Testy o střední hodnotě při známém rozptylu

Mgr. Zdeňka Geršlová

Teorie

Prezentace `Statistical inference I and II`, kapitola 7.

Příklady

Příklad 1

Vzájemné porovnání testovacích statistik U_W, U_S, U_{LR}
Vzájemně porovnejte tvary křivek $y = \frac{x}{1+x}$, $y = \log(1+x)$ a $y = x$ a stanovte, která křivka dosahuje na intervalu $(0, 5)$ (a) nejvyšších hodnot (b) nejnižších hodnot. Výsledek porovnání lze využít při porovnávání testovacích statistik.
Postup: Vytvoříme sekvenci bodů na zadaném intervalu, definujeme jednotlivé křivky a vykreslíme je do grafu pomocí funkce `lines`.

Výsledek

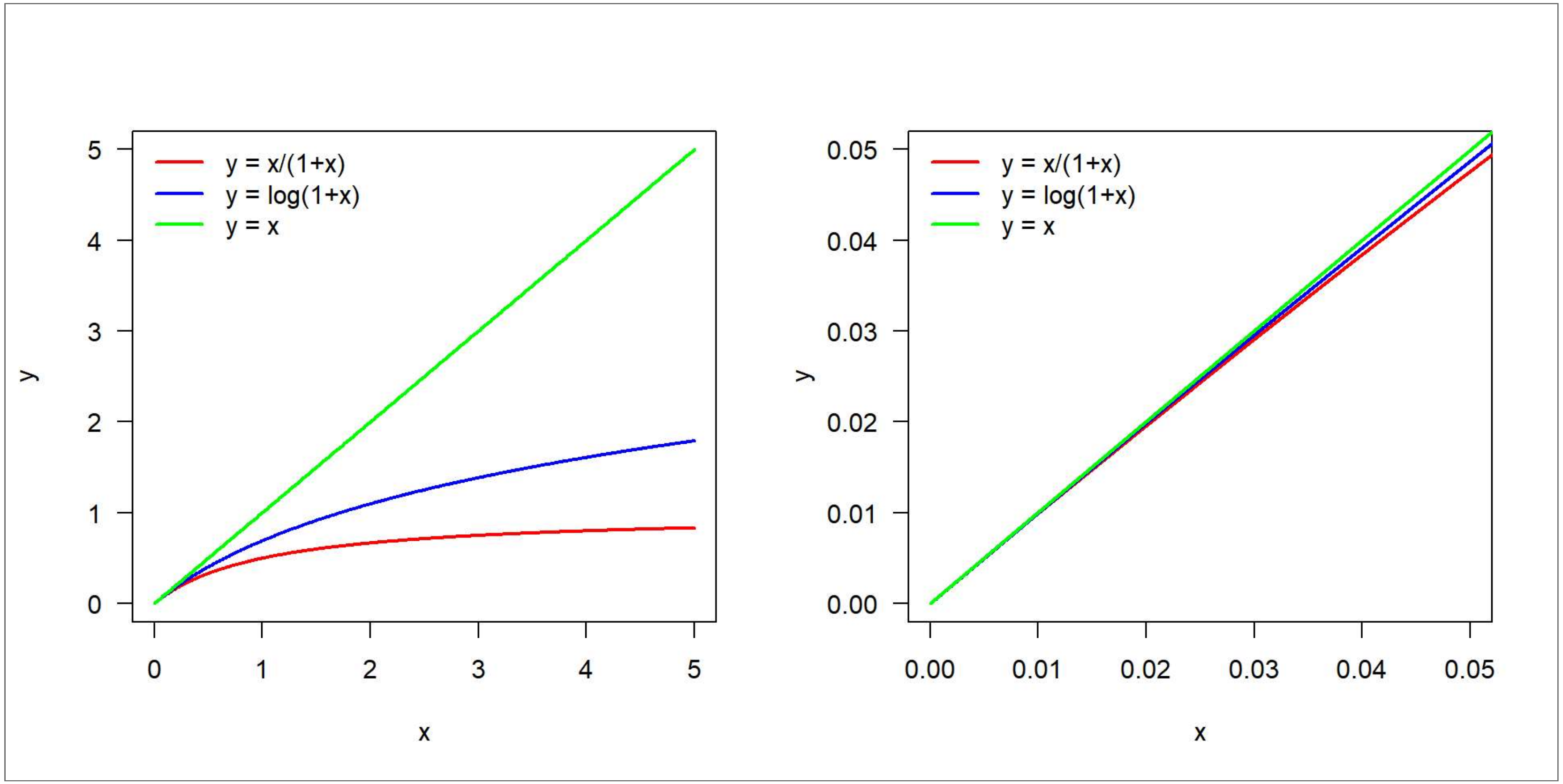


Figure 1: Porovnání křivek (globální a lokální pohled)

Příklad 2

Aktuální vs. nominální hladina významnosti α, konzervativní vs. liberální test

Nechť

a. $X \sim N(20, 100)$

b. $X \sim pN(20, 100) + (1 - p)N(28, 100)$, kde $p = 0.9$, tedy jde o směs dvou normálních rozdělení $X \sim N(20, 100)$ a $X \sim N(28, 100)$ v poměru $9 : 1$.

Pro obě části (a) i (b) vygenerujte $M = 500$ náhodných výběrů s rozsahem $n = 5$, resp. $n = 100$ a vypočítejte hodnotu testovací statistiky Z_W pro Waldův test nulové hypotézy $H_0 : \mu = \mu_0 = 20$ oproti $H_1 : \mu \neq 20$, když σ^2 známe ($\sigma^2 = 10^2$) na hladině významnosti $\alpha = 0.05$. Hodnoty testovacích statistik Z_W zaneste do histogramu. Vždy spočítejte, kolik testovacích statistik Z_W spadá do kritického oboru W. Podíl tohoto čísla a M představuje aktuální hladinu významnosti $\widehat{\alpha}$. Porovnejte ji s nominální hladinou významnosti α a v každé ze čtyř situací určete, zda je test konzervativní či liberální.
Pozn.: Test samozřejmě nemusí být ani konzervativní ani liberální, což je ten nejlepší případ. Konzervativnost nebo liberálnost testu chápeme jako (negativní) vlastnost testu, kterou, je-li přítomná, musíme mít na zřeteli.

