

7 Test o korelačním koeficientu

Příklad 7.1. Konvergence ρ a ξ k normálnímu rozdělení pro $n \rightarrow \infty$

Proveďte simulaci pseudonáhodných čísel z $N_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, kde $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 0$, $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 1$, $M = 1000$, $\rho = 0.8$. Pro každé $m = 1, 2, \dots, M$, vypočítejte realizaci výběrového korelačního koeficientu r_m a Fisherovy Z -transformace $z_{R,m}$. Zobrazte histogramy simulovaných r_m a $z_{R,m}$ a superponujte je teoretickými hustotami příslušných normálních rozdělení. Vytvořte animaci zobrazující rozdělení výběrového korelačního koeficientu R a Fisherovy Z -transformace pro různé rozsahy náhodného výběru $n \in \{5, 10, 15, \dots, 65, 70\}$.

Do komentářů stručně uveďte porovnání kvality konvergence R a Z_R k normálnímu rozdělení pro $n \rightarrow \infty$ a závěr, pro jak velké n je již vhodné použít Pearsonův korelační koeficient R , resp. Fisherovu Z -transformaci Z_R .

Obrázek 1: Rozdělení (a) výběrového korelačního koeficientu R , (b) Fisherovy Z -transformace Z_R při měnícím se rozsahu náhodného výběru

Příklad 7.2. Konvergence ρ a ξ k normálnímu rozdělení pro $\rho \rightarrow 0.5$

Vytvořte animaci zobrazující konvergenci rozdělení výběrového korelačního koeficientu R a Fisherovy Z -transformace k normálnímu rozdělení pro $\rho \rightarrow 0.9$. Hodnoty koeficientu ρ volte $\rho \in \{0.1, 0.2, \dots, 0.9\}$, rozsah náhodného výběru zvolte (a) $n = 5$, (b) $n = 50$.

Do komentářů stručně popište změnu kvality konvergence R a Z_R k normálnímu rozdělení pro $\rho \rightarrow 0.9$ (je-li nějaká). Také navzájem porovnejte situace pro $n = 5$ a $n = 50$.

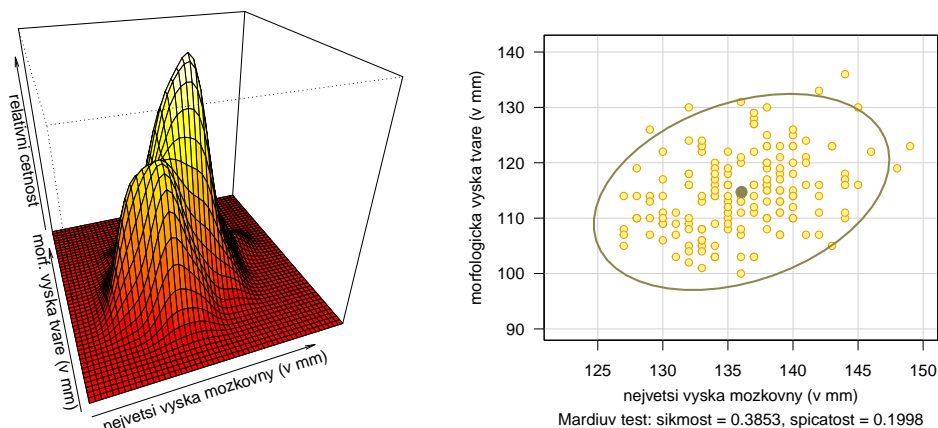
Obrázek 2: Konvergence rozdělení výběrového korelačního koeficientu R a Fisherovy Z -transformace Z_R k normálnímu rozdělení pro $\rho \rightarrow 0.9$ při pevně zvoleném rozsahu náhodného výběru $n = 5$

Obrázek 3: Konvergence rozdělení výběrového korelačního koeficientu R a Fisherovy Z -transformace Z_R k normálnímu rozdělení pro $\rho \rightarrow 0.9$ při pevně zvoleném rozsahu náhodného výběru $n = 50$

Příklad 7.3. Test o korelačním koeficientu ρ

Mějme datový soubor one-sample-correlation-skull-mf.txt obsahující údaje o největší výšce mozkovny skull.pH (v mm) a morfologické výšce tváře face.H (v mm) starověké egyptské mužské a ženské populace.

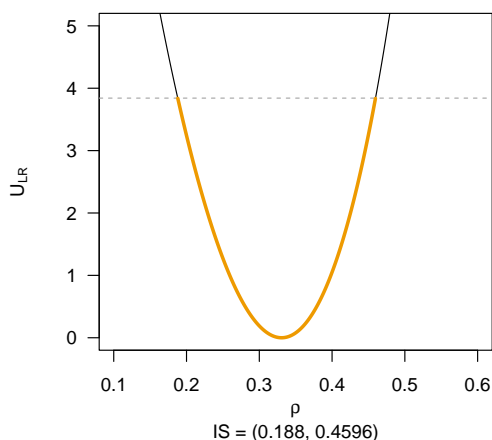
Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte nulovou hypotézu o shodě korelačního koeficientu největší výšky mozkovny a morfologické výšky tváře u mužů s hodnotou 0.251. Testování proveďte pomocí (a) kritického oboru, (b) intervalu spolehlivosti, (c) p-hodnoty při použití (1) Waldovy testovací statistiky Z_W , (2) věrohodnostní testovací statistiky U_{LR} . Dále vykreslete graf zobrazující 95 % věrohodnostní interval spolehlivosti pro korelační koeficient ρ získaný na základě U_{LR} testovací statistiky.



Obrázek 4: 3D graf a tečkový diagram s 95% elipsou spolehlivosti pro největší výšku mozkovny a morfologickou výšku tváře mužů starověké egyptské populace (v mm)

Tabulka 1: Výsledky Waldova a věrohodnostního testu o korelačním koeficientu ρ

	$\hat{\rho}$	statistika	W_{hh}	W_{dh}	IS_{dh}	IS_{hh}	p-hodnota
Waldův přístup	0.3306	1.1048	-1.9600	1.9600	0.1869	0.4606	0.2692
Věrohodnostní přístup	0.3306	1.2418		3.8415	0.1880	0.4596	0.2651



Obrázek 5: 95 % věrohodnostní interval spolehlivosti pro korelační koeficient ρ