p(v_{\text{eff}}) > \sqrt{3}$] that $y + U_p$ and $y - U_p$, the upper and lower limits of the interval defined by U_p , could lie outside the bounds of the probability distribution of the output quantity Y . Such cases must be dealt with on an individual basis but are often amenable to an approximate analytic treatment (involving, for example, the convolution of a normal distribution with a rectangular distribution [10]).

G.6.6 For many practical measurements in a broad range of fields, the following conditions prevail:

- odhad y měřené veličiny Y je získán z odhadů x_i z určitého počtu vstupních veličin X_i , které jsou popsateľné dobře se chovajícími rozděleními pravděpodobností, jako je normální a pravouhlé rozdělení;
- standardní nejistoty $u(x_i)$ těchto odhadů, které mohou být získány z hodnocení buď způsobem A, nebo způsobem B, přispívají srovnatelnými hodnotami ke kombinované standardní nejistotě $u_c(y)$ výsledku měření y ;
- je dostatečná lineární aproximace použitá podle zákona o šíření nejistoty (viz 5.1.2 a E.3.1);
- nejistota $u_c(y)$ je dostatečně malá, protože její efektivní stupně volnosti ν_{eff} jsou významné, řekněme větší než 10.

Za těchto okolností rozdělení pravděpodobnosti, charakterizované výsledkem měření a jeho kombinovanou standardní nejistotou, může být pokládáno za normální na základě centrální limitní věty; a $u_c(y)$ může být považován jako dostatečně důvěryhodný odhad směrodatné odchylky normálního rozdělení v důsledku významné velikosti ν_{eff} . Pak na základě vysvětlení uvedeného v této příloze zahrnujícího důraz na přibližný ráz průběhu hodnocení nejistoty a nepraktické obtížné rozlišování mezi intervaly majícími konfidenční úrovně, které se navzájem odchyľují o 1 až 2 %, je dovoleno toto:

- dosadí se $k = 2$ a předpokládá se, že $U = 2 u_c(y)$ určuje interval s konfidenční úrovní přibližně 95 % ;
- nebo pro kritičtější použití
- dosadí se $k = 3$ a předpokládá se, že $U = 3 u_c(y)$ určuje interval s konfidenční úrovní přibližně 99 %.

- the estimate y of the measurand Y is obtained from estimates x_i of a significant number of input quantities X_i that are describable by well-behaved probability distributions, such as the normal and rectangular distributions;
- the standard uncertainties $u(x_i)$ of these estimates, which may be obtained from either Type A or Type B evaluations, contribute comparable amounts to the combined standard uncertainty $u_c(y)$ of the measurement result y ;
- the linear approximation implied by the law of propagation of uncertainty is adequate (see 5.1.2 and E.3.1);
- the uncertainty of $u_c(y)$ is reasonably small because its effective degrees of freedom ν_{eff} has a significant magnitude, say greater than 10.

Under these circumstances, the probability distribution characterized by the measurement result and its combined standard uncertainty can be assumed to be normal because of the Central Limit Theorem; and $u_c(y)$ can be taken as a reasonably reliable estimate of the standard deviation of that normal distribution because of the significant size of ν_{eff} . Then, based on the discussion given in this annex, including that emphasizing the approximate nature of the uncertainty evaluation process and the impracticality of trying to distinguish between intervals having levels of confidence that differ by one or two percent, one may do the following:

- adopt $k = 2$ and assume that $U = 2 u_c(y)$ defines an interval having a level of confidence of approximately 95 percent;
- or, for more critical applications,
- adopt $k = 3$ and assume that $U = 3 u_c(y)$ defines an interval having a level of confidence of approximately 99 percent.

Ačkoliv tento přístup má být vhodný pro mnoho praktických měření, jeho aplikovatelnost na kterékoliv zvláštní měření bude záviset na tom, jak těsně $k = 2$ musí být k $t_{95}(v_{\text{eff}})$ nebo $k = 3$ musí být k $t_{99}(v_{\text{eff}})$; tj. jak těsně konfidenční úroveň intervalu určená pomocí $U = 2 u_c(y)$ nebo $U = 3 u_c(y)$ musí být 95 % nebo 99 %. Přesto $t_{95}(11)$ a $t_{99}(11)$ budou při $v_{\text{eff}} = 11$, $k = 2$ a $k = 3$ nízko odhanuty, jen kolem 10 % a eventuelně 4 % (viz tabulka G.2), což není dovoleno v některých případech přijmout. Dále poskytuje $k = 3$ pro všechny hodnoty v_{eff} které jsou trochu větší než 13, interval s konfidenční úrovní větší než 99 %. (Viz tabulka G.2, která také ukazuje, že pro $v_{\text{eff}} \rightarrow \infty$ jsou konfidenční úrovně při $k = 2$ a $k = 3$ v hodnotách 95,45 % a 99,73 %). Tedy, jestli tento přístup může být v praxi použit, rozhoduje hodnota v_{eff} a požadavky rozšířené nejistoty.

Although this approach should be suitable for many practical measurements, its applicability to any particular measurement will depend on how close $k = 2$ must be to $t_{95}(v_{\text{eff}})$ or $k = 3$ must be to $t_{99}(v_{\text{eff}})$; that is, on how close the level of confidence of the interval defined by $U = 2 u_c(y)$ or $U = 3 u_c(y)$ must be to 95 percent or 99 percent, respectively. Although for $v_{\text{eff}} = 11$, $k = 2$ and $k = 3$ underestimate $t_{95}(11)$ and $t_{99}(11)$ by only about 10 and 4 percent, respectively (see table G.2), this may not be acceptable in some cases. Further, for all values of v_{eff} somewhat larger than 13, $k = 3$ produces an interval having a level of confidence larger than 99 percent. (See table G.2, which also shows that for $v_{\text{eff}} \rightarrow \infty$ the levels of confidence of the intervals produced by $k = 2$ and $k = 3$ are 95,45 and 99,73 percent, respectively). Thus, in practice, the size of v_{eff} and what is required of the expanded uncertainty will determine whether this approach can be used.

Tabulka G.2 – Hodnota $t_p(v)$ z t -rozdělení pro počet v stupňů volnosti, která definuje interval $-t_p(v)$ až $+t_p(v)$ obsahující podíl p rozdělení

Table G.2 – Value of $t_p(v)$ from the t -distribution for degrees of freedom v that defines an interval $-t_p(v)$ to $+t_p(v)$ that encompasses the fraction p of the distribution

Počet stupňů volnosti Degrees of freedom	Podíl p v %					
	Fraction p in percent					
v	68,27 ^(a)	90	95	95,45 ^(a)	99	99,73 ^(a)
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,36	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

^{a)} Pro veličinu z popsanou normálním rozdělením s očekávanou hodnotou μ_z a směrodatnou odchylkou σ , intervalem $\mu_z \pm k\sigma$ s podílem $p = 68,27 \%$, $95,45 \%$, a $99,73 \%$ rozdělení pro $k = 1, 2$ a 3 .

^{a)} For a quantity z described by a normal distribution with expectation μ_z and standard deviation σ , the interval $\mu_z \pm k\sigma$ encompasses $p = 68,27, 95,45$, and $99,73$ percent of the distribution for $k = 1, 2$ and 3 , respectively.

Příloha H

Příklady

Tato příloha uvádí šest příkladů H.1 až H.6, které jsou vypracovány značně podrobně, aby vysvětlily základní principy tohoto *pokynu* pro hodnocení a vyjádření nejistoty měření. Společně s příklady zahrnutými v hlavním textu a některými přílohami má umožnit uživateli tohoto *pokynu* uvést tyto principy do praxe ve své práci.

Protože příklady jsou pro ilustrativní účely, musí být nutně zjednodušené. Mimo to, protože jsou příklady a číselná data v nich použita vybrána tak, aby hlavně demonstrovala principy tohoto *pokynu*, nemusí tato data být nutně interpretována jako data popisující skutečná měření. Zatímco data jsou použita jako daná, za účelem vyvarování se chyb zaokrouhlováním, je více číslic ponecháno v mezivýpočtech, než je obvykle uváděno. Zde uvedený výsledek zahrnující různé veličiny se může lišit nepatrně od výsledku, který je obsažen v textu uvádějícím číselnou hodnotu těchto veličin.

V předcházejícím textu tohoto *pokynu* je zdůrazněno, že klasifikace metod užívaných k hodnocení složek nejistoty způsobem A nebo způsobem B se snadněji provádí. Není ale vyžadována pro určení kombinované standardní nejistoty nebo rozšířené nejistoty výsledku měření, pokud všechny složky nejistoty nezávisle na způsobu hodnocení jsou zpracovány stejným způsobem (viz 3.3.4, 5.1.2 a E.3.7). Tedy, na příklad, metoda použitá k hodnocení určité složky není specificky identifikována jako metoda A nebo B. Z popisu bude jasné, zda složka byla získána hodnocením způsobem A nebo způsobem B.

H.1 Kalibrace koncové měřky

Tento příklad demonstruje, že zdánlivě jednoduché měření může vykazovat jemné aspekty hodnocení nejistoty.

Annex H

Examples

This annex gives six examples, H. 1 to H.6, which are worked out in considerable detail in order to illustrate the basic principles presented in this *Guide* for evaluating and expressing uncertainty in measurement. Together with the examples included in the main text and in some of the other annexes, they should enable the users of this *Guide* to put these principles into practice in their own work.

Because the examples are for illustrative purposes, they have by necessity been simplified. Moreover, because they and the numerical data used in them have been chosen mainly to demonstrate the principles of this *Guide*, neither they nor the data should necessarily be interpreted as describing real measurements. While the data are used as given, in order to prevent rounding errors, more digits are retained in intermediate calculations than are usually shown. Thus the stated result of a calculation involving several quantities may differ slightly from the result implied by the numerical values given in the text for these quantities.

It is pointed out in earlier portions of this *Guide* that classifying the methods used to evaluate components of uncertainty as Type A or Type B is for convenience only; it is not required for the determination of the combined standard uncertainty or expanded uncertainty of a measurement result because all uncertainty components, however they are evaluated, are treated in the same way (see 3.3.4, 5.1.2, and E.3.7). Thus, in the examples, the method used to evaluate a particular component of uncertainty is not specifically identified as to its type. However, it will be clear from the discussion whether a component is obtained from a Type A or a Type B evaluation.

H.1 End-gauge calibration

This example demonstrates that even an apparently simple measurement may involve subtle aspects of uncertainty evaluation.

H.1.1 Úloha měření

Jmenovitá délka 50 mm koncové měrky je určena jejím porovnáním se známým etalonem, který má stejnou jmenovitou délku. Přímý výsledek porovnání těchto dvou mezních měřidel je rozdíl d mezi jejich délkami:

$$d = l(1 + \alpha\theta) - l_s(1 + \alpha_s\theta_s) \quad (\text{H.1})$$

kde je

l	měřená veličina, to je délka při 20 °C koncové měrky, která bude kalibrována;
l_s	délka etalonu při 20 °C, jak je uvedena v jeho kalibračním listu;
α a α_s	koeficienty tepelné roztažnosti měrky, která bude kalibrována, eventuelně etalonu;
θ a θ_s	odchyly teploty měrky, respektive etalonu od 20 °C referenční teploty.

H.1.2 Matematický model

Měřená veličina z rovnice (H.1) je dána rovnicí

$$l = \frac{l_s(1 + \alpha_s\theta_s) + d}{(1 + \alpha\theta)} = l_s + d + l_s(\alpha_s\theta_s - \alpha\theta) + \dots \quad (\text{H.2})$$

Jestliže rozdíl mezi teplotou kalibrované koncové měrky a teplotou etalonu je popsán jako $\delta\theta = \theta - \theta_s$ a rozdíl mezi jejich koeficienty tepelné roztažnosti jako $\delta\alpha = \alpha - \alpha_s$, obdrží se z rovnice (H.2)

$$l = f(l_s, d, \alpha_s, \theta, \delta\alpha, \delta\theta) = l_s + d - l_s(\delta\alpha \times \theta + \alpha_s \times \delta\theta) \quad (\text{H.3})$$

H.1.1 The measurement problem

The length of a nominally 50 mm end gauge is determined by comparing it with a known standard of the same nominal length. The direct output of the comparison of the two end gauges is the difference d in their lengths:

where

l	is	the measurand, that is, the length at 20 °C of the end gauge being calibrated;
l_s	is	the length of the standard at 20 °C as given in its calibration certificate;
α and α_s	are	the coefficients of thermal expansion, respectively, of the gauge being calibrated and the standard;
θ and θ_s	are	the <i>deviations</i> in temperature from the 20 °C reference temperature, respectively, of the gauge and the standard.

H.1.2 Mathematical model

From equation (H.1), the measurand is given by

If the difference in temperature between the end gauge being calibrated and the standard is written as $\delta\theta = \theta - \theta_s$, and the difference in their thermal expansion coefficients as $\delta\alpha = \alpha - \alpha_s$, equation (H.2) becomes

Rozdíly $\delta\theta$ a $\delta\alpha$, ale ne jejich nejistoty, mají odhad roven nule; a o $\delta\alpha$, α_s , $\delta\theta$, a θ , se předpokládá, že jsou nekorelované. (Kdyby byla měřená veličina vyjádřena v závislosti na θ , θ_s , α a α_s , tak by musela být vzata v úvahu korelace mezi θ a θ_s a mezi α a α_s).

Tedy z rovnice (H.3) vyplývá, že odhad hodnoty měřené veličiny l může být získán z jednoduchého výrazu $l_s + \bar{d}$, kde l_s je délka etalonu při 20 °C, jak je dána v jeho kalibračním listu, a d je odhadnutá pomocí \bar{d} , aritmetického průměru $n = 5$ nezávislých opakovaných pozorování. Kombinovaná standardní nejistota $u_c(l)$ je získána použitím rovnice (10) v 5.1.2 v rovnici (H.3), jak je následně vysvětleno.

POZNÁMKA

V tomto a dalších příkladech je pro zjednodušení použita stejná značka veličiny i jejího odhadu.

H.1.3 Příspěvkající rozptyly

Související body tohoto příkladu, jak jsou probrány v tomto a následujících člancích, jsou shrnuty v tabulce H.1.

Protože se předpokládá, že $\delta\alpha = 0$ a $\delta\theta = 0$, použití rovnice (10) v 5.1.2 v rovnici (H.3) poskytne

$$u_c^2(l) = c_s^2 u^2(l_s) + c_d^2 u^2(d) + c_{\alpha_s}^2 u^2(\alpha_s) + c_{\theta}^2 u^2(\theta) + c_{\delta\alpha}^2 u^2(\delta\alpha) + c_{\delta\theta}^2 u^2(\delta\theta) \quad (\text{H.4})$$

se

with

$$c_s = \partial f / \partial l_s = 1 - (\delta\alpha \theta + \alpha_s \delta\theta) = 1$$

$$c_d = \partial f / \partial d = 1$$

$$c_{\alpha_s} = \partial f / \partial \alpha_s = -l_s \delta\theta = 0$$

$$c_{\theta} = \partial f / \partial \theta = -l_s \delta\alpha = 0$$

$$c_{\delta\alpha} = \partial f / \partial \delta\alpha = -l_s \theta$$

$$c_{\delta\theta} = \partial f / \partial \delta\theta = -l_s \alpha_s$$

a kde

and thus

$$u_c^2(l) = u^2(l_s) + u^2(d) + l_s^2 \theta^2 u^2(\delta\alpha) + l_s^2 \alpha_s^2 u^2(\delta\theta) \quad (\text{H.5})$$

The differences $\delta\theta$ and $\delta\alpha$ but not their uncertainties, are estimated to be zero; and $\delta\alpha$, α_s , $\delta\theta$, and θ are assumed to be uncorrelated. (If the measurand were expressed in terms of the variables θ , θ_s , α and α_s , it would be necessary to include the correlation between θ and θ_s , and between α and α_s .)

It thus follows from equation (H.3) that the estimate of the value of the measurand l may be obtained from the simple expression $l_s + \bar{d}$ where l_s is the length of the standard at 20 °C as given in its calibration certificate and d is estimated by \bar{d} the arithmetic mean of $n = 5$ independent repeated observations. The combined standard uncertainty $u_c(l)$ of l is obtained by applying equation (10) in 5.1.2 to equation (H.3), as discussed below.

NOTE

In this and the other examples, for simplicity of notation, the same symbol is used for a quantity and its estimate

H.1.3 Contributory variances

The pertinent aspects of this example as discussed in this and the following subclauses are summarized in table H.1.

Since it is assumed that $\delta\alpha = 0$ and $\delta\theta = 0$, the application of equation (10) in 5.1.2 to equation (H.3) yields

H.1.3.1 Nejistota kalibrace etalonu, $u(l_s)$

Kalibrační list udává rozšířenou nejistotu etalonu $U = 0,075 \mu\text{m}$ a uvádí, že byla získána použitím koeficientu rozšíření $k = 3$. Standardní nejistota je tedy

$$u(l_s) = (0,075 \mu\text{m})/3 = 25 \text{ nm}$$

H.1.3.2 Nejistota měřeného rozdílu délek, $u(d)$

Sdružená výběrová směrodatná odchylka charakterizující porovnání měření l a l_s byla určena z rozptylu 25 nezávislých opakovaných pozorování rozdílů délek dvou etalonů mezních měřidel a bylo zjištěno, že je 13 nm. K porovnání v tomto případě bylo vzato pět opakovaných pozorování. Standardní nejistota spojená s aritmetickým průměrem těchto hodnot je tedy (viz 4.2.4)

$$u(\bar{d}) = s(\bar{d}) = (13 \text{ nm})/\sqrt{5} = 5,8 \text{ nm}$$

Podle kalibračního listu komparátoru použitého k porovnání l s l_s , jehož nejistota „z důvodu náhodných chyb“ je $\pm 0,01 \mu\text{m}$ při konfidenční úrovni 95 % z 6 opakovaných měření; tedy standardní nejistota, použitím t -faktoru $t_{95}(5) = 2,57$ pro $\nu = 6 - 1 = 5$ stupňů volnosti (viz příloha G, tabulka G.2), je

$$u(d_1) = (0,01 \mu\text{m})/2,57 = 3,9 \text{ nm}$$

Nejistota komparátoru „z důvodu systematických chyb“ je dána certifikací jako $0,02 \mu\text{m}$ při „úrovni tři sigma“. Standardní nejistota z tohoto důvodu může tedy být brána takto

$$u(d_2) = (0,02 \mu\text{m})/3 = 6,7 \text{ nm}$$

Celkový příspěvek je získán ze součtu odhadnutých rozptylů:

$$u^2(d) = u^2(\bar{d}) + u^2(d_1) + u^2(d_2) = 93 \text{ nm}^2$$

nebo

H.1.3.1 Uncertainty of the calibration of the standard, $u(l_s)$

The calibration certificate gives as the expanded uncertainty of the standard $U = 0,075 \mu\text{m}$ and states that it was obtained using a coverage factor of $k = 3$. The standard uncertainty is then

H.1.3.2 Uncertainty of the measured difference in lengths, $u(d)$

The pooled experimental standard deviation characterizing the comparison of l and l_s was determined from the variability of 25 independent repeated observations of the difference in lengths of two standard end gauges and was found to be 13 nm. In the comparison of this example, five repeated observations were taken. The standard uncertainty associated with the arithmetic mean of these readings is then (see 4.2.4)

According to the calibration certificate of the comparator used to compare l with l_s , its uncertainty “due to random errors” is $\pm 0,01 \mu\text{m}$ at a level of confidence of 95 percent and is based on 6 replicate measurements; thus the standard uncertainty, using the t -factor $t_{95}(5) = 2,57$ for $\nu = 6 - 1 = 5$ degrees of freedom (see annex G, table G.2), is

The uncertainty of the comparator “due to systematic errors” is given in the certificate as $0,02 \mu\text{m}$ at the „three sigma level.“ The standard uncertainty from this cause may therefore be taken to be

The total contribution is obtained from the sum of the estimated variances:

or

$$u(d) = 9,7 \text{ nm}$$

Tabulka H.1 – Přehled složek standardní nejistoty

Table H.1 – Summary of standard uncertainty components

Složka standardní nejistoty $u(x_i)$	Zdroj nejistoty	Hodnota standardní nejistoty $u(x_i)$	$c_i \equiv \partial f / \partial x_i$	$u_i(l) \equiv c_i u(x_i)$ (nm)	Počet stupňů volnosti
Standard uncertainty component $u(x_i)$	Source of uncertainty	Value of standard uncertainty $u(x_i)$			Degrees of freedom
$u(l_s)$	kalibrace etalonu koncové měrky Calibration of standard end gauge	25 nm	1	25	18
$u(d)$	měřená odchylka mezi koncovými měrkami Measured difference between end gauges	9,7 nm	1	9,7	25,6
$u(\bar{d})$	opakovaná pozorování repeated observations	5,8 nm			24
$u(d_1)$	náhodné vlivy komparátoru random effects of comparator	3,9 nm			5
$u(d_2)$	systematické vlivy komparátoru systematic effects of comparator	6,7 nm			8
$u(\alpha_s)$	koeficient tepelné roztažnosti etalonu koncové měrky Thermal expansion coefficient of standard end gauge	$1,2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	0	0	
$u(\theta)$	teplota zkušebního držáku Temperature of test bed	0,41 $^\circ\text{C}$	0	0	
$u(\bar{\theta})$	střední hodnota teploty držáku mean temperature of bed	0,2 $^\circ\text{C}$			
$u(\Delta)$	cyklické kolísání hodnoty teploty místnosti cyclic variation of temperature of room	0,35 $^\circ\text{C}$			
$u(\delta\alpha)$	odchylka koeficientu roztažnosti koncových měrek Difference in expansion coefficients of end gauges	$0,58 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	$-l_s \theta$	2,9	50
$u(\delta\theta)$	odchylka teploty koncových měrek Difference in temperatures of end gauges	0,029 $^\circ\text{C}$	$-l_s \alpha_s$	16,6	2
			$u_c^2(l) = \sum u_i^2(l) = 1\,002 \text{ nm}^2$ $u_c(l) = 32 \text{ nm}$ $\nu_{\text{eff}}(l) = 16$		

H.1.3.3 Nejistota součinitele tepelné roztažnosti, $u(\alpha_s)$

Součinitel tepelné roztažnosti etalonu koncové měrky je dán jako $\alpha_s = 11,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ s nejistotou vyjádřenou pravoúhlým rozdělením majícím meze $\pm 2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Standardní nejistota je tedy [viz rovnice (7) v 4.3.7]

$$u(\alpha_s) = \frac{2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}}{\sqrt{3}} = 1,2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

Zatímco $c_{\alpha_s} = \partial f / \partial \alpha_s = -l_s \delta \theta = 0$, jak je znázorněna v H.1.3, tato nejistota nijak nepřispívá k nejistotě l prvního řádu. Avšak má příspěvek druhého řádu, jak je vysvětleno v H.1.7.

H.1.3.4 Nejistota odchylky teploty meziho měřidla, $u(\theta)$

Teplota zkušebního držáku je uvedena $(19,9 \pm 0,5) \text{ }^\circ\text{C}$; teplota během jednotlivých pozorování nebyla zaznamenávána. Stanovená maximální odchylka $\Delta = 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ má vyjadřovat přibližnou amplitudu cyklického kolísání teploty vlivem termostatického systému a ne nejistotu střední hodnoty teploty. Hodnota střední odchylky teploty

$$\bar{\theta} = 19,9 \text{ }^\circ\text{C} - 20 \text{ }^\circ\text{C} = -0,1 \text{ }^\circ\text{C}$$

je zaznamenána, že má standardní nejistotu způsobenou vlastní nejistotou střední hodnoty teploty zkušebního držáku

$$u(\bar{\theta}) = 0,2 \text{ }^\circ\text{C}$$

zatímco cyklické kolísání v čase vytváří rozdělení teplot ve tvaru U (arcussinus) a vyúsťuje ve standardní nejistotu

$$u(\Delta) = (0,5 \text{ }^\circ\text{C}) / \sqrt{2} = 0,35 \text{ }^\circ\text{C}$$

Teplotní odchylku θ je dovoleno brát rovnou $\bar{\theta}$; standardní nejistota θ je získána z

$$u^2(\theta) = u^2(\bar{\theta}) + u^2(\Delta) = 0,165 \text{ }^\circ\text{C}$$

H.1.3.3 Uncertainty of the thermal expansion coefficient, $u(\alpha_s)$

The coefficient of thermal expansion of the standard end gauge is given as $\alpha_s = 11,5 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ with an uncertainty represented by a rectangular distribution with bounds $\pm 2 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. The standard uncertainty is then [see equation (7) in 4.3.7]

Since $c_{\alpha_s} = \partial f / \partial \alpha_s = -l_s \delta \theta = 0$ as indicated in H.1.3, this uncertainty contributes nothing to the uncertainty of l in first order. It does, however, have a second-order contribution that is discussed in H.1.7.

H.1.3.4 Uncertainty of the deviation of the temperature of the end gauge, $u(\theta)$

The temperature of the test bed is reported as $(19,9 \pm 0,5) \text{ }^\circ\text{C}$; the temperature at the time of the individual observations was not recorded. The stated maximum offset, $\Delta = 0,5 \text{ }^\circ\text{C}$, is said to represent the amplitude of an approximately cyclical variation of the temperature under a thermostatic system, not the uncertainty of the mean temperature. The value of the mean temperature deviation

is reported as having a standard uncertainty itself due to the uncertainty in the mean temperature of the test bed of

while the cyclic variation in time produces a U-shaped (arcsine) distribution of temperatures resulting in a standard uncertainty of

The temperature deviation θ may be taken equal to $\bar{\theta}$, and the standard uncertainty of θ is obtained from

a z toho vyplývá

which gives

$$u(\theta) = 0,41 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Zatímco $c_\theta = \partial f / \partial \theta = -I_\zeta \delta\alpha = 0$, jak je uvedeno v odstavci H.1.3, tato nejistota také nijak nepřispívá k nejistotě l prvního řádu. Ale má příspěvek druhého řádu, jak je vysvětleno v H.1.7.

Since $c_\theta = \partial f / \partial \theta = -I_\zeta \delta\alpha = 0$ as indicated in H.1.3, this uncertainty also contributes nothing to the uncertainty of l in first order; but it does have a second-order contribution that is discussed in H.1.7.

H.1.3.5 Nejistota rozdílu součinitelů roztažnosti, $u(\delta\alpha)$

H.1.3.5 Uncertainty of the difference in expansion coefficients, $u(\delta\alpha)$

Odhad hranic rozptylu $\delta\alpha$ je $\pm 1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $\delta\alpha$ může mít se stejnou pravděpodobností jakoukoliv hodnotu uvnitř těchto mezí. Standardní nejistota je

The estimated bounds on the variability of $\delta\alpha$ are $\pm 1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ with an equal probability of $\delta\alpha$ having any value within those bounds. The standard uncertainty is

$$u(\delta\alpha) = (1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}) / \sqrt{3} = 0,58 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

H.1.3.6 Nejistota rozdílu mezi teplotami měřidel, $u(\delta\theta)$

H.1.3.6 Uncertainty of the difference in temperatures of the gauges, $u(\delta\theta)$

Očekává se, že etalonová a zkoušená měřidla mají stejnou teplotu, ale rozdíl teploty může se stejnou pravděpodobností ležet kdekoli uvnitř odhadnutého intervalu $-0,05 \text{ } ^\circ\text{C}$ až $+0,05 \text{ } ^\circ\text{C}$. Standardní nejistota je

The standard and the test gauge are expected to be at the same temperature, but the temperature difference could lie with equal probability anywhere in the estimated interval $-0,05 \text{ } ^\circ\text{C}$ to $+0,05 \text{ } ^\circ\text{C}$. The standard uncertainty is

$$u(\delta\theta) = (0,05 \text{ } ^\circ\text{C}) / \sqrt{3} = 0,029 \text{ } ^\circ\text{C}$$

H.1.4 Kombinovaná standardní nejistota

H.1.4 Combined standard uncertainty

Kombinovaná standardní nejistota $u_c(l)$ je vypočítána z rovnice (H.5). Jednotlivé prvky jsou shromážděny a dosazeny do tohoto výrazu k získání

The combined standard uncertainty $u_c(l)$ is calculated from equation (H.5). The individual terms are collected and substituted into this expression to obtain

$$u_c^2(l) = (25 \text{ nm})^2 + (9,7 \text{ nm})^2 + (0,05 \text{ m})^2 (-0,1 \text{ } ^\circ\text{C})^2 (0,58 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})^2 + (0,05 \text{ m})^2 (11,5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})^2 (0,029 \text{ } ^\circ\text{C})^2 \quad (\text{H.6a})$$

$$= (25 \text{ nm})^2 + (9,7 \text{ nm})^2 + (2,9 \text{ nm})^2 + (16,6 \text{ nm})^2 = 1\,002 \text{ nm}^2 \quad (\text{H.6b})$$

nebo

or

$$u_c(l) = 32 \text{ nm} \quad (\text{H.6c})$$

Dominantní složka nejistoty je zřejmě složkou etalonu, $u(l_s) = 25 \text{ nm}$.

The dominant component of uncertainty is obviously that of the standard, $u(l_s) = 25 \text{ nm}$.

