7. Shrnutí; přehled vztahů užitečných pro cvičení; aplikace (izotermický a adiabatický děj)

obecný systém
$MS \equiv (\{a, T\})$

termické stavové rovnice: $A_i = A_i(\{a\}, T)$ $\quad i = 1, 2, \dots, n$
kalorická stavová rovnice: $E = E(\{a\}, T)$ $\quad \} \; n+1$

elementární práce: $\delta W = \sum_i A_i(\{a\}, T)\, da_i$
elementární teplo: $\delta Q = dE + \delta W$
$$= \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_{\{a\}} dT + \sum_i \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a_i}\right)_{\{a \neq a_i\}, T} + A_i\right] da_i$$

tepelné kapacity: $C_\alpha \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_\alpha$
$$= C_{\{a\}} + \sum_i \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a_i}\right)_{\{a \neq a_i\}, T} + A_i\right]\left(\frac{\partial a_i}{\partial T}\right)_\alpha$$

CO PLATÍ ZDE, PLATÍ I VŠUDE NAPRAVO $\longrightarrow$
(čím dál jednodušší/konkrétnější vyjádření)

izotermický děj
$T = \text{konst.}, \quad dT = 0$

t.s.r. $A_i = A_i(\{a\}, T) \longrightarrow A_i = A_i(\{a\})$

el. práce $\delta W = \sum_i A_i(\{a\}, T)\, da_i \rightarrow \underbrace{\sum_i A_i(\{a\})\, da_i}$

mohla by být totálním dif.

stačilo by $\left(\frac{\partial A_i}{\partial a_j}\right)_{\{a \neq a_j\}} = \left(\frac{\partial A_j}{\partial a_i}\right)_{\{a \neq a_i\}}$

později ukážeme, že platí

$\Rightarrow \delta W|_T$ je totálním diferenciálem
~ práce se koná na úkor nějaké stav. veličiny

cvičení 14 $\quad \delta W|_T = -dF$

el. teplo $\quad \delta Q = dE + \delta W \longrightarrow dE - dF$
$\delta Q|_T = d(E - F)$ je rovněž totálním dif.
(další podrobnosti později)

tepelná kapacita $\quad C_T \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_T \longrightarrow \infty$

adiabatický děj
$Q = 0, \quad \delta Q = 0$

1.z.T. $\delta Q = dE + \delta W \longrightarrow = 0$
$$0 = C_{\{a\}} dT + \sum_i \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a_i}\right)_{\{a \neq a_i\}, T} + A_i\right] da_i$$

$\Rightarrow \delta W|_{ad}$ je totálním diferenciálem
~ práce se koná na úkor vnitřní energie

$\delta W|_{ad} = -dE$

tepelná kapacita $\quad C_{ad} \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_{ad} = 0$

ROVNOVÁŽNÉ STAVY A DĚJE (platí stavové rovnice, existuje teplota)

jednoduchý systém $(n = 1)$
$MS \equiv (a, T)$

termická s.r.: $A = A(a, T)$
kalorická s.r.: $E = E(a, T)$
elem. práce: $\delta W = A(a, T)\, da$
elem. teplo: $\delta Q = dE + \delta W =$
$$= \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_a dT + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a}\right)_T + A\right] da$$

tepelné kapacity: $C_\alpha \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_\alpha$
$$= C_a + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a}\right)_T + A\right]\left(\frac{\partial a}{\partial T}\right)_\alpha$$

jednoduchý homogenní systém $(n = 1, a = V)$
$MS \equiv (V, T)$

$p = p(V, T)$
$E = E(V, T)$
$\delta W = p(V, T)\, dV$
$$\delta Q = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p\right] dV$$
$$C_\alpha = C_V + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + p\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_\alpha$$
cv. 21

příklady:

		a	A
cv. 13 + všechny s plynem	expanze/komprese plynu, deformace izotrop. tělesa	V	p
27	natahování/stlačování tyče	l	P
	kroucení tyče	φ	M
36 37	magnetizace	$\mathcal{M}$	$-\mathcal{H}$
25	obecný	a	A

izotermický děj
$T = \text{konst.}, \; dT = 0$

t.s.r. $A = A(a, T) \rightarrow A(a)$
el. práce $\delta W = A(a, T)\, da \rightarrow A(a)\, da$
je totálním diferenciálem

$\delta W|_T = -dF$

$W_{1\to 2} = F(a_2, T) - F(a_1, T)$
$= F_2 - F_1$

adiabatický děj
$Q = 0 \quad \delta Q = 0$
1.z.T. $\delta Q = dE + \delta W \rightarrow = 0$
$C_a dT + \left[\left(\frac{\partial E}{\partial a}\right)_T + A\right] da = 0$
$\delta W|_{ad}$ je totálním diferenciálem

$\delta W|_{ad} = -dE$

$W_{1\to 2} = E(a_2, T_2) - E(a_1, T_1)$
$= E_2 - E_1$

ideální plyn
$MS \equiv (V, T)$

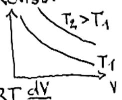
termická stavová rovnice: $p = \frac{nRT}{V}$
kalorická stavová rovnice: $E = k\, nRT$ (k – konstanta)
} sestavení F1050 příp. https://www.physics.muni.cz/kof/clanky/idealni_plyn.pdf

elementární práce: $\delta W = p\, dV$
$$\delta Q = \underbrace{\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V}_{k nR} dT + \Big[\underbrace{\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T}_{0} + \underbrace{p}_{\frac{nRT}{V}}\Big] dV$$

tepelné kapacity: $C_\alpha \equiv \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_\alpha = \underbrace{k nR}_{C_V} + \frac{nR}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_\alpha$

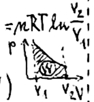
pro $\alpha \equiv p = \text{konst.}$ $\quad C_p = C_V + nR \quad \leftarrow$ Mayerův vztah cv. 22

izotermický děj
$T = \text{konst.}, \quad dT = 0$
$pV = nRT = \text{Konst.}$



$\delta W = p\, dV = nRT \frac{dV}{V}$

$W_{1 \xrightarrow{T} 2} = \int_1^2 \delta W = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$



$p = f(V, T) = f(V)$
při izotermickém ději je $p\,dV$ totálním diferenciálem

$\underset{\sim\sim}{\delta Q} = dE + \delta W = 0 + \underset{\sim\sim}{\delta W}$

dodané teplo $=$ vykonaná práce

při izotermickém ději v ideálním plynu

adiabatický děj
$Q = 0, \quad \delta Q = 0$
$k nR\, dT + \frac{nRT}{V} = 0$
$C_V \frac{dT}{T} + \underbrace{nR}_{C_p - C_V} \frac{dV}{V} = 0 \quad \leftarrow$ cv. 22
$\frac{dT}{T} + (\varkappa - 1)\frac{dV}{V} = 0$

dif. rovnice adiabaty i.p. v proměnných (V, T)
integrací
$T V^{\varkappa - 1} = \text{const.}$
integrální rce adiabaty i.p. v prom. (V, T)
($\varkappa = \frac{C_p}{C_V}$ – Poissonův koeficient)
z exp.: $\varkappa = \begin{cases} 1.66 & \text{jednoat. plyn} \\ 1.4 & \text{dvouat. plyn} \end{cases}$

převod do proměnných (p, V), (p, T) SAMI