Výsledky domácích úkolů ke cvičení č. 10

1. (a) Matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

je maticí ortogonálního operátoru φ v ortonormální bázi $(\mathbf{f}, \mathbf{h}, \mathbf{k})$ euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$, kde

$$\mathbf{f} = \tfrac{\sqrt{3}}{3}(1,1,-1),\ \mathbf{h} = \tfrac{\sqrt{6}}{6}(1,1,2),\ \mathbf{k} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}(1,-1,0).$$

Transformace euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$ realizovaná ortogonálním operátorem φ je rotací kolem osy určené vektorem $\mathbf{f}$ o úhel $\frac{2\pi}{3}$ ve smyslu od vektoru $\mathbf{k}$ k vektoru $\mathbf{h}$.

(b) Matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

je maticí ortogonálního operátoru ψ v ortonormální bázi $(\mathbf{f}, \mathbf{h}, \mathbf{k})$ euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$, kde

$$\mathbf{f} = \tfrac{\sqrt{3}}{3}(1,-1,-1),\ \mathbf{h} = \tfrac{\sqrt{6}}{6}(1,-1,2),\ \mathbf{k} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}(1,1,0).$$

Transformace euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$ realizovaná ortogonálním operátorem ψ je rotací kolem osy určené vektorem $\mathbf{f}$ o úhel $\frac{\pi}{3}$ ve smyslu od vektoru $\mathbf{k}$ k vektoru $\mathbf{h}$.

(c) Matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

je maticí ortogonálního operátoru χ v ortonormální bázi $(\mathbf{f}, \mathbf{h}, \mathbf{k})$ euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$, kde

$$\mathbf{f} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}(1,1,0),\ \mathbf{h} = (0,0,1),\ \mathbf{k} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}(1,-1,0).$$

Transformace euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$ realizovaná ortogonálním operátorem χ je rotací kolem osy určené vektorem $\mathbf{f}$ o úhel $\frac{2\pi}{3}$ ve smyslu od vektoru $\mathbf{k}$ k vektoru $\mathbf{h}$.

(d) Matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

je maticí ortogonálního operátoru $\varkappa$ v ortonormální bázi $(\mathbf{f}, \mathbf{h}, \mathbf{k})$ euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$, kde

$$\mathbf{f} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}(1, -1, 0),\ \mathbf{h} = (0, 0, 1),\ \mathbf{k} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}(1, 1, 0).$$

Transformace euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$ realizovaná ortogonálním operátorem $\varkappa$ je rotací kolem osy určené vektorem $\mathbf{f}$ o úhel $\frac{\pi}{3}$ ve smyslu od vektoru $\mathbf{k}$ k vektoru $\mathbf{h}$.

2. (a) Matice ortogonální transformace ζ euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$ ve standardní bázi:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

(b) Matice ortogonální transformace η euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$ ve standardní bázi:

$$\begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

(c) Matice ortogonální transformace ϑ euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$ ve standardní bázi:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

3. Matice ortogonálních transformací σ a τ euklidovského prostoru $\mathbf{E}_3$ ve standardní bázi:

$$\frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$