

# Astrofyzika VI.

## Dvojhvězdy

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

# Dvojhvězdy

přibližně 50 % hvězd z okolí Slunce je složkami dvojhvězd a vícenásobných systémů,

do vzdálenosti **5 pc** od nás bylo nalezeno

**26** jednotlivých hvězd

**15** složených soustav s celkovým počtem 34 hvězd

– nemusí být reprezentativní vzorek Galaxie

dvojhvězdy jsou velmi cenné pro získávání údajů, za určitých okolností

lze přesně stanovit **absolutní charakteristiky hvězd**, **hmotnost**,

**poloměr**, **paralaxu**, vzdálenost složek

složky dvojhvězdy obíhají kolem společného hmotného středu dle

Keplerových zákonů

podle způsobu pozorování lze rozdělit dvojhvězdy

a) **vizuální dvojhvězdy**, jejíž složky jsou pozorovatelné odděleně, nebo interferometrem, popř. jedna složka se projevuje gravitačními účinky na druhou složku (astrometrické dvojhvězdy)

# Vizuální dvojhvězdy

Obě složky lze rozlišit, je-li jejich úhlová vzdálenost  $\eta$

větší než limitní rozlišovací schopnost dalekohledu  $\eta > 1,22 \lambda / D$

(důsledku mihotání obrazu, způsobeného fluktuacemi indexu lomu, pohybem vrstev atmosféry Země atd., je téměř vždy  $\eta \geq 1$  ), vyjma *Mauna Kea* - Havaj, HST – mimo atmosféru Země

z pozorovací řady lze získat parametry průmětu eliptické trajektorie složek na světovou sféru, obecně elipsa

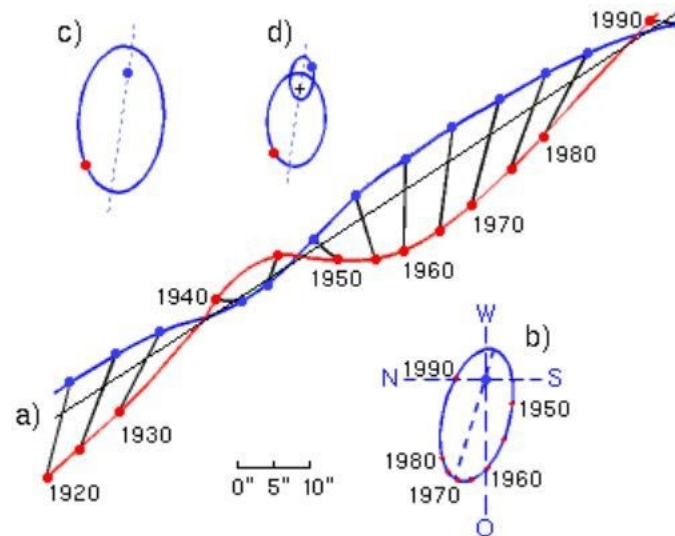
lze změřit úhlovou velikost velké poloosy  $a''$  relativní trajektorie složek, velikost, velikost poloos  $a_1''$   $a_2''$  trajektorie složek vzhledem k hmotnému středu systému, platí  $a_1'' + a_2'' = a''$  měřitelnou veličinou je doba oběhu  $T$ , platí

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G}{4\pi^2} (M_1 + M_2) \quad \text{velikost lineární poloosy je } a = a'' \cdot r,$$

$r$  je vzdálenost dvojhvězdy,  $a_1'' M_1 = a_2'' M_2$

# Dvojhvězdy

## *Sirius A a Sirius B - fyzická dvojhvězda v desetiletém intervalu*



- a) The paths of **Sirius A** and **Sirius B**
- b) The binary pair take 50 years to complete an orbit
- c) From the view point of the brighter star, Sirius B follows a highly elliptical orbit
- d) The pair actually orbit round their common centre of mass