H.1.5 Konečný výsledek

Kalibrační certifikát etalonové koncové měřky udává $l_s = 50,000\ 623$ mm jako jeho délku při 20 °C. Aritmetický průměr \bar{d} pěti opakovaných pozorování rozdílu délek mezi neznámým mezním měřidlem a etalonem je 215 nm. Tedy zatímco $l = l_s + \bar{d}$ (viz H.1.2), délka l neznámého mezního měřidla při 20 °C je 50,000 838 mm. Podle 7.2.2 je dovoleno konečný výsledek měření vyjádřit jako:

$l = 50,000\ 838$ mm s kombinovanou standardní nejistotou $u_c = 32$ nm. Odpovídající relativní kombinovaná standardní nejistota je $u_c/l = 6,4 \times 10^{-7}$.

H.1.6 Rozšířená nejistota

Je požadováno získat rozšířenou nejistotu $U_{99} = k_{99}u_c(l)$, která poskytuje interval s konfidenční úrovní přibližně 99 %. Použitý postup je shrnut v G.6.4 a požadované stupně volnosti jsou uvedeny v tabulce H.1. Ty byly získány následovně:

- 1) *Nejistota $u(l_s)$ kalibrace etalonu* [H.1.3.1]. Kalibrační list uvádí, že efektivní stupně volnosti kombinované standardní nejistoty, ze kterých je uvedena rozšířená nejistota získána, jsou $\nu_{\text{eff}}(l_s) = 18$.

H.1.5 Final result

The calibration certificate for the standard end gauge gives $l_s = 50,000\ 623$ mm as its length at 20 °C. The arithmetic mean \bar{d} of the five repeated observations of the difference in lengths between the unknown end gauge and the standard gauge is 215 nm.

Thus, since $l = l_s + \bar{d}$ (see H.1.2), the length l of the unknown end gauge at 20 °C is 50,000 838 mm. Following 7.2.2, the final result of the measurement may be stated as:

$l = 50,000\ 838$ mm with a combined standard uncertainty $u_c = 32$ nm. The corresponding relative combined standard uncertainty is $u_c/l = 6,4 \times 10^{-7}$.

H.1.6 Expanded uncertainty

Suppose that one is required to obtain an expanded uncertainty $U_{99} = k_{99}u_c(l)$ that provides an interval having a level of confidence of approximately 99 percent. The procedure to use is that summarized in G.6.4, and the required degrees of freedom are indicated in table H.1. These were obtained as follows:

- 1) *Uncertainty of the calibration of the standard, $u(l_s)$* [H. 1.3.1]. The calibration certificate states that the effective degrees of freedom of the combined standard uncertainty from which the quoted expanded uncertainty was obtained is $\nu_{\text{eff}}(l_s) = 18$.

2) *Nejistota $u(d)$ měřeného rozdílu délek* [H.1.3.2]. Ačkoli \bar{d} byl získán z pěti opakovaných pozorování, je $\nu(\bar{d}) = 25 - 1 = 24$ stupňů volnosti pro $u(\bar{d})$, protože $u(\bar{d})$ byla získána ze sdružené výběrové směrodatné odchylky na základě 25 pozorování (viz H.3.6, poznámka). Počet stupňů volnosti pro $u(d_1)$, nejistoty náhodných vlivů na komparátor, je $\nu(d_1) = 6 - 1 = 5$, protože d_1 bylo získáno ze šesti opakovaných měření. U nejistoty $\pm 0,02 \mu\text{m}$, způsobené systematickými vlivy na komparátor je dovoleno předpokládat, že je spolehlivá ze 25 %. Počet stupňů volnosti z rovnice (G.3) v G.4.2 je $\nu(d_2) = 8$ (viz příklad v G.4.2). Efektivní počet stupňů volnosti $\nu_{\text{eff}}(d)$ pro $u(d)$ je tedy získán z rovnice (G.2b) v G.4.1:

$$\nu_{\text{eff}}(d) = \frac{[u^2(\bar{d}) + u^2(d_1) + u^2(d_2)]^2}{\frac{u^4(\bar{d})}{\nu(\bar{d})} + \frac{u^4(d_1)}{\nu(d_1)} + \frac{u^4(d_2)}{\nu(d_2)}} = \frac{(9,7 \text{ nm})^4}{\frac{(5,8 \text{ nm})^4}{24} + \frac{(3,9 \text{ nm})^4}{5} + \frac{(6,7 \text{ nm})^4}{8}} = 25,6$$

3) *Nejistota $u(\delta\alpha)$ rozdílu mezi koeficienty roztažnosti* [H.1.3.5]. Odhad mezi $\pm 1 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ pro rozptyl $\delta\alpha$ je považován za spolehlivý z 10 %. To dává z rovnice (G.3) v G.4.2 $\nu(\delta\alpha) = 50$.

4) *Nejistota $u(\delta\theta)$ rozdílu mezi teplotami měrek*, [H.1.3.6]. Odhad intervalu rozdílu teplot $\delta\theta$ $-0,05 \text{ }^\circ\text{C}$ až $+0,05 \text{ }^\circ\text{C}$ je pokládán za spolehlivý pouze z 50 %, což z rovnice (G.3) v odstavci G.4.2 dává $\nu(\delta\theta) = 2$.

Při výpočtu $\nu_{\text{eff}}(l)$ z rovnice (G.2b) v G.4.1 se postupuje přesně stejnou cestou jako při výpočtu $\nu_{\text{eff}}(d)$ v předcházejícím bodě 2). Tedy z rovnice (H.6b) a (H.6c) s hodnotami pro ν uvedenými v bodech 1) až 4)

2) *Uncertainty of the measured difference in lengths, $u(d)$* [H.1.3.2]. Although \bar{d} was obtained from five repeated observations, because $u(\bar{d})$ was obtained from a pooled experimental standard deviation based on 25 observations, the degrees of freedom of $u(\bar{d})$ is $\nu(\bar{d}) = 25 - 1 = 24$ (see H.3.6, note). The degrees of freedom of $u(d_1)$, the uncertainty due to random effects on the comparator, is $\nu(d_1) = 6 - 1 = 5$ because d_1 was obtained from six repeated measurements. The $\pm 0,02 \mu\text{m}$ uncertainty for systematic effects on the comparator may be assumed to be reliable to 25 percent, and thus the degrees of freedom from equation (G.3) in G.4.2 is $\nu(d_2) = 8$ (see the example of G.4.2). The effective degrees of freedom of $u(d)$, $\nu_{\text{eff}}(d)$, is then obtained from equation (G.2b) in G.4.1:

3) *Uncertainty of the difference in expansion coefficients, $u(\delta\alpha)$* [H.1.3.5]. The estimated bounds of $\pm 1 \times 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ on the variability of $\delta\alpha$ are deemed to be reliable to 10 percent. This gives, from equation (G.3) in G.4.2, $\nu(\delta\alpha) = 50$.

4) *Uncertainty of the difference in temperatures of the gauges, $u(\delta\theta)$* [H.1.3.6]. The estimated interval $-0,05 \text{ }^\circ\text{C}$ to $+0,05 \text{ }^\circ\text{C}$ for the temperature difference $\delta\theta$ is believed to be reliable only to 50 percent, which from equation (G.3) in G.4.2 gives $\nu(\delta\theta) = 2$.

The calculation of $\nu_{\text{eff}}(l)$ from equation (G.2b) in G.4.1 proceeds in exactly the same way as for the calculation of $\nu_{\text{eff}}(d)$ in 2) above. Thus from equations (H.6b) and (H.6c) and the values for ν given in 1) through 4),

$$v_{\text{eff}}(l) = \frac{(32 \text{ nm})^4}{\frac{(25 \text{ nm})^4}{18} + \frac{(9,7 \text{ nm})^4}{25,6} + \frac{(2,9 \text{ nm})^4}{50} + \frac{(16,6 \text{ nm})^4}{2}} = 16,7$$

K získání požadované rozšířené nejistoty je tato hodnota nejdříve zaokrouhlena k nejbližšímu menšímu celému číslu, $v_{\text{eff}}(l) = 16$. Potom z tabulky G.2 v příloze G následuje $t_{99}(16) = 2,92$ a odtud

$U_{99} = t_{99}(16)u_c(l) = 2,92 \times (32 \text{ nm}) = 93 \text{ nm}$. Potom z rovnice 7.2.4 může být konečný výsledek měření stanoven takto:

$l = (50,000\,839 \pm 0,000\,093) \text{ mm}$, kde číslo následující za znakem \pm je číselná hodnota rozšířené nejistoty $U = ku_c$, s U určenou z kombinované standardní nejistoty $u_c = 32 \text{ nm}$ a koeficientu rozšíření $k = 2,92$, jehož hodnota spočívá na t -rozdělení pro $\nu = 16$ stupňů volnosti a určuje interval s odhadnutou konfidenční úrovní 99 %. Odpovídající relativní rozšířená nejistota je $U/l = 1,9 \times 10^{-6}$.

H.1.7 Prvky druhého řádu

Poznámka k 5.1.2 vysvětluje, že rovnice (10), která je použita v tomto příkladu k získání kombinované standardní nejistoty $u_c(l)$, musí být rozšířena, pokud je nelinearita funkce $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ tak významná, že nesmí být opominuty prvky vyššího řádu rozvoje Taylorovy řady. V případě tohoto příkladu, hodnocení $u_c(l)$, jak je uvedeno dále, není úplné. Použití výrazu uvedeného v poznámce k 5.1.2 v rovnici (H.3) poskytuje ve skutečnosti dva rozdílné neopomenutelné členy druhého řádu k přičítání k rovnici (H.5). Tyto prvky, které vznikají z kvadratického členu výrazu v poznámce, jsou

$$l_s^2 u^2(\delta\alpha) u^2(\theta) + l_s^2 u^2(\alpha_s) u^2(\delta\theta)$$

ale pouze první z těchto členů přispívá významně k $u_c(l)$:

To obtain the required expanded uncertainty, this value is first truncated to the next lower integer, $v_{\text{eff}}(l) = 16$. It then follows from table G.2 in annex G that $t_{99}(16) = 2,92$, and hence $U_{99} = t_{99}(16)u_c(l) = 2,92 \times (32 \text{ nm}) = 93 \text{ nm}$. Following 7.2.4, the final result of the measurement may be stated as:

$l = (50,000\,838 \pm 0,000\,093) \text{ mm}$, where the number following the symbol \pm is the numerical value of an expanded uncertainty $U = ku_c$, with U determined from a combined standard uncertainty $u_c = 32 \text{ nm}$ and a coverage factor $k = 2,92$ based on the t -distribution for $\nu = 16$ degrees of freedom, and defines an interval estimated to have a level of confidence of 99 percent. The corresponding relative expanded uncertainty is $U/l = 1,9 \times 10^{-6}$.

H.1.7 Second-order terms

The note to 5.1.2 points out that equation (10), which is used in this example to obtain the combined standard uncertainty $u_c(l)$, must be augmented when the nonlinearity of the function $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ is so significant that the higher-order terms in the Taylor series expansion cannot be neglected. Such is the case in this example, and therefore the evaluation of $u_c(l)$ as presented up to this point is not complete. Application to equation (H.3) of the expression given in the note to 5.1.2 yields in fact two distinct non-negligible second-order terms to be added to equation (H.5). These terms, which arise from the quadratic term in the expression of the note, are

but only the first of these terms contributes significantly to $u_c(l)$:

$$I_{\zeta} u(\delta\alpha) u(\theta) = (0,05\text{m}) (0,58 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}) (0,41 \text{ }^{\circ}\text{C}) = 11,7 \text{ nm}$$

$$I_{\zeta} u(\alpha_{\zeta}) u(\delta\theta) = (0,05\text{m}) (1,2 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}) (0,029 \text{ }^{\circ}\text{C}) = 1,7 \text{ nm}$$

Členy druhého řádu zvyšují $u_{\zeta}(I)$ z 32 nm na 34 nm.

H.2 Simultánní měření odporu a reaktance

Tento příklad demonstruje zpracování hromadných měřených veličin nebo výstupních veličin určených současně ve stejném měření a korelaci jejich odhadů. Bere v úvahu pouze pozorování náhodných kolísání; nejistota korekcí systematických vlivů v aktuální praxi by mohla také přispívat k nejistotě výsledků měření. Data jsou analyzována dvěma odlišnými způsoby, ale oba v podstatě poskytují stejné číselné hodnoty.

H.2.1 Úloha měření

Odpor R a reaktance X obvodového prvku jsou určeny měřením amplitudy sinusového střídavého napětí V na jeho svorkách, amplitudy střídavého proudu I , který jím protéká a úhlu fázového posuvu ϕ střídavého napětí ve vztahu ke střídavému proudu. Tři vstupní veličiny tedy jsou V , I a ϕ a tři výstupní veličiny – měřené veličiny – jsou tři složky impedance R , X a Z . Protože $Z^2 = R^2 + X^2$, jsou zde pouze dvě nezávislé výstupní veličiny.

H.2.2 Matematický model a data

Měřené veličiny se vztahují ke vstupním veličinám podle Ohmova zákona:

$$R = \frac{V}{I} \cos\Phi; X = \frac{V}{I} \sin\Phi; Z = \frac{V}{I}$$

(H.7)

The second-order terms increase $u_{\zeta}(I)$ from 32 nm to 34 nm.

H.2 Simultaneous resistance and reactance

This example demonstrates the treatment of multiple measurands or output quantities determined simultaneously in the same measurement and the correlation of their estimates. It considers only the random variations of the observations; in actual practice, the uncertainties of corrections for systematic effects would also contribute to the uncertainty of the measurement results. The data are analysed in two different ways with each yielding essentially the same numerical values.

H.2.1 The measurement problem

The resistance R and the reactance X of a circuit element are determined by measuring the amplitude V of a sinusoidally-alternating potential difference across its terminals, the amplitude I of the alternating current passing through it, and the phase-shift angle ϕ of the alternating potential difference relative to the alternating current. Thus the three input quantities are V , I and ϕ and the three output quantities – the measurands – are the three impedance components R , X , and Z . Since $Z^2 = R^2 + X^2$, there are only two independent output quantities.

H.2.2 Mathematical model and data

The measurands are related to the input quantities by Ohm's law:

Předpokládá se, že pět nezávislých množin současných pozorování vstupních veličin V , I a ϕ je získáno za stejných podmínek (viz B.2.15) a výsledkem jsou data uvedená v tabulce H.2. Dále jsou také uvedeny aritmetické průměry těchto pozorování a výběrové směrodatné odchylky těchto průměrů vypočítaných z rovnic (3) a (5) v 4.2. Střední hodnoty jsou brány jako nejlepší odhady očekávaných hodnot vstupních veličin a výběrové směrodatné odchylky jsou standardní nejistoty těchto středních hodnot.

Jelikož střední hodnoty \bar{V} , \bar{I} a $\bar{\Phi}$ jsou získány ze současných pozorování, jsou korelované a korelace musí být vzata v úvahu při hodnocení standardních nejistot měřených veličin R , X a Z . Požadované korelační koeficienty jsou snadno získány z rovnice (14) z 5.2.2 použitím hodnot $s(\bar{V}, \bar{I})$, $s(\bar{V}, \bar{\Phi})$ a $s(\bar{I}, \bar{\Phi})$ vypočítaných z rovnice (17) v 5.2.3. Výsledky jsou zahrnuty do tabulky H.2, kde se má myslet na to, že obecně $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$ a $r(x_i, x_i) = 1$.

Consider that five independent sets of simultaneous observations of the three input quantities V , I , and ϕ are obtained under similar conditions (see B.2.15), resulting in the data given in table H.2. The arithmetic means of the observations and the experimental standard deviations of those means calculated from equations (3) and (5) in 4.2 are also given. The means are taken as the best estimates of the expected values of the input quantities, and the experimental standard deviations are the standard uncertainties of those means.

Because the means \bar{V} , \bar{I} , and $\bar{\Phi}$ are obtained from simultaneous observations, they are correlated and the correlations must be taken into account in the evaluation of the standard uncertainties of the measurands R , X , and Z . The required correlation coefficients are readily obtained from equation (14) in 5.2.2 using values of $s(\bar{V}, \bar{I})$, $s(\bar{V}, \bar{\Phi})$, and $s(\bar{I}, \bar{\Phi})$ calculated from equation (17) in 5.2.3. The results are included in table H.2, where it should be recalled that $r(x_i, x_j) = r(x_j, x_i)$ and $r(x_i, x_i) = 1$.

Tabulka H.2 – Hodnoty vstupních veličin V , I a Φ získaných z pěti sad současných pozorováníTable H.2 – Values of the input quantities V , I , and Φ obtained from five sets of simultaneous observations

Číslo sady pozorování Set number	Vstupní veličiny Input quantities		
	V (V)	I (mA)	Φ (rad)
1	5,007	19,663	1,045 6
2	4,994	19,639	1,043 8
3	5,005	19,640	1,046 8
4	4,990	19,685	1,042 8
5	4,999	19,678	1,043 3
Aritmetický průměr Arithmetic mean	$\bar{V} = 4,999\ 0$	$\bar{I} = 19,661\ 0$	$\bar{\phi} = 1,044\ 46$
Výběrová směrodatná odchylka středních hodnot Experimental standard deviation of mean	$s(\bar{V}) = 0,003\ 2$	$s(\bar{I}) = 0,009\ 5$	$s(\bar{\phi}) = 0,000\ 75$
korelační koeficienty Correlation coefficients			
$r(\bar{V}, \bar{I}) =$		-0,36	
$r(\bar{V}, \bar{\phi}) =$		0,86	
$r(\bar{I}, \bar{\phi}) =$		-0,65	

H.2.3 Výsledky: první přístup

První přístup je shrnut v tabulce H.3.

Hodnoty tří měřených veličin R , X a Z jsou získány ze vztahů uvedených v rovnici (H.7) použitím středních hodnot \bar{V} , \bar{I} a $\bar{\phi}$ uvedených v tabulce H.2 pro V , I a ϕ . Standardní nejistoty R , X a Z jsou získány z rovnice (16) v 5.2.2 zatímco, jak bylo předtím zjištěno, vstupní veličiny \bar{V} , \bar{I} a $\bar{\phi}$ jsou korelované. Jako příklad se uvažuje $Z = \bar{V} / \bar{I}$. Ztotožněním \bar{V} s x_1 , \bar{I} s x_2 a f s $Z = \bar{V} / \bar{I}$, rovnice (16) v 5.2.2 poskytuje kombinovanou standardní nejistotu Z

H.2.3 Results: approach 1

Approach 1 is summarized in Table H.3.

The values of the three measurands R , X , and Z are obtained from the relations given in equation (H.7) using the mean values \bar{V} , \bar{I} , and $\bar{\phi}$ of table H.2 for V , I , and ϕ . The standard uncertainties of R , X , and Z are obtained from equation (16) in 5.2.2 since, as pointed out above, the input quantities \bar{V} , \bar{I} , and $\bar{\phi}$ are correlated. As an example, consider $Z = \bar{V} / \bar{I}$. Identifying \bar{V} with x_1 , \bar{I} with x_2 and f with $Z = \bar{V} / \bar{I}$, equation (16) in 5.2.2 yields for the combined standard uncertainty of Z

$$u_c^2(Z) = \left(\frac{1}{\bar{T}}\right)^2 u^2(\bar{V}) + \left(\frac{\bar{V}}{\bar{T}^2}\right)^2 u^2(\bar{T}) + 2\left(\frac{1}{\bar{T}}\right) \left(-\frac{\bar{V}}{\bar{T}^2}\right) u(\bar{V})u(\bar{T})r(\bar{V}, \bar{T}) \quad (\text{H.8a})$$

$$= Z^2 \left[\frac{u(\bar{V})}{\bar{V}}\right]^2 + Z^2 \left[\frac{u(\bar{T})}{\bar{T}}\right]^2 - 2Z^2 \left[\frac{u(\bar{V})}{\bar{V}}\right] \left[\frac{u(\bar{T})}{\bar{T}}\right] r(\bar{V}, \bar{T}) \quad (\text{H.8b})$$

nebo

or

$$u_{c,r}^2(\bar{Z}) = u_r^2(\bar{V}) + u_r^2(\bar{T}) - 2u_r(\bar{V})u_r(\bar{T})r(\bar{V}, \bar{T}) \quad (\text{H.8c})$$

kde $u(\bar{V}) = s(\bar{V})$, $u(\bar{T}) = s(\bar{T})$ a index „r“ v posledním výrazu vyjadřuje, že u je relativní nejistota. Dosazením vhodných číselných hodnot z tabulky H.2 do rovnice (H.8a) potom je $u_c(Z) = 0,236 \Omega$.

Protože měřené veličiny nebo výstupní veličiny jsou závislé na stejných vstupních veličinách, jsou také korelované. Členy kovarianční matice, které popisují tuto korelaci, se mohou obecně napsat následovně:

where $u(\bar{V}) = s(\bar{V})$, $u(\bar{T}) = s(\bar{T})$, and the subscript “r” in the last expression indicates that u is a relative uncertainty. Substitution of the appropriate values from table H.2 into equation (H.8a) then gives $u_c(Z) = 0,236 \Omega$.

Because the three measurands or output quantities depend on the same input quantities, they too are correlated. The elements of the covariance matrix that describes this correlation may be written in general as

$$u(y_l, y_m) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial y_l}{\partial x_i} \frac{\partial y_m}{\partial x_j} u(x_i)u(x_j)r(x_i, x_j) \quad (\text{H.9})$$

kde $y_l = f_l(x_1, x_2, \dots, x_N)$ a $y_m = f_m(x_1, x_2, \dots, x_N)$. Rovnice (H.9) je zobecněním rovnice (F.2) v F.1.2.3, když q_i v tomto výrazu jsou korelované. Odhadnuté korelační koeficienty výstupních veličin jsou dány vztahem $r(y_l, y_m) = u(y_l, y_m)/u(y_l)u(y_m)$, jak je uvedeno v rovnici (14) v 5.2.2. Musí být bráno v úvahu, že diagonální členy kovarianční matice $u(y_l, y_l) \equiv u^2(y_l)$, jsou odhadem variancí výstupních veličin y_l (viz 5.2.2, poznámka 2), a že pro $m = l$ je rovnice (H.9) identická s rovnicí (16) v 5.2.2.

where $y_l = f_l(x_1, x_2, \dots, x_N)$ and $y_m = f_m(x_1, x_2, \dots, x_N)$. Equation (H.9) is a generalization of equation (F.2) in F.1.2.3 when the q_i in that expression are correlated. The estimated correlation coefficients of the output quantities are given by $r(y_l, y_m) = u(y_l, y_m)/u(y_l)u(y_m)$, as indicated in equation (14) in 5.2.2. It should be recognized that the diagonal elements of the covariance matrix, $u(y_l, y_l) \equiv u^2(y_l)$, are the estimated variances of the output quantities y_l (see 5.2.2, note 2) and that for $m = l$, equation (H.9) is identical to equation (16) in 5.2.2.

K použití rovnice (H.9) v tomto příkladu jsou prováděny následující určení:

To apply equation (H.9) to this example, the following identifications are made:

$$y_1 = R$$

$$x_1 = \bar{V}$$

$$u(x_1) = s(x_1)$$

$$y_2 = X \quad x_2 = \bar{I} \quad N = 3$$

$$y_3 = Z \quad x_3 = \bar{\phi}$$

Výsledky výpočtů R , X a Z a jejich odhadnutých rozptylů a korelační koeficienty jsou uvedeny v tabulce H.3.

The results of the calculations of R , X , and Z and of their estimated variances and correlation coefficients are given in table H.3.

Tabulka H.3 – Vypočítané hodnoty výstupních veličin R , X a Z : první přístup

Table H.3 – Calculated values of the output quantities R , X and Z : approach 1

Index měřené veličiny l	Vztah mezi odhadem měřené veličiny y_l a vstupním odhadem x_i	Hodnota odhadu y_l , která je měřenou veličinou	Kombinovaná standardní nejistota $u_c(y_l)$ měřených veličin
Measurand index l	Relationship between estimate of measurand y_l and input estimates x_i	Value of estimate y_l , which is the result of measurement	Combined standard uncertainty $u_c(y_l)$ of result of measurement
1	$y_1 = R = (\bar{V}/\bar{I})\cos \bar{\phi}$	$y_1 = R = 127,732 \Omega$	$u_c(R) = 0,071 \Omega$
			$u_c(R)/R = 0,06 \times 10^{-2}$
2	$y_2 = X = (\bar{V}/\bar{I})\sin \bar{\phi}$	$y_2 = X = 219,847 \Omega$	$u_c(X) = 0,295 \Omega$
			$u_c(X)/X = 0,13 \times 10^{-2}$
3	$y_3 = Z = \bar{V}/\bar{I}$	$y_3 = Z = 254,260 \Omega$	$u_c(Z) = 0,236 \Omega$
			$u_c(Z)/Z = 0,09 \times 10^{-2}$
korelační koeficienty $r(y_l, y_m)$			
Correlation coefficients $r(y_l, y_m)$			
$r(y_1, y_2) = r(R, X) = -0,588$			
$r(y_1, y_3) = r(R, Z) = -0,485$			
$r(y_2, y_3) = r(X, Z) = 0,993$			

H.2.4 Výsledky: druhý přístup

Druhý přístup je shrnut v tabulce H.4.

Ačkoliv data byla získána jako pět sad pozorování tří vstupních veličin V , I a ϕ , je možné vypočítat hodnotu pro R , X a Z z každé sady vstupních dat a potom vytvořit aritmetický průměr z pěti jednotlivých hodnot k získání nejlepších odhadů R , X a Z . Výběrová směrodatná odchylka každého průměru (která je jeho kombinovanou standardní nejistotou) je potom obvyklým způsobem vypočítána z pěti jednotlivých hodnot [rovnice (5) v 4.2.3]. Odhady kovariancí tří průměrů jsou vypočítány aplikací rovnice (17) v 5.2.3 přímo na pět jednotlivých hodnot, ze kterých je každý průměr vypočítán. Nejsou žádné rozdíly mezi výstupními hodnotami, standardními nejistotami a odhady kovariancí, které vycházejí ze dvou přístupů kromě vlivů druhého řádu, příslušných k nahrazení členů takových, jako \bar{V}/\bar{I} a $\cos \bar{\phi}$ prvky \bar{V}/\bar{I} a $\overline{\cos \phi}$.

Ke znázornění tohoto přístupu uvádí tabulka H.4 hodnoty R , X a Z vypočítané pro každou z pěti sad pozorování. Aritmetické průměry, standardní nejistoty a odhady korelačních koeficientů jsou potom přímo vypočítány z těchto jednotlivých hodnot. Číselné výsledky získané tímto způsobem jsou zanedbatelně odlišné od výsledků uvedených v tabulce H.3.

H.2.4 Results: approach 2

Approach 2 is summarized in table H.4.

Since the data have been obtained as five sets of observations of the three input quantities V , I , and ϕ , it is possible to compute a value for R , X , and Z from each set of input data, and then take the arithmetic mean of the five individual values to obtain the best estimates of R , X , and Z . The experimental standard deviation of each mean (which is its combined standard uncertainty) is then calculated from the five individual values in the usual way [equation (5) in 4.2.3]; and the estimated covariances of the three means are calculated by applying equation (17) in 5.2.3 directly to the five individual values from which each mean is obtained. There are no differences in the output values, standard uncertainties, and estimated covariances provided by the two approaches except for second-order effects associated with replacing terms such as \bar{V}/\bar{I} and $\cos \bar{\phi}$ by \bar{V}/\bar{I} and $\overline{\cos \phi}$.

To demonstrate this approach, table H.4 gives the values of R , X and Z calculated from each of the five sets of observations. The arithmetic means, standard uncertainties, and estimated correlation coefficients are then directly computed from these individual values. The numerical results obtained in this way are negligibly different from the results given in table H.3.

Tabulka H.4 – Vypočítané hodnoty výstupních veličin R , X a Z : druhý přístupTable H.4 – Calculated values of the output quantities R , X , and Z : approach 2

Číslo pozorování Set number	Jednotlivé hodnoty měřených veličin Individual values of measurands		
	$R = (V/I) \cos \phi$ (Ω)	$X = (V/I) \sin \phi$ (Ω)	$Z = V/I$ (Ω)
1	127,67	220,32	254,64
2	127,89	219,79	254,29
3	127,51	220,64	254,84
4	127,71	218,97	253,49
5	127,88	219,51	254,04
Aritmetický průměr Arithmetic mean	$y_1 = \bar{R} = 127,732$	$y_2 = \bar{X} = 219,847$	$y_3 = \bar{Z} = 254,260$
Výběrová směrodatná odchylka středních hodnot Experimental standard deviation of mean	$s(\bar{R}) = 0,071$	$s(\bar{X}) = 0,295$	$s(\bar{Z}) = 0,236$
Korelační koeficienty $r(y_i, y_m)$ Correlation coefficients $r(y_i, y_m)$			
$r(y_1, y_2) = r(\bar{R}, \bar{X}) = -0,588$			
$r(y_1, y_3) = r(\bar{R}, \bar{Z}) = -0,485$			
$r(y_2, y_3) = r(\bar{X}, \bar{Z}) = 0,993$			

V terminologii poznámky k 4.1.4, je druhý přístup příkladem toho, jak získat odhad y z

výrazu $\bar{Y} = \left(\sum_{k=1}^n Y_k \right) / n$, zatímco první přístup je příkladem toho, jak získat y z výrazu $y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N)$. Jak bylo vysvětleno v této poznámce, oba přístupy obecně podávají *identické* výsledky, jestliže f je lineární funkcí svých vstupních veličin (za předpokladu, že experimentálně zjištěné korelační koeficienty jsou brány v úvahu při aplikaci prvního přístupu). Jestliže f není lineární funkce, potom se výsledky prvního přístupu budou lišit od výsledků druhého přístupu v závislosti na stupni nelinearity a na odhadnutých rozptylech a kovarianci X_i . To může být jasné z výrazu

In the terminology of the Note to 4.1.4, approach 2 is an example of obtaining the estimate y from

$\bar{Y} = \left(\sum_{k=1}^n Y_k \right) / n$, while approach 1 is an example of obtaining y from $y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N)$. As pointed out in that note, in general, the two approaches will give *identical* results if f is a linear function of its input quantities (provided that the experimentally observed correlation coefficients are taken into account when implementing approach 1). If f is not a linear function, then the results of approach 1 will differ from those of approach 2 depending on the degree of nonlinearity and the estimated variances and covariances of the X_i . This may be seen from the expression

$$y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{X}_i \partial \bar{X}_j} u(\bar{X}_i, \bar{X}_j) + \dots \quad (\text{H.10})$$

kde druhý člen pravé strany rovnice je člen druhého řádu rozvoje Taylorovy řady pro f pomocí průměrů \bar{X}_i (viz také 5.1.2, poznámka). Druhý přístup v tomto případě je preferován, protože se vyvaruje aproximace $y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N)$ a lépe odráží použitý postup měření – data byla ve skutečnosti sbírána v blocích.

