

6. cvičení z LA II - eukleidovská geometrie, 2024

Příklad 1. V \mathbb{R}^4 spočítejte vzdálenost bodu $A = [3, 3, 1, 5]$ od nadroviny

$$\rho : x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5.$$

Navíc najděte bod $R \in \rho$ takový, že $\text{dist}(A, \rho) = \|A - R\|$.

Řešení. $\text{dist}(A, \rho) = 22/5$. □

Příklad 2. V \mathbb{R}^4 určete vzdálenost bodu $A = [4, 1, -4, -5]$ od roviny

$$\rho : [3, -2, 1, 5] + t(2, 3, -2, -2) + s(4, 1, 3, 2).$$

Současně najděte bod $R \in \rho$ takový, že $\|M - A\| = \text{dist}(A, \rho)$.

Příklad 3. V \mathbb{R}^4 určete vzdálenost přímky p od roviny ρ

$$p : [5, 4, 4, 5] + r(0, 0, 1, -4), \quad \rho : [4, 1, 1, 0] + s(1, -1, 0, 0) + t(2, 0, -1, 0)$$

a body $M \in p$ a $N \in \rho$, v nichž se tato vzdálenost realizuje, tj. $\|M - N\| = (p, \rho)$.

Příklad 4. V \mathbb{R}^4 určete vzdálenost rovin σ a τ a body, v nichž se realizuje.

$$\sigma : [4, 5, 3, 2] + s(1, 2, 2, 2) + t(2, 0, 2, 1),$$

$$\tau : [1, -2, 1, -3] + p(2, -2, 1, 2) + q(1, -2, 0, -1).$$

Příklad 5. Určete odchylku přímky $p : [1, 2, 3, 4] + t(-3, 15, 1, -5)$ od roviny

$$\rho : [0, 0, 0, 0] + r(1, -5, -2, 10) + s(1, 8, -2, -16).$$

Příklad 6. V \mathbb{R}^4 určete odchylku rovin τ a σ .

$$\sigma : [2, 1, 0, 1] + s(1, 1, 1, 1) + t(1, -1, 1, -1),$$

$$\tau : [1, 0, 1, 1] + p(2, 2, 1, 0) + q(1, -2, 2, 0).$$

Příklad 7. V \mathbb{R}^5 spočítejte odchylku roviny ρ a nadroviny Γ .

$$\rho : s(1, -1, 1, 1, 3) + t(1, -3, -3, -3, -9),$$

$$\Gamma : x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + x_5 = 0.$$

Další příklady na procvičení

Příklad 1. Najděte ortonormální bázi podrostoru

$$V = [(1, 1, 3, 3, 4), (1, 3, -5, -7, -1), (1, -1, 5, 7, -3)] \subset \mathbb{R}^5,$$

jestliže prostor \mathbb{R}^5 bereme se standardním skalárním součinem.

Příklad. 2. V \mathbb{R}^5 se standardním skalárním součinem najděte kolmou projekci vektoru $u = (1, 2, 3, 4, 5)$ do vektorových podprostorů

$$V = [(3, 3, 2, 1, 3), (5, 1, 4, -1, 1)]$$

$$W = [(1, -3, 4, -2, 2), (1, 5, -8, -2, 4), (1, -9, 16, 4, -4)]$$

Ve druhém případě spočtete prvně ortogonální doplněk W^\perp a kolmou projekci vektoru u do W^\perp .

Příklad. 3. Necht' $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je kolmá projekce na přímku p procházející počátkem se směrovým vektorem $(1, -2, 1)$. Najděte matici B tvaru 3×3 takovou, že v souřadnicích standardní báze je

$$\varphi(x) = Bx = B \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$