# Paradox Siria

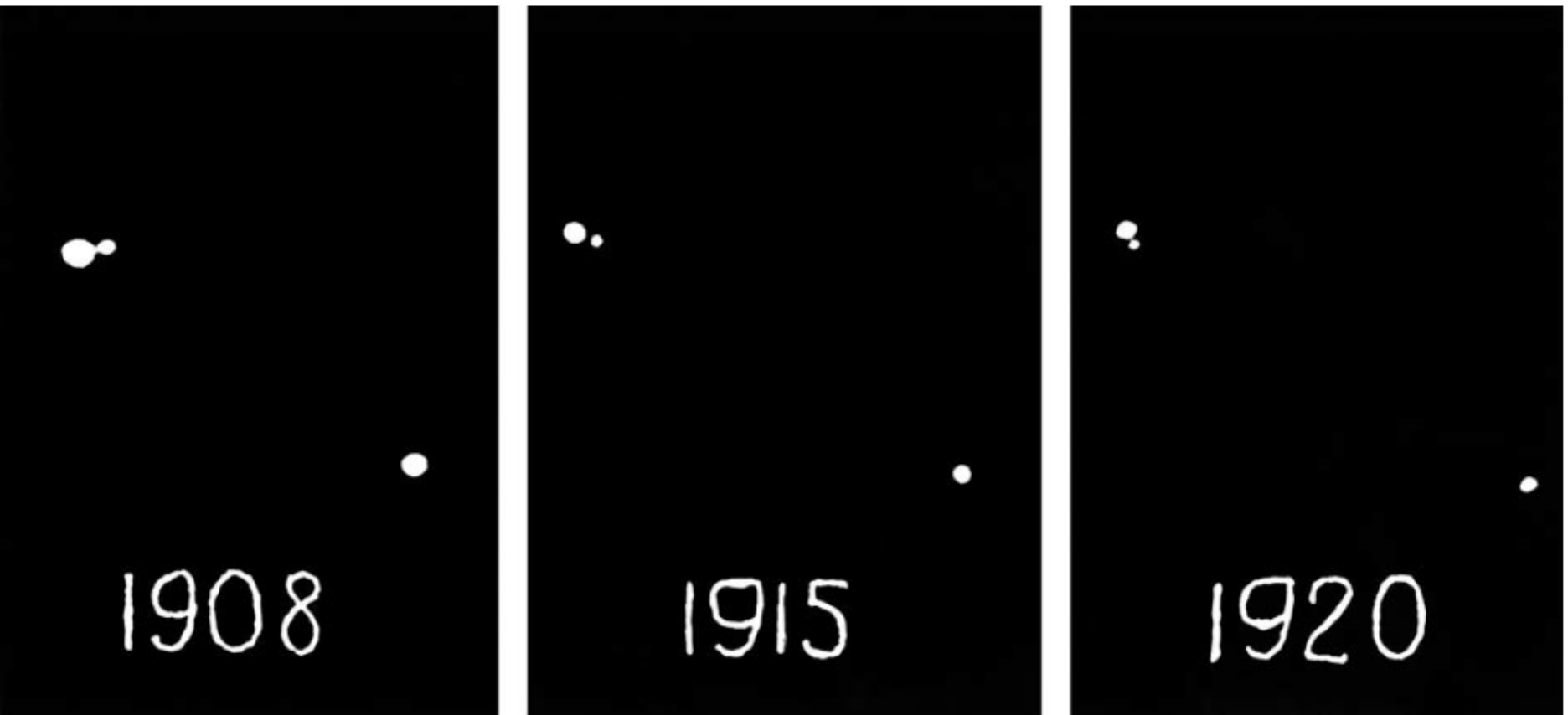


**Co je podivné na dvojhvězdě Sirius A a B?**

**Sirius A –  $2 M_{\odot}$  - hvězda hlavní posloupnosti**

**Sirius B –  $1 M_{\odot}$  - b.t. závěrečné stadium vývoje**

# Dvojhvězdy - Kruger 60

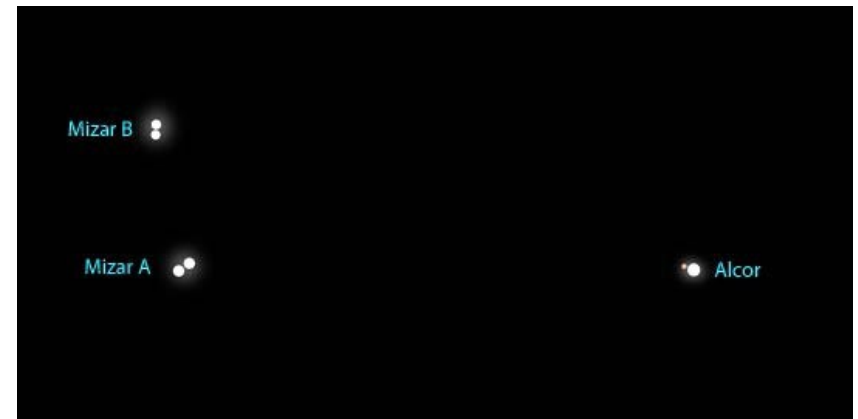


**Fig. 9.1.** When a visual binary is followed for a long time, the components can be seen to move with respect to each other. Picture of Krüger 60. (Yerkes Observatory)

# Mizar a Alcor

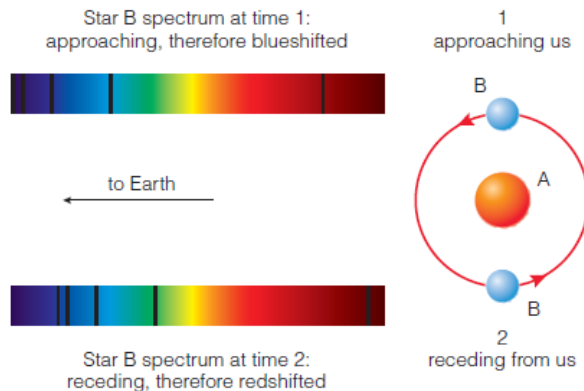
*Mizar* je optická dvojhvězda, průvodce *Alcor*, systém *Mizaru* tvořen párem spektroskopických dvojhvězd

Sedm nejjasnějších hvězd souhvězdí Velké medvědice je známo jako asterismus Velký vůz (obr. 9). Jedna hvězda v oji Velkého vozu je ve skutečnosti optickou dvojhvězdou, kdy i pouhým okem je viditelný Mizar a jeho průvodce Alcor. Tato dvojhvězda je někdy používána jako zkouška ostrosti zraku. Obě hvězdy dělí zhruba 12 úhlových minut (obr. 10). Jasnější z obou hvězd je Mizar, jeho pozorovaná hvězdná velikosti je +2,2 mag, zatímco méně jasný Alcor má +4,0 mag.

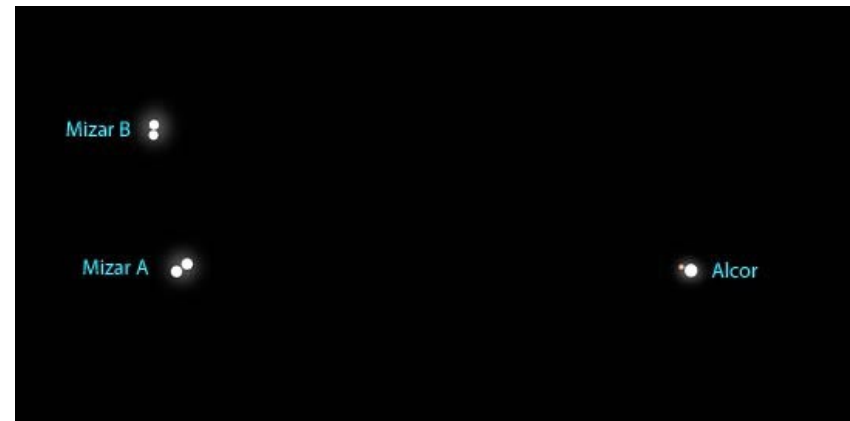


# Mizar a Alcor

*Mizar* je optická dvojhvězda, průvodce *Alcor*, systém *Mizaru* tvořen párem spektroskopických dvojhvězd



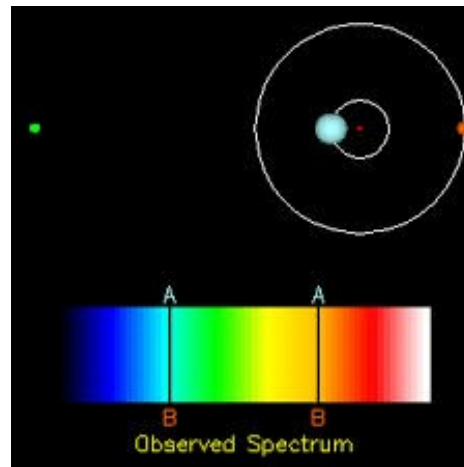
Mizar and Alcor: These two stars are very close to one another in the handle of Ursa Major (see Figure 1.9). Mizar, the brighter of the two stars, is itself a visual binary composed of Mizar A and Mizar B. Both Mizar A and B are themselves spectroscopic binaries. In 1997, astronomers were able to resolve the two stars in the Mizar A binary system by interferometric measurements. Alcor is also an astrometric binary. It has been suggested that the Alcor and Mizar systems might be gravitationally bound to one another. If confirmed, this would make this also a sextuplet system.