Na druhé straně, druhý přístup by mohl být nevhodný, pokud by data v tabulce H.2 byla získána v následujícím pořadí: $n_1 = 5$ pozorování napětí V , potom $n_2 = 5$ pozorování proudu I a potom $n_3 = 5$ pozorování fáze ϕ ; a bylo by nemožné, kdyby $n_1 \neq n_2 \neq n_3$. (Ve skutečnosti, je špatný postup provádět měření tímto způsobem, neboť napětí přes fixní impedanci a protékající proud jsou v relaci.)

Jestliže jsou data v tabulce H.2 vysvětlena tímto způsobem tak, že druhý přístup je nevhodný, a když se předpokládá, že chybí korelace mezi veličinami V , I a ϕ , tak pozorované korelační koeficienty nemají žádný význam a mají se dosadit nulové. Jestliže se to tak provede v tabulce H.2, rovnice (H.9) se zredukuje na ekvivalent rovnice (F.2) v F.1.2.3, jmenovitě

$$u(y_l, y_m) = \sum_{i=1}^N \frac{\partial y_l}{\partial x_i} \frac{\partial y_m}{\partial x_i} u^2(x_i) \quad (\text{H.11})$$

a její použití pro údaje v tabulce H.2 vede ke změnám v tabulce H.3, jak je uvedeno v tabulce H.5

where the second term on the right-hand side is the second-order term in the Taylor series expansion of f in terms of the \bar{X}_i (see also 5.1.2, note). In the present case approach 2 is preferred because it avoids the $y = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N)$ and better reflects the measurement procedure used – the data were in fact collected in sets.

On the other hand, approach 2 would be inappropriate if the data of table H.2 represented $n_1 = 5$ observations of the potential difference V , followed by $n_2 = 5$ observations of the current I , and then followed by $n_3 = 5$ observations of the phase ϕ , and would be impossible if $n_1 \neq n_2 \neq n_3$. (It is in fact poor measurement procedure to carry out the measurements in this way since the potential difference across a fixed impedance and the current through it are directly related.)

If the data of table H.2 are reinterpreted in this manner so that approach 2. is inappropriate, and if correlations among the quantities V , I , and ϕ are assumed to be absent, then the observed correlation coefficients have no significance and should be set equal to zero. If this is done in table H.2, equation (H.9) reduces to the equivalent of equation (F.2) in F.1.2.3, namely,

and its application to the data of table H.2 leads to the changes in table H.3 shown in table H.5.

Tabulka H.5 – Změny v tabulce H.3 za předpokladu, že korelační koeficienty v tabulce H.2 jsou nulové

Table H.5 – Changes in table H.3 under the assumption that the correlation coefficients of table H 2 are zero

Kombinovaná standardní nejistota $u_c(y_i)$ výsledku měření Combined standard uncertainty $u_c(y_i)$ of result of measurement
$u_c(R) = 0,195 \Omega$ $u_c(R)/R = 0,15 \times 10^{-2}$
$u_c(X) = 0,201 \Omega$ $u_c(X)/X = 0,09 \times 10^{-2}$
$u_c(Z) = 0,204 \Omega$ $u_c(Z)/Z = 0,08 \times 10^{-2}$
korelační koeficienty $r(y_i, y_m)$ Correlation coefficients $r(y_i, y_m)$
$r(y_1, y_2) = r(R, X) = 0,056$ $r(y_1, y_3) = r(R, Z) = 0,527$ $r(y_2, y_3) = r(X, Z) = 0,878$

H.3 Kalibrace teploměru

Tento příklad vyjadřuje použití metody nejmenších čtverců k získání lineární kalibrační křivky a jak jsou z křivky použity parametry jejího grafu, úseku (na ose) a sklonu (směrnice přímky), jakož i odhady rozptylů a kovariance, k získání hodnoty a standardní nejistoty předvídané korekce.

H.3.1 Úloha měření

Teploměr je kalibrován porovnáním $n = 11$ odečtů teploty t_k z teploměru, každá má zanedbatelnou nejistotu s odpovídajícími známými referenčními hodnotami teploty $t_{R,k}$ v rozsahu teploty od 21 °C do 27 °C k získání korekcí $b_k = t_{R,k} - t_k$ měřených hodnot teploty. Měřené korekce b_k a měřené teploty t_k jsou vstupní veličiny hodnocení. Lineární kalibrační křivka

H.3 Calibration of a thermometer

This example illustrates the use of the method of least squares to obtain a linear calibration curve and how the parameters of the fit, the intercept and slope, and their estimated variances and covariance, are used to obtain from the curve the value and standard uncertainty of a predicted correction.

H.3.1 The measurement problem

A thermometer is calibrated by comparing $n = 11$ temperature readings t_k of the thermometer, each having negligible uncertainty, with corresponding known reference temperatures $t_{R,k}$ in the temperature range 21 °C to 27 °C to obtain the corrections $b_k = t_{R,k} - t_k$ to the readings. The measured corrections b_k and measured temperatures t_k are the input quantities of the evaluation. A linear calibration curve

$$b(t) = y_1 + y_2 (t - t_0) \quad (\text{H.7})$$

je přizpůsobena k měřeným korekcím a teplotám pomocí metody nejmenších čtverců. Parametry y_1 a y_2 , které jsou úsekem, eventuálně sklonem, kalibrační křivky, jsou dvě měřené veličiny nebo výstupní veličiny, které musí být určeny. Teplota t_0 je vhodně vybranou přesnou referenční teplotou; není to nezávislý parametr, který musí být určen metodou nejmenších čtverců. Jakmile y_1 a y_2 jsou nalezeny společně s jejich odhadnutými rozptyly a kovariancí, rovnice (H.12) může být použita k předvídání hodnoty a standardní nejistoty korekce, které musí být použity u teploměru pro jakékoliv hodnoty teploty t .

H.3.2 Přizpůsobení podle metody nejmenších čtverců

Na základě metody nejmenších čtverců a za předpokladů uvedených v H.3.1, jsou výstupní veličiny y_1 a y_2 a jejich odhadnuté rozptyly a kovariance získány minimalizací součtu

$$S = \sum_{k=1}^n [b_k - y_1 - y_2(t_k - t_0)]^2$$

To vede k následující rovnici pro y_1 a y_2 , jejichž výběrové rozptyly jsou $s^2(y_1)$ a $s^2(y_2)$ a odhad jejich korelačního koeficientu je $r(y_1, y_2) = s(y_1, y_2)/s(y_1)s(y_2)$, kde $s(y_1, y_2)$ je odhad jejich kovariance:

is fitted to the measured corrections and temperatures by the method of least squares. The parameters y_1 and y_2 , which are respectively the intercept and slope of the calibration curve, are the two measurands or output quantities to be determined. The temperature t_0 is a conveniently chosen exact reference temperature; it is not an independent parameter to be determined by the least-squares fit. Once y_1 and y_2 are found, along with their estimated variances and covariance, equation (H.12) can be used to predict the value and standard uncertainty of the correction to be applied to the thermometer for any value t of the temperature.

H.3.2 Least-squares fitting

Based on the method of least squares and under the assumptions made in H.3.1 above, the output quantities y_1 and y_2 and their estimated variances and covariance are obtained by minimizing the sum

This leads to the following equations for y_1, y_2 their experimental variances $s^2(y_1)$ and $s^2(y_2)$, and their estimated correlation coefficient $r(y_1, y_2) = s(y_1, y_2)/s(y_1)s(y_2)$, where $s(y_1, y_2)$ is their estimated covariance:

$$y_1 = \frac{(\sum b_k) (\sum \theta_k^2) - (\sum b_k \theta_k) (\sum \theta_k)}{D} \quad (\text{H.13a})$$

$$y_2 = \frac{n \sum b_k \theta_k - (\sum b_k) (\sum \theta_k)}{D} \quad (\text{H.13b})$$

$$s^2(y_1) = \frac{s^2 \sum \theta_k^2}{D} \quad (\text{H.13c})$$

$$s^2(y_2) = n \frac{s^2}{D} \quad (\text{H.13d})$$

$$r(y_1, y_2) = -\frac{\sum \theta_k}{\sqrt{n \sum \theta_k^2}} \quad (\text{H.13e})$$

$$s^2 = \frac{\sum [b_k - b(t_k)]^2}{n - 2} \quad (\text{H.13f})$$

$$D = n \sum \theta_k^2 - (\sum \theta_k)^2 = n \sum (\theta_k - \bar{\theta})^2 = n \sum (t_k - \bar{t})^2 \quad (\text{H.13g})$$

kde všechny součty jsou od $k = 1$ do n , $\theta_k = t_k - t_0$, $\bar{\theta} = (\sum \theta_k) / n$, a $\bar{t} = (\sum t_k) / n$; $[b_k - b(t_k)]$ je rozdíl mezi měřenou nebo pozorovanou korekcí b_k při teplotě t_k a korekcí $b(t_k)$ předvídanou pomocí přizpůsobení křivky $b(t) = y_1 + y_2(t - t_0)$ při t_k . Rozptyl s^2 je míra celkové nejistoty křivky, kde jmenovatel $n - 2$ odráží skutečnost, že oba parametry, y_1 a y_2 , jsou určeny z n nezávislých pozorování tak, že pro s^2 je počet stupňů volnosti $\nu = n - 2$ (viz G.3.3).

H.3.3 Výpočet výsledků

Použitá data jsou uvedena ve druhém a třetím sloupci tabulky H.6. Vezme-li se $t_0 = 20$ °C jako referenční teplota, použití rovnic (H.13a) až (H.13g) poskytuje:

$$\begin{aligned} y_1 &= -0,171\ 2 \text{ °C} \\ y_2 &= 0,002\ 18 \\ r(y_1, y_2) &= -0,930 \end{aligned}$$

Skutečnost, že sklon y_2 je více než třikrát větší než její standardní nejistota, ukazuje, že je požadována kalibrační křivka a ne pevná průměrná korekce.

Kalibrační křivku je dovoleno psát následovně

$$b(t) = -0,171\ 2(29) \text{ °C} + 0,002\ 18(67) (t - 20 \text{ °C}) \quad (\text{H.14})$$

where all sums are from $k = 1$ to n , $\theta_k = t_k - t_0$, $\bar{\theta} = (\sum \theta_k) / n$, and $\bar{t} = (\sum t_k) / n$; $[b_k - b(t_k)]$ is the difference between the measured or observed correction b_k at the temperature t_k and the correction $b(t_k)$ predicted by the fitted curve $b(t) = y_1 + y_2(t - t_0)$ at t_k . The variance s^2 is a measure of the overall uncertainty of the fit, where the factor $n - 2$ reflects the fact that because two parameters, y_1 and y_2 , are determined by the n observations, the degrees of freedom of s^2 is $\nu = n - 2$ (see G.3.3).

H.3.3 Calculation of results

The data to be fitted are given in the second and third columns of table H.6. Taking $t_0 = 20$ °C as the reference temperature, application of equations (H.13a) to (H.13g) yields

$$\begin{aligned} s(y_1) &= 0,002\ 9 \text{ °C} \\ s(y_2) &= 0,000\ 67 \\ s &= 0,003\ 5 \text{ °C} \end{aligned}$$

The fact that the slope y_2 is more than three times larger than its standard uncertainty provides some indication that a calibration curve and not a fixed average correction is required.

The calibration curve may then be written as

kde číslice v závorkách jsou číselné hodnoty standardních nejistot odkazující na příslušné poslední číslice označených výsledků pro úsek a sklon (viz 7.2.2). Tato rovnice dává předvídanou hodnotu korekce $b(t)$ při jakékoliv teplotě t , zvláště pak hodnotu $b(t_k)$ při $t = t_k$. Tyto hodnoty jsou dány ve čtvrtém sloupci tabulky, zatímco poslední sloupec uvádí rozdíly mezi měřenými veličinami a předvídanými hodnotami $b_k - b(t_k)$. Analýza těchto rozdílů může být použita k ověření platnosti lineárního modelu; existují formální zkoušky (viz citace [8]), ale nejsou v tomto příkladu vzaty v úvahu.

where the numbers in parentheses are the numerical values of the standard uncertainties referred to the corresponding last digits of the quoted results for the intercept and slope (see 7.2.2). This equation gives the predicted value of the correction $b(t)$ at any temperature t , and in particular the value $b(t_k)$ at $t = t_k$. These values are given in the fourth column of the table while the last column gives the differences between the measured and predicted values, $b_k - b(t_k)$. An analysis of these differences can be used to check the validity of the linear model; formal tests exist (see reference [8]), but are not considered in this example.

Tabulka H.6 – Použitá data k získání lineární kalibrační křivky pro teploměr pomocí metody nejmenších čtverců

Table H.6 – Data used to obtain a linear calibration curve for a thermometer by the method of least squares

Číslo odečtu	Odečet teploměru	Pozorovaná korekce	Předvídaná korekce	Rozdíl mezi pozorovanou a předvídanou korekcí
Reading number	Thermometer reading	Observed correction	Predicted correction	Difference between observed and predicted correction
k	t_k	$b_k = t_{R,k} - t_k$	$b(t_k)$	$b_k - b(t_k)$
	(°C)	(°C)	(°C)	(°C)
1	21,521	-0,171	-0,167 9	-0,003 1
2	22,012	-0,169	-0,166 8	-0,002 2
3	22,512	-0,166	-0,165 7	-0,000 3
4	23,003	-0,159	-0,164 6	+0,005 6
5	23,507	-0,164	-0,163 5	-0,000 5
6	23,999	-0,165	-0,162 5	-0,002 5
7	24,513	-0,156	-0,161 4	+0,005 4
8	25,002	-0,157	-0,160 3	+0,003 3
9	25,503	-0,159	-0,159 2	+0,000 2
10	26,010	-0,161	-0,158 1	-0,002 9
11	26,511	-0,160	-0,157 0	-0,003 0

H.3.4 Nejistota předvídané hodnoty

Výraz pro kombinovanou standardní nejistotu předvídané hodnoty korekce může být snadno získán pomocí zákona o šíření nejistoty, rovnice (16) v 5.2.2 do rovnice (H.12). Konstatováním, že $b(t) = f(y_1, y_2)$ a zapsáním $u(y_1) = s(y_1)$ a $u(y_2) = s(y_2)$, se může obdržet

$$u_c^2[b(t)] = u^2(y_1) + (t - t_0)^2 u^2(y_2) + 2(t - t_0) u(y_1) u(y_2) r(y_1, y_2) \quad (\text{H.15})$$

Odhad rozptylu $u_c^2[b(t)]$ je minimální při $t_{\min} = t_0 - u(y_1)r(y_1, y_2)/u(y_2)$, která v předloženém případě je $t_{\min} = 24,0085 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Jako příklad použití rovnice (H.15) se předpokládá potřeba korekce teploměru a jeho nejistoty při $t = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$, přičemž tato teplota leží mimo rozsah, ve kterém byl teploměr vlastně kalibrován. Dosazením $t = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$ do rovnice (H.14) je

$$b(30 \text{ } ^\circ\text{C}) = -0,1494 \text{ } ^\circ\text{C}$$

zatímco rovnice (H.15) bude mít následující tvar:

$$u_c^2[b(30 \text{ } ^\circ\text{C})] = (0,0029 \text{ } ^\circ\text{C})^2 + (10 \text{ } ^\circ\text{C})^2(0,00067)^2 + 2(10 \text{ } ^\circ\text{C})(0,0029 \text{ } ^\circ\text{C})(0,00067)(-0,930) = 17,1 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^2$$

nebo

or

$$u_c[b(30 \text{ } ^\circ\text{C})] = 0,0041 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Tedy korekce při teplotě $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ je $-0,1494 \text{ } ^\circ\text{C}$ s kombinovanou standardní nejistotou $u_c = 0,0041 \text{ } ^\circ\text{C}$, která má $\nu = n - 2 = 9$ stupňů volnosti pro u_c .

H.3.4 Uncertainty of a predicted value

The expression for the combined standard uncertainty of the predicted value of a correction can be readily obtained by applying the law of propagation of uncertainty, equation (16) in 5.2.2, to equation (H.12). Noting that $b(t) = f(y_1, y_2)$ and writing $u(y_1) = s(y_1)$ and $u(y_2) = s(y_2)$, one obtains

The estimated variance is $u_c^2[b(t)]$ a minimum at $t_{\min} = t_0 - u(y_1)r(y_1, y_2)/u(y_2)$, which in the present case is $t_{\min} = 24,0085 \text{ } ^\circ\text{C}$.

As an example of the use of equation (H.15), consider that one requires the thermometer correction and its uncertainty at $t = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$, which is outside the temperature range in which the thermometer was actually calibrated. Substituting $t = 30 \text{ } ^\circ\text{C}$ in equation (H.14) gives

$$b(30 \text{ } ^\circ\text{C}) = -0,1494 \text{ } ^\circ\text{C}$$

while equation (H.15) becomes

Thus the correction at $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ is $-0,1494 \text{ } ^\circ\text{C}$, with a combined standard uncertainty of $u_c = 0,0041 \text{ } ^\circ\text{C}$, and with u_c having $\nu = n - 2 = 9$ degrees of freedom.

H.3.5 Eliminace korelace mezi sklonem a úsekem

Rovnice (H.13e) pro korelační koeficient $r(y_1, y_2)$ naznačuje, že jestliže t_0 je vybrána

tak, že $\sum_{k=1}^n \theta_k = \sum_{k=1}^n (t_k - t_0) = 0$, potom $r(y_1, y_2) = 0$ a y_1 a y_2 budou nekorelované, čímž se zjednodušuje výpočet standardní nejistoty předvídané korekce. Zatímco

$$\sum_{k=1}^n \theta_k = 0, \text{ když } t_0 = \bar{t} = (\sum_{k=1}^n t_k) / n$$

a v předloženém případě $\bar{t} = 24,0085 \text{ °C}$, opakováním použití metody nejmenších čtverců při $t_0 = \bar{t} = 24,0085 \text{ °C}$ by mělo dávat hodnoty y_1 a y_2 , které nejsou korelační. (Teplota \bar{t} je také teplota, při které $u^2[b(t)]$ je minimální; viz H.3.4.) Avšak, opakování použití není důležité, protože lze ukázat, že

H.3.5 Elimination of the correlation between the slope and intercept

Equation (H.13e) for the correlation coefficient $r(y_1, y_2)$ implies that if t_0 is so chosen

that $\sum_{k=1}^n \theta_k = \sum_{k=1}^n (t_k - t_0) = 0$, then $r(y_1, y_2) = 0$ and y_1 and y_2 will be uncorrelated, thereby simplifying the computation of the standard uncertainty of a predicted correction. Since $\sum_{k=1}^n \theta_k = 0$ when

$$t_0 = \bar{t} = (\sum_{k=1}^n t_k) / n, \text{ and } \bar{t} = 24,0085 \text{ °C}$$

in the present case, repeating the least-squares fit with $t_0 = \bar{t} = 24,0085 \text{ °C}$ would lead to values of y_1 and y_2 that are uncorrelated. (The temperature \bar{t} is also the temperature at which $u^2[b(t)]$ is a minimum – see H.3.4.) However, repeating the fit is unnecessary because it can be shown that

$$b(t) = y'_1 + y_2(t - \bar{t}) \quad (\text{H.16a})$$

$$u_c^2[b(t)] = u^2(y'_1) + (t - \bar{t})^2 u^2(y_2) \quad (\text{H.16b})$$

$$r(y'_1, y_2) = 0 \quad (\text{H.16c})$$

kde Where

$$y'_1 = y_1 + y_2(\bar{t} - t_0)$$

$$\bar{t} = t_0 - s(y_1) r(y_1, y_2) / s(y_2)$$

$$s^2(y'_1) = s_2(y_1) [1 - r^2(y_1, y_2)]$$

a v rovnici (H.16b), bylo provedeno dosažení $u(y'_1) = s(y'_1)$ a $u(y_2) = s(y_2)$ [viz rovnice (H.15)].

Použití těchto vztahů u výsledků uvedených v H.3.3 poskytuje

$$b(t) = -0,1625(11) + 0,00218(67)(t - 24,0085 \text{ °C}) \quad (\text{H.17a})$$

$$u_c^2[b(t)] = (0,0011)^2 + (t - 24,0085 \text{ °C})^2 (0,00067)^2 \quad (\text{H.17b})$$

and in writing equation (H.16b), the substitutions $u(y'_1) = s(y'_1)$ and $u(y_2) = s(y_2)$ have been made [see equation (H.15)].

Application of these relations to the results given in H.3.3 yields

Že tyto výrazy dávají stejné výsledky jako rovnice (H.14) a (H.15), může být zkontrolováno opakováním výpočtu $b(30\text{ °C})$ a $u_c[b(30\text{ °C})]$. Dosazení $t = 30\text{ °C}$ v rovnici (H.17a) a (H.17b) poskytuje

$$b(30\text{ °C}) = -0,149\ 4\text{ °C}$$

$$u_c[b(30\text{ °C})] = 0,041\text{ °C}$$

kteřé jsou identické s výsledky získanými v H.3.4. Odhad kovariance mezi dvěma předvídanými korekcemi $b(t_1)$ a $b(t_2)$ je dovoleno získat z rovnice (H.9) v H.2.3.

H.3.6 Další úvahy

Metoda nejmenších čtverců může být použita k přizpůsobení křivky vyššího řádu k bodům měření. Může být také použita v případech, kdy jednotlivé body měření vykazují nejistoty. Podrobnosti na tato témata se mají brát z uvedených textů [8]. Nicméně následující příklady ukazují dva případy, kde se nepředpokládá, že naměřené korekce b_k jsou přesně známy:

- 1) Bude-li mít každá t_k zanedbatelnou nejistotu, bude-li každá z n hodnot $t_{R,k}$ získána z řady m opakovaných odečtů a bude-li sdružený odhad rozptylu takových odečtů založen na velkém počtu dat získávaných po dobu několika měsíců s_p^2 . Potom odhad rozptylu každé $t_{R,k}$ je $s_p^2/m = u_0^2$ a korekce pozorování $b_k = t_{R,k} - t_k$ má *stejnou* standardní nejistotu u_0 . Za těchto okolností (a za předpokladu, že není žádný důvod se domnívat, že lineární model je nesprávný) u_0^2 nahradí s^2 v rovnicích (H.13c) a (H.13d).

POZNÁMKA

Sdružený odhad rozptylu s_p^2 na základě N nezávislých pozorování stejné náhodné veličiny je získán z

$$s_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^N v_i s_i^2}{\sum_{i=1}^N v_i}$$

That these expressions give the same results as equations (H.14) and (H.15) can be checked by repeating the calculation of $b(30\text{ °C})$ and $u_c[b(30\text{ °C})]$. The substitution of $t = 30\text{ °C}$ into equations (H.17a) and (H.17b) yields

which are identical to the results obtained in H.3.4. The estimated covariance between two predicted corrections $b(t_1)$ and $b(t_2)$ may be obtained from equation (H.9) in H.2.3.

H.3.6 Other considerations

The least-squares method can be used to fit higher-order curves to data points, and is also applicable to cases where the individual data points have uncertainties. Standard texts on the subject should be consulted for details [8]. However, the following examples illustrate two cases where the measured corrections b_k are not assumed to be exactly known.

- 1) Let each t_k have negligible uncertainty, let each of the n values $t_{R,k}$ be obtained from a series of m repeated readings, and let the pooled estimate of variance for such readings based on a large amount of data obtained over several months be s_p^2 . Then the estimated variance of each $t_{R,k}$ is $s_p^2/m = u_0^2$ and each observed correction $b_k = t_{R,k} - t_k$ has the *same* standard uncertainty u_0 . Under these circumstances (and under the assumption that there is no reason to believe that the linear model is incorrect), u_0^2 replaces s^2 equations (H.13c) and (H.13d).

NOTE

A pooled estimate of variance s_p^2 based on N series of independent observations of the same random variable is obtained from

kde s_i^2 je výběrový rozptyl i -té řady n_i opakovaných nezávislých pozorování [rovnice (4) v 4.2.2] a má $\nu_i = n_i - 1$ stupňů volnosti. Počet stupňů volnosti

pro s_p^2 je $\nu = \sum_{i=1}^N \nu_i$. Výběrový rozptyl s_p^2/m

(a výběrová směrodatná odchylka s_p / \sqrt{m}) aritmetického průměru m nezávislých pozorování charakterizovaných sruženým odhadem rozptylu s_p^2

má také ν stupňů volnosti.

- 2) Předpokládá se, že každá t_k má zanedbatelnou nejistotu, že korekce ε_k je použita pro každou z n hodnot $t_{R,k}$ a že každá korekce má stejnou standardní nejistotu u_a . Potom standardní nejistota pro každé $b_k = t_{R,k} - t_k$ je také u_a a $s^2(y_1)$ je nahrazeno $s^2(y_1) + u_a^2$ a $s^2(y'_1)$ je nahrazeno $s^2(y'_1) + u_a^2$.

H.4 Měření radioaktivity

Tento příklad je podobný příkladu H.2, simultánního měření odporu a reaktance, ve kterém data mohou být analyzována dvěma odlišnými způsoby, ale každý poskytuje v podstatě stejný číselný výsledek. První přístup opět zobrazuje potřebu brát v úvahu pozorované korelace mezi vstupními veličinami.

H.4.1 Problém měření

Neznámá radonová (^{222}Rn) koncentrace aktivity ve vzorku vody je určena pomocí tekutého scintilačního měření porovnáním se vzorkem vody obohaceným radonem, který má známou koncentraci radioaktivity. Neznámá aktivita koncentrátu je získána měřením tří zdrojů obsahujících zhruba 5 g vody a 12 g organické scintilační emulze v ampulce s objemem 22 ml:

zdroje (a) *etalonu* skládajícího se z hmoty m_s etalonového roztoku, který má známou aktivitu;

zdroje (b) vzorku *čisté* vody stejné hmotnosti bez radioaktivního materiálu, použitého k získání pozadí měření;

where s_i^2 is the experimental variance of the i th series of n_i independent repeated observations [equation (4) in 4.2.2] and has degrees of freedom $\nu_i = n_i - 1$. The degrees of freedom of s_p^2 is

$\nu = \sum_{i=1}^N \nu_i$. The experimental variance s_p^2/m (and

the experimental standard deviation s_p / \sqrt{m}) of the arithmetic mean of m independent observations characterized by the pooled estimate of variance

s_p^2 also has ν degrees of freedom.

- 2) Suppose that each t_k has negligible uncertainty, that a correction ε_k is applied to each of the n values $t_{R,k}$ and that each correction has the same standard uncertainty u_a . Then the standard uncertainty of each $b_k = t_{R,k} - t_k$ is also u_a , and $s^2(y_1)$ is replaced by $s^2(y_1) + u_a^2$ and $s^2(y'_1)$ is replaced by $s^2(y'_1) + u_a^2$.

H.4 Measurement of Activity

This example is similar to example H.2, the simultaneous measurement of resistance and reactance, in that the data can be analysed in two different ways but each yields essentially the same numerical result. The first approach illustrates once again the need to take the observed correlations between input quantities into account.

H.4.1 The measurement problem

The unknown radon (^{222}Rn) activity concentration in a water sample is determined by liquid-scintillation counting against a radon-in-water standard sample having a known activity concentration. The unknown activity concentration is obtained by measuring three counting sources consisting of approximately 5 g of water and 12 g of organic emulsion scintillator in vials of volume 22 mL:

Source (a) a *standard* consisting of a mass m_s of the standard solution with a known activity concentration;

Source (b) a matched *blank* water sample containing no radioactive material, used to obtain the background counting rate

zdroje (c) vzorku, s hmotností m_x s neznámou aktivitou.

Šest cyklů měření se třemi zdroji se provádí v pořadí etalon – čistá voda – vzorek; a každá mrtvá doba korigovaného intervalu měření T_0 pro každý zdroj v průběhu všech šesti cyklů je 60 minut. I když pozadí měřeného poměru nemůže být pokládáno za konstantní, předpokládá se, že po celou dobu intervalu měření (65 hodin), hodnoty měření získané pro každý čistý vzorek mohou být použity jako vyjádření pozadí měřeného poměru v průběhu měření etalonu a vzorku ve stejném cyklu. Data jsou uvedena v tabulce H.7, kde jsou

t_s, t_B, t_x časy od referenční doby $t = 0$ do středu mrtvé doby korigovaného intervalu měření $T_0 = 60$ min pro ampulky etalonu, čisté vody, respektive vzorku; i když t_B není potřebná pro analýzu a je dána pouze pro úplnost;

C_s, C_B, C_x hodnoty měření impulsů zapsané v průběhu korigované mrtvé doby intervalů měření $T_0 = 60$ min pro ampulky etalonu, čisté vody, respektive vzorku.

