

10. cvičení Singulární rozklad a pseudoinverze, 2023

Příklad. 1. Najděte singulární rozklad matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

a spočítejte její pseudoinverzi.

Příklad. 2. Najděte singulární rozklad matice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

a spočítejte její pseudoinverzi.

Příklad. 3. Ukažte, že soustava lineárních rovnic

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 0 \\ x_2 + x_3 &= 1 \\ -x_1 + x_3 &= -2 \end{aligned}$$

nemá řešení. Pomocí pseudoinverzní matice najděte všechny nejlepší aproximace řešení této soustavy.

Příklad. 4. Úloha lineární regrese. V rovině jsou dány body

$$[x_1, y_1] = [-1, 1], \quad [x_2, y_2] = [0, 0], \quad [x_3, y_3] = [1, 1], \quad [x_4, y_4] = [2, 3].$$

Těmito body proložte přímku $y = px + q$ tak, aby součet čtverců

$$\sum_{i=1}^4 (y_i - (px_i + q))^2$$

byl minimální.

Příklad. 5. Uvažujme v rovině stejné 4 body jako v předchozí úloze:

$$[x_1, y_1] = [-1, 1], \quad [x_2, y_2] = [0, 0], \quad [x_3, y_3] = [1, 1], \quad [x_4, y_4] = [2, 3].$$

Těmito body proložte parabolu $y = px^2 + qx + r$ tak, aby součet čtverců

$$\sum_{i=1}^4 (y_i - (px_i^2 + qx_i + r))^2$$

byl minimální.

Další úlohy k 10. cvičení

Příklad. 1. [Studijní materiály v ISu, domácí úkoly na rozklady matic, úloha 1.]
Najděte singulární rozklad matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

a spočítejte její pseudoinverzi.

Příklad. 2. [Studijní materiály v ISu, domácí úkoly na rozklady matic, úloha 2.]
Najděte singulární rozklad matice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

a spočítejte její pseudoinverzi.