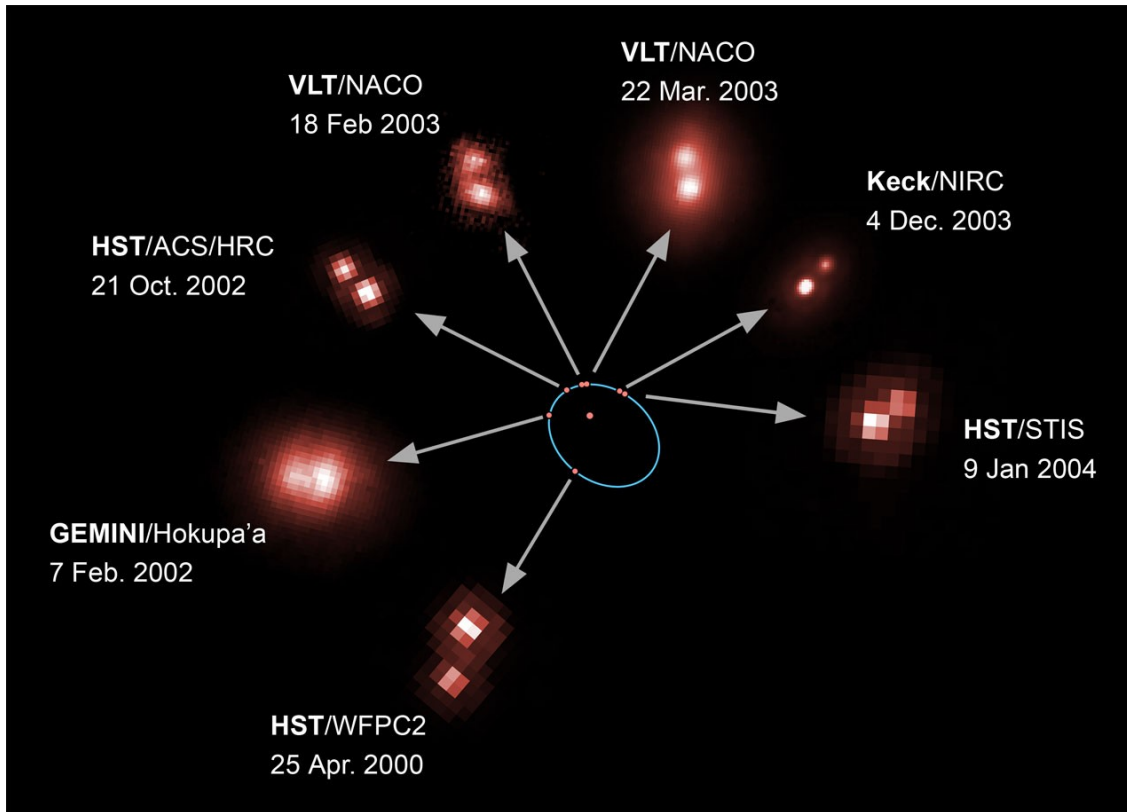


# Dvojhvězda Mizar, Alcor

Mizar and Alcor: These two stars are very close to one another in the handle of Ursa Major (see Figure 1.9). Mizar, the brighter of the two stars, is itself a visual binary composed of Mizar A and Mizar B. Both Mizar A and B are themselves spectroscopic binaries. In 1997, astronomers were able to resolve the two stars in the Mizar A binary system by interferometric measurements. Alcor is also an astrometric binary. It has been suggested that the Alcor and Mizar systems might be gravitationally bound to one another. If confirmed, this would make this also a sextuplet system.



# Fyzická dvojhvězda – jedna složka hnědý trpaslík



2MASSWJ

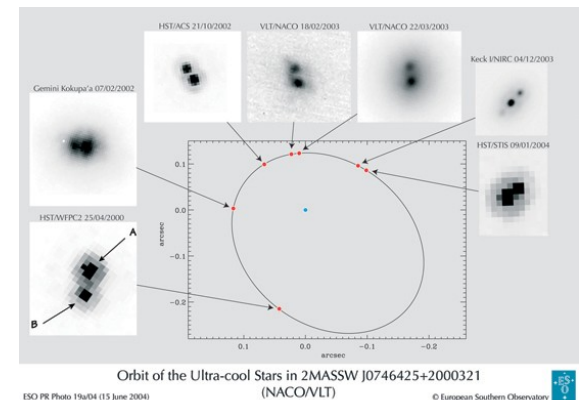
0746425+2000321

$r = 12,3 \text{ pc}$ ,  $a = 2,5 \text{ au}$

$T = 10,5 \text{ roku}$

$M_1 = 0,085 M_S$

$M_2 = 0,065 M_S$



# Spektroskopické dvojhvězdy

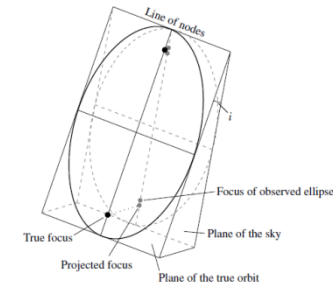
Projevují se dopplerovským posuvem čar ve spektrech nebo překrytím dvou různých spekter obou složek.

Velmi důležité z astrofyzikálního hlediska, často se jedná o těsné dvojhvězdy. Oběžné doby jsou několik dnů, hodin.

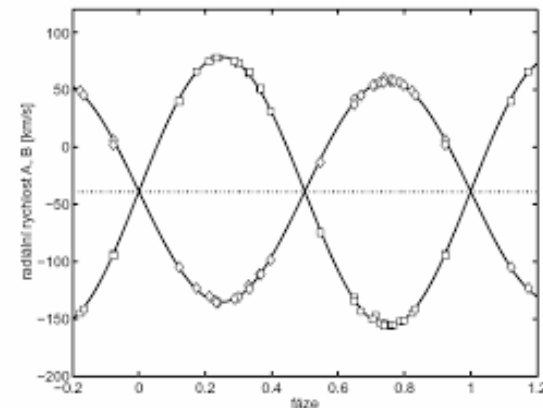
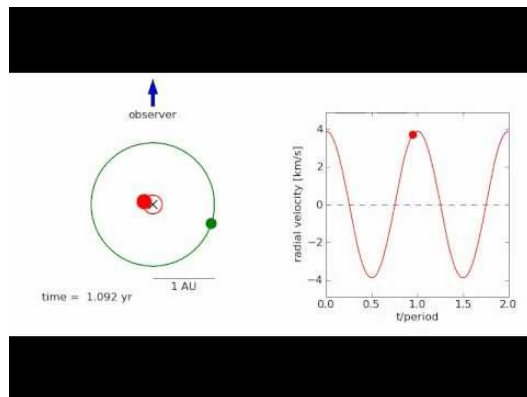
Přibližně 20 – 30 % všech pozorovaných hvězd jsou spektroskopické.

Posuv  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  ukazuje velikost oběžné rychlosti  $v$

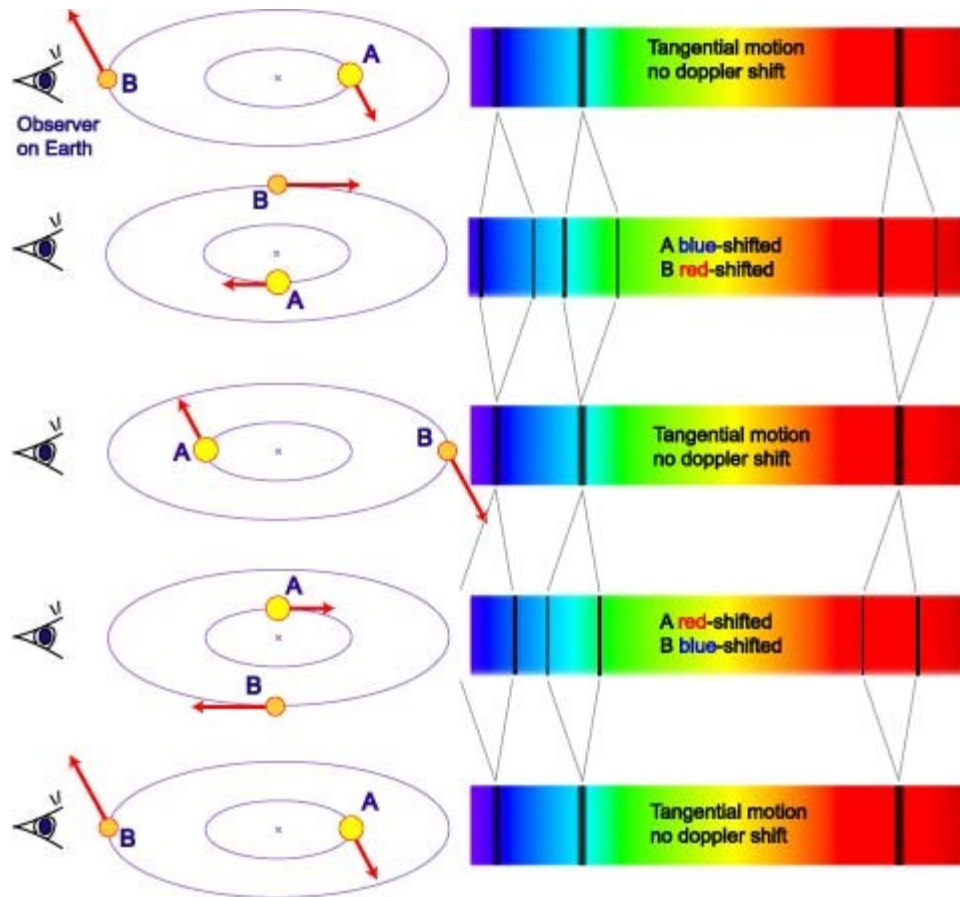
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} = \frac{v \sin i}{c}$$



kde  $i$  je sklon dráhy oběžné roviny. Z výsledku pozorování, změny radiální rychlosti, se sestavují křivky radiálních rychlostí systému.