Pozorovaná měření mohou být vyjádřena takto

$$C_s = C_B + \varepsilon A_s T_0 m_s e^{-\lambda t_s} \quad (\text{H.18a})$$

$$C_x = C_B + \varepsilon A_x T_0 m_x e^{-\lambda t_x} \quad (\text{H.18b})$$

kde je

ε účinnost kapalinové scintilační detekce pro ^{222}Rn při daném složení zdroje, předpokládaná jako nezávislá na úrovni aktivity;

A_s koncentrace aktivity etalonu při referenčním čase $t = 0$;

Source (c) the *sample* consisting of an aliquot of mass m_x with unknown activity concentration.

Six cycles of measurement of the three counting sources are made in the order standard – blank – sample; and each dead-time-corrected counting interval T_0 for each source during all six cycles is 60 minutes. Although the background counting rate cannot be assumed to be constant over the entire counting interval (65 hours), it is assumed that the number of counts obtained for each blank may be used as representative of the background counting rate during the measurements of the standard and sample in the same cycle. The data are given in table H.7, where

t_s, t_B, t_x are the times from the reference time $t = 0$ to the midpoint of the dead-time-corrected counting intervals $T_0 = 60$ min for the standard, blank, and sample vials, respectively; although t_B is given for completeness, it is not needed in the analysis;

C_s, C_B, C_x are the number of counts recorded in the dead-time-corrected counting intervals $T_0 = 60$ min for the standard, blank, and sample vials, respectively.

The observed counts may be expressed a

where

ε is the liquid scintillation detection efficiency for ^{222}Rn for a given source composition, assumed to be independent of the activity level;

A_s is the activity concentration of the standard at the reference time $t = 0$;

A_x	měřená veličina a je definována jako neznámá koncentrace aktivity vzorku při referenční době $t = 0$;	A_x	is the <i>measurand</i> and is defined as the unknown activity concentration of the sample at the reference time $t = 0$;
m_s	hmotnost etalonového roztoku;	m_s	is the mass of the standard solution;
m_x	hmotnost alikvotního vzorku;	m_x	is the mass of the sample aliquot;
λ	konstanta rozpadu pro ^{222}Rn : $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2} = 1,258\,94 \times 10^{-4} \text{ min}^{-1}$ ($T_{1/2} = 5\,505,8 \text{ min}$).	λ	is the decay constant for ^{222}Rn : $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2} = 1,258\,94 \times 10^{-4} \text{ min}^{-1}$ ($T_{1/2} = 5\,505,8 \text{ min}$).

Tabulka H.7 – Měřená data pro určení koncentrace radioaktivity neznámého vzorku

Table H.7 – Counting data for determining the activity concentration of an unknown sample

Cyklus	Etalon		Čistá voda		Vzorek	
Cycle	Standard		Blank		Sample	
k	t_s (min)	C_s (counts/počet)	t_B (min)	C_B (counts/počet)	t_x (min)	C_x (counts/počet)
1	243,74	15 380	305,56	4 054	367,37	41 432
2	984,53	14 978	1 046,10	3 922	1 107,66	38 706
3	1 723,87	14 394	1 785,43	4 200	1 846,99	35 860
4	2 463,17	13 254	2 524,73	3 830	2 586,28	32 238
5	3 217,56	12 516	3 279,12	3 956	3 340,68	29 640
6	3 956,83	11 058	4 018,38	3 980	4 079,94	26 356

Rovnice (H.18a) a (H.18b) značí, že ani šest individuálních hodnot C_s ani C_x uvedených v tabulce H.7, nemůže být přímo zprůměrováno z důvodu exponenciálního rozpadu aktivity etalonu a vzorku a mírného kolísání pozadí měření od jednoho cyklu ke druhému. Namísto toho, se musí řešit korekce rozpadu a korekce pozadí měření (měřeného podílu určeného jako počet měření dělený $T_0 = 60 \text{ min}$). Navrhuje se sloučení rovnic (H.18a) a (H.18b) za účelem získání následujícího výrazu pro neznámou koncentraci pomocí známých veličin:

Equations (H.18a) and (H.18b) indicate that neither the six individual values of C_s nor of C_x given in table H.7 can be averaged directly because of the exponential decay of the activity of the standard and sample, and slight variations in background counts from one cycle to another. Instead, one must deal with the decay-corrected and background-corrected counts (or counting rates defined as the number of counts divided by $T_0 = 60 \text{ min}$). This suggests combining equations (H.18a) and (H.18b) to obtain the following expression for the unknown concentration in terms of the known quantities:

$$\begin{aligned}
 A_x &= f(A_s, m_s, m_x, C_s, C_x, C_B, t_s, t_x, \lambda) \\
 &= A_s \frac{m_s (C_x - C_B) e^{\lambda t_x}}{m_x (C_s - C_B) e^{\lambda t_s}}
 \end{aligned}
 \tag{H.19}$$

$$= A_s \frac{m_s}{m_x} \frac{C_x - C_B}{C_s - C_B} e^{\lambda(t_x - t_s)}$$

kde $(C_x - C_B)e^{\lambda t_x}$ a $(C_s - C_B)e^{\lambda t_s}$ jsou korekce pozadí měření vzorku a etalonu při referenčním čase $t = 0$ a pro časový interval $T_0 = 60$ min. Alternativně se může jednoduše psát

where $(C_x - C_B)e^{\lambda t_x}$ and $(C_s - C_B)e^{\lambda t_s}$ are, respectively, the background-corrected counts of the sample and the standard at the reference time $t = 0$ and for the time interval $T_0 = 60$ min. Alternatively, one may simply write

$$A_x = f(A_s, m_s, m_x, R_s, R_x) = A_s \frac{m_s}{m_x} \frac{R_x}{R_s} \quad (\text{H.20})$$

kde měřený poměr korekce pozadí a korekce rozpadu R_x a R_s jsou dané následovně

where the background-corrected and decay-corrected counting rates R_x and R_s are given by

$$R_x = [(C_x - C_B) / T_0] e^{\lambda t_x} \quad (\text{H.21a})$$

$$R_s = [(C_s - C_B) / T_0] e^{\lambda t_s} \quad (\text{H.21b})$$

H.4.2 Analýza dat

Tabulka H.8 shrnuje hodnoty korekce pozadí a korekce rozpadu měřených poměrů R_x a R_s vypočítaných z rovnic (H.21a) a (H.21b) použitím dat tabulky H.7 a pro $\lambda = 1,258\,94 \times 10^{-4} \text{ min}^{-1}$, jak bylo dříve uvedeno. Je třeba poznamenat, že poměr $R = R_x/R_s$ je mnohem jednodušší vypočítat z výrazu

H.4.2 Analysis of data

Table H.8 summarizes the values of the background-corrected and decay-corrected counting rates R_s and R_x calculated from equations (H.21a) and (H.21b) using the data of table H.7 and $\lambda = 1,258\,94 \times 10^{-4} \text{ min}^{-1}$ given earlier. It should be noted that the ratio $R = R_x/R_s$ is most simply calculated from the expression

$$[(C_x - C_B) / (C_s - C_B)] e^{\lambda(t_x - t_s)}$$

Aritmetické průměry \bar{R}_s , \bar{R}_x a \bar{R} a jejich výběrové směrodatné odchylky $s(\bar{R}_s)$, $s(\bar{R}_x)$ a $s(\bar{R})$ jsou vypočítány obvyklým způsobem [rovnice (3) a (5) v 4.2]. Korelační koeficient $r(\bar{R}_x, \bar{R}_s)$ je vypočítán z rovnice (17) v 5.2.3 a z rovnice (14) v 5.2.2.

The arithmetic means \bar{R}_s , \bar{R}_x , and \bar{R} , and their experimental standard deviations $s(\bar{R}_s)$, $s(\bar{R}_x)$, and $s(\bar{R})$, are calculated in the usual way [equations (3) and (5) in 4.2].

The correlation coefficient $r(\bar{R}_x, \bar{R}_s)$ is calculated from equation (17) in 5.2.3 and equation (14) in 5.2.2.

Z důvodu porovnatelně malé proměnlivosti hodnot R_x a R_s , podíl průměrů \bar{R}_x / \bar{R}_s a jeho standardní nejistota $u(\bar{R}_x / \bar{R}_s)$ jsou téměř stejné jako průměr podílu \bar{R} a jeho výběrové směrodatné odchyly $s(\bar{R})$, jak je uvedeno v posledním sloupci tabulky H.8 [viz H.2.4 a rovnice (H.10)]. Avšak, při výpočtu standardní nejistoty $u(\bar{R}_x / \bar{R}_s)$, korelace mezi R_x a R_s , jak je vyjádřena korelačním koeficientem $r(\bar{R}_x, \bar{R}_s)$, musí být brána v úvahu použitím rovnice (16) v 5.2.2. [Tato rovnice pro odhad relativního rozptylu \bar{R}_x / \bar{R}_s poskytuje poslední tři členy rovnice (H.22b).]

Má se mít na zřeteli, že výběrová směrodatná odchyly pro R_x a R_s , $\sqrt{6s(\bar{R}_x)}$ a $\sqrt{6s(\bar{R}_s)}$, značí rozptyl těchto veličin, který je dvakrát až třikrát větší než rozptyl obsažený v Poissonově statistice postupu měření; druhý údaj je zahrnut do pozorovaného rozptylu počítání a nemusí se zvlášť brát v úvahu.

Because of the comparatively small variability of the values of R_x and of R_s , the ratio of means \bar{R}_x / \bar{R}_s and the standard uncertainty $u(\bar{R}_x / \bar{R}_s)$ of this ratio are, respectively, very nearly the same as the mean ratio \bar{R} and its experimental standard deviation $s(\bar{R})$ as given in the last column of table H.8 [see H.2.4 and equation (H.10) therein]. However, in calculating the standard uncertainty $u(\bar{R}_x / \bar{R}_s)$, the correlation between R_x and R_s as represented by the correlation coefficient $r(\bar{R}_x, \bar{R}_s)$ must be taken into account using equation (16) in 5.2.2. [That equation yields for the relative estimated variance of \bar{R}_x / \bar{R}_s the last three terms of equation (H.22b).]

It should be recognized that the respective experimental standard deviations of R_x and of R_s , $\sqrt{6s(\bar{R}_x)}$ and $\sqrt{6s(\bar{R}_s)}$, indicate a variability in these quantities that is two to three times larger than the variability implied by the Poisson statistics of the counting process; the latter is included in the observed variability of the counts and need not be accounted for separately.

Tabulka H.8 – Výpočet měřených poměrů korigovaných na vliv rozpadu a pozadí

Table H.8 – Calculation of decay-corrected and background-corrected counting rates

Cyklus Cycle	R_x	R_s	$t_x - t_s$	$R = R_x/R_s$
k	(min ⁻¹)	(min ⁻¹)	(min)	
1	652,46	194,65	123,63	3,352 0
2	666,48	208,58	123,13	3,195 3
3	665,80	211,08	123,12	3,154 3
4	655,68	214,17	123,11	3,061 5
5	651,87	213,92	123,12	3,047 3
6	623,31	194,13	123,11	3,210 7
	$\bar{R}_x = 652,60$	$\bar{R}_s = 206,09$		$\bar{R} = 3,170$
	$s(\bar{R}_x) = 6,42$	$s(\bar{R}_s) = 3,79$		$s(\bar{R}) = 0,046$
	$s(\bar{R}_x)/\bar{R}_x = 0,98 \times 10^{-2}$	$s(\bar{R}_s)/\bar{R}_s = 1,84 \times 10^{-2}$		$s(\bar{R})/\bar{R} = 1,44 \times 10^{-2}$
	$\bar{R}_x/\bar{R}_s = 3,167$			
	$u(\bar{R}_x/\bar{R}_s) = 0,045$			
	$u(\bar{R}_x/\bar{R}_s)/(\bar{R}_x/\bar{R}_s) = 1,42 \times 10^{-2}$			
korelační koeficient Correlation coefficient				
$r(\bar{R}_x, \bar{R}_s) = 0,646$				

H.4.3 Výpočet konečných výsledků

Získání neznámé koncentrace aktivity A_x a její kombinované standardní nejistoty $u_c(A_x)$ z rovnice (H.20) vyžaduje A_s , m_x a m_s a jejich standardní nejistoty. Ty jsou uvedeny jako

$$A_s = 0,136 6 \text{ Bq/g}$$

$$u(A_s) = 0,001 8 \text{ Bq/g}; u(A_s)/A_s = 1,32 \times 10^{-2}$$

$$m_s = 5,019 2 \text{ g}$$

$$u(m_s) = 0,005 \text{ g}; u(m_s)/m_s = 0,10 \times 10^{-2}$$

$$m_x = 5,057 1 \text{ g}$$

$$u(m_x) = 0,001 0 \text{ g}; u(m_x)/m_x = 0,02 \times 10^{-2}$$

Další možné zdroje nejistoty jsou hodnoceny jako zanedbatelné:

H.4.3 Calculation of final results

To obtain the unknown activity concentration A_x and its combined standard uncertainty $u_c(A_x)$ from equation (H.20) requires A_s , m_x , and m_s and their standard uncertainties. These are given as

Other possible sources of uncertainty are evaluated to be negligible:

- standardní nejistoty doby rozpadu, $u(t_{s,k})$ a $u(t_{x,k})$;
- standardní nejistota konstanty rozpadu ^{222}Rn , $u(\lambda) = 1 \times 10^{-7} \text{ min}^{-1}$; (významná veličina je faktor rozpadu $\exp[\lambda(t_x - t_s)]$, který se mění z 1,015 63 v cyklech $k = 4$ a 6 do 1,015 70 v cyklu $k = 1$; standardní nejistota těchto hodnot je $u = 1,2 \times 10^{-5}$);
- nejistota spojená s možnou závislostí účinnosti detekce scintilačního měření na použitém zdroji (etalon, čistá voda a vzorek);
- nejistota korekce mrtvé doby měření a korekce závislosti účinnosti měření na úrovni aktivity.

H.4.3.1 Výsledky: první přístup

Jak bylo dříve uvedeno, A_x a $u_c(A_x)$ je dovoleno získat dvěma odlišnými způsoby z rovnice (H.20). Při prvním přístupu je A_x vypočítána použitím aritmetických průměrů \bar{R}_x a \bar{R}_s , což vede k

$$A_x = A_s \frac{m_s}{m_x} \frac{\bar{R}_x}{\bar{R}_s} = 0,4300 \text{ Bq/g} \quad (\text{H.22a})$$

Použití rovnice (16) z 5.2.2 na tento výraz poskytuje kombinovaný rozptyl $u_c^2(A_x)$

$$\frac{u_c^2(A_x)}{A_x^2} = \frac{u^2(A_s)}{A_s^2} + \frac{u^2(m_s)}{m_s^2} + \frac{u^2(m_x)}{m_x^2} + \frac{u^2(\bar{R}_x)}{\bar{R}_x^2} + \frac{u^2(\bar{R}_s)}{\bar{R}_s^2} - 2r(\bar{R}_x, \bar{R}_s) \frac{u(\bar{R}_x)u(\bar{R}_s)}{\bar{R}_x\bar{R}_s} \quad (\text{H.22b})$$

kde, jak bylo poznamenáno v H.4.2 poslední tři členy dávají $u^2(\bar{R}_x / \bar{R}_s) / (\bar{R}_x / \bar{R}_s)^2$, odhad relativního rozptylu R_x / R_s . Souhlasně s vysvětlením v H.2.4 ukazují výsledky v tabulce H.8, že \bar{R} není přesně rovno \bar{R}_x / \bar{R}_s ; a že standardní nejistota $u(\bar{R}_x / \bar{R}_s)$ pro \bar{R}_x / \bar{R}_s není přesně rovna standardní nejistotě $s(\bar{R})$ pro \bar{R} .

- standard uncertainties of the decay times, $u(t_{s,k})$ and $u(t_{x,k})$;
- standard uncertainty of the decay constant of ^{222}Rn , $u(\lambda) = 1 \times 10^{-7} \text{ min}^{-1}$. (The significant quantity is the decay factor $\exp[\lambda(t_x - t_s)]$ which varies from 1,015 63 for cycles $k = 4$ and 6 to 1,015 70 for cycle $k = 1$. The standard uncertainty of these values is $u = 1,2 \times 10^{-5}$);
- uncertainty associated with the possible dependence of the detection efficiency of the scintillation counter on the source used (standard, blank, and sample);
- uncertainty of the correction for counter dead-time and of the correction for the dependence of counting efficiency on activity level.

H.4.3.1 Results: approach 1

As indicated earlier, A_x and $u_c(A_x)$ may be obtained in two different ways from equation (H.20). In the first approach, A_x is calculated using the arithmetic means \bar{R}_x and \bar{R}_s , which leads to

Application of equation (16) in 5.2.2 to this expression yields for the combined variance $u_c^2(A_x)$

where, as noted in H.4.2, the last three terms give $u^2(\bar{R}_x / \bar{R}_s) / (\bar{R}_x / \bar{R}_s)^2$, the estimated relative variance of R_x / R_s . Consistent with the discussion of H.2.4, the results in table H.8 show that \bar{R} is not exactly equal to \bar{R}_x / \bar{R}_s ; and that the standard uncertainty $u(\bar{R}_x / \bar{R}_s)$ of \bar{R}_x / \bar{R}_s is not exactly equal to the standard uncertainty $s(\bar{R})$ of \bar{R} .

Substituce hodnot relevantních veličin do rovnic (H.22a) a (H.22b) vede k

$$\frac{u_c(A_x)}{A_x} = 1,93 \times 10^{-2}$$

$$u_c(A_x) = 0,0083 \text{ Bq/g}$$

Výsledek měření může tedy být stanoven jako:

$A = 0,4300 \text{ Bq/g}$ s kombinovanou standardní nejistotou $u_c = 0,0083 \text{ Bq/g}$.

H.4.3.2 Výsledky: druhý přístup

V druhém přístupu, který se vyhýbá korelaci mezi \bar{R}_x a \bar{R}_s je A_x vypočítán použitím aritmetického průměru \bar{R} . Tedy

Substitution of the values of the relevant quantities into equations (H.22a) and (H.22b) yields

The result of the measurement may then be stated as:

$A_x = 0,4300 \text{ Bq/g}$ with a combined standard uncertainty of $u_c = 0,0083 \text{ Bq/g}$.

H.4.3.2 Results: approach 2

In the second approach, which avoids the correlation between \bar{R}_x and \bar{R}_s , A_x is calculated using the arithmetic mean \bar{R} . Thus

$$A_x = A_s \frac{m_s}{m_x} \bar{R} = 0,4304 \text{ Bq/g} \quad (\text{H.23a})$$

Výraz pro $u_c^2(A_x)$ je jednoduše

The expression for $u_c^2(A_x)$ is simply

$$\frac{u_c^2(A_x)}{A_x^2} = \frac{u^2(A_s)}{A_s^2} + \frac{u^2(m_s)}{m_s^2} + \frac{u^2(m_x)}{m_x^2} + \frac{u^2(\bar{R})}{\bar{R}^2} \quad (\text{H.23b})$$

což vede k

which yields

$$\frac{u_c(A_x)}{A_x} = 1,95 \times 10^{-2}$$

$$u_c(A_x) = 0,0084 \text{ Bq/g}$$

Výsledek měření může být stanoven jako:

$A_x = 0,4304 \text{ Bq/g}$ s kombinovanou standardní nejistotou $u_c = 0,0084 \text{ Bq/g}$.

Počet efektivních stupňů volnosti pro u_c je vyhodnocen použitím Welch-Satterthwaiteova vzorce, jak bylo uvedeno v H.1.6.

The result of the measurement may then be stated as:

$A_x = 0,4304 \text{ Bq/g}$ with a combined standard uncertainty of $u_c = 0,0084 \text{ Bq/g}$.

The effective degrees of freedom of u_c can be evaluated using the Welch-Satterthwaite formula in the manner illustrated in H.1.6.

Jako v H.2, z těchto dvou výsledků je preferován druhý, protože se vyhýbá aproximaci průměru podílu dvou veličin použitím podílu průměrů dvou veličin; a lépe odráží použitý postup měření, protože data byla ve skutečnosti sbírána ve dvou oddělených cyklech.

Nicméně, rozdíl mezi hodnotami A_x vycházející ze dvou přístupů je jasně malý v porovnání se standardní nejistotou přičítanou ke každému přístupu a rozdíl mezi oběma standardními nejistotami je zcela zanedbatelný. Taková shoda ukazuje, že oba přístupy jsou ekvivalentní, když pozorované korelace jsou vhodně zahrnuty.

H.5 Analýza rozptylu

Tento příklad poskytuje stručné seznámení s metodami analýzy rozptylu (ANOVA). Tyto statistické postupy jsou používány k identifikaci a kvantifikaci *náhodných vlivů* na měření, takže je dovoleno správně je brát v úvahu, pokud je vyhodnocena nejistota výsledků měření. Ačkoliv jsou metody ANOVA aplikovatelné v širokém rozsahu měření, například na kalibraci referenčních etalonů, takových jako Zenerovy napěťové etalony a etalony hmotnosti a k certifikaci referenčních materiálů, metody ANOVA nejsou vhodné k identifikaci systematických vlivů, které by mohly být přítomny.

Je mnoho různých modelů zahrnutých pod obecným názvem ANOVA. Vzhledem ke své důležitosti, určitý model uvedený v tomto příkladu je vyvážené konstrukce. Číselné hodnoty v tomto příkladu se vztahují ke kalibraci Zenerova napěťového etalonu; analýza má mít význam pro řadu praktických situací měření.

As in H.2, of the two results, the second is preferred because it avoids approximating the mean of a ratio of two quantities by the ratio of the means of the two quantities; and it better reflects the measurement procedure used – the data were in fact collected in separate cycles.

Nevertheless, the difference between the values of A_x resulting from the two approaches is clearly small compared with the standard uncertainty ascribed to either one, and the difference between the two standard uncertainties is entirely negligible. Such agreement demonstrates that the two approaches are equivalent when the observed correlations are properly included.

H.5 Analysis of variance

This example provides a brief introduction to analysis of variance (ANOVA) methods. These statistical techniques are used to identify and quantify individual *random effects* in a measurement so that they may be properly taken into account when the uncertainty of the result of the measurement is evaluated. Although ANOVA methods are applicable to a wide range of measurements, for example, the calibration of reference standards, such as Zener voltage standards and standards of mass, and the certification of reference materials, ANOVA methods by themselves cannot identify systematic effects that might be present.

There are many different models included under the general name of ANOVA. Because of its importance, the specific model discussed in this example is the balanced nested design. The numerical illustration of this model involves the calibration of a Zener voltage standard; the analysis should be relevant to a variety of practical measurement situations.

Metody ANOVA mají zvláštní význam při certifikaci referenčních materiálů (RM) zkouškami, na kterých se podílí více laboratoří, což je velmi podrobně popsáno v pokynu ISO 35 [19] (viz H.5.3.2, stručný popis takových certifikací RM). Protože mnoho materiálů obsažených v pokynu ISO 35 je ve skutečnosti široce použitelných, publikace mohou pojednávat o dodatečných podrobnostech týkajících se metody ANOVA, včetně nevyváženě zatříděného souboru. Podobně je dovoleno brát v úvahu citace [15] a [20].

H.5.1 Úloha měření

Předpokládá se, že jmenovitě etalon Zenerova napětí 10 V je kalibrovaný proti referenčnímu stabilnímu napětí po dobu periody dvou týdnů. Při každých J dnech během periody bylo prováděno K opakovaných nezávislých pozorování napětí V_s etalonu. Jestliže V_{jk} značí k -tou hodnotu pozorování V_s ($k = 1, 2, \dots, K$) v j -tém dnu ($j = 1, 2, \dots, J$), potom je nejlepší odhad napětí etalonu aritmetický průměr \bar{V} pozorování JK [viz rovnice (3) v 4.2.1],

$$V_s = \frac{1}{JK} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K V_{jk} = \bar{V} \quad (\text{H.24a})$$

Výběrová směrodatná odchylka $s(\bar{V})$ střední hodnoty, která je mírou nejistoty \bar{V} jako odhadu napětí etalonu, je získána z [viz rovnice (5) v 4.2.3]:

$$s^2(\bar{V}) = \frac{1}{JK(JK-1)} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (V_{jk} - \bar{V})^2 \quad (\text{H.24b})$$

ANOVA methods are of special importance in the certification of reference materials (RMs) by interlaboratory testing, a topic covered thoroughly in ISO Guide 35 [19] (see H.5.3.2 for a brief description of such RM certification). Since much of the material contained in ISO Guide 35 is in fact broadly applicable, that publication may be consulted for additional details concerning ANOVA, including unbalanced nested designs. References [15] and [20] may be similarly consulted.

H.5.1 The measurement problem

Consider a nominally 10 V Zener voltage standard that is calibrated against a stable voltage reference over a two-week period. On each of J days during the period, K independent repeated observations of the potential difference V_s of the standard are made. If V_{jk} denotes the k th observation of V_s ($k = 1, 2, \dots, K$) on the j th day ($j = 1, 2, \dots, J$), the best estimate of the potential difference of the standard is the arithmetic mean \bar{V} of the JK observations [see equation (3) in 4.2.1],

The experimental standard deviation of the mean $s(\bar{V})$, which is a measure of the uncertainty of \bar{V} as an estimate of the potential difference of the standard, is obtained from [see equation (5.) in 4.2.3]

POZNÁMKA

V celém tomto příkladu se předpokládá, že všechny korekce používané pro účely pozorování ke kompenzaci systematických vlivů mají zanedbatelné nejistoty nebo jejich nejistoty jsou takové, že mohou být brány v úvahu na závěr analýzy. Korekce této druhé kategorie a ty, které samy mohou být použitelné pro střední hodnotu pozorování v závěru analýzy, je rozdíl mezi certifikovanou hodnotou (s předpokladem, že má danou nejistotu) a pracovní hodnotou stabilního referenčního napětí, vůči kterému je Zenerův napěťový etalon kalibrován. Tedy odhad rozdílu napětí etalonu, získaného statisticky pozorováním, není nutně konečný výsledek měření; a výběrová směrodatná odchylka tohoto odhadu není nutně kombinovanou standardní nejistotou konečného výsledku.

Výběrová směrodatná odchylka $s(\bar{V})$ středních hodnot, získaná z rovnice (H.24b), je přiměřená míra nejistoty \bar{V} pouze, když den ze dne je pozorování se stejným kolísáním každý den. Jestliže jsou důkazy o tom, že kolísání mezi dny je výrazně větší než kolísání během dne, mohlo by použití tohoto výrazu vést k výraznému uvedení příliš nízké nejistoty \bar{V} . Tím vznikají dvě otázky: jak by se mělo rozhodnout, jestliže mezidenní kolísání (charakterizované mezidenními složkami rozptylu) je významné v porovnání s denním kolísáním (charakterizovaným denními složkami rozptylu), a pokud je to ten případ, jak se má vyhodnotit nejistota středních hodnot?

H.5.2 Číselný příklad

H.5.2.1 Data, která dovolují, aby vyřčené otázky byly přijaty, jsou uvedena v tabulce H.9, kde

$J = 10$ je počet dnů, ve kterých byla prováděna pozorování napětí;

$K = 5$ je počet pozorování napětí, která byla prováděna každý den;

NOTE

It is assumed throughout this example that all corrections applied to the observations to compensate for systematic effects have negligible uncertainties or their uncertainties are such that they can be taken into account at the end of the analysis. A correction in this latter category, and one that can itself be applied to the mean of the observations at the end of the analysis, is the difference between the certified value (assumed to have a given uncertainty) and the working value of the stable voltage reference against which the Zener voltage standard is calibrated. Thus the estimate of the potential difference of the standard obtained statistically from the observations is not necessarily the final result of the measurement; and the experimental standard deviation of that estimate is not necessarily the combined standard uncertainty of the final result.

The experimental standard deviation of the mean $s(\bar{V})$ as obtained from equation (H.24b) is an appropriate measure of the uncertainty of \bar{V} only if the day-to-day variability of the observations is the same as the variability of the observations made on a single day. If there is evidence that the between-day variability is significantly larger than can be expected from the within-day variability, use of this expression could lead to a considerable understatement of the uncertainty of \bar{V} . Two questions thus arise: How should one decide if the between-day variability (characterized by a between-day component of variance) is significant in comparison with the within-day variability (characterized by a within-day component of variance) and, if it is, how should one evaluate the uncertainty of the mean?

