

Seminář z matematiky II – jaro 2023 – 10. písemka

Dokažte nebo vyvráťte každé z následujících tvrzení.

1. **(2 body)** Existuje uspořádaná množina (L, \leq) taková, že každá její podmnožina má horní zavoru a přitom právě dvě její podmnožiny nemají supremum.
2. **(2 body)** Existuje uspořádaná množina (L, \leq) taková, že právě čtyři její podmnožiny nemají supremum.
3. **(2 body)** Jsou-li A a B neprázdné podmnožiny uspořádané množiny (L, \leq) takové, že $\sup A = \sup B$, potom $\sup A$ není supremem množiny $A \setminus B$.
4. **(2 body)** Jsou-li A a B podmnožiny uspořádané množiny (L, \leq) takové, že existuje $\sup A$ a platí

$$(\forall a \in A)(\exists b \in B)(a \leq b) \wedge (\forall b \in B)(\exists a \in A)(b \leq a),$$

potom existuje i $\sup B$.

5. **(2 body)** Existuje uspořádaná množina (L, \leq) , v níž mají supremum právě její lineárně uspořádané podmnožiny a jedna podmnožina, která lineárně uspořádaná není.