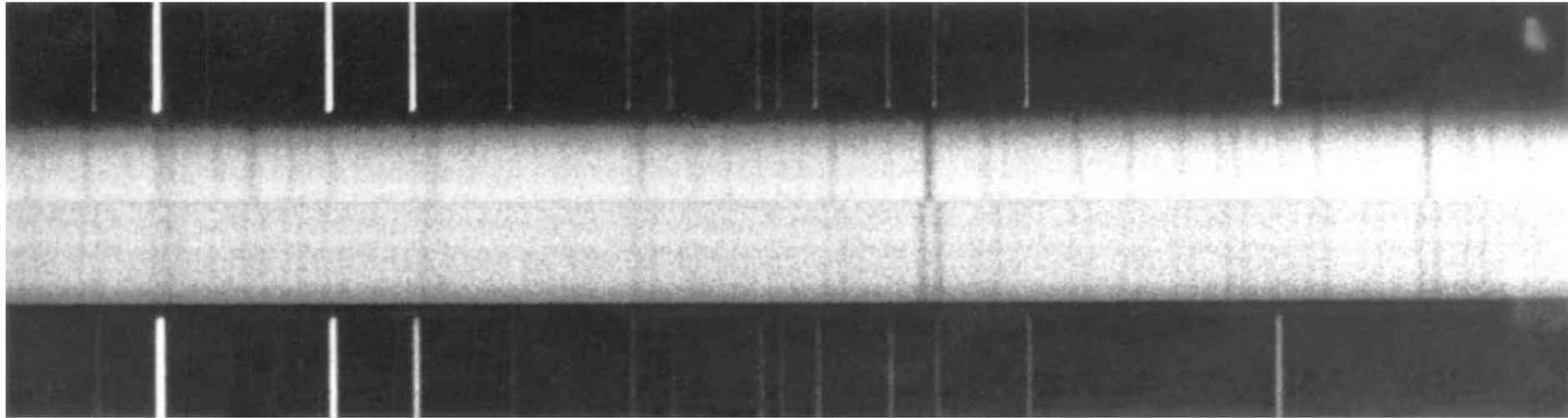
# Spektroskopické dvojhvězdy



## A Spectroscopic Binary System

High-mass star A and lower-mass B orbit around a common centre of mass. The observed combined spectrum shows periodic splitting and shifting of spectral lines. The amount of shift is a function of the alignment of the system relative to us and the orbital speed of the stars.

# Spektroskopické dvojhvězdy



**Fig. 9.5.** Spectrum of the spectroscopic binary  $\kappa$  Arietis. In the upper spectrum the spectral lines are single, in the lower one doubled. (Lick Observatory)

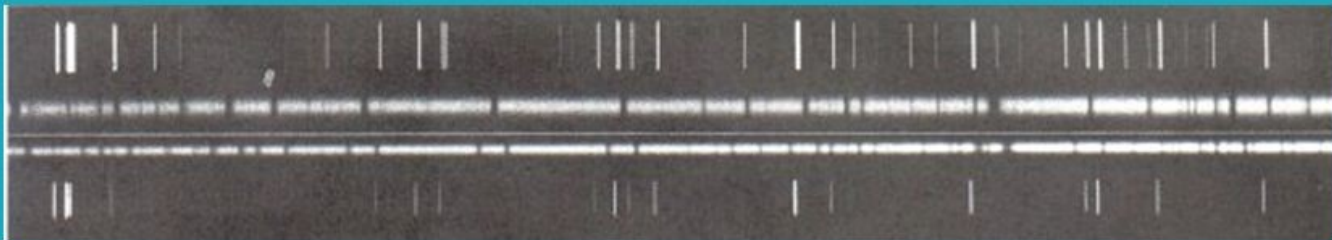
**Exercise 9.3** The distance of Barnard's star is 1.83 pc and mass  $0.135 M_{\odot}$ . It has been suggested that it oscillates with an amplitude of  $0.026''$  in 25 year periods. Assuming this oscillation is caused by a planet, find the mass and radius of the orbit of this planet.

# Spektroskopické dvojhvězdy

Single-lined spectroscopic binary: spectral lines of one star are visible.



Double-lined spectroscopic binary: spectral lines of both stars are visible.



# Těsné dvojhvězdy

## 6. VÝVOJ HVĚZD V TĚSNÝCH DVOJHVĚZDÁCH

V předchozích kapitolách bylo pojednáváno o vývoji jednotlivých hvězd. Přibližně polovina všech hvězd hlavní posloupnosti však patří k násobným hvězdným soustavám. Pro horní část hlavní posloupnosti, která obsahuje hvězdy s velkými hmotnostmi a vysokými povrchovými teplotami, je podíl hvězd obsažených ve dvojhvězdách a vícenásobných hvězdných až 70 %.

Dále se proto budeme zabývat problematikou vývoje hvězd ve dvojhvězdách, speciálně v těsných dvojhvězdách, kde se jednotlivé hvězdy mohou při vývoji vzájemně ovlivňovat. Těsné dvojhvězdy lze definovat jako soustavu dvou hvězd, které obíhají po keplerovských drahách kolem společného hmotného středu. Složky se ovlivňují gravitačním působením (slapy), zářením, magnetickým polem a vzájemným přenosem hmoty.

Pro vývoj jednotlivých hvězd, jejichž hmotnost je během vývoje konstantní, platí, že čím větší je hmotnost, tím rychleji dochází k čerpání termionukleárních zdrojů a tím rychleji probíhá vývoj hvězd hlavní posloupnosti a přechod přes oblast obrů do závěrečných stádií vývoje. U některých těsných dvojhvězd však <sup>bylo</sup> zjištěno, že hvězda s větší hmotností se nachází na hlavní posloupnosti, zatímco hvězda s menší hmotností je již ve stádiu rudých obrů respektive veleobrů. Tento tzv. vývojový paradox dvojhvězd typu Algola lze vyložit následujícím způsobem.