H.5.2 A numerical example

H.5.2.1 Data which allow the above questions to be addressed are given in table H.9, where

$J = 10$ is the number of days on which potential-difference observations were made;

$K = 5$ is the number of potential-difference observations made on each day;

$$\bar{V}_j = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K V_{j,k} \quad (\text{H.25a})$$

je aritmetický průměr $K = 5$ pozorování napětí, která byla provedena j -tý den (je $J = 10$ takových denních průměrů)

is the arithmetic mean of the $K = 5$ potential-difference observations made on the j th day (there are $J = 10$ such daily means)

$$\bar{V} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \bar{V}_j = \frac{1}{JK} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K V_{jk} \quad (\text{H.25b})$$

je aritmetický průměr $J = 10$ denních středních hodnot a tedy celková střední hodnota $JK = 50$ pozorování;

is the arithmetic mean of the $J = 10$ daily means and thus the overall mean of the $JK = 50$ observations;

$$s^2(V_{jk}) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (V_{jk} - \bar{V}_j)^2 \quad (\text{H.25c})$$

je výběrový rozptyl $K = 5$ pozorování provedených j -tý den (je $J = 10$ takových odhadů rozptylu); a

is the experimental variance of the $K = 5$ observations made on the j th day (there are $J = 10$ such estimates of variance); and

$$s^2(\bar{V}_j) = \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (\bar{V}_j - \bar{V})^2 \quad (\text{H.25d})$$

je výběrový rozptyl $J = 10$ denních středních hodnot (je pouze jeden takový odhad rozptylu).

is the experimental variance of the $J = 10$ daily means (there is only one such estimate of variance).

H.5.2.2 Shoda denního kolísání a mezidenního kolísání pozorování může být zkoumána porovnáním dvou nezávislých odhadů σ_w^2 denních složek rozptylu (tj. rozptylu pozorování provedených týž den).

H.5.2.2 The consistency of the within-day variability and between-day variability of the observations can be investigated by comparing two independent estimates σ_w^2 the within-day component of variance (that is, the variance of observations made on the same day).

První odhad σ_w^2 označený pomocí s_a^2 je získán z pozorovaného kolísání denní střední hodnoty \bar{V}_j . Protože \bar{V}_j je střední hodnota K pozorování, odhad jejího rozptylu $s^2(\bar{V}_j)$ za předpokladu, že mezidenní složka rozptylu je nula, odhaduje σ_w^2 / K . Z rovnice (H.25d) potom vyplývá

The first estimate of σ_w^2 denoted by s_a^2 is obtained from the observed variation of the daily means \bar{V}_j . Since \bar{V}_j is the average of K observations, its estimated variance $s^2(\bar{V}_j)$, under the assumption that the between-day component of variance is zero, estimates σ_w^2 / K . It then follows from equation (H.25d) that

$$s_a^2 = Ks^2(\bar{V}_j) = \frac{K}{J-1} \sum_{j=1}^J (\bar{V}_j - \bar{V})^2 \quad (\text{H.26a})$$

což je odhad σ_w^2 s $\nu_a = J - 1 = 9$ stupni volnosti.

Druhý odhad σ_w^2 , označený s_b^2 , je sdružený odhad rozptylu z $J = 10$ jednotlivých hodnot $s^2(V_{jk})$ použitím rovnice z poznámky k H.3.6, kde deset jednotlivých hodnot je vypočteno z rovnice (H.25c). Protože počet stupňů volnosti každé z těchto hodnot je $\nu_i = K - 1$, výsledným výrazem pro s_b^2 je jednoduše jejich průměr. Tedy platí

$$s_b^2 = \overline{s^2(V_{jk})} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J s^2(V_{jk}) = \frac{1}{J(K-1)} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K (V_{jk} - \bar{V}_j)^2 \quad (\text{H.26b})$$

což je odhad σ_w^2 s $\nu_b = J(K - 1) = 40$ stupňů volnosti.

Odhady σ_w^2 dané rovnicemi (H.26a) a (H.26b) jsou $s_a^2 = (128 \mu\text{V})^2$ a $s_b^2 = (85 \mu\text{V})^2$ (viz tabulka H.9). Protože odhad s_a^2 je založen na kolísání denních středních hodnot, zatímco odhad s_b^2 je založen na kolísání denních pozorování, jejich rozdíl ukazuje možnou přítomnost vlivu, který se sice mění z jednoho dne na druhý, ale přece jen vždy u pozorovaných hodnot během jednoho dne v podstatě zůstávají konstantní. *F*-test je používán ke zkoušce možnosti a tedy předpokladu, že mezidenní složka rozptylu je rovna nule.

which is an estimate of σ_w^2 having $\nu_a = J - 1 = 9$ degrees of freedom.

The second estimate of σ_w^2 , denoted by s_b^2 , is the pooled estimate of variance obtained from the $J = 10$ individual values of $s^2(V_{jk})$ using the equation of the note to H.3.6, where the ten individual values are calculated from equation (H.25c). Because the degrees of freedom of each of these values is $\nu_i = K - 1$, the resulting expression for s_b^2 is simply their average. Thus

which is an estimate of σ_w^2 having $\nu_b = J(K - 1) = 40$ degrees of freedom.

The estimates of σ_w^2 given by equations (H.26a) and (H.26b) are $s_a^2 = (128 \mu\text{V})^2$ and $s_b^2 = (85 \mu\text{V})^2$, respectively (see table H.9). Since the estimate s_a^2 is based on the variability of the daily means while the estimate s_b^2 is based on the variability of the daily observations, their difference indicates the possible presence of an effect that varies from one day to another but that remains relatively constant when observations are made on any single day. The *F*-test is used to test this possibility, and thus the assumption that the between-day component of variance is zero.

H.5.2.3 *F*-rozdělení je rozdělení pravděpodobnosti poměru $F(\nu_a, \nu_b) = s_a^2(\nu_a) / s_b^2(\nu_b)$ dvou nezávislých odhadů $s_a^2(\nu_a)$ a $s_b^2(\nu_b)$ rozptylu σ^2 normálního rozdělení náhodné veličiny [15]. Parametry ν_a a případně ν_b jsou počty stupňů volnosti obou odhadů a to platí při $0 \leq F(\nu_a, \nu_b) < \infty$. Hodnoty *F* jsou tabelizovány pro různé hodnoty ν_a a ν_b a různé kvantily *F*-rozdělení. Hodnota $F(\nu_a, \nu_b) > F_{0,95}$ nebo $F(\nu_a, \nu_b) > F_{0,975}$ (kritická hodnota) je obvykle interpretována jako ukazatel, že statistický význam $s_a^2(\nu_a)$ je větší než $s_b^2(\nu_b)$; a že pravděpodobnost hodnoty *F* je stejná pozorovaná hodnota, jestliže při stejném rozptylu obou odhadů je menší než 0,05 eventuelně 0,025. (Také je dovoleno vybrat jiné kritické hodnoty, takové jako $F_{0,99}$.)

H.5.2.3 The *F*-distribution is the probability distribution of the ratio $F(\nu_a, \nu_b) = s_a^2(\nu_a) / s_b^2(\nu_b)$ of two independent estimates, $s_a^2(\nu_a)$ and $s_b^2(\nu_b)$, of the variance σ^2 of a normally distributed random variable [15]. The parameters ν_a and ν_b are the respective degrees of freedom of the two estimates and $0 \leq F(\nu_a, \nu_b) < \infty$. Values of *F* are tabulated for different values of ν_a and ν_b and various quantiles of the *F*-distribution. A value of $F(\nu_a, \nu_b) > F_{0,95}$ or $F(\nu_a, \nu_b) > F_{0,975}$ (the critical value) is usually interpreted as indicating that $s_a^2(\nu_a)$ is larger than $s_b^2(\nu_b)$ by a statistically significant amount; and that the probability of a value of *F* as large as that observed, if the two estimates were estimates of the same variance, is less than 0,05 or 0,025, respectively. (Other critical values may also be chosen, such as $F_{0,99}$.)

Tabulka H.9 – Přehled dat kalibrace napěťového etalonu získaných za $J = 10$ dnů

s každodenní střední hodnotou \bar{V}_j a výběrovou směrodatnou odchylkou $s(V_{j,k})$ založených na $K = 5$ opakovaných nezávislých pozorováních

Table H.9 – Summary of voltage standard calibration data obtained on $J = 10$ days, with each daily mean \bar{V}_j and experimental standard deviation $s(V_{j,k})$ based on $K = 5$ independent repeated observations

Den, j	Veličina	
Day, j	Quantity	
	\bar{V}_j / V	$s(V_{j,k}) / \mu\text{V}$
1	10,000 172	60
2	10,000 116	77
3	10,000 013	111
4	10,000 144	101
5	10,000 106	67
6	10,000 031	93
7	10,000 060	80
8	10,000 125	73
9	10,000 163	88
10	10,000 041	86
$\bar{V} = 10,000\ 097\ \text{V}$ $s(\bar{V}_j) = 57\ \mu\text{V}$ $s_a^2 = Ks^2(\bar{V}_j) = 5(57\ \mu\text{V})^2 = (128\ \mu\text{V})^2$ $s_b^2 = \overline{s^2(V_{j,k})} = (85\ \mu\text{V})^2$		

H.5.2.4 Použití F -testu v předloženém číselném příkladu poskytuje

H.5.2.4 The application of the F -test to the present numerical example yields

$$F(v_a, v_b) = \frac{s_a^2}{s_b^2} = \frac{Ks^2(\bar{V}_j)}{s^2(V_{j,k})} = \frac{5(57\ \mu\text{V})^2}{(85\ \mu\text{V})^2} = 2,25 \quad (\text{H.27})$$

s $v_a = J - 1 = 9$ stupňů volnosti v čitateli a $v_b = J(K - 1) = 40$ stupni volnosti ve jmenovateli. Protože $F_{0,95}(9,40) = 2,12$ a $F_{0,975}(9,40) = 2,45$, je závěr, že je statisticky významný mezidenní vliv při 5-ti procentní úrovni významnosti, ale ne při úrovni 2,5 % .

with $v_a = J - 1 = 9$ degrees of freedom in the numerator and $v_b = J(K - 1) = 40$ degrees of freedom in the denominator. Since $F_{0,95}(9,40) = 2,12$ and $F_{0,975}(9,40) = 2,45$, it is concluded that there is a statistically significant between-day effect at the 5 percent level of significance but not at the 2,5 percent level.

H.5.2.5 Jestliže je existence mezidenních vlivů zamítnuta, protože se na rozdíl mezi s_a^2 a s_b^2 nepohlíží jako na statisticky významný (nerozvážené rozhodnutí, protože by mohlo vést k nedocenění nejistoty), odhad rozptylu $s^2(\bar{V})$ k \bar{V} má být vypočten z rovnice (H.24b). Tento vztah je rovnocenný ke sdružení odhadů s_a^2 a s_b^2 (tj. zobrazení váženého průměru z s_a^2 a s_b^2 , vážený vždy podle počtu stupňů volnosti ν_a a ν_b , viz H.3.6, poznámka) k získání nejlepšího odhadu rozptylu pozorování; a dělením odhadu JK (počtem pozorování), k získání nejlepšího odhadu rozptylu $s^2(\bar{V})$ střední hodnoty pozorování. Tímto postupem se obdrží:

$$s^2(\bar{V}) = \frac{(J-1)s_a^2 + J(K-1)s_b^2}{JK(JK-1)} = \frac{9(128 \mu\text{V})^2 + 40(85 \mu\text{V})^2}{(10)(5)(49)} \quad (\text{H.28a})$$

$$s^2(\bar{V}) = (13 \mu\text{V})^2, \text{ nebo } s(\bar{V}) = 13 \mu\text{V} \quad (\text{H.28b})$$

přičemž $JK - 1 = 49$ stupňů volnosti patří k $s(\bar{V})$.

Jestliže se předpokládá, že všechny korekce pro systematické vlivy byly již vzaty v úvahu a všechny ostatní složky nejistoty jsou nevýznamné, potom výsledek kalibrace může být stanoven jako $V_s = \bar{V} = 10,000\ 0097\ \text{V}$ (viz tabulka H.9), s kombinovanou standardní nejistotou $s(\bar{V}) = u_c = 13\ \mu\text{V}$, přičemž 49 stupňů volnosti patří k u_c .

POZNÁMKY

1 V praxi by byly pravděpodobnější další složky nejistoty, které byly významné a proto by měly být kombinovány se složkami nejistoty statisticky získanými z pozorování (viz H.5.1, poznámka).

2 Dá se dokázat, že rovnice (H.28a) pro $s^2(\bar{V})$ může být rovnocenná rovnici (H.24b), zápisem dvojitého součtu označeného S v této rovnici jako:

H.5.2.5 If the existence of a between-day effect is rejected because the difference between s_a^2 and s_b^2 is not viewed as statistically significant (an imprudent decision because it could lead to an underestimate of the uncertainty), the estimated variance $s^2(\bar{V})$ of \bar{V} should be calculated from equation (H.24b). That relation is equivalent to pooling the estimates s_a^2 and s_b^2 (that is, taking a weighted average of s_a^2 and s_b^2 , each weighted by its respective degrees of freedom ν_a and ν_b – see H.3.6, note) to obtain the best estimate of the variance of the observations; and dividing that estimate by JK , the number of observations, to obtain the best estimate $s^2(\bar{V})$ of the variance of the mean of the observations. Following this procedure one obtains

with $s(\bar{V})$ having $JK - 1 = 49$ degrees of freedom.

If it is assumed that all corrections for systematic effects have already been taken into account and that all other components of uncertainty are insignificant, then the result of the calibration can be stated as $V_s = \bar{V} = 10,000\ 0097\ \text{V}$ (see table H.9), with a combined standard uncertainty of $s(\bar{V}) = u_c = 13\ \mu\text{V}$, and with u_c having 49 degrees of freedom.

NOTES

1 In practice, there would very likely be additional components of uncertainty that were significant and therefore would have to be combined with the component of uncertainty obtained statistically from the observations (see H.5.1, note).

2 Equation (H28a) for $s^2(\bar{V})$ can be shown to be equivalent to equation (H24b) by writing the double sum, denoted by S in that equation as

$$s = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K [(V_{jk} - \bar{V}_j) + (\bar{V}_j - \bar{V})]^2 = (J-1)s_a^2 + J(K-1)s_b^2$$

H.5.2.6 Když je přijata existence mezidenního vlivu (rozházné rozhodnutí, protože to vylučuje možné nedocení nejistoty) a předpokládá se, že musí být nahodilé, potom rozptyl $s^2(\bar{V}_j)$, vypočtený z $J = 10$ denních středních hodnot podle rovnice (H.25d) neodhaduje σ_w^2 / K jak se předpokládá v H.5.2.2, ale $\sigma_w^2 / K + \sigma_b^2$, kde σ_b^2 je náhodná mezidenní složka rozptylu. To znamená, že

$$s^2(\bar{V}_j) = s_w^2 / K + s_b^2 \quad (\text{H.29})$$

kde s_w^2 odhaduje σ_w^2 a s_b^2 odhaduje σ_b^2 .

Protože $\overline{s^2(V_{jk})}$ vypočtená z rovnice (H.26b) závisí pouze na denním kolísání hodnot pozorování, může se dosadit $s_w^2 = \overline{s^2(V_{jk})}$.

Tedy poměr $Ks^2(\bar{V}_j) / \overline{s^2(V_{jk})}$ použitý pro F -test v H.5.2.4 se změní:

$$F = \frac{Ks^2(\bar{V}_j)}{\overline{s^2(V_{jk})}} = \frac{s_w^2 + Ks_b^2}{s_w^2} = \frac{5 (57 \mu\text{V})^2}{(85 \mu\text{V})^2} = 2,25 \quad (\text{H.30})$$

který potom vede k

which then leads to

$$s_b^2 = \frac{Ks^2(\bar{V}_j) - \overline{s^2(V_{jk})}}{K} \quad (\text{H.31a})$$

$$s_b^2 = (43 \mu\text{V})^2, \text{ nebo (or) } s_b = 43 \mu\text{V}$$

$$s_w^2 = \overline{s^2(V_{jk})} = (85 \mu\text{V})^2, \text{ nebo (or) } s_w = 85 \mu\text{V} \quad (\text{H.31b})$$

H.5.2.6 If the existence of a between-day effect is accepted (a prudent decision because it avoids a possible underestimate of the uncertainty) and it is assumed to be random, then the variance $s^2(\bar{V}_j)$ calculated from the $J = 10$ daily means according to equation (H.25d) estimates not σ_w^2 / K as postulated in H.5.2.2, but $\sigma_w^2 / K + \sigma_b^2$, where σ_b^2 is the between-day random component of variance. This implies that

where s_w^2 estimates σ_w^2 and s_b^2 estimates

σ_b^2 . Since $\overline{s^2(V_{jk})}$ calculated from equation (H.26b) depends only on the within-day variability of the observations, one may take

$s_w^2 = \overline{s^2(V_{jk})}$. Thus the ratio $Ks^2(\bar{V}_j) / \overline{s^2(V_{jk})}$ used for the F -test in H.5.2.4 becomes

Odhad rozptylu \bar{V} je získán z $s^2(\bar{V}_j)$ rovnice (H.25d), protože $s^2(\bar{V}_j)$ správně odráží denní i mezidenní náhodné složky rozptylu [viz rovnice (H.29)]. Tedy

$$\begin{aligned} s^2(\bar{V}) &= s^2(\bar{V}_j) / J \\ &= (57 \mu\text{V})^2 / 10, \text{ nebo (or) } s(\bar{V}) = 18 \mu\text{V} \end{aligned} \quad (\text{H.32})$$

přičemž $J - 1 = 9$ stupňů volnosti patří k $s(\bar{V})$.

Počet stupňů volnosti s_W^2 (a tedy i s_W) je $J(K - 1) = 40$ [viz rovnice (H.26b)]. Počet stupňů volnosti s_B^2 (a tedy i s_B) je počet efektivních stupňů volnosti rozdílu $s_B^2 = s^2(\bar{V}_j) - s^2(V_{jk}) / K$ [rovnice (H.31a)], ale její odhad je problematický.

H.5.2.7 Nejlepší odhad napětí napěťového etalonu je potom $V_s = \bar{V} = 10,000\,097\text{ V}$ s $s(\bar{V}) = u_c = 18 \mu\text{V}$, jak vyplývá z rovnice (H.32). Tato hodnota u_c a jejích 9 stupňů volnosti musí být porovnávány s $u_c = 13 \mu\text{V}$ a jeho 49 stupni volnosti výsledku získaného v H.5.2.5 [rovnice (H.28b)], když existence mezidenního vlivu byla zamítnuta.

Při skutečném měření zřejmý mezidenní vliv má být dále zkoumán, jestliže je to možné, aby se určila jeho příčina a zda je systematický vliv přítomen, a nebo by mohl být metodami ANOVA zamítnut. Jak bylo na začátku tohoto příkladu zdůrazněno, postupy ANOVA jsou stanoveny tak, aby identifikovaly a vyhodnotily složky nejistoty, které vznikly z náhodných vlivů; nejsou však vhodné k obstarávání informací o složkách, které vznikají ze systematických vlivů.

The estimated variance of \bar{V} is obtained from $s^2(\bar{V}_j)$, equation (H.25d), because $s^2(\bar{V}_j)$ properly reflects both the within-day and between-day random components of variance [see equation (H.29)]. Thus

with $s(\bar{V})$ having $J - 1 = 9$ degrees of freedom.

The degrees of freedom of s_W^2 , (and thus s_W) is $J(K - 1) = 40$ [see equation (H.26b)]. The degrees of freedom of s_B^2 (and thus s_B) is the effective degrees of freedom of the difference $s_B^2 = s^2(\bar{V}_j) - s^2(V_{jk}) / K$ [equation (H.31a)], but its estimation is problematic.

H.5.2.7 The best estimate of the potential difference of the voltage standard is then $V_s = \bar{V} = 10,000\,097\text{ V}$, with $s(\bar{V}) = u_c = 18 \mu\text{V}$ as given in equation (H.32). This value of u_c and its 9 degrees of freedom are to be compared with $u_c = 13 \mu\text{V}$ and its 49 degrees of freedom, the result obtained in H.5.2.5 [equation (H.28b)] when the existence of a between-day effect was rejected.

In a real measurement an apparent between-day effect should be further investigated, if possible, in order to determine its cause and whether a systematic effect is present that would negate the use of ANOVA methods. As pointed out at the beginning of this example, ANOVA techniques are designed to identify and evaluate components of uncertainty arising from random effects; they cannot provide information about components arising from systematic effects.

H.5.3 Role postupů ANOVA při měření

H.5.3.1 Tento příklad napětového etalonu znázorňuje, co je obecně označováno jako jednostupňový zatříděný soubor. Jedná se o vyvážený zatříděný soubor, protože je k dispozici jednorovňové „zatřídění“ hodnot pozorování, přičemž činitel, který se při měření mění, je den, ve kterém se provádí pozorování. Je to vyvážené, protože stejný počet pozorování je uskutečněn každý den. Analýza, uvedená v tomto příkladu, může být použita ke stanovení, zda existuje „vliv operátora“, „vliv přístroje“, „vliv laboratoře“, „vliv vzorku“ nebo dokonce „vliv metody“ v určitém měření. Tedy tento příklad by se mohl chápat jako nahrazení pozorování prováděná během J různých dní pozorováními provedenými týž den, ale J různými operátory; mezidenní složka rozptylu se stává složkou rozptylu spojenou s různými operátory.

H.5.3.2 Jak je poznamenáno v H.5, metody ANOVA jsou rozsáhle používané při certifikaci referenčních materiálů (RM) zkouškami ve více laboratořích. Taková certifikace obvykle zahrnuje počet nezávislých, rovnocenných složek laboratorních vzorků míry materiálu, pokud jde o vlastnosti, pro které je materiál certifikován. Obecně se předpokládá, že rozdíly mezi jednotlivými výsledky, v rámci jedné laboratoře a mezi laboratořemi, jsou statistické povahy bez ohledu na příčinu. Na každou laboratorní střední hodnotu se pohlíží jako na očekávaně rozptýlený odhad vlastnosti materiálu a nevážená střední hodnota laboratorních průměrů se pokládá za nejlepší odhad této vlastnosti.

H.5.3 The role of ANOVA in measurement

H.5.3.1 This voltage standard example illustrates what is generally termed a balanced, one-stage nested design. It is a one-stage nested design because there is one level of “nesting” of the observations with one factor, the day on which observations are made, being varied in the measurement. It is balanced because the same number of observations is made on each day. The analysis presented in the example can be used to determine if there is an “operator effect,” an “instrument effect,” a “laboratory effect,” a “sample effect,” or even a method effect” in a particular measurement. Thus in the example, one might imagine replacing the observations made on the J different days by observations made on the same day but by J different operators; the between-day component of variance becomes then a component of variance associated with different operators.

H.5.3.2 As noted in H.5, ANOVA methods are widely used in the certification of reference materials (RMs) by interlaboratory testing. Such certification usually involves having a number of independent, equally competent laboratories measure samples of a material for the property for which the material is to be certified. It is generally assumed that the differences between individual results, both within and between laboratories, are statistical in nature regardless of the causes. Each laboratory mean is considered an unbiased estimate of the property of the material, and usually the unweighted mean of the laboratory means is assumed to be the best estimate of that property.

Certifikace RM by mohla zahrnovat I různých laboratoří, z nichž každá stanoví míru potřebných vlastností J různých vzorků materiálu, s každým měřením vzorku spočívající na K nezávislých opakovaných pozorováních. Tedy celkový počet pozorování je IJK a celkový součet vzorků je IJ . Toto je příklad dvoustupňového vyváženého zatříděného souboru analogického k jednostupňovému příkladu s napětovým etalonem. V tomto případě jsou dvě úrovně „zatřídění“ hodnot pozorování s dvěma různými činiteli, vzorek a laboratoř, které se mění během měření. Provedení je vyvážené, protože každý vzorek je podroben K měření v každé laboratoři a každá laboratoř měří stejný počet vzorků (J). V další analogii s příkladem napětového etalonu je účelem analýzy dat v případě RM vyšetřit možnou existenci mezivzorkového vlivu a vlivu mezi laboratořemi, a ke stanovení správné nejistoty přidělené k nejlepšímu odhadu hodnoty vlastnosti, která má být certifikována. S podporou předchozího odstavce je střední hodnota předpokládaný odhad I laboratorních středních hodnot, která je také střední hodnotou IJK pozorování.

H.5.3.3 Význam kolísání vstupních veličin, na kterých výsledek měření závisí tak, že jeho nejistota, založená na pozorovaných statisticky vyhodnocených datech, je uveden v 3.4.2. Zatřídění a analýza výsledných dat metodou ANOVA mohou být úspěšně použity v mnoha situacích, se kterými se setkáváme v praxi.

An RM certification might involve I different laboratories, each of which measures the requisite property of J different samples of the material, with each measurement of a sample consisting of K independent repeated observations. Thus the total number of observations is IJK and the total number of samples is IJ . This is an example of a balanced, two-stage nested design analogous to the one-stage voltage-standard example above. In this case there are two levels of “nesting” of the observations with two different factors, sample and laboratory, being varied in the measurement. The design is balanced because each sample is observed the same number of times (K) in each laboratory and each laboratory measures the same number of samples (J). In further analogy with the voltage-standard example, in the RM case the purpose of the analysis of the data is to investigate the possible existence of a between-samples effect and a between-laboratories effect, and to determine the proper uncertainty to assign to the best estimate of the value of the property to be certified. In keeping with the previous paragraph, that estimate is assumed to be the mean of the I laboratory means, which is also the mean of the IJK observations.

H.5.3.3 The importance of varying the input quantities upon which a measurement result depends so that its uncertainty is based on observed data evaluated statistically is pointed out in 3.4.2. Nested designs and the analysis of the resulting data by ANOVA methods can be successfully used in many measurement situations encountered in practice.

Nicméně, jak je uvedeno v 3.4.1, kolísání všech vstupních veličin je sotva proveditelné z časových důvodů a pomocných zdrojů. V nejlepším případě ve většině praktických situacích měření je to možné pouze hodnocením několika složek použitím metod ANOVA. Jak je zdůrazněno v 4.3.1, při pochybnostech musí být mnoho složek vyhodnoceno pomocí vědeckého posudku, použitím všech dostupných informací s ohledem na možnou proměnlivost vstupních veličin. V mnoha případech složka nejistoty tak, jak například vznikne z „vlivu vzorků“, „vlivu laboratoří“, „vlivu přístrojů“ a „vlivu operátorů“, nemůže být vyhodnocena statistickou analýzou řady pozorování, ale musí být vyhodnocena z dostupných informací.

H.6 Měření na referenční stupnici: tvrdost

Tvrdost je příklad fyzikálního pojmu, který nemůže být kvantifikován bez odkazu na metody měření. Nemá žádnou jednotku, která je nezávislá na takové metodě. Veličina „tvrdost“ není jako klasické měřitelné veličiny ve smyslu toho, že nemůže být dosazena do algebraických rovnic, aby definovala jiné měřené veličiny (i když je občas použita v empirických rovnicích, které vztahují tvrdost k jiné vlastnosti pro kategorii materiálů). Její velikost je určena smluvním měřením, tj. pomocí důlku v *tělese vzorku* zkušebního materiálu. Měření se provádí podle příslušné technické normy, která popisuje „vtlačovací tělísko“ a konstrukci přístroje, v kterém je vtlačovací tělísko použito a způsob, jak přístroj obsluhovat. Neexistuje jen jedna technická norma, a proto existuje více stupnic tvrdosti.

Nonetheless, as indicated in 3.4.1, varying all input quantities is rarely feasible due to limited time and resources; at best, in most practical measurement situations, it is only possible to evaluate a few components of uncertainty using ANOVA methods. As pointed out in 4.3.1, many components must be evaluated by scientific judgement using all of the available information on the possible variability of the input quantities in question; in many instances an uncertainty component, such as arises from a between-samples effect, a between-laboratories effect, a between-instruments effect, or a between-operators effect, cannot be evaluated by the statistical analysis of series of observations but must be evaluated from the available pool of information.

H.6 Measurements on a reference scale: hardness

Hardness is an example of a physical concept that cannot be quantified without reference to a method of measurement; it has no unit that is independent of such a method. The quantity “hardness” is unlike classical measurable quantities in that it cannot be entered into algebraic equations to define other measurable quantities (though it is sometimes used in empirical equations that relate hardness to another property for a category of materials). Its magnitude is determined by a conventional measurement, that of a linear dimension of an indentation in a block of the material of interest, or *sample block*. The measurement is made according to a written standard, which includes a description of the “indenter,” the construction of the machine by which the indenter is applied, and the way in which the machine is to be operated. There is more than one written standard, so there is more than one scale of hardness.

Zaznamenaná tvrdost je funkce (závislá na stupnici) měřeného lineárního rozměru. V příkladu uvedeném v tomto článku je to lineární funkce aritmetického průměru hloubky pěti opakovaně provedených důlků, ale pro některé jiné stupnice to může být funkce nelineární.

Provedení etalonového přístroje je založeno na národní normě (neexistuje žádné mezinárodně platné provedení etalonu); porovnání jednotlivého přístroje s *národním etalonem* se uskutečňuje pomocí *bloku srovnávacího standardu*.

H.6.1 Problém měření

V tomto příkladu, tvrdost vzorového kusu materiálu je určena pomocí stupnice „Rockwell C“ za použití přístroje, který byl kalibrován s použitím národního etalonového přístroje. Jednotka stupnice tvrdosti Rockwell-C je 0,002 mm, s tvrdostí určenou na této stupnici jako $100 \times (0,002 \text{ mm})$ minus průměrná hloubka pěti důlků, měřená v mm. Hodnota této veličiny dělitelná jednotkou stupnice Rockwell 0,002 mm je nazývána „HRC index tvrdosti“. V tomto příkladu je tato veličina jednoduše nazývána „tvrdost“, označuje se $h_{\text{Rockwell C}}$ a číselná hodnota tvrdosti vyjádřená pomocí Rockwellovy jednotky délky je nazývána „index tvrdosti“ a označena $H_{\text{Rockwell C}}$.

