

10. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 7. 5. 2024

1. Přímo z definice limity dokažte, že funkce $\frac{1}{x^2}$ je spojitá na intervalu $(0, \infty)$ a stejnoměrně spojitá na intervalu $(1, \infty)$.

2. Nechť U je reálný vektorový prostor s bazí $\alpha = (u_1, u_2, \dots, u_n)$. Nechť

$$U^* = \{f : U \rightarrow \mathbb{R}; f \text{ je lineární zobrazení}\}.$$

U^* je vektorový prostor, nazývá se duální k U a jeho prvky se nazývají lineární formy. Dokažte:

(1) Lineární formy f_1, f_2, \dots, f_n definované na vektorech báze α předpisem

$$f_i(u_j) = \begin{cases} 0, & \text{if } i \neq j, \\ 1, & \text{if } i = j, \end{cases}$$

tvoří bázi prostoru U^* .

(2) Je-li $v \in U$, pak jeho souřadnice v bázi α jsou $(f_1(v), f_2(v), \dots, f_n(v))^T$.

Báze f_1, f_2, \dots, f_n se nazývá duální k bázi α .