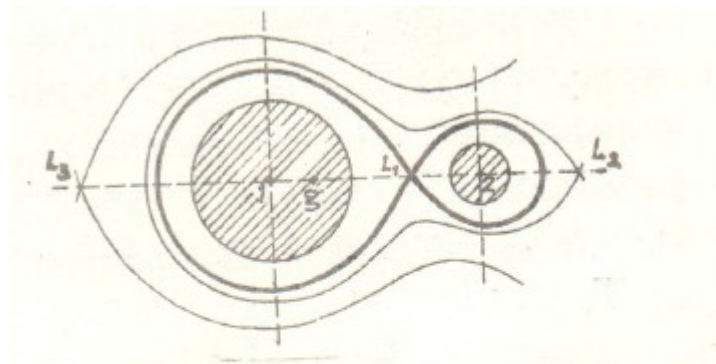
# Těsné dvojhvězdy

Obě složky těsné dvojhvězdy s velkou pravděpodobností vznikly současně, měly tedy původně stejné chemické složení. Fyzikální vlastnosti složek tak jsou určeny výhradně jejich hmotností. Na hlavní posloupnosti u obou hvězd proběhnou termionukleární reakce. Po vyčerpání podstatné části obsahu vodíku v centrální oblasti, když obsah vodíku klesne pod 5 %, nastává nestabilní vývojová etapa. Jádru se smršťuje a v důsledku zapálení vodíkové reakce ve slupkovém zdroji kolem jádra se začne zvětšovat poloměr a objem. U složky s větší hmotností, tudíž s rychlejším vývojem, tato vývojová etapa nastane dříve, v druhé složce rozpínání nastává později.



# Těsné dvojhvězdy

Nyní přeručíme výklad vývoje těsné dvojhvězdy a popíšeme gravitační pole u těsných dvojhvězd, abychom mohli v dalším objasnit přenos hmoty mezi složkami. Využijeme obr. 24, který demonstruje řez ekvipotenciálními plochami Rocheova modelu dvojhvězdy. Hmotný střed soustavy je v bodě  $g$ , čísllice 1 a 2 označují hmotné středy složek dvojhvězdy,  $L_1$  respektive  $L_2$ ,  $L_3$  jsou Lagrangeovy vnitřní respektive vnější librační body. Kolem složek dvojhvězdy lze vést plochy, obsahující body se stejnou gravitační potenciální energií, označují tedy ekvipotenciální plochy obepínající obě složky dvojhvězdy pro různé energie. Speciální postavení má kritická plocha zvaná Rocheova mez, vyznačená na obrázku silnou čarou. Obě plochy se stýkají na spojnici hmotných středů složek, v Lagrangeově vnitřním bodě  $L_1$ . Rocheova mez je hranicí maximálních objemů



Obr. 24. Řez ekvipotenciálními plochami dvojhvězdy

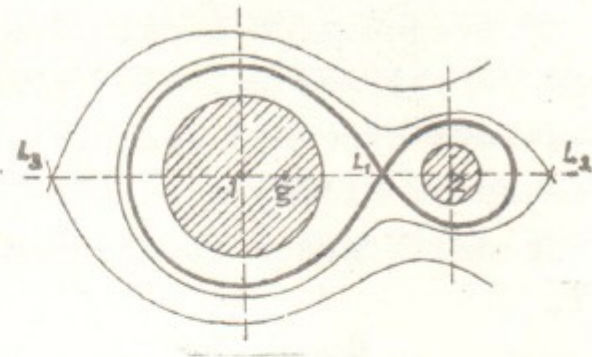
# Těsné dvojhvězdy

obou složek, uvnitř kterých je každý element hmoty jednoznačně přiřazen k příslušné složce. Těsnou dvojhvězdu s hmotnostmi složek  $m_1, m_2$  a poloměrem kruhové dráhy  $a$  lze popsat takto. Rocheova mez se skládá ze dvou uzavřených oblastí, obklopujících společný vnitřní Lagrangeův bod  $L_1$ . Poloměr každé z těchto oblastí lze přibližně vyjádřit vztahem