H.6.2 Matematický model

K průměru hloubky důlků, provedených na tělese vzorku přístrojem použitým k určení tvrdosti nebo *kalibračním přístrojem*, musí být připočítány korekce k určení průměru hloubky důlků, které by mohly být udělány na stejném vzorku pomocí národního etalonového přístroje. Tedy:

$$\begin{aligned} h_{\text{Rockwell C}} &= f(\bar{d}, \Delta_c, \Delta_b, \Delta_s) \\ &= 100 (0,002 \text{ mm}) - \bar{d} \end{aligned} \tag{H.33a}$$

$$\begin{aligned} H_{\text{Rockwell C}} &= h_{\text{Rockwell C}} / (0,002 \text{ mm}) \\ &\quad - \Delta_c - \Delta_b - \Delta_s \end{aligned} \tag{H.33b}$$

The hardness reported is a function (depending on the scale) of the linear dimension that is measured. In the example given in this subclause it is a linear function of the arithmetic mean or average of the depths of five repeated indentations, but for some other scales the function is non-linear.

Realizations of the standard machine are kept as national standards (there is no international standard realization); a comparison between a particular machine and *the national standard machine* is made using a *transfer-standard block*.

H.6.1 The measurement problem

In this example the hardness of a sample block of material is determined on the scale “Rockwell C” using a machine that has been calibrated against the national standard machine. The scale unit of Rockwell-C hardness is 0,002 mm, with hardness on that scale defined as $100 \times (0,002 \text{ mm})$ minus the average of the depths, measured in mm, of five indentations. The value of that quantity divided by the Rockwell scale unit 0,002 mm is called the “HRC hardness index.” In this example the quantity is called simply “hardness,” symbol $h_{\text{Rockwell C}}$ and the numerical value of hardness expressed in Rockwell units of length is called the “hardness index”, symbol $H_{\text{Rockwell C}}$.

H.6.2 Mathematical model

To the average of the depths of the indentations made in the sample block by the machine used to determine its hardness, or *calibration machine*, must be added corrections to determine the average of the depths of the indentations that would have been made in the same block by the national standard machine. Thus

kde je

- \bar{d} aritmetický průměr hloubky pěti důlků provedených kalibračním přístrojem na tělese vzorku;
- Δ_c korekce získaná porovnáním kalibračního přístroje s národním etalonovým přístrojem, za použití bloku srovnávacího standardu, rovnající se průměrné hloubce $5m$ důlků provedených na vzorku pomocí národního etalonového přístroje minus průměrná hloubka $5n$ důlků provedených na stejném vzorku pomocí kalibračního přístroje;
- Δ_b rozdíl tvrdosti (vyjádřený jako rozdíl průměrných hloubek důlků) mezi dvěma částmi srovnávacího standardu, samostatně použitými pro vtlačování dvěma porovnávanými přístroji, předpokládá se, že rozdíl bude nulový; a
- Δ_s chyba z důvodu nedostatku opakovatelnosti národního etalonového přístroje a neúplnosti definice veličiny tvrdosti, i když se musí předpokládat, že Δ_s je rovno nule, má příslušnou standardní nejistotu $u(\Delta_s)$.

Zatímco parciální derivace $\partial f / \partial \bar{d}$, $\partial f / \partial \Delta_c$, $\partial f / \partial \Delta_b$, a $\partial f / \partial \Delta_s$ funkce z rovnice (H.33a) jsou všechny rovny -1 , je kombinovaná standardní nejistota $u_c^2(h)$ tvrdosti vzorku měřená kalibračním přístrojem jednoduše uvedena v

$$u_c^2(h) = u^2(\bar{d}) + u^2(\Delta_c) + u^2(\Delta_b) + u^2(\Delta_s) \quad (\text{H.34})$$

kde pro jednoduchost označení platí:
 $h \equiv h_{\text{Rockwell C}}$

where

- \bar{d} is the average of the depths of five indentations made by the calibration machine in the sample block;
- Δ_c is the correction obtained from a comparison of the calibration machine with the national standard machine using a transfer-standard block, equal to the average of the depths of $5m$ indentations made by the national standard machine in this block, minus the average of the depths of $5n$ indentations made in the same block by the calibration machine;
- Δ_b is the difference in hardness (expressed as a difference of average depth of indentation) between the two parts of the transfer-standard block used respectively for indentations by the two machines, assumed zero; and
- Δ_s is the error due to the lack of repeatability of the national standard machine and the incomplete definition of the quantity hardness. Although Δ_s must be assumed to be zero, it has a standard uncertainty associated with it of $u(\Delta_s)$

Since the partial derivatives $\partial f / \partial \bar{d}$, $\partial f / \partial \Delta_c$, $\partial f / \partial \Delta_b$, and $\partial f / \partial \Delta_s$ of the function of equation (H.33a) are all equal to -1 , the combined standard uncertainty $u_c^2(h)$ of the hardness of the sample block as measured by the calibration machine is simply given by

where for simplicity of notation $h \equiv h_{\text{Rockwell C}}$

H.6.3 Příspěvkající rozptyly

H.6.3.1 Nejistota průměru hloubky \bar{d} důlku na vzorku, $u(\bar{d})$

Nejistota opakovaných pozorování. Striktní opakování jednoho pozorování není možné, protože nový důlek nemůže být provedený na místě dřívějšího vtlačení. Protože každý důlek musí být proveden na jiném místě, jakékoliv rozptyly výsledků zahrnují vliv kolísání tvrdosti mezi různými místy. Tedy $u(\bar{d})$, standardní nejistota průměru hloubek pěti důlků na tělese vzorku provedených kalibračním přístrojem, je vzata jako $s_p(d_k) / \sqrt{5}$, kde $s_p(d_k)$ je sdružená směrodatná odchylka hloubky důlku určená pomocí „opakovaných“ měření na tělese, o kterém je známo, že má velmi stejnou tvrdost (viz 4.2.4).

Nejistota indikace. Ačkoliv korekce \bar{d} z důvodu displeje kalibračního přístroje je nulová, existuje nejistota pro \bar{d} v důsledku nejistoty indikace hloubky způsobené rozlišovací schopností δ displeje, dané $u(\delta) = \delta^2 / 12$ (viz F.2.2.1). Odhad rozptylu \bar{d} je tedy

$$u^2(\bar{d}) = s^2(d_k) / 5 + \delta^2 / 12$$

(H.35)

H.6.3 Contributory variances

H.6.3.1 Uncertainty of the average depth of indentation \bar{d} of the sample block, $u(\bar{d})$

Uncertainty of repeated observations. Strict repetition of an observation is not possible because a new indentation cannot be made on the site of an earlier one. Since each indentation must be made on a different site, any variation in the results includes the effect of variations in hardness between different sites. Thus $u(\bar{d})$, the standard uncertainty of the average of the depths of five indentations in the sample block by the calibration machine, is taken as $s_p(d_k) / \sqrt{5}$, where $s_p(d_k)$ is the pooled experimental standard deviation of the depths of indentations determined by "repeated" measurements on a block known to have very uniform hardness (see 4.2.4).

Uncertainty of indication. Although the correction to \bar{d} due to the display of the calibration machine is zero, there is an uncertainty in \bar{d} due to the uncertainty of the indication of depth due to the resolution δ of the display given by $u(\delta) = \delta^2 / 12$ (see F.2.2. 1). The estimated variance of \bar{d} is thus

H.6.3.2 Nejistota $u(\Delta_c)$ korekce rozdílu mezi dvěma přístroji

Jak bylo uvedeno v H.6.2, Δ_c je korekce rozdílu mezi národním etalonovým přístrojem a kalibračním přístrojem. Tato korekce může být vyjádřena jako $\Delta_c = z'_s - z'$, kde $z'_s = (\sum_{i=1}^m \bar{z}_{s,i}) / m$ je průměr hloubky $5m$ důlků provedených národním etalonovým přístrojem na bloku srovnávacího standardu; a $z' = (\sum_{i=1}^n \bar{z}_i) / n$ je průměr hloubky $5n$ důlků provedených na stejném bloku pomocí kalibračního přístroje. Tedy za předpokladu, že porovnání nejistoty, která v důsledku rozlišovací schopnosti displeje kteréhokoli přístroje je zanedbatelná, platí pro odhad rozptylu Δ_c :

$$u^2(\Delta_c) = \frac{s_{av}^2(\bar{z}_s)}{m} + \frac{s_{av}^2(\bar{z})}{n} \quad (\text{H.36})$$

kde

$s_{av}^2(\bar{z}_s) = [\sum_{i=1}^m s^2(\bar{z}_{s,i})] / m$ je průměr výběrových rozptylů středních hodnot každé z m řad důlků $z_{s,ik}$ provedených pomocí etalonového přístroje;

$s_{av}^2(\bar{z}) = [\sum_{i=1}^n s^2(\bar{z}_i)] / n$ je průměr výběrových rozptylů středních hodnot každé z n řad důlků z_{ik} provedených pomocí kalibračního přístroje.

POZNÁMKA

Rozptyly $s_{av}^2(\bar{z}_s)$ a $s_{av}^2(\bar{z})$ jsou sdružené odhady rozptylů; viz vysvětlení k rovnici (H.26b) v H.5.2.2.

H.6.3.2 Uncertainty of the correction for the difference between the two machines, $u(\Delta_c)$

As indicated in H.6.2, Δ_c is the correction for the difference between the national standard machine and the calibration machine.

This correction may be expressed $\Delta_c = z'_s - z'$

, where $z'_s = (\sum_{i=1}^m \bar{z}_{s,i}) / m$ is the average depth of the $5m$ indentations made by the national standard machine in the transfer-

standard block; and $z' = (\sum_{i=1}^n \bar{z}_i) / n$ is the average depth of the $5n$ indentations made in the same block by the calibration machine. Thus, assuming that for the comparison the uncertainty due to the resolution of the display of each machine is negligible, the estimated variance of Δ_c is

where

$s_{av}^2(\bar{z}_s) = [\sum_{i=1}^m s^2(\bar{z}_{s,i})] / m$ is the average of the experimental variances of the means of each of the m series of indentations $z_{s,ik}$ made by the standard machine;

$s_{av}^2(\bar{z}) = [\sum_{i=1}^n s^2(\bar{z}_i)] / n$ is the average of the experimental variances of the means of each of the n series of indentations z_{ik} made by the calibration machine.

NOTE

The variances $s_{av}^2(\bar{z}_s)$ and $s_{av}^2(\bar{z})$ are pooled estimates of variance – see the discussion of equation (H.26b) in H.5.2.2.

H.6.3.3 Nejistota korekce z důvodu kolísání tvrdosti bloku srovnávacího standardu, $u(\Delta_b)$

Mezinárodní doporučení OIML R 12 pro ověření a kalibraci tvrdosti „Rockwell C“ normalizovaných bloků vyžaduje, aby minimální a maximální hloubky důlků určené pomocí pěti měření na bloku srovnávacího standardu nebyly odlišné o více než zlomek x průměrné hloubky důlku, kde x je funkce tvrdosti. Maximální rozdíl hloubky důlků z celého bloku je proto označen xz' , kde z' je definováno v H.6.3.2 pro $n = 5$. Maximální rozdíl je popsán pomocí trojúhelníkového rozdělení pravděpodobnosti kolem střední hodnoty $xz'/2$ (za pravděpodobného předpokladu, že hodnoty blízké centrální hodnotě jsou mnohem pravděpodobnější než extrémní hodnoty – viz 4.3.9). Potom, jestliže v rovnici (9b) v 4.3.9 je $a = xz'/2$, odhad rozptylu korekce k průměrné hloubce důlku z důvodu rozdílů tvrdosti měřené etalonovým přístrojem a případně kalibračním přístrojem

$$u^2(\Delta_b) = (xz')^2/24 \quad (\text{H.37})$$

Jak je uvedeno v H.6.2, předpokládá se, že nejlepší odhad korekce Δ_b je sám nulový.

H.6.3.4 Nejistota národního etalonového přístroje a definice tvrdosti, $u(\Delta_s)$

Nejistota národního etalonového přístroje společně s nejistotou v důsledku neúplné definice veličiny tvrdosti je zaznamenána jako odhad směrodatné odchylky $u(\Delta_s)$ (veličina, která má rozměr *délka*).

H.6.4 Kombinovaná standardní nejistota, $u_c(h)$

Výběr jednotlivých členů z H.6.3.1 až H.6.3.4 a jejich dosazení do rovnice (H.34) poskytuje pro odhad rozptylu měření tvrdosti kombinovanou standardní nejistotu $u_c(h)$:

H.6.3.3 Uncertainty of the correction due to variations in the hardness of the transfer-standard block, $u(\Delta_b)$

OIML International Recommendation R 12, *Verification and calibration of Rockwell C hardness standardized blocks*, requires that the maximum and minimum depths of indentation obtained from five measurements on the transfer-standard block shall not differ by more than a fraction x of the average depth of indentation, where x is a function of the hardness level. Let, therefore, the maximum difference in the depths of indentation over the entire block be xz' , where z' is as defined in H.6.3.2 with $n = 5$. Also let the maximum difference be described by a triangular probability distribution about the average value $xz'/2$ (on the likely assumption that values near the central value are more probable than extreme values – see 4.3.9). Then, if in equation (9b) in 4.3.9 $a = xz'/2$, the estimated variance of the correction to the average depth of indentation due to differences of the hardnesses presented respectively to the standard machine and the calibration machine is

As indicated in H.6.2, it is assumed that the best estimate of the correction Δ_b itself is zero.

H.6.3.4 Uncertainty of the national standard machine and the definition of hardness, $u(\Delta_s)$

The uncertainty of the national standard machine together with the uncertainty due to incomplete definition of the quantity hardness is reported as an estimated standard deviation $u(\Delta_s)$ (a quantity of dimension *length*).

H.6.4 The combined standard uncertainty, $u_c(h)$

Collection of the individual terms discussed in H.6.3.1 to H.6.3.4 and their substitution into equation (H.34) yields for the estimated variance of the measurement of hardness and the combined standard uncertainty is $u_c(h)$.

$$u_c^2(h) = \frac{s^2(d_k)}{5} + \frac{\delta^2}{12} + \frac{s_{av}^2(\bar{z}_s)}{m} + \frac{s_{av}^2(\bar{z})}{n} + \frac{(xz')^2}{24} + u^2 + (\Delta_s) \quad (\text{H.38})$$

H.6.5 Číselný příklad

Data pro tento příklad jsou shrnutá v tabulce H.10.

H.6.5 Numerical example

The data for this example are summarized in table H.10.

Tabulka H.10 – Souhrnná data pro určení tvrdosti vzorku použitím stupnice Rockwell C**Table H.10 – Summary of data for determining the hardness of sample block on the scale Rockwell C**

Zdroj nejistoty Source of uncertainty	Hodnota Value
Průměrná hloubka \bar{d} 5 důlků provedených kalibračním přístrojem na tělese vzorku: 0,072 mm Average depth \bar{d} of 5 indentations made by the calibration machine in the sample block: 0,072 mm	36,0 jednotek stupnice Rockwell 36,0 Rockwell scale unit
Ukazatel indexu tvrdosti vzorku z 5 důlků: (viz H.6.1) Indicated hardness index of the sample block from the 5 indentations: (see H.6.1) $H_{\text{Rockwell C}} = h_{\text{Rockwell C}} / (0,002 \text{ mm}) = [100(0,002 \text{ mm}) - 0,072 \text{ mm}] / (0,002 \text{ mm})$	64,0 HRC
Sdružená výběrová směrodatná odchylka $s_p(d_k)$ hloubky důlků provedených kalibračním strojem na tělese s jednotnou tvrdostí Pooled experimental standard deviation $s_p(d_k)$ of the depths of indentations made by the calibration machine in a block having uniform hardness	0,45 jednotky stupnice Rockwell 0,45 Rockwell scale unit
Rozlišovací schopnost δ displeje kalibračního přístroje Resolution δ of the display of the calibration machine	0,1 jednotky stupnice Rockwell 0,1 Rockwell scale unit,
$s_{av}(\bar{z}_s)$, druhá odmocnina průměru výběrových rozptylů středních hodnot m řad důlků provedených národním etalonovým přístrojem na bloku srovnávacího standardu $s_{av}(\bar{z}_s)$, square root of the average of the experimental variances of the means of m series of indentations made by the national standard machine in the transfer-standard block	0,10 jednotky stupnice Rockwell, $m = 6$ 0,10 Rockwell scale unit, $m = 6$
$s_{av}(\bar{z})$, druhá odmocnina průměru výběrových rozptylů středních hodnot n řad důlků provedených kalibračním přístrojem na bloku srovnávacího standardu $s_{av}(\bar{z})$, square root of the average of the experimental variances of the means of n series of indentations made by the calibration machine in the transfer-standard block	0,11 jednotky stupnice Rockwell, $n = 6$ 0,11 Rockwell scale unit, $n = 6$
Dovolená dílčí změna x hloubky průniku v bloku srovnávacího standardu Permitted fractional variation x of the depth of penetration in the transfer-standard block	$1,5 \times 10^{-2}$
Standardní nejistota $u(\Delta_s)$ národního etalonového přístroje a definice tvrdosti Standard uncertainty $u(\Delta_s)$ of the national standard machine and definition of hardness	0,5 jednotky stupnice Rockwell 0,5 Rockwell scale unit

Použitá stupnice je označena HRC podle stupnice Rockwell C. Jednotka stupnice Rockwell je 0,002 mm, a tedy v tabulce H.10 a dále se rozumí, že (například) „36,0 jednotek stupnice Rockwell“ znamená $36,0 \times (0,002 \text{ mm}) = 0,072 \text{ mm}$, přičemž se jedná o jednoduché vyjádření dat a výsledků.

Jestliže hodnoty odpovídající veličinám uvedeným v tabulce H.10 jsou dosazené do rovnice (H.38), obdrží se následující dva výrazy

$$u_c^2(h) = \left[\frac{0,45^2}{5} + \frac{0,1^2}{12} + \frac{0,10^2}{6} + \frac{0,11^2}{6} + \frac{(0,015 \times 36,0)^2}{24} + 0,5^2 \right] (\text{jednotky stupnice Rockwell/Rockwell scale unit})^2$$

$$= 0,307 (\text{jednotky stupnice Rockwell/Rockwell scale unit})^2$$

$u_c(h) = 0,55$ jednotek stupnice Rockwell = 0,001 1 mm, kde pro účely výpočtu nejistoty, je postačující vzít $z' = \bar{d} = 36,0$ jednotek stupnice Rockwell.

Tedy za předpokladu, že $\Delta_c = 0$, tvrdost vzorku je

$h_{\text{Rockwell C}} = 64,0$ jednotek stupnice Rockwell nebo 0,128 mm s kombinovanou standardní nejistotou $u_c = 0,55$ jednotek stupnice Rockwell nebo 0,001 1 mm.

Index tvrdosti vzorku je

$h_{\text{Rockwell C}} / (0,002 \text{ mm}) = (0,128 \text{ mm}) / (0,002 \text{ mm})$
nebo

$H_{\text{Rockwell C}} = 64,0$ HRC s kombinovanou standardní nejistotou $u_c = 0,55$ HRC

Dodatečně ke složce nejistoty na základě národního etalonového přístroje a definice tvrdosti $u(\Delta_s) = 0,5$ jednotky stupnice Rockwell, patří významné složky nejistoty, které se týkají opakovatelnosti přístroje,

$s_p(d_k) / \sqrt{5} = 0,20$ jednotky stupnice Rockwell; a proměnlivosti tvrdosti bloku srovnávacího standardu, která je $(xz')^2/24 = 0,11$ jednotek stupnice Rockwell. Počet efektivních stupňů volnosti u_c může být vyhodnocen použitím Welch-Satterthwaitova vzorce, jak bylo uvedeno v H.1.6.

The scale is Rockwell C, designated HRC. The Rockwell scale unit is 0,002 mm, and thus in table H.10 and in the following it is understood that (for example) “36,0 Rockwell scale unit” means $36,0 \times (0,002 \text{ mm}) = 0,072 \text{ mm}$ and is simply a convenient way of expressing the data and results.

If the values for the relevant quantities given in table H.10 are substituted into equation (H.38), one obtains the following two expressions:

$u_c(h) = 0,55$ Rockwell scale unit = 0,001 1 mm where for the purpose of the calculation of uncertainty it is adequate to take $z' = \bar{d} = 36,0$ Rockwell scale unit.

Thus, if it is assumed that $\Delta_c = 0$, the hardness of the sample block is

$h_{\text{Rockwell C}} = 64,0$ Rockwell scale unit or 0,128 mm with a combined standard uncertainty of $u_c = 0,55$ Rockwell scale unit or 0,001 1 mm.

The hardness index of the block is

$h_{\text{Rockwell C}} / (0,002 \text{ mm}) = (0,128 \text{ mm}) / (0,002 \text{ mm})$,
or

$H_{\text{Rockwell C}} = 64,0$ HRC with a combined standard uncertainty of $u_c = 0,55$ HRC

In addition to the component of uncertainty due to the national standard machine and the definition of hardness, $u(\Delta_s) = 0,5$ Rockwell scale unit, the significant components of uncertainty are those of the repeatability

of the machine, $s_p(d_k) / \sqrt{5} = 0,20$ Rockwell scale unit; and the variation of the hardness of the transfer-standard block, which is $(xz')^2/24 = 0,11$ Rockwell scale unit. The effective degrees of freedom of u_c can be evaluated using the Welch-Satterthwaite formula in the manner illustrated in H.1.6.

Příloha J

Přehled nejdůležitějších značek

Annex J

Glossary of principal symbols

a	<p>poloviční šířka obdélníkového rozdělení možných hodnot vstupní veličiny X_i: $a = (a_+ - a_-)/2$</p> <p>half-width of a rectangular distribution of possible values of input quantity X_i: $a = (a_+ - a_-)/2$</p>
a_+	<p>horní mez (horní hranice) vstupní veličiny X_i</p> <p>upper bound, or upper limit, of input quantity X_i</p>
a_-	<p>dolní mez (dolní hranice) vstupní veličiny X_i</p> <p>lower bound, or lower limit, of input quantity X_i</p>
b_+	<p>horní mez (horní hranice) odchylky vstupní veličiny X_i od jejího odhadu x_i: $b_+ = a_+ - x_i$</p> <p>upper bound, or upper limit, of the deviation of input quantity X_i from its estimate x_i: $b_+ = a_+ - x_i$</p>
b_-	<p>dolní mez (dolní hranice) odchylky vstupní veličiny X_i od jejího odhadu x_i: $b_- = x_i - a_-$</p> <p>lower bound, or lower limit, of the deviation of input quantity X_i from its estimate x_i: $b_- = x_i - a_-$</p>
c_i	<p>parciální derivace nebo koeficient citlivosti: $c_i \equiv \partial f / \partial x_i$</p> <p>partial derivative or sensitivity coefficient: $c_i \equiv \partial f / \partial x_i$</p>
f	<p>funkční vztah mezi měřenou veličinou Y a vstupními veličinami X_i, na kterých Y závisí a rovněž i mezi odhadem výstupní hodnoty y a odhady vstupních hodnot x_i, na kterých y závisí</p> <p>functional relationship between measurand Y and input quantities X_i on which Y depends, and between output estimate y and input quantities x_i on which y depends</p>
$\partial f / \partial x_i$	<p>parciální derivace vstupní veličiny X_i funkčního vztahu f mezi měřenou veličinou Y a vstupními veličinami X_i, na kterých je Y závislá, hodnocená</p> <p>odhadem x_i pro X_i: $\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big _{x_1, x_2, \dots, x_N}$</p> <p>partial derivative with respect to input quantity X_i of functional relationship f between measurand Y and input quantities X_i on which Y depends,</p> <p>evaluated with estimates x_i for the X_i: $\frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big _{x_1, x_2, \dots, x_N}$</p>

k	<p>koeficient pokrytí použitý k výpočtu rozšířené nejistoty $U = k u_c(y)$ odhadu výstupní hodnoty y z její kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$, kde U určuje interval $Y = y \pm U$, který má vysokou konfidenční úroveň</p> <p>coverage factor used to calculate expanded uncertainty $U = k u_c(y)$ of output estimate y from its combined standard uncertainty $u_c(y)$, where U defines an interval $Y = y \pm U$ having a high level of confidence</p>
k_p	<p>koeficient pokrytí použitý k výpočtu rozšířené nejistoty $U = k_p u_c(y)$ odhadu výstupní hodnoty y z její kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$, kde U_p určuje interval $Y = y \pm U$, který má vysokou stanovenou konfidenční úroveň p</p> <p>coverage factor used to calculate expanded uncertainty $U = k_p u_c(y)$ of output estimate y from its combined standard uncertainty $u_c(y)$, where U_p defines an interval $Y = y \pm U$ having a high, specified level of confidence p</p>
n	<p>počet opakovaných pozorování</p> <p>number of repeated observations</p>
N	<p>počet vstupních veličin X_r na kterých měřená veličina Y závisí</p> <p>number of input quantities X_i on which measurand Y depends</p>
p	<p>pravděpodobnost; konfidenční úroveň: $0 \leq p \leq 1$</p> <p>probability; level of confidence: $0 \leq p \leq 1$</p>
q	<p>náhodná veličina popsána rozdělením pravděpodobnosti</p> <p>randomly varying quantity described by a probability distribution</p>
\bar{q}	<p>aritmetický průměr nebo střední hodnota n navzájem nezávislých pozorování q_k náhodné veličiny q; odhad očekávaných nebo středních hodnot μ_q rozdělení pravděpodobnosti q</p> <p>arithmetic mean or average of independent repeated observations q_k randomly varying quantity q; estimate of the expectation or mean μ_q of the probability distribution of q</p>
q_k	<p>k-té nezávislé opakované pozorování q_k náhodné veličiny q</p> <p>kth independent repeated observation q_k of randomly-varying quantity q</p>
$r(x_r, x_j)$	<p>odhad korelačního koeficientu odhadu vstupních hodnot x_i a x_j, příslušných k odhadům vstupních veličin X_i a X_j: $r(x_r, x_j) = u(x_r, x_j) / [u(x_i)u(x_j)]$</p> <p>estimated correlation coefficient associated with input estimates x_i and x_j that estimate input quantities X_i and X_j: $r(x_r, x_j) = u(x_r, x_j) / [u(x_i)u(x_j)]$</p>
$r(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$	<p>odhad korelačního koeficientu středních hodnot vstupů \bar{X}_i a \bar{X}_j, nezávislých párů současných pozorování $X_{i,k}$ a $X_{j,k}$ veličin X_i a X_j:</p> $r(\bar{X}_i, \bar{X}_j) = s(\bar{X}_i, \bar{X}_j) / [s(\bar{X}_i)s(\bar{X}_j)]$ <p>estimated correlation coefficient of input means \bar{X}_i and \bar{X}_j determined from n independent pairs of repeated simultaneous observations $X_{i,k}$ and $X_{j,k}$ of X_i and X_j: $r(\bar{X}_i, \bar{X}_j) = s(\bar{X}_i, \bar{X}_j) / [s(\bar{X}_i)s(\bar{X}_j)]$</p>

$r(y_i, y_j)$	<p>odhad korelačního koeficientu příslušného k odhadu výstupních hodnot y_i a y_j, když dvě nebo více měřených veličin nebo výstupních veličin je učeno tím samým měřením</p> <p>estimated correlation coefficient associated with output estimates y_i and y_j when two or more measurands or output quantities are determined in the same measurement</p>
s_p^2	<p>kombinovaný nebo sdružený odhad rozptylu</p> <p>combined or pooled estimate of variance</p>
s_p	<p>sdružená výběrová směrodatná odchylka, rovna kladné hodnotě druhé odmocniny s_p^2</p> <p>pooled experimental standard deviation, equal to the positive square root of s_p^2</p>
$s^2(\bar{q})$	<p>výběrový rozptyl středních hodnot \bar{q}; odhad rozptylu σ^2/n pro \bar{q}: $s^2(\bar{q}) = s^2(q_k)/n$; výběrový rozptyl získaný hodnocením způsobem A</p> <p>experimental standard variance of the mean \bar{q}; estimate of the variance σ^2/n of \bar{q}: $s^2(\bar{q}) = s^2(q_k) / n$; estimated variance obtained from a Type A evaluation</p>
$s(\bar{q})$	<p>výběrová směrodatná odchylka středních hodnot \bar{q}, která je rovna kladné druhé odmocnině $s^2(\bar{q})$; $s(\bar{q})$ je vychýlený odhad $\sigma(\bar{q})$ (viz C.2.21, poznámka); standardní nejistota z hodnocení způsobem A</p> <p>experimental standard deviation of the mean \bar{q}, equal to the positive square root of $s^2(\bar{q})$; $s(\bar{q})$ is a biased estimator of $\sigma(\bar{q})$ (see C.2.21, note); standard uncertainty obtained from a Type A evaluation</p>
$s^2(q_k)$	<p>výběrový rozptyl určený z n navzájem nezávislých opakovaných pozorování q_k pro q; odhad rozptylu σ^2 rozdělení pravděpodobnosti q</p> <p>experimental variance determined from n independent repeated observations q_k of q; estimate of the variance σ^2 of the probability distribution of q</p>
$s(q_k)$	<p>výběrová směrodatná odchylka, která je rovna kladné druhé odmocnině $s^2(q_k)$; $s(q_k)$ je vychýlený odhad směrodatné odchylky σ rozdělení pravděpodobnosti q</p> <p>experimental standard deviation, equal to the positive square root of $s^2(q_k)$; $s(q_k)$ is a biased estimator of the standard deviation σ of the probability distribution of q</p>