$$\frac{r}{a} = 0,38 + 0,2 \log \frac{m_1}{m_2}, \quad (6.1)$$

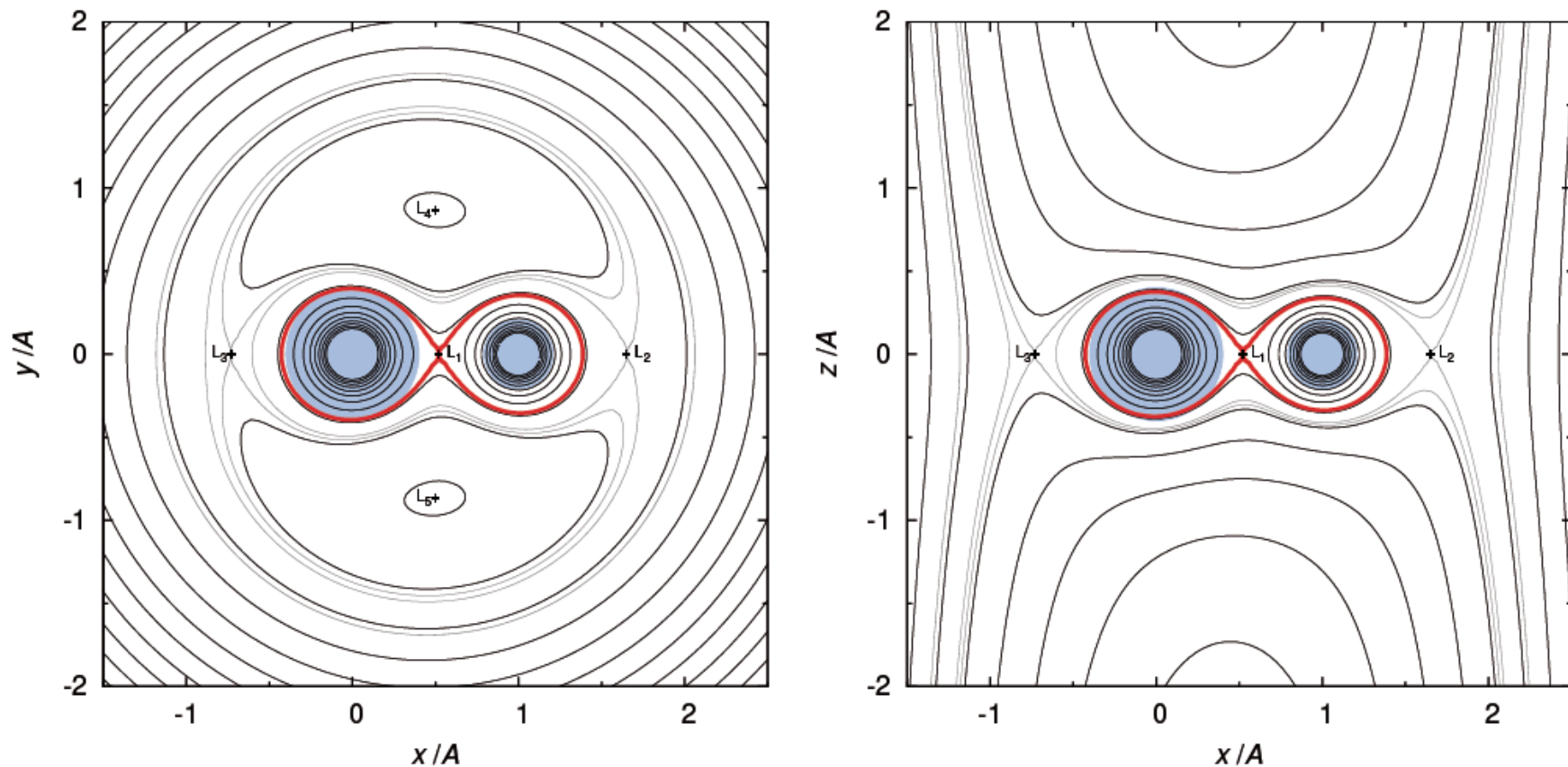
přičemž předpokládáme, že platí

$$0,3 < \frac{m_1}{m_2} < 20. \quad (6.2)$$



Obr. 24. Řez ekvipotenciálními plochami dvojhvězdy

# Rocheův model, Lagrangeovy body



Obrázek 13.2: Potenciál  $\Omega(x, y, 0)$  a  $\Omega(x, 0, z)$  pro dvojhvězdu s hmotnostmi  $M_1 = 4,0 M_\odot$ ,  $M_2 = 3,2 M_\odot$  ( $q = 0,8$ ). Znázorněny jsou polohy Lagrangeových libračních bodů a kritická ekvipotenciála, při jejímž překročení by docházelo k přetoku hmoty. Naznačené jsou i kulové hvězdy, s poloměry  $R_1, R_2$ , jaké by měly na hlavní posloupnosti nulového věku (v čase  $t = 0$ ). Ve skutečnosti by ovšem tvar povrchu hvězd nezůstal kulový, ale přizpůsobil by se určitým ekvipotenciálám.

# Těsné dvojhvězdy

V případě A v průběhu spalování vodíku v centrálních oblastech, kdy hvězdy pozvolna zvětšují poloměr při opouštění hlavní posloupnosti. Z počátku je proces přenosu hmoty z hvězdy s větší hmotností na hvězdu s menší hmotností výrazný, na tzv. Kelvinově - Helmholtzově časové škále

$$t_K \doteq 2 \cdot 10^7 \frac{M^2}{LR} \text{ roků}, \quad (6.3)$$

kde hmotnost, svítivost a poloměr hvězd vyjádříme v jednotkách hmotnosti, svítivosti a poloměru Slunce. V průběhu přenosu hmoty se změní hmotnost složek tak, že složka s původně větší hmotností se stane složkou s menší hmotností. Dále již přenos hmoty probíhá pomalu, na tzv. nukleární škále

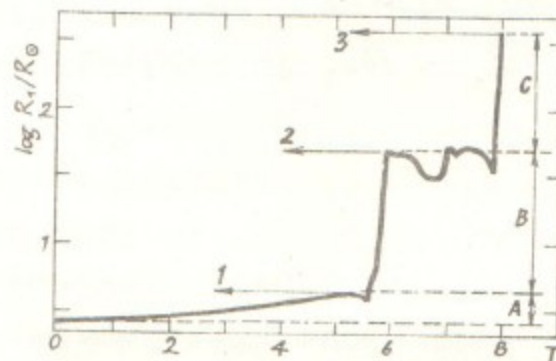
$$t_N \doteq 10^{10} \frac{M}{L} \text{ roků}. \quad (6.4)$$

# Těsné dvojhvězdy

Druhá možnost zaplnění Rocheovy oblasti je při expanzi vnějších vrstev hvězdy spojené se smršťováním jádra po vyhoření vodíku před zapálením heliové reakce, jde o případ B. Většina těsných dvojhvězd, přibližně 70 %, prochází stádiem přenosu hmoty právě v tomto případě. Případu B odpovídá oběžná doba 1,5 dne až 87 dní.

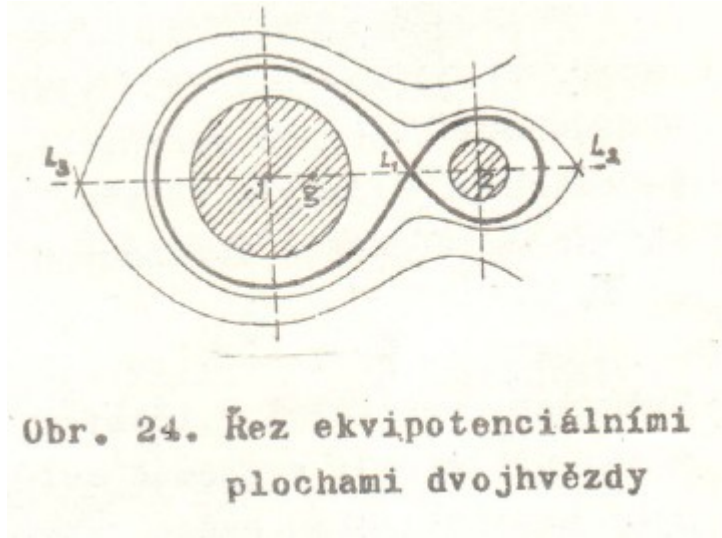
V třetím tzv. případě C se Rocheova oblast vyplňuje až po vyčerpání helia v jádře složky s větší hmotností, kdy se jádro začíná smršťovat, zvyšuje se teplota, dokud nezačnou probíhat termonukleární reakce s uhlíkem. Jde o případ dlouhoperiodických soustav s oběžnou dobou od 87 dní do 4 300 dní.

Na obr. 25 je zachycena změna poloměru hvězdy o hmotnosti  $5 M_{\odot}$  v průběhu jejího vývoje, písmeny A, B, C jsou označeny odpovídající případy výměny hmoty. Čas  $T$  je udán v jednotkách  $10^7$  roků. Schematicky jsou vyznačeny: 1 - vyčerpání vodíku v jádře, 2 - zapálení helia v jádře, 3 - zapálení uhlíku v jádře.

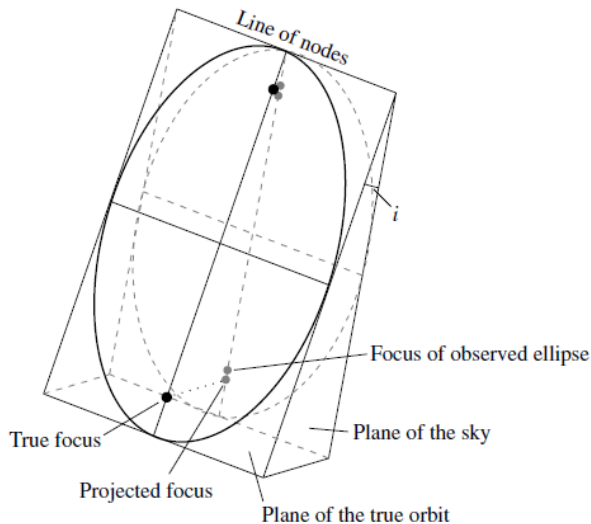
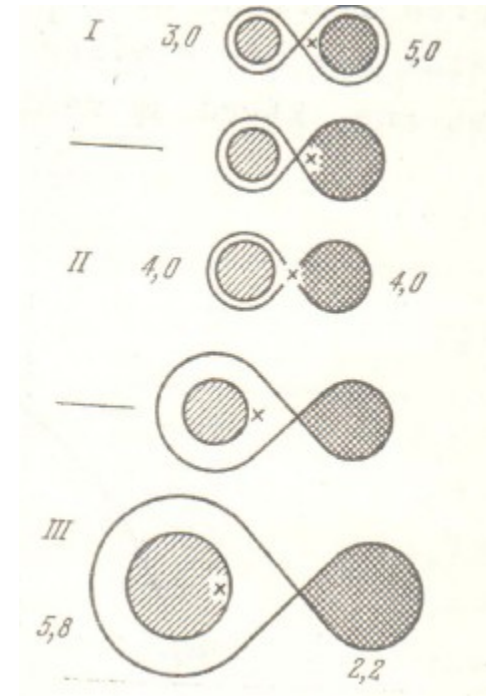