$s^2(\bar{X}_i)$	<p>výběrový rozptyl střední vstupní hodnoty \bar{X}_i, určený z n nezávislých opakovaných pozorování $X_{i,k}$ pro X_i; odhad rozptylu je získán z hodnocení způsobem A</p> <p>experimental variance of input mean \bar{X}_i, determined from n independent repeated observations $X_{i,k}$ of X_i; estimated variance obtained from a Type A evaluation</p>
$s(\bar{X}_i)$	<p>výběrová směrodatná odchylka střední vstupní hodnoty \bar{X}_i, která je rovna kladné druhé odmocnině $s^2(\bar{X}_i)$; standardní nejistota získaná hodnocením způsobem A</p> <p>experimental standard deviation of input mean \bar{X}_i, equal to the positive square root of $s^2(\bar{X}_i)$; standard uncertainty obtained from a Type A evaluation</p>
$s(\bar{q}, \bar{r})$	<p>odhad kovariance středních hodnot \bar{q} a \bar{r} s jejich očekávanými hodnotami μ_q a μ_r dvou náhodně proměnných veličin q a r, určených z n navzájem nezávislých párů současných opakovaných pozorování q_k a r_k; odhad kovariance je získán z hodnocení způsobem A</p> <p>estimate of covariance of means \bar{q} and \bar{r} that estimate the expectations μ_q and μ_r of two randomly-varying quantities q and r, determined from n independent pairs of repeated simultaneous observations q_k and r_k of q and r; estimated covariance obtained from a Type A evaluation</p>
$s(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$	<p>odhad kovariance středních vstupních hodnot \bar{X}_i a \bar{X}_j určených z n navzájem nezávislých párů současných opakovaných pozorování $X_{i,k}$ a $X_{j,k}$ pro X_i a X_j; odhad kovariance je získán z hodnocení způsobem A</p> <p>estimate of the covariance of input means \bar{X}_i and \bar{X}_j, determined from n independent pairs of repeated simultaneous observations $X_{i,k}$ and $X_{j,k}$ of X_i and X_j; estimated covariance obtained from a Type A evaluation</p>
$t_p(\nu)$	<p>t-faktor z t-rozdělení pro ν stupňů volnosti odpovídající dané pravděpodobnosti p</p> <p>t-faktor from t-distribution for ν degrees of freedom corresponding to a given probability p</p>
$t_p(\nu_{\text{eff}})$	<p>t-faktor z t-rozdělení pro ν_{eff} stupňů volnosti odpovídající dané pravděpodobnosti p, použité k výpočtu rozšířené nejistoty U_p</p> <p>t-faktor from t-distribution for ν_{eff} degrees of freedom corresponding to a given probability p, used to calculate expanded uncertainty U_p</p>

$u^2(x_i)$	<p>odhad rozptylu přiřazený k odhadu vstupu x_i, který odhaduje vstupní veličinu X_i</p> <p>POZNÁMKA Jestliže x_i je určen z aritmetického průměru nebo střední hodnoty n nezávislých opakovaných pozorování, $u^2(x_i) = s^2(\bar{X}_i)$ je odhad rozptylu získaný z hodnocení způsobem A.</p> <p>estimated variance associated with input estimate x_i that estimates input quantity X_i</p> <p>NOTE When x_i is determined from the arithmetic mean or average of n independent repeated observations, $u^2(x_i) = s^2(\bar{X}_i)$ is an estimated variance obtained from a Type A evaluation.</p>
$u(x_i)$	<p>standardní nejistota odhadu vstupu x_i, která odhaduje vstupní veličiny X_i, která je rovna kladné hodnotě druhé odmocniny $u^2(x_i)$</p> <p>POZNÁMKA Jestliže x_i je určen z aritmetického průměru nebo střední hodnoty n nezávislých opakovaných pozorování, $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ je standardní nejistota získaná z hodnocení způsobem A</p> <p>standard uncertainty of input estimate x_i that estimates input quantity X_i, equal to the positive square root $u^2(x_i)$</p> <p>NOTE When x_i is determined from the arithmetic mean or average of n independent repeated observations, $u(x_i) = s(\bar{X}_i)$ is a standard uncertainty obtained from a Type A evaluation.</p>
$u(x_i, x_j)$	<p>odhad kovariance přiřazené k dvěma odhadům vstupů x_i a x_j, které jsou odhady vstupních veličin X_i a X_j</p> <p>POZNÁMKA Jestliže x_i a x_j jsou určeny z n nezávislých párů opakovaných současných pozorování, $u(x_i, x_j) = s(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$ je odhad kovariance získaný z hodnocení způsobem A</p> <p>estimated covariance associated with two input estimates x_i and x_j that estimate input quantities X_i and X_j</p> <p>NOTE When x_i and x_j are determined from n independent pairs of repeated simultaneous observations, $u(x_i, x_j) = s(\bar{X}_i, \bar{X}_j)$ is an estimated covariance obtained from a Type A evaluation</p>
$u_c^2(y)$	<p>kombinovaný rozptyl spojený s výstupním odhadem y</p> <p>combined variance associated with output estimate y</p>
$u_c(y)$	<p>kombinovaná standardní nejistota odhadu výstupní hodnoty y, která je rovna kladné druhé odmocnině $u_c^2(y)$</p> <p>combined standard uncertainty of output estimate y, equal to the positive square root of $u_c^2(y)$</p>
$u_{CA}(y)$	<p>kombinovaná standardní nejistota odhadu výstupní hodnoty y, určená ze standardních nejistot a odhadů kovariancí získaných samostatně z hodnocení způsobem A</p> <p>combined standard uncertainty of output estimate y determined from standard uncertainties and estimated covariances obtained from a Type A evaluations alone</p>

$u_{cB}(y)$	<p>kombinovaná standardní nejistota odhadu výstupní hodnoty y, určená ze standardních nejistot a odhadů kovariancí získaných samostatně z hodnocení způsobem B</p> <p>combined standard uncertainty of output estimate y determined from standard uncertainties and estimated covariances obtained from a Type B evaluations alone</p>
$u_c(y_i)$	<p>kombinovaná standardní nejistota odhadu výstupní hodnoty y_i, kdy dvě nebo více měřených veličin nebo výstupních veličin je určeno tím samým měřením</p> <p>combined standard uncertainty of output estimate y_i when two or more measurands or output quantities are determined in the same measurement</p>
$u_i^2(y)$	<p>složka kombinovaného rozptylu $u_c^2(y)$ který je příslušný k odhadu výstupní hodnoty y, který je vytvořen odhadem rozptylu $u^2(x_i)$, příslušným k odhadu vstupní hodnoty x_i; $u_i^2(y) \equiv [c_i u(x_i)]^2$</p> <p>component of combined variance $u_c^2(y)$ associated with output estimate y generated by estimated variance $u^2(x_i)$ associated with input estimate x_i; $u_i^2(y) \equiv [c_i u(x_i)]^2$</p>
$u_i(y)$	<p>složka kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$ odhadu výstupu y, který se vytváří ze standardní nejistoty vstupního odhadu x_i; $u_i(y) \equiv c_i u(x_i)$</p> <p>component of combined standard uncertainty $u_c(y)$ of output estimate y generated by standard uncertainty of input estimate x_i; $u_i(y) \equiv c_i u(x_i)$</p>
$u(y_i, y_j)$	<p>odhad kovariance přiřazené k výstupním odhadům y_i a y_j určených ze stejného měření</p> <p>estimated covariance associated with output estimates y_i and y_j determined in the same measurement</p>
$u(x_i)/ x_i $	<p>relativní standardní nejistota odhadu vstupní hodnoty x_i</p> <p>relative standard uncertainty of input estimate x_i</p>
$u_c(y_i)/ y_i $	<p>relativní kombinovaná standardní nejistota odhadu výstupní hodnoty y</p> <p>relative combined standard uncertainty of output estimate y</p>
$[u(x_i)/x_i]^2$	<p>odhad relativního rozptylu, který je příslušný k odhadu vstupní hodnoty x_i</p> <p>estimated relative variance associated with input estimate x_i</p>
$[u_c(y)/y]^2$	<p>relativní kombinovaný rozptyl přiřazený k odhadu výstupní hodnoty y</p> <p>relative combined variance associated with output estimate y</p>
$u(x_i, x_j)/ x_i, x_j $	<p>odhad relativní kovariance příslušné k odhadu vstupních hodnot x_i a x_j</p> <p>estimated relative covariance associated with input estimates x_i and x_j</p>

U	rozšířená nejistota odhadu výstupních hodnot y , která určuje $Y = y \pm U$ s vysokou konfidenční úrovní a rovná se součinu koeficientu pokrytí k a kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$ pro y : $U = k u_c(y)$ expanded uncertainty of output estimate y that defines an interval $Y = y \pm U$ having a high level of confidence, equal to coverage factor k times the combined standard uncertainty $u_c(y)$ of y : $U = k u_c(y)$
U_p	rozšířená nejistota odhadu výstupní hodnoty y definuje interval $Y = y \pm U_p$ s vysokou konfidenční úrovní p a rovná se součinu faktoru pokrytí k_p a kombinované standardní nejistoty $u_c(y)$ pro y : $U_p = k_p u_c(y)$ expanded uncertainty of output estimate y that defines an interval $Y = y \pm U_p$ having a high, specified level of confidence p , equal to coverage factor k_p times the combined standard uncertainty $u_c(y)$ of y : $U_p = k_p u_c(y)$
x_i	odhad vstupní veličiny X_i POZNÁMKA Jestliže x_i se určí z aritmetického průměru nebo střední hodnoty n navzájem nezávislých opakovaných pozorování, platí $x_i = \bar{X}_i$. estimate of input quantity X_i NOTE when x_i is determined from the arithmetic mean or average of n independent repeated observations, $x_i = \bar{X}_i$.
X_i	i -tá vstupní veličina, na které měřená veličina Y závisí POZNÁMKA X_i může být fyzikální veličina nebo náhodná veličina (viz 4.1.1, poznámka 1). i th input quantity on which measurand Y depends NOTE X_i may be the physical quantity or the random variable (see 4.1.1, note 1).
\bar{X}_i	odhad hodnoty vstupní veličiny X_i , který je roven aritmetickému průměru nebo střední hodnotě n nezávislých opakovaných pozorování $X_{i,k}$ veličiny X_i estimate of the value of input quantity X_i , equal to arithmetic mean or average of n independent repeated observations $X_{i,k}$ of X_i
$X_{i,k}$	k -té opakované nezávislé pozorování X_i k th independent repeated observation of X_i
y	odhad měřené veličiny Y ; výsledek měření; odhad výstupní hodnoty estimate of measurand Y ; result of a measurement; output estimate
y_i	odhad měřené veličiny Y_i , když dvě nebo více měřených veličin jsou určeny tím samým měřením estimate of measurand Y_i , when two or more measurands are determined in the same measurement
Y	měřená veličina a measurand
$\Delta u(x_i)/u(x_i)$	odhad relativní nejistoty standardní nejistoty $u(x_i)$ odhadu vstupní hodnoty x_i estimated relative uncertainty of standard uncertainty $u(x_i)$ of input estimate x_i

μ_q	očekávaná nebo střední hodnota rozdělení pravděpodobnosti náhodně proměnné veličiny q expectation or mean of probability distribution of randomly-varying quantity q
ν	počet stupňů volnosti (obecně) degrees of freedom (general)
ν_i	počet stupňů volnosti nebo efektivních stupňů volnosti standardní nejistoty $u(x_i)$ odhadu vstupní veličiny x_i degrees of freedom, or effective degrees of freedom, of standard uncertainty $u(x_i)$ of input estimate x_i
ν_{eff}	počet efektivních stupňů volnosti $u_c(y)$ k získání $t_p(\nu_{\text{eff}})$ pro výpočet rozšířené nejistoty U_p effective degrees of freedom of $u_c(y)$, used to obtain $t_p(\nu_{\text{eff}})$ for calculating expanded uncertainty U_p
ν_{effA}	počet efektivních stupňů volnosti kombinované standardní nejistoty určený ze standardních nejistot získaných samostatně z hodnocení způsobem A effective degrees of freedom of a combined standard uncertainty determined from standard uncertainties obtained from Type A evaluations alone
ν_{effB}	počet efektivních stupňů volnosti kombinované standardní nejistoty určený ze standardních nejistot získaných samostatně z hodnocení způsobem B effective degrees of freedom of a combined standard uncertainty determined from standard uncertainties obtained from Type B evaluations alone
σ^2	rozptyl rozdělení pravděpodobnosti (například) náhodné veličiny q , odhadnuté pomocí $s^2(q_k)$ variance of probability distribution of (for example) a randomly-varying quantity q , estimated by $s^2(q_k)$
σ	směrodatná odchylka rozdělení pravděpodobnosti, která je rovna kladné druhé odmocnině σ^2 ; $s(q_k)$ je vychýlený odhad σ standard deviation of a probability distribution, equal to positive square root of σ^2 ; $s(q_k)$ is a biased estimator of σ
$\sigma^2(\bar{q})$	rozptyl \bar{q} , který je roven σ^2/n , odhadnutý pomocí $s^2(\bar{q}) = s^2(q_k)/n$ variance of \bar{q} , equal to σ^2/n , estimated by $s^2(\bar{q}) = s^2(q_k)/n$
$\sigma(\bar{q})$	směrodatná odchylka \bar{q} , která je rovna kladné druhé odmocnině $\sigma^2(\bar{q})$; $s(\bar{q})$ je vychýlený odhad $\sigma(\bar{q})$ standard deviation of \bar{q} , equal to positive square root of $\sigma^2(\bar{q})$; $s(\bar{q})$ is a biased estimator of $\sigma(\bar{q})$

$\sigma^2 [s(\bar{q})]$	rozptyl výběrové směrodatné odchylky $s(\bar{q})$ pro \bar{q} variance of experimental standard deviation $s(\bar{q})$ of \bar{q}
$\sigma[s(\bar{q})]$	směrodatná odchylka výběrové směrodatné odchylky $s(\bar{q})$ pro \bar{q} , která je rovna kladné druhé odmocnině $\sigma^2 [s(\bar{q})]$ standard deviation of experimental standard deviation $s(\bar{q})$ of \bar{q} , equal to positive square root of $\sigma^2 [s(\bar{q})]$

Příloha K

Bibliografie

- [1] CIPM (1980) *BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Mesures* **48**, C1-C30 (francouzsky); BIPM (1980), *Rapport BIPM-80/3, Report on the BIPM enquiry on error statements*, Bur. Intl. Poids et Mesures (Sèvres, Francie) (anglicky)
- [2] KAARLS, R. (1981) *BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Mesures* **49**, A1-A12 (francouzsky); Giacomo, P. (1981), *Metrologia* **17**, 7374 (anglicky).

POZNÁMKA

Český překlad Doporučení INC-1 (1980) uvedený v úvodu tohoto pokynu (viz 0.7) je konečnou verzí doporučení a je převzato z interní zprávy BIPM. Je shodné s autorským francouzským textem doporučení uvedeným v *BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Mesures* **49** a uveden v A.1 přílohy A tohoto pokynu. *Metrologia* **17** uvádí anglický překlad doporučení INC-1 (1980) a je založen na jeho návrhu a lehce se liší od překladu interní zprávy BIPM a tím i od textu v 0.7.

- [3] CIPM (1981), *BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Mesures* **49**, 8-9, 26 (francouzsky); Giacomo, P. (1982), *Metrologia* **18**, 43-44 (anglicky).
- [4] CIPM (1986), *BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Mesures* **54**, 14,35 (francouzsky); Giacomo, P. (1987), *Metrologia* **24**, 49-50 (anglicky).
- [5] ISO 5725:1986 *Precision of test methods – Determination of repeatability and reproducibility for a standard test method by inter-laboratory tests*, International Organisation for Standardization (Ženeva, Švýcarsko).

POZNÁMKA

Tato norma je v současné době revidována. Revidované znění má nový název "Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results" a skládá se z šesti částí.

- [6] *International vocabulary of basic and general terms in metrology*, second edition, 1993, International Organization for Standardization (Ženeva, Švýcarsko). Zkratka názvu tohoto slovníku je VIM.

POZNÁMKY

- 1 Definice termínů uvedené v příloze B jsou převzaty z přepracovaného anglického textu VIM v jeho konečném znění před publikováním.
- 2 Druhé vydání VIM je publikováno Mezinárodní organizací pro normalizaci (ISO) jménem následujících sedmi organizací, které spolupracovaly na díle Technické poradní skupiny 4 (TAG 4), skupina koordinovala vývoj VIM: Mezinárodní úřad pro váhy a míry (BIPM), Mezinárodní elektrotechnická komise (IEC), Mezinárodní federace pro klinickou chemii (IFCC), ISO, Mezinárodní unie pro čistou a aplikovanou chemii (IUPAC), Mezinárodní unie pro čistou a aplikovanou fyziku (IUPAP) a Mezinárodní organizace pro legální metrologii (OIML).
- 3 První vydání VIM publikovalo ISO v roce 1984 jménem BIPM, IEC, ISO a OIML.

Annex K

Bibliography

NOTE

The English translation of Recommendation INC-1 (1980) given in the Introduction to this *Guide* (see 0.7) is that of the final version of the Recommendation and is taken from a BIPM internal report. It is consistent with the authoritative French text of the Recommendation given in *BIPM Proc.-Verb. Com. Int. Poids et Mesures* **49** and reproduced in A.1, annex A of this *Guide*. The English translation of Recommendation INC-1 (1980) given in *Metrologia* **17** is that of a draft and differs slightly from the translation given in the BIPM internal report and thus in 0.7.

NOTE

This standard is currently being revised. The revision has a new title "Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results" and it is composed of six parts.

NOTES

- 1 The definitions of terms given in Annex B are taken from the revised English text of the VIM in its final form prior to publication.
- 2 The second edition of the VIM is published by the International Organization for Standardization (ISO) in the name of the following seven organizations that participate in the work of ISO Technical Advisory Group 4 (TAG 4), the group that supported the development of the VIM: the Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), the International Electrotechnical Commission (IEC), the International Federation of Clinical Chemistry (IFCC), ISO, the International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC), the International Union of Pure and Applied Physics (IUPAP), and the International Organization of Legal Metrology (OIML).
- 3 The first edition of the VIM was published by ISO in 1984 in the name of the BIPM, IEC, ISO and OIML.

- [7] ISO 3534:1993, *Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1 : Probability and general Statistical terms*, International Organisation for Standardization (Ženeva, Švýcarsko).
- [8] FULLER, W. A. (1987), *Measurement error models*, John Wiley (New York, N.Y.).
- [9] ALLAN, D. W. (1987), *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM-36**,646-654.
- [10] DIETRICH, C. F. (1991), *Uncertainty, calibration and probability*, second edition, Adam-Hilger (Bristol).
- [11] MÜLLER, J. W. (1979), *Nucl. Instrum. Meth.* **163**, 241-251.
- [12] MÜLLER, J. W. (1984), in *Precision measurement and fundamental constants II*, Taylor, B. N. and, Phillips, W. D. (Peds.), Natl. Bur. Stand (U.S.) Spec. Publ. 617, US GPO (Washington, D. C.), 375-381.
- [13] JEFFREYS, H. (1983), *Theory of probability*, third edition, Oxford University Press (Oxford).
- [14] PRESS, S. J. (1989), *Bayesian statistics: principles, models, and applications*, John Wiley (New York, N.Y.).
- [15] BOX, G. E. P., HUNTER, W. G., and HUNTER, J. S. (1978), *Statistics for experimenters*, John Wiley (New York, N.Y.).
- [16] WELCH, B. L. (1936), *J. R. Stat. Soc. Suppl.* **3**, 29-48; (1938), *Biometrika* **29**, 350-362; (1947), *ibid.* **34**, 28-35.
- [17] FAIRFIELD-SMITH, H. (1936), *J. Counc. Sci. Indust. Res. (Australia)* **9**(3), 211.
- [18] SATTERTHWAITE, F. E. (1941), *Psychometrika* **6**, 309-316; (1946) *Biometrics Bull.* **2**(6), 110-114.
- [19] ISO Guide 35:1989, *Certification of reference materials – General and statistical principles*, second edition, International Organization for Standardization (Ženeva, Švýcarsko).
- [20] BARKER, T. B. (1985), *Quality by experimental design*, Marcel Dekker (New York, N.Y.).

Abecední rejstřík

A

Allanův rozptyl 4.2.7
 analýza chyby 0.2
 ANOVA 4.2.8, H.5
apriorní rozdělení 4.1.6
 aritmetický průměr 4.1.4, 4.2. 1, C.2.19
 asymetrické rozdělení 4.3.8, F.2.4.4, G.5.3

B

BIPM Předmluva, 0.5, A.1, A.2
 blíže určená veličina 3.1.1, B.2.1

C

centrální moment řádu q C.2.13, C.2.22, E.3.1
 centrovaná náhodná veličina C.2.10
 CIPM Předmluva, 0.5, A.1, A.2, A.3
 cizí vstupní hodnota F.2.3.1
 Comité International des Poids et Mesures Předmluva

Č

četnost C.2.17
 četnost, relativní E.3.5
 člen vyššího řádu 5.1.2

D

distribuční funkce C.2.4
 Doporučení 1 (C1-1981) 0.5, A.2
 Doporučení 1 (C1-1986) 0.5, A.3
 Doporučení INC-1 (1980) 0.5, A.1
 dvoustranný konfidenční interval C.2.27

E

efektivní stupně volnosti 6.3.3

F

koeficient rozšíření 2.3.6
F-rozdělení H.5.2.3
F-test H.5.2.2, H.5.2.4
 funkce, pravděpodobnosti C.2.6

G

grafické znázornění D.6
 grafické znázornění výpočtu standardní
 nejistoty 4.4

H

hierarchie měření 7.1.1
 histogram 4.4.3
 hodnocení chyby měření 3.4.5
 hodnocení způsobem A 2.3.2, 4.2
 hodnocení způsobem A pro kovarianci 5.2.3
 hodnocení způsobem B 2.3.3, 4.3
 hodnocení způsobem B, potřeba F.2.1
 hodnota 3.1.1, B.2.2
 hodnota veličiny B.2.2
 hodnota, korigovaná D.3
 hodnota, konvenčně pravá B.2.4

hodnota, pravá B.2.3, D.3
 hranice 4.3.7, 4.3.8, 4.3.9, 4.4.5
 hustota pravděpodobnosti 3.3.5, C.2.5

CH

charakteristika C.2.15
 chyba 3.4.7
 chyba, systematická B.2.22
 chybová křivka F.2.4.2

I

IEC Předmluva, A.3
 IFCC Předmluva
 ISO Předmluva, A.3
 ISO/TAG 4/WG 3 Předmluva
 IUPAC Předmluva
 IUPAP Předmluva

J

jednostranný konfidenční interval C.2.28
 jistý E.1.2

K

kalibrační křivka F.2.4.2, F.2.4.5
 kalibrační křivka, lineární H.3
 kalibrační řetězec 4.2.8
 koeficient citlivosti 5.1.3, 5.1.4
 kombinovaná standardní nejistota 2.3.4, 3.3.6, 4.1.5,
 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3, 5.2.2, 6.1.1, 7.2.1, D.6.1, E.3.6
 kombinovaný rozptyl 3.3.6, 5.1.3
 konfidenční interval 6.2.2, C.2.27, C.2.28
 konfidenční úroveň 6.2.2, C.2.29, G
 konvenčně pravá hodnota B.2.4
 konvoluce 4.3.9
 korekce 3.2.3, 3.2.4, B.2.23
 korekční faktor 3.2.3, B.2.24
 korelace 5.2.1, 5.2.2, C.2.8
 korelační 5.1
 korelační koeficient 5.2.2, C.3.6
 korelační koeficient, matice 7.2.5, C.3.6
 korigovaný výsledek B.2.13
 kovariance 3.3.6, C.3.4
 kovarianční matice 3.1.7, C.3.5
 křivka, kalibrační F.2.4.2, F.2.4.5

L

Laplace-Gaussovo rozdělení C.2.14
 legální metrologie 3.4.5
 legální metrologie, mezinárodní organizace Předmluva
 lichoběžníkové rozdělení 4.3.9
 limit správnosti 6.3.1
 lineární kalibrační křivka H.3

M

matematický model 3.1.6, 4.1

matematicky určené rozdělení F.2.2
 matice *korelačních* koeficientů 7.2.5, C. 3.6
 matice, kovarianční 3.1.7, C.3.5
 maximální entropie, princip 4.3.8
 měřená veličina 3.1.1, B.2.9, D.1.1
 měření 3.1.1, B.2.5
 měření, hierarchie 7.1.1
 měření, model 4.1
 měření, nejlepší možné D.3.4
 měření, postup 3.1.1, B.2.8
 měření, přesnost 3.1.3, 3.4.1, B.2.14
 měření, výsledek B.2.11, 3.1.2
 měřitelná veličina B.2.1
 metoda měření 3.1.1, B.2.7
 metoda nejmenších čtverců 4.2.5
 mez chyby, maximální E.4.1
 maximální mez chyby E.4.1
 Mezinárodní elektrotechnická komise Předmluva
 Mezinárodní federace pro klinickou chemii Předmluva
 Mezinárodní komise pro váhy a míry Předmluva, A.1, A.2, A.3
 Mezinárodní organizace pro legální metrologii Předmluva
 Mezinárodní organizace pro normalizaci Předmluva, A.3
 Mezinárodní slovník metrologie (VIM) 2.1
 Mezinárodní slovník základních a všeobecných termínů metrologie 2.1
 Mezinárodní systém jednotek 0.3
 Mezinárodní unie pro čistou a aplikovanou fyziku Předmluva
 Mezinárodní unie pro čistou a aplikovanou chemii Předmluva
 Mezinárodní komise pro váhy a míry Předmluva
 minimální konfidenční úroveň F.2.3.2
 model měření 4.1
 moment řádu q , centrální C.2.13, C.2.22, E.3.1

N

nahodilost F.1.1
 náhodná veličina 4.2.1, C.2.2
 náhodná veličina, centrovaná C.2.10
 náhodný 3.2.1, 3.2.2, 3.3.3, B.2.21, E.1.3
 náhodný rozptyl 4.2.7
 národní metrologický institut Předmluva
 nejistota D.5
 nejistota měření 0.1, 0.2, 2.2, 2.2.1, 2.2.3, B.2.18, D.5
 nejistota měření, rozšířená 2.3.5
 nejistota, kombinovaná 2.3.4, 3.3.6, 4.1.5, 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3, 5.2.2, 6.1.1, 7.2.1, D.6.1, E.3.6
 nejistota, realistické hodnocení E.2
 nejistota, rozšířená 7.2.3
 nejistota, standardní 2.3.1
 nejlepší možné měření D.3.4
 největší přípustná chyba F.2.4.2
 nekorigovaný výsledek měření B.2.12

nelineární funkce 4.1.4
 nezávislé opakování F.1.1.2
 nezávislé páry opakovaných současných pozorování 5.2.3
 nezávislost C.3.7
 nezávislý 5.1
 normální rozdělení 4.3.4, C.2.14

O

obdélníkové rozdělení 4.3.7
 očekávaná hodnota 3.2.2, C.2.9, C.3.1
 očekávaná veličina F.2.4.3
 odhad 4.2.7, C.2.25
 odhad hodnoty 3.1.2, C.2.26
 odhad vstupní veličiny 4.1.4
 odhad výstupní hodnoty 4.1.4
 odhadování C.2.24
 odchylka měření 0.2, 3.2.1, B.2.19, D.4
 odchylka měření, náhodná B.2.21
 odchylka měření, relativní B.2.20
 odchylka měření, hodnocení 3.4.5
 OIML Předmluva, A.3
 opakovaná pozorování 3.1.5
 opakování, nezávislé F.1.1.2
 opakovatelnost B.2.15
 opakovatelnost, podmínky 3.1.4, B.2.15
 ovlivňující veličina 3.1.5, B.2.10

P

parametr C.2.7
 parciální derivace 5.1.3
 podmínky opakovatelnosti 3.1.4, B.2.15
 pokrývný interval, statistický C.2.30
 pokrytí, pravděpodobnostní 6.2.2
 porovnatelná kalibrace F.1.2.3
 postup měření 3.1.1, B.2.8
 potřeba hodnocení způsobem B F.2.1
 pozorování, opakované 3.1.5,
 Pracovní skupina 3 Předmluva
 Pracovní skupina pro vyjádření nejistoty Předmluva
 pravá hodnota B.2.3, D.3
 pravděpodobnost C.2.1, C.2.6
 pravděpodobnost, hustota 3.3.5, C.2.5
 pravděpodobnostní pokrytí 6.2.2
 pravděpodobnost, subjektivní 3.3.5, C.2.1
 pravděpodobnostní 3.3.4, C.2.3
 princip maximální entropie 4.3.8
 princip měření B.2.6
 průměr 4.1.4, 4.2.1, C.2.19
 průměr, aritmetický 4.1.4, 4.2.1, C.2.19
 přesnost B.2.14
 přesnost měření 3.1.3, 3.4. 1. B.2.14
 příklady H