Obr. 25. Změna poloměru hvězdy v průběhu jejího vývoje

# Těsné dvojhvězdy



Obr. 24. Řez ekvipotenciálními plochami dvojhvězdy



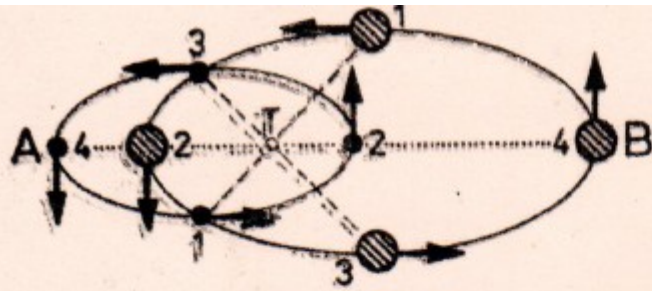
oblastí lze přibližně vyjádřit vztanem

$$\frac{r}{a} = 0,38 + 0,2 \log \frac{M_1}{M_2}$$

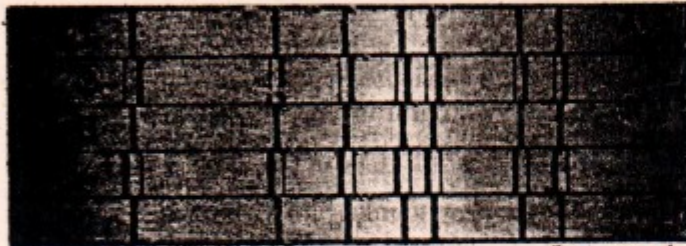
přičemž předpokládáme, že platí

$$0,3 < \frac{M_1}{M_2} < 20.$$

# Spektroskopické dvojhviezdy



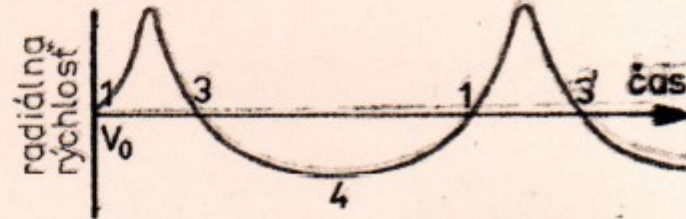
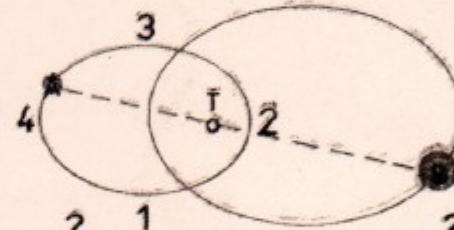
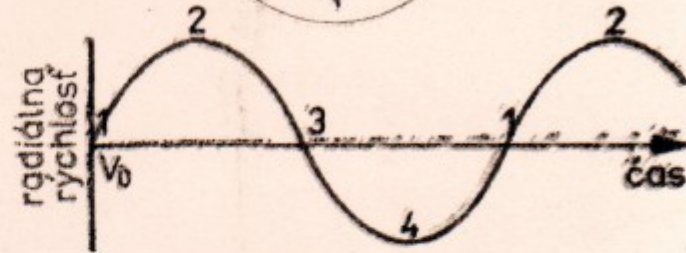
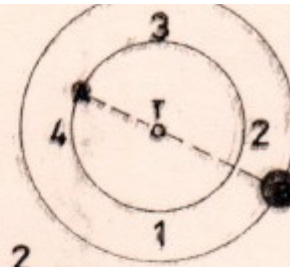
k pozorovateľovi



fialový  
koniec  
spektra

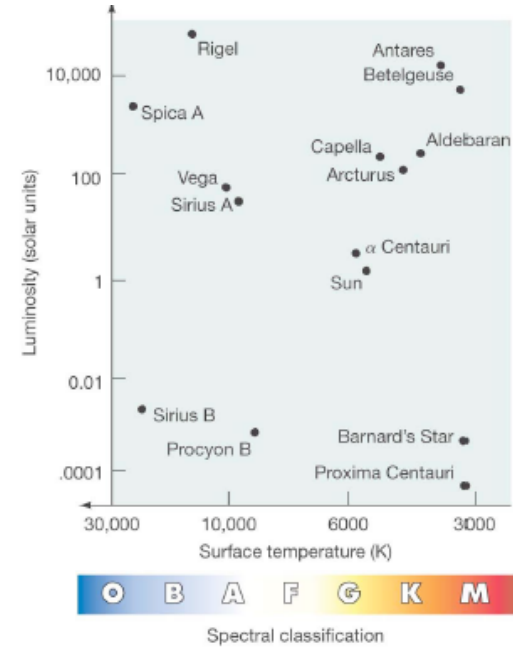
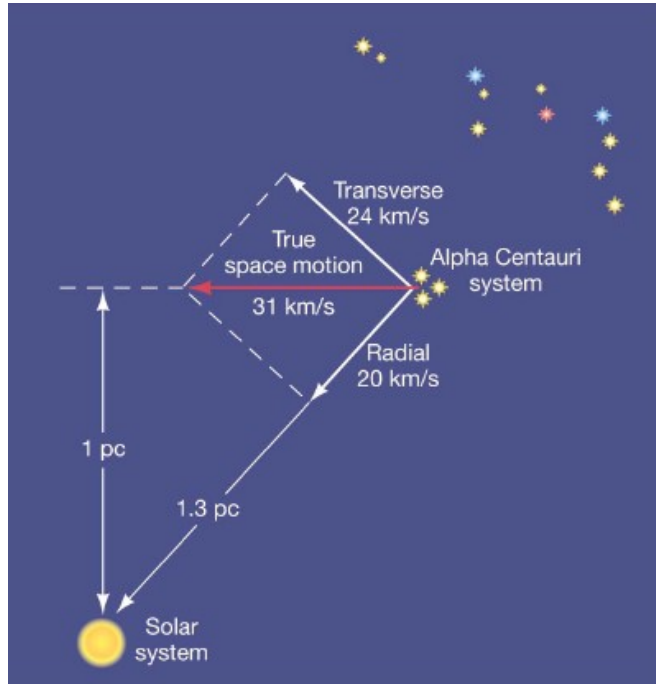
červený  
koniec  
spektra

Schéma vznika periodického posunu spektrálnych čiar spektroskopickkej dvojhviezdy. V polohách 1 a 3 sa obidve zložky dvojhviezdy (A a B) pri svojom obehu okolo spoločného ťažiska (T) pohybujú kolmo k pozorovateľovi, preto ich čiar neovplyvňuje Dopplerov jav. V polohe 2 jasnejšia zložka A sa od pozorovateľa vzdaluje a slabšia zložka B sa k nemu približuje; spektrálne čiar zložky A (hrubšie čiar) sú preto posunuté k červenému koncu spektra, čiar zložky B k fialovému koncu spektra. V polohe 4 sa k pozorovateľovi približuje jasnejšia zložka A, jej čiar sú posunuté k fialovému koncu spektra; zložka B sa vtedy od neho vzdaluje, jej čiar sú preto posunuté k červenému koncu spektra