R

realistické hodnocení nejistoty E.2
 realizovaná veličina D.2
 relativní četnost E.3.5
 relativní chyba B.2.20
 relativní kombinovaná standardní nejistota 5.1.6
 relativní kombinovaný rozptyl 5.1.6
 relativní rozptyl 5.1.6
 relativní rozšířená nejistota 7.2.3
 relativní standardní nejistota 5.1.6
 reprodukovatelnost B.2.16
 rozdělení četnosti 3.3.5, C.2.18
 rozdělení pravděpodobnosti 3.3.4, C.2.3
 rozdělení F H.5.2.3
 rozdělení, Laplace-Gaussovo C.2.14
 rozdělení, lichoběžníkové 4.3.9
 rozdělení, matematicky určené F.2.2
 rozdělení, normální 4.3.4, C.2.14
 rozdělení, obdélníkové 4.3.7
 rozdělení, Studentovo C.3.8, G.3.2, G.3.4
 rozdělení, t - C.3.8, G.3.2, G.3.4
 rozdělení, trojúhelníkové 4.3.9
 rozptyl 3.1.3.1.7, C. 2.1.1, C. 2.20, C.3.2
 rozptyl střední hodnoty 4.2.3
 rozptyl, Allenův 4.2.7
 rozptyl, kombinovaný 3.3.6, 5.1.3
 rozšířená nejistota 2.3.5, 6.2.1, 7.2.3

S

sdužená výběrová směrodatná odchylka 4.2.4
 sdužený odhad rozptylu 4.2.4
 SI 0.3
 směrodatná odchylka 3.3.5, C.2.12, C.2.21, C.3.3
 směrodatná odchylka střední hodnoty, výběrová 4.2.3, B.2.17
 směrodatná odchylka, šíření E.3
 směrodatná odchylka, výběrová 4.2.2, B.2.17
 souhrn 8
 spektrum měření 1.1
 standardní nejistota 2.3.1
 standardní nejistota způsobem A 3.3.5
 standardní nejistota způsobem B 3.3.5
 standardní nejistota, kombinovaná 2.3.4, 3.3.6, 4.1.5, 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3, 5.2.2, 6.1.1, 7.2.1, D.6.1, E.3.6
 standardní nejistota, hodnocení způsobem A 4.2
 standardní nejistota, hodnocení způsobem B 4.3
 statistický pokrývný interval C.2.30
 statistika 4.2.7, C.2.23
 střední hodnota C.2.9
 Studentovo rozdělení C.3.8, G.3.2, G.3.4
 stupeň volnosti 4.2.6, C.2.31, G
 stupeň volnosti, efektivní 6.3.3
 subjektivní pravděpodobnost 3.3.5, C.2.1
 systém jednotek, mezinárodní 0.3
 systematický 3.2.1, 3.2.3, 3.3.3, B.2.22, E.1.3

Š

šíření konfidenčních intervalů E.3.3
 šíření směrodatné odchylky E.3

T

TAG 4 Předmluva
 Taylorova řada 5.1.2
 technická poradenská skupina metrologie Předmluva
 teorie centrálního limitu G.1.6, G.2.1, G.2.2, G.2.3
 trojúhelníkové rozdělení 4.3.9
 t -faktor E.3.3
 t -rozdělení C.3.8, G.3.2, G.3.4

U

úroveň konfidence 6.2.2

V

varianční analýza 4.2.8, H.5
 veličina, blíže určená 3.1.1, B.2.1
 veličina, centrovaná náhodná C.2.10
 veličina, měřená B.2.9, D.1.1
 veličina, měřitelná B.2.1
 veličina, ovlivňující B.2.10
 veličina, realizovaná D.2
 věta centrálního limitu G. 1. 6, G. 2. 1, G. 2.2, G.2.3
 VIM 2.1
 vstupní veličina 4.1.2
 vstupní veličina, cizí F.2.3.1
 výběrová směrodatná odchylka 4.2.2, B.2.17
 výběrová směrodatná odchylka střední hodnoty 4.2.3, B.2.17
 výběrová směrodatná odchylka, sdužená 4.2.4
 výběrový rozptyl střední hodnoty 4.2.3
 vychýlení 3.2.3
 výsledek měření 3.1.2, B.2.11
 výsledek měření, korigovaný B.2.13
 výsledek měření, nekorigovaný B.2.12
 výstupní veličina 4.1.2
 vyvážený zatříděný soubor H.5.3. 1
 vzorec Welch-Satterthwaitův G.4.1

W

Welch-Satterthwaitův vzorec G.4.1

Z

základní soubor C.2.16
 zákon o šíření chyby 5.2.2
 zákon o šíření nejistoty 3.3.6, E.3, E.3.2

Alphabetical index

A

accuracy of measurement 3.1.3, 3.4.1, B.2.14
 analysis of variance see ANOVA
 ANOVA 4.2.8, H.5 *et seqq.*
 arithmetic mean 4.1.4 note, 4.2.1, C.2.19
 average see arithmetic mean

B

bias 3.2.3 note
 BIPM Foreword, 0.5, 7.1.1, A.1, A.2
 blunders 3.4.7
 bounds on an input quantity 4.3.7 – 4.3.9, 4.4.5, 4.4.6, F.2.3.3
 Bureau International des Poids et Mesures see BIPM

C

calibration chain 4.2.8 note
 calibration, comparison F.1.2.3 note
 calibration curve F.2.4.2, F.2.4.5
 calibration curve, linear H.3 *et seqq.*
 Central Limit Theorem G.1.6, G.2, G.2.1 – G.2.3, G.6.2, G.6.5, G.6.6
 central moment of order q C.2.13, C.2.22, E.3.1 note 1
 centred random variable C.2.10
 characteristic C.2.15
 CIPM Foreword, 0.5, 6.1.1, 6.1.2, A.1, A.2, A.3
 combined standard uncertainty 2.3.4, 3.3.6, 4.1.5, 5, 5.1.1 – 5.1.3, 5.1.6, 5.2.2, 6.1.1, D.6.1, E.3.6
 combined standard uncertainty and Comités Consultatifs 6.1.1, A.3
 combined standard uncertainty and interational comparisons 6.1.1, A.3
 combined standard uncertainty from Type A components alone 7.2.1, G.4.1 note 3
 combined standard uncertainty from Type B components alone 7.2.1, G.4.1 note 3
 combined standard uncertainty, numerical calculation of 5.1.3 note 2, 5.2.2 note 3
 combined standard uncertainty, relative 5.1.6, 7.2.1
 combined standard uncertainty, reporting 7.2.1, 7.2.2
 Comité International des Poids et Mesures see CIPM
 confidence coefficient C.2.29
 confidence interval 4.2.3 note 1, 6.2.2, C.2.27, C.2.28, E.3.3
 confidence intervals, propagation of E.3.3
 confidence level 6.2.2, C.2.29
 conventional true value of a quantity B.2.4
 convolution see probability distributions, convolving
 corrected result B.2.13, D.3.1, D.3.4, D.4
 correction 3.2, 3.2.3, 3.2.4 note 2, B.2.23
 correction factor 3.2.3, B.2.24
 correction, ignoring a 3.2.4 note 2, 3.4.4, 6.3.1 note, F.2.4.5
 correction, uncertainty of a see uncertainty of a correction
 correlated input estimates or quantities see correlation
 correlated output estimates or quantities 3.1.7, 7.2.5, H.2.3, H.2.4, H.3.2, H.4.2

correlated random variations 4.2.7

correlation 5.1, 5.2, *et seqq.* C.2.8, F.1.2, F.1.2.1 – F.1.2.4
 correlation coefficient 5.2.2, 5.2.3, C.3.6, F.1.2.3, H.2.3, H.2.4, H.3.2, H.4.2

correlation coefficient matrix 7.2.5, C.3.6 note 2

correlation coefficient, significant digits for a 7.2.6

correlation, elimination of 5.2.4, 5.2.5, F.1.2.4, H.3.5

covariance 3.3.6, 5.2.2, C.3.4, F.1.2.1 – F.1.2.4

covariance, experimental evaluation of 5.2.5, C.3.6 note 3

covariance matrix 3.1.7, 5.2.2 note 2, 7.2.5, C.3.5, H.2.3

covariance of related measurands see correlated output estimates or quantities

covariance of two arithmetic means 5.2.3, C.3.4, H.2.2, H.2.4, H.4.2

coverage factor 2.3.6, 3.3.7, 4.3.4 note, 6.2.1, 6.3 *et eqq.*, G.1.3, G.2.3, G.3.4, G.6.1 *et seqq.*

coverage probability 0.4, 2.3.5 note 1, 3.3.7, 6.2.2, G.1.1, G.1.3, G.3.2

curve, calibration see calibration curve

D

degree of belief 3.3.5, E.3.5, E.4.4, E.5.2 note

degrees of freedom 4.2.6, C.2.31, E.4.3, G, G.3, G.3.2, G.3.3, G.6.3, G.6.4

degrees of freedom, effective 6.3.3, G.4, G.4.1, G.5.4, G.6.2 *et seqq.*

degrees of freedom, effective, of Type A components alone 7.2.1, G.4.1 note 3

degrees of freedom, effective, of Type B components alone 7.2.1, G.4.1 note 3

degrees of freedom of a pooled estimate of variance (or of a pooled experimental standard deviation) H.1.6, H.3.6 note

degrees of freedom of a Type A standard uncertainty G.3.3, G.6.3, G.6.4

degrees of freedom of a Type B standard uncertainty G.4.2, G.4.3, G.6.3, G.6.4

design, balanced nested H.5.3.1, H.5.3.2

distribution, a *priori* 4.1.6, 4.3.1 note, 4.4.4 *et seqq.*, D.6.1, E.3.4, E.3.5, G.4.2, G.4.3

distribution, asymmetric 4.3.8, F.2.4.4, G.5.3,

distribution, F - see F -distribution

distribution, frequency see frequency distribution

distribution function C.2.4

distribution, Laplace-Gauss see Laplace-Gauss distribution

distribution, normal see normal distribution

distribution, probability see probability distribution

distribution, rectangular 4.3.7, 4.3.9, 4.4.5, F.2.2.1 – F.2.2.3, F.2.3.3, G.2.2 note 1, G.4.3

distribution, convolving probability see probability distribution, convolving

distribution, mathematically determinate F.2.2

distribution, Student's see Student's distribution

distribution, t - see t -distribution

distribution, trapezoidal 4.3.9

distribution, triangular 4.3.9, 4.4.6, F.2.3.3

E

effect, random see random effect
 effect, systematic see systematic effect
 error analysis 0.2
 error and uncertainty, confusion between 3.2.2 note 2, 3.2.3 note, E.5.4
 error bound, maximum E.4.1
 error curve of a verified instrument F.2.4.2
 error, determining 3.4.5
 error, maximum permissible F.2.4.2
 error of measurement 0.2, 2.2.4, 3.2, 3.2.1 note, 3.2.2 note 2, 3.2.3, note, 3.3.1 note, 3.3.2, B.2.19, D, D.4, D.6.1, D.6.2, E.5.1 *et seqq.*,
 error propagation, general law of 5.2.2 note 1, E.3.2
 error, random see random error
 error, relative see relative error
 error, systematic see systematic error
 estimate 3.1.2, C.2.26
 estimate, input see input estimate
 estimate, output see output estimate
 estimation C.2.24
 estimator 4.2.7, C.2.25
 expanded uncertainty 2.3.5, 3.3.7, 6, 6.2.1 – 6.2.3, G.1.1, G.2.3, G.3.2, G.4.1, G.5.1, – G.5.4, G.6.4, – G.6.6
 expanded uncertainty for asymmetric distribution 6.5.3
 expanded uncertainty, relative 7.2.3
 expanded uncertainty, reporting 7.2.3, 7.2.4
 expectation (or expected value) 3.2.2, 3.2.3, 4.1.1 note 3, 4.2.1, 4.3.7 – 4.3.9, C.2.9, C.3.1, C.3.2
 experimental standard deviation see standard deviation, experimental

F

F-distribution H.5.2.3
 frequency C.2.17
 frequency distribution 3.3.5, 4.1.6, C.2.18, E.3.5
 frequency, relative E.3.5
F-test H.5.2.2, H.5.2.4
 functional relationship 4.1.1, 4.1.2
 functional relationship, linearization of a 5.1.5, F.2.4.4 note, 5.1.6 note 1
 functional relationship, nonlinear 4.1.4 note, 5.1.2 note, F.2.4.4 note, G.1.5, H.1.7, H.2.4

H

higher-order terms 5.1.2 note, E.3.1, H.1.7
 histogram 4.4.3, D.6.1 note 1

I

IEC Foreword, A.3, B.1
 IFFC Foreword, B.1
 imported input value or quantity F.2.3, F.2.3.1
 independence 5.1, C.3.7
 independent repetitions F.1.1.2
 influence quantities, random F.1.1.3, F.1.1.4
 influence quantity 3.1.5, 3.1.6, 3.2.3, 4.2.2, B.2.10
 information, pool of, for a Type B evaluation 3.3.5 note, 4.3.1, 4.3.2, 5.2.5

input estimate 4.1.4, 4.1.6, 4.2.1
 input estimates or quantities, correlated see correlation
 input quantities, categorization of 4.1.3
 input quantity 4.1.2
 input quantity, bounds on an see bounds on an input quantity
 input value or quantity, imported see imported input value or quantity
 International Electrotechnical Commission see IEC
 International Federation of Clinical Chemistry see IFFC
 International Organization for Standardization see ISO
 International Organization of Legal Metrology see OIML
 International System of Units (SI) 0.3, 3.4.6
 International Union of Pure and Applied Chemistry see IUPAC
 International Union of Pure and Applied Physics see IUPAP
 International vocabulary of basic and general terms in metrology see VIM
 ISO Foreword, A.3, B.1
 ISO/TAG 4 Foreword
 ISO/TAG 4/WG 3 Foreword
 ISO/TAG 4/WG 3, terms of reference of Foreword
 ISO Technical Advisory Group on Metrology (ISO/TAG 4) Foreword
 ISO 3534-1 2.1, C.1
 IUPAC Foreword, B.1
 IUPAP Foreword, B.1

L

laboratories, national metrology or standards Foreword
 Laplace-Gauss distribution C.2.14
 least squares, method of 4.2.5, G.3.3, H.3, H.3.1, H.3.2
 legal metrology 3.4.5
 level of confidence 0.4, 2.2.3 note 1, 2.3.5 notes 1 a 2, 3.3.7, 4.3.4, 6.2.2, 6.2.3, 6.3.1 – 6.3.3, G, G.1.1 – G.1.3, G.2.3, G.3.2, G.3.4, G.4.1, G.6.1, G.6.4, G.6.6
 level of confidence, minimum F.2.3.2
 limit, safety see safety limit
 limit, upper and lower, on an input quantity see bounds on an input quantity

M

Maximum bounds see bounds on an input quantity
 Maximum entropy, principle of 4.3.8 note 2
 mean C.2.9, C.3.1
 mean, arithmetic see arithmetic mean
 measurable quantity B.2.1
 measurand 1.2, 3.1.1, 3.1.3, B.2.19, D.1, D.1.1, D.1.2, D.3.4
 measurand, best possible measurement of the D.3.4
 measurand, definition or specification of the see measurand
 measurand, many values of the D.6.2
 measurands, covariance of related see correlated output estimates or quantities
 measurand, value of the 3.1.1 – 3.1.3
 measurand, uncertainty due to incomplete definition of the see uncertainty due to incomplete definition of the measurand

measurement 3.1, 3.1.1, B.2.5
 measurement, accuracy of see accuracy of measurement
 measurement hierarchy 7.1.1
 measurement, mathematical model of the 3.1.6., 3.4.1, 3.4.2, 4.1, 4.1.1, 4.1.2
 measurement, method of see method of measurement
 measurement, principle of see principle of measurement
 measurement procedure 3.1.1, 7.1.2, B.2.8, F.1.1.2
 measurement result and its uncertainty, availability of information describing a 7.1.1, 7.1.3
 measurement result and its uncertainty, formats for reporting a 7.2.2, 7.2.4
 measurement result and its uncertainty, reporting in detail a 7.1.4, 7.2.7
 measurement, result of a see result of a measurement
 measurement, role of ANOVA in H.5.3 *et seqq.*
 measurement, spectrum of, to which the principles of the *Guide* apply 1.1
 method of measurement 3.1.1, B.2.7
 method of measurement, uncertainty of the see uncertainty of the method of measurement
 method of measurement, unit dependent on the H.6
 metrology, legal see legal metrology
 minimum uncertainty see uncertainty, minimum
 model, mathematical, of the measurement see measurement, mathematical model of the

N

nonlinear functional relationship see functional relationship, nonlinear
 normal distribution 4.2.3 note 1, 4.3.2 note, 4.3.4 – 4.3.6, 4.3.9 note 1, 4.4.2, 4.4.6, C.2.14, E.3.3, F.2.3.3, G.1.3, G.1.4, G.2.1 – G.2.3, G.5.2 note 2

O

observations, independent pairs of simultaneous 5.2.3, C.3.4, F.1.2.2, H.2.2, H.2.4, H.4.2
 observations, repeated 3.1.4 – 3.1.6, 3.2.2, 3.3.5, 4.2.1, 4.2.3, 4.3.1, 4.4.1, 4.4.3, 5.2.3, E.4.2, E.4.3, F.1, F.1.1, F.1.1., F.1.1.2, G.3.2
 OIML Foreword, A.3, B.1
 one-sided confidence interval C.2.28
 output estimate 4.1.4, 4.1.5, 7.2.5
 output estimates or quantities, correlated see correlated output estimates or quantities
 output quantity 4.1.2
 overall uncertainty see uncertainty overall

P

parameter C.2.7
 partial derivatives 5.1.3
 particular quantity 3.1.1, B.2.1 note 1
 pooled estimate of variance see variance, pooled estimate of population C.2.16
 precision B.2.14 note 2
 principle of measurement B.2.6
 probability 3.3.5, 4.3.7 – 4.3.9, C.2.1, E.3.5, E.3.6, F.2.3.3
 probability, coverage see coverage probability
 probability density function 3.3.5, 4.3.8 note 2, 4.4.2, 4.4.5, 4.4.6, C.2.5, F.2.4.4

probability distribution 3.3.4, 4.1.1 note 1, 4.1.6, 4.2.3 note 1, 4.4.1 – 4.4.4, C.2.3, E.4.2, G.1.4, G.1.5
 probability distribution, convolving 4.3.9 note 2, G.1.4 – G.1.6, G.2.2, G.6.5
 probability element C.2.5 note, F.2.4.4
 probability mass function C.2.6
 probability, subjective 3.3.5, D.6.1
 propagation, general law of error see error propagation, general law of
 propagation of uncertainty, law of see uncertainty, law of propagation of

Q

quantity, controlled F.2.4.3
 quantity, influence see influence quantity
 quantity, input see input quantity
 quantity, measurable see measurable quantity
 quantity, output see output quantity
 quantity, particular see, particular quantity
 quantity, realized D.2, D.2.1, D.3.1 – D.3.3, D.4
 quantity, value of a see value of a quantity

R

random 3.3.3, E.1.3, E.3.5 – E.3.7
 random effect 3.2.2, 3.3.1, 3.3.3, 4.2.2, E.1.1, E.3
 random error 3.2.2, 3.3.1, 3.3.3, 4.2.2, E.1.1, E.3
 randomness F.1.1, F.1.1.3 – F.1.1.5
 random variable 4.1.1 note 1, 4.2.1, 4.2.3 note 1, C.2.2, C.3.1, C.3.2, C.3.4, C.3.7, C.3.8, E.3.4, F.1.2.1, G.3.2
 random variations, correlated see correlated random variations
 Recommendation INC –1 (1980) Foreword, 0.5, 0.7, 3.3.3, 6.1.1, 6.1.2, 6.3.3, A.1, A.3, E, E.2.3, E.3.7
 Recommendation 1 (CI 1981), CIMP Foreword, 0.5, 6.1.1, A.2, A.3
 Recommendation 1 (CI 1986), CIMP Foreword, 0.5, 6.1.1, 6.1.2, A.3
 reference materials, certification of H.5, H.5.3.2
 relative error B.2.20
 repeatability conditions 3.1.4, B.2.15 note 1
 repeatability of results of measurements B.2.15
 repeated observations see observations, repeated
 repetitions, independent see independent repetitions
 reproducibility of results of measurements B.2.16
 result, corrected see corrected result
 result of a measurement 1.3, 3.1.2, B.2.11
 result, uncorrected see uncorrected result

S

safety limit 6.3.1 note
 sample, uncertainty of the see uncertainty of the sample
 sampling, uncertainty due to limited see uncertainty due to limited sampling
 sensitivity coefficients 5.1.3, 5.1.4
 sensitivity coefficients, experimental determination, of 5.1.4
 standard deviation 3.3.5, C.2.12, C.2.21, C.3.3
 standard deviation, experimental 4.2.2, B.2.17

standard deviation of the mean, experimental 4.2.3, B.2.17 note 2

standard deviation of the mean, uncertainty of the experimental see uncertainty of the standard deviation of the mean

standard deviation, pooled experimental see variance, pooled estimate of

standard deviation as measures of uncertainty see uncertainty, standard deviation as measures of

standard deviation, propagation of E.3, E.3.1, E.3.2

standard deviation, propagation of multiples of E.3.3

standard uncertainty 2.3.1, 3.3.5, 3.3.6, 4.1.5, 4.1.6, 4.2.3, D.1.6, E.4.1

standard uncertainty, graphical illustration of evaluating 4.4 *et seqq.*

standard uncertainty, relative 5.1.6

standard uncertainty, Type A evaluation of see Type A evaluation of standard uncertainty

standard uncertainty, Type B evaluation of see Type B evaluation of standard uncertainty

statistic 4.2.7, C.2.23

statistical control 3.4.2, 4.2.4

statistical coverage interval C.2.30

Student's distribution C.3.8, G.3.2

systematic 3.3.3, E.1.3, E.3.4 – E.3.7

systematic effect 3.2.3, 3.2.4, 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3, D.6.1, E.1.1, E.3, E.4.4

systematic error 3.2.1, 3.2.3, B.2.22

T

Taylor series 5.1.2, E.3.1, G.1.5, G.4.2, H.1.7, H.2.4

t-distribution 4.2.3 note 1, C.3.8, G.3, G.3.2, G.3.4, G.4.1, G.4.2, G.5.4, G.6.2

t-distribution, quantiles of the G.3.4 note

t-faktor E.3.3, G.3.2, G.3.4, G.4.1, G.5.4, G.6.2, G.6.4 – G.6.6

tolerance interval, statistical C.2.30 note 2

true value of a quantity 2.2.4, 3.1.1 note, B.2.3, D, D.3, D3.1, D.3.4, D.3.5, E.5.1 – E.5.4

true value of a quantity, conventional see conventional true value of a quantity

two-sided confidence interval C.2.27

Type A combined standard uncertainty 7.2.1, G.4.1 note 3

Type A evaluation of covariance 5.2.3

Type A evaluation of uncertainty 2.3.2, 3.3.3 – 3.3.5, 4.1.6, 4.2, 4.2.1 – 4.2.8, 4.3.2, 4.4.1 – 4.4.3, E.3.7, F.1, F.1.1.1 – F.1.2.4

Type A standard uncertainty 3.3.5, 4.2.3, C.3.3

Type A variance 4.2.3

Type B combined standard uncertainty 7.2.1, G.4.1 note 3

Type B evaluation of covariance 5.2.5

Type B evaluation of uncertainty 2.3.3, 3.3.3 – 3.3.5, 4.1.6, 4.3, 4.3.1 – 4.3.11, 4.4.4 – 4.4.6, E.3.7, F.2 *et seqq.*

Type B evaluation, need for F.2.1

Type B standard uncertainty 3.3.5, 4.3.1, C.3.3

Type B variance 4.3.1

U

uncertainties, rounding of 7.2.6

uncertainties, significant digits for 7.2.6

uncertainty, categorizing or classifying components of 3.3.3, 3.3.4, E.3.6, E.3.7

uncertainty, comparison of two views of E.5 *et seqq.*

uncertainty, definition of the term see uncertainty of measurement

uncertainty, double-counting components of 4.3.10

uncertainty due to finite-precision arithmetic F.2.2.3

uncertainty due to hysteresis F.2.2.2

uncertainty due to incomplete definition of the measurand 3.1.3 note, D.1.1, D.3.4, D.6.2

uncertainty due to limited sampling 4.3.2 note, E.4.3

uncertainty due to the resolution of a digital indication F.2.2.1

uncertainty evaluations, justification for realistic E.2, E.2.1 – E.2.3

uncertainty, grouping components of 3.3.3 note, 3.4.3, E.3.7

uncertainty, ideal method for evaluating and expressing 0.4

uncertainty, ignoring a component of 3.4.4

uncertainty, internally consistent quantity for expressing 0.4

uncertainty, intrinsic D.3.4

uncertainty, lack of an explicit report of 7.1.3

uncertainty, law of propagation of 3.3.6, 3.4.1, 5.1.2, E.3, E.3.1, E.3.2, E.3.6, G.6.6

uncertainty, maximum allowed F.2.4.2

uncertainty, minimum D.3.4

uncertainty of a controlled quantity F.2.4.3

uncertainty of a correction 3.2.3 note, 3.3.1, 3.3.3, D.6.1, E.1.1, E.3

uncertainty of a single observation of a calibrated instrument F.2.4.1

uncertainty of a single observation of a verified instrument F.2.4.2

uncertainty of measurement 0.1, 0.2, 1.1, 2.2, 2.2.1 – 2.2.4, 3.3, 3.3.1, 3.3.2, B.2.18, D, D.5, D.5.1 – D.5.3, D.6.1, D.6.2

uncertainty of the experimental standard deviation of the mean 4.3.2 note, E.4.3

uncertainty of the method of measurement F.2.5, F.2.5.1

uncertainty of the sample F.2.6 *et seqq.*

uncertainty, overall 2.3.5 note 3

uncertainty, quality and utility of the quoted 3.4.8

uncertainty, reporting 7 *et seqq.*

uncertainty, safe E.1.11, E.1.2, E.2.1, E.2.3, E.4.1, F.2.3.2

uncertainty, sources of 3.3.2

uncertainty, standard deviations as measures of E.3.2, E.4, E.4.1 – E.4.4

uncertainty, statistical evaluation of, by varying input quantities 3.4.1, 3.4.2, 4.2.8, F.2.1, H.5.3.3

uncertainty, summary of procedure for evaluating and expressing 8

uncertainty, transferable quantity for expressing 0.4

uncertainty, universal method for evaluating and expressing 0.4

uncertainty when a correction is not applied 3.4.4, 6.3.1 note, F.2.4.5

uncorrected result B.2.12

unit, use of an adopted value of a measurement standard as a 3.4.6, 4.2.8 note

V

value of quantity 3.1.1, B.2.2

variance 3.1.7, 4.2.2, 4.2.3, C.2.11, C.2.20, C.3.2

variance, Allan 4.2.7 note

variance, analysis of see ANOVA

variance, combined 3.3.6, 5.1.2

variance, experimental (or estimate of) 4.2.2, H.3.6 note

variance of the mean 4.2.3, C.3.2

variance of the mean, experimental 4.2.3, C.3.2

variance, pooled estimate of (or pooled experimental standard deviation) 4.2.4, 4.2.8 note, H.1.3.2, H.3.6 note, H.5.2.2, H.5.2.5, H.6.3.1, H6.3.2 note

variance, relative 5.1.6

variance, relative combined 5.1.6

variate C.2.2

VIM 2.1, 2.2.3, 2.2.4, B.1

W

Welch-Satterthwaite formula G.4.1, G.4.2, G.6.2, G.6.4

Working Group on the Statement of Uncertainties Foreword, 0.5, 3.3.3, 6.1.1, 6.1.2, A.1, A.2, A.3

Working Group 3 (ISO/TAG 4/WG 3) Foreword

3. SEZNAM ZKRATEK

- BIML Bureau International de Métrologie Légale
(Mezinárodní úřad pro legální metrologii)
- BIPM Bureau International des Poids et Mesures
(Mezinárodní úřad pro váhy a míry)
- CIPM Comité International des Poids et Mesures
(Mezinárodní výbor pro váhy a míry)
- GUM Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
(Návod pro vyjadřování nejistot v měření)
- IEC International Electrotechnical Committee
(Mezinárodní elektrotechnická komise)
- IFCC International Federation of Clinical Chemistry and Laboratory Medicine
(Mezinárodní federace klinické chemie a laboratorní medicíny)
- ISO International Standardisation Organisation
(Mezinárodní organizace pro normalizaci)
- IUPAC International Union of Pure and Applied Chemistry
(Mezinárodní unie pro čistou a aplikovanou chemii)
- IUPAP International Union of Pure and Applied Physics
(Mezinárodní unie pro čistou a aplikovanou fyziku)
- OIML Organisation Internationale de Métrologie Légale
(Mezinárodní organizace pro legální metrologii)
- ÚNMZ Úřad pro technickou organizaci, metrologii a státní zkušebnictví
- VIM International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology
(Mezinárodní slovník základních a všeobecných termínů v metrologii)

4. LITERATURA A ODKAZY NA WEBOVÉ STRÁNKY

- JCGM 200:2008 International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (VIM). Vydáno společně BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML (vyšel jako technická normalizační informace TNI 01 0115:2009).
- TNI 01 0115:2009 Mezinárodní metrologický slovník – Základní a všeobecné pojmy a přidružené termíny (VIM)
- VIML:2000 – International Vocabulary of Terms in Legal Metrology. Vydáno OIML.

Odkazy na webové stránky:

Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví ÚNMZ:
www.unmz.cz

Český metrologický institut ČMI:
www.cmi.cz

Mezinárodní organizace pro legální metrologii OIML:
www.oiml.org

Mezinárodní normalizační organizace ISO:
www.iso.org

Evropská normalizační organizace CEN:
www.cen.eu

Mezinárodní úřad pro váhy a míry BIPM:
www.bipm.org