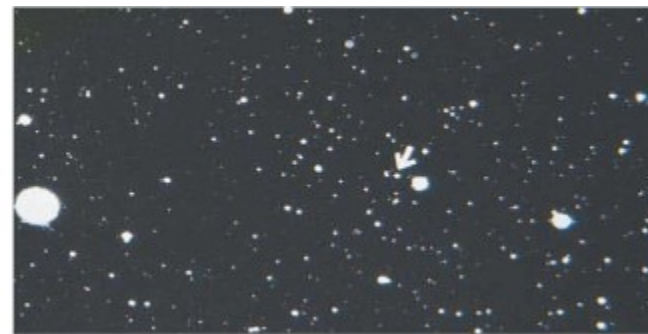


Krivky radiálnej rýchlosti spektroskopickkej dvojhviezdy s kruhovou dráhou (obr. hore) a s veľmi excentrickou dráhou (obr. dole). Pribeh krivky pri excentrických dráhach závisí aj od orientácie roviny dráh vzhľadom na pozorovateľa, a preto môže byť odlišný od uvedeného grafu

# Vlastní pohyb



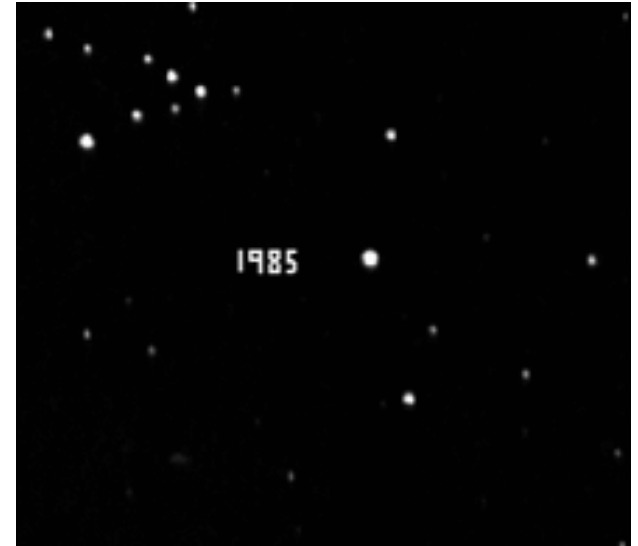
30 arc min.



**Barnardova hvězda – největší vlastní pohyb 10,34“**



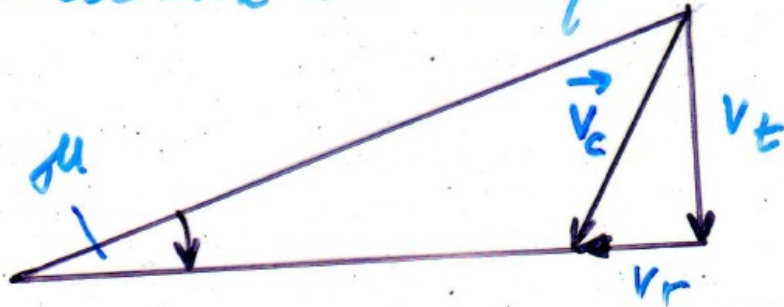
# Vlastní pohyb



**Barnardova hvězda, změna polohy za 11 měsíců**

# Vlastní pohyb

$v_t$  ... tangenciální složka rychlosti  
 $v_r$  ... radiální složka rychlosti  
 $v_c$  ... celková složka rychlosti



změna polohy ... vlastní pohyb  $\mu$  "/rok

**Barnardova hvězda, změna polohy za 11 měsíců**

# Radiální a tangenciální složka rychlosti

$$v_t = \frac{\mu}{\pi''} \frac{1c}{10k} = \frac{\mu}{\pi''} 4,74 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$v_r = c \frac{\lambda_p - \lambda_0}{\lambda_0} = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\Delta\lambda > 0 \quad v_r > 0 \quad r \uparrow$$

$$\Delta\lambda < 0 \quad v_r < 0 \quad r \downarrow$$

$$v_c = \sqrt{v_t^2 + v_r^2} = \sqrt{\left(4,74 \frac{\mu}{\pi''}\right)^2 + c^2 \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2}$$

# Dvojhvězdy - úlohy

---

**Example 3.1.** An analysis of the spectrum of an eclipsing, double-line, spectroscopic binary having a period of  $P = 8.6$  yr shows that the maximum Doppler shift of the hydrogen Balmer  $H\alpha$  (656.281 nm) line is  $\Delta\lambda_s = 0.072$  nm for the smaller member and only  $\Delta\lambda_\ell = 0.0068$  nm for its companion. From the sinusoidal shapes of the velocity curves, it is also apparent that the orbits are nearly circular. Using Eq. ( 5), we find that the mass ratio of the two stars must be

$$\frac{m_\ell}{m_s} = \frac{v_{rs}}{v_{r\ell}} = \frac{\Delta\lambda_s}{\Delta\lambda_\ell} = 10.6.$$

Assuming that the orbital inclination is  $i = 90^\circ$ , the Doppler shift of the smaller star implies that the maximum measured radial velocity is

$$v_{rs} = \frac{\Delta\lambda_s}{\lambda} c = 33 \text{ km s}^{-1}$$

and the radius of its orbit must be

$$a_s = \frac{v_{rs} P}{2\pi} = 1.42 \times 10^{12} \text{ m} = 9.5 \text{ AU}.$$

In the same manner, the orbital velocity and radius of the other star are  $v_{r\ell} = 3.1 \text{ km s}^{-1}$  and  $a_\ell = 0.90 \text{ AU}$ , respectively. Therefore, the semimajor axis of the reduced mass becomes  $a = a_s + a_\ell = 10.4 \text{ AU}$ .

# Dvojhvězdy - úlohy

The sum of the masses can now be determined from Kepler's third law. If this equation is written in units of solar masses, astronomical units, and years, we have

$$m_s + m_\ell = a^3 / P^2 = 15.2 M_\odot.$$

Solving for the masses independently yields  $m_s = 1.3 M_\odot$  and  $m_\ell = 13.9 M_\odot$ .

Furthermore, from the light curve for this system, it is found that  $t_b - t_a = 11.7$  hours and  $t_c - t_b = 164$  days. Using Eq. ( 8) reveals that the radius of the smaller star is

$$r_s = \frac{(v_{rs} + v_{r\ell})}{2} (t_b - t_a) = 7.6 \times 10^8 \text{ m} = 1.1 R_\odot,$$

where one solar radius is  $1 R_\odot = 6.96 \times 10^8$  m. Equation ( 9) now gives the radius of the larger star, which is found to be  $r_\ell = 369 R_\odot$ .

In this particular system, the masses and radii of the stars are found to differ significantly.

---

# Slunce - Jupiter

---

**Example 4.1.** The so-called *reflex motion* of the parent star is extremely small. For example, consider the motion of Jupiter around the Sun. Jupiter's orbital period is 11.86 yr, the semimajor axis of its orbit is 5.2 AU, and its mass is only  $0.000955 M_{\odot}$ . Assuming that the orbit of Jupiter is essentially circular (its actual eccentricity is just  $e = 0.0489$ ), the planet's orbital velocity is approximately

$$v_J = 2\pi a/P = 13.1 \text{ km s}^{-1}.$$

According to Eq. ( 5), the Sun's orbital velocity about their mutual center of mass is only

$$v_{\odot} = \frac{m_J}{M_{\odot}} v_J = 12.5 \text{ m s}^{-1}.$$

This is similar to the top speed of a world-class sprinter from Earth.