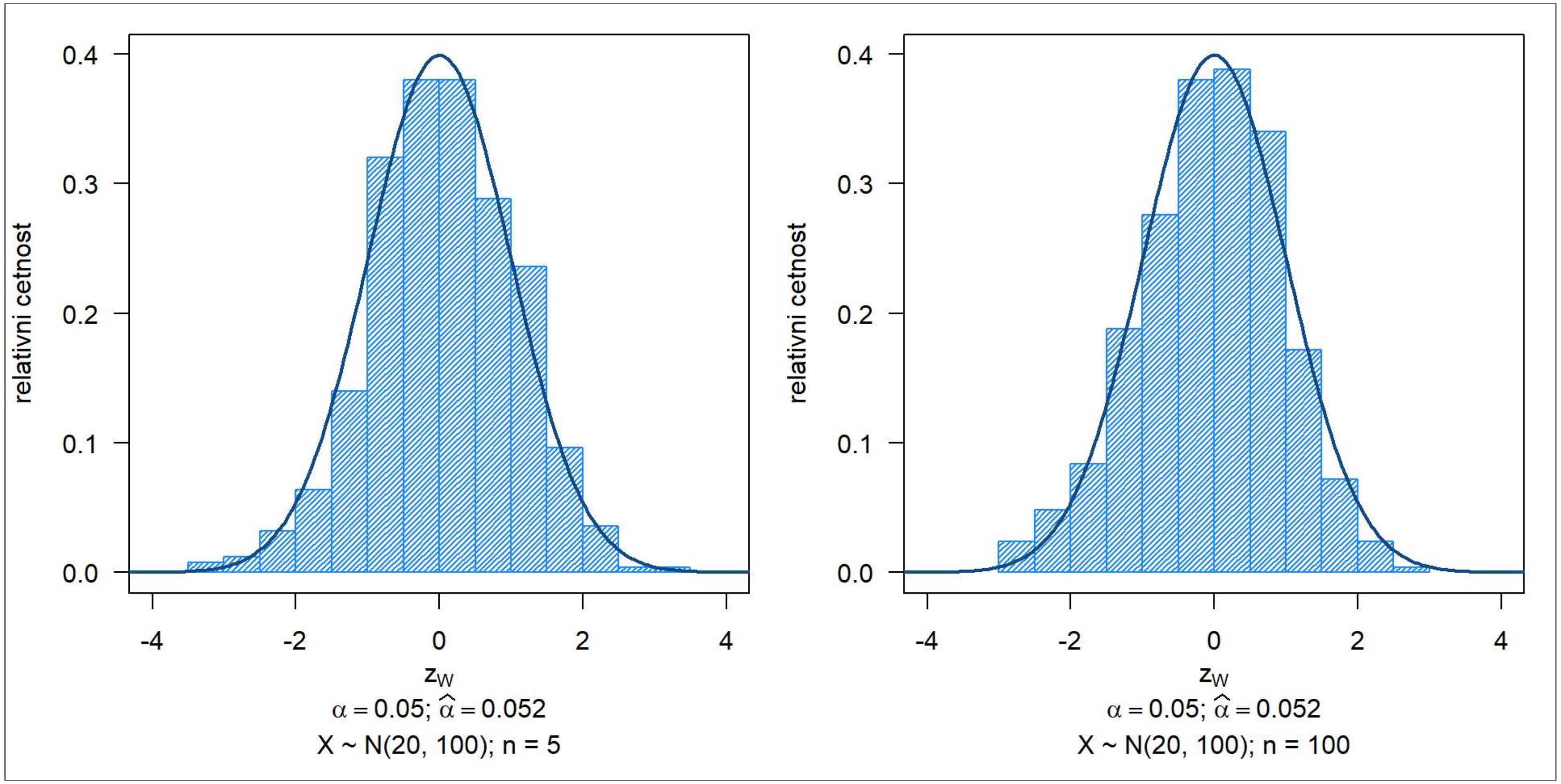
Postup

Pro univerzální použití vytvoříme funkci `HistWald`, která bude připravena pro libovolnou směs normálních rozdělení s volitelnými parametry jednotlivých rozdělení, počtu a rozsahu náh. výběrů.

```
HistWald <- function(mu0, n, M = 500,
                     mu1 = 20, mu2 = mu1,
                     sigma1 = 10, sigma2 = sigma1,
                     p = 0.9, alpha = 0.05, main) {
  X <- matrix(NA, M, n)
for (i in 1:M) {
  bin <- rbinom(n, 1, p)
  X[i, ][bin == 1] <- rnorm(sum(bin), mu1, sigma1)
  X[i, ][bin == 0] <- rnorm(n - sum(bin), mu2, sigma2)
} # generovani smesi rozdeleni
  m <- apply(X, 1, mean)
  zW <- ... # vzorec pro Zw statistiku
  d <- hist(zW, plot = F)$dens
  xfit <- seq(min(zW) - 10, max(zW) + 10, length = 512) # sekvence pro vykresleni Zw
  yfit <- ... # hustota N(0,1)
  alpha_aktual <- sum(abs(zW) > qnorm(1 - alpha / 2)) / M # aktualni hl. vyzn.
  d <- hist(zW, plot = F)$dens # vyska sloupcu histogramu
hist(..., ylim = c(0, max(yfit, d)), ...)
mtext(expression(z[W]), side = 1, line = 2.2)
mtext(bquote(paste(alpha == .(alpha), "; ", widehat(alpha) == .(alpha_aktual))), side = 1,
      line = 3.3)
mtext(main, side = 1, line = 4.5)
lines(...) # krivka hustoty
}
```

Výsledek pro normální rozdělení

```
source("M8986-source.R")
set.seed(10)
par(mar = c(6, 4, 1, 1), mfrow = c(1,2))
HistWald(mu0 = 20, n = 5,  main = expression(paste('X ~ N(20, 100); n = 5')))
HistWald(mu0 = 20, n = 100, main = expression(paste('X ~ N(20, 100); n = 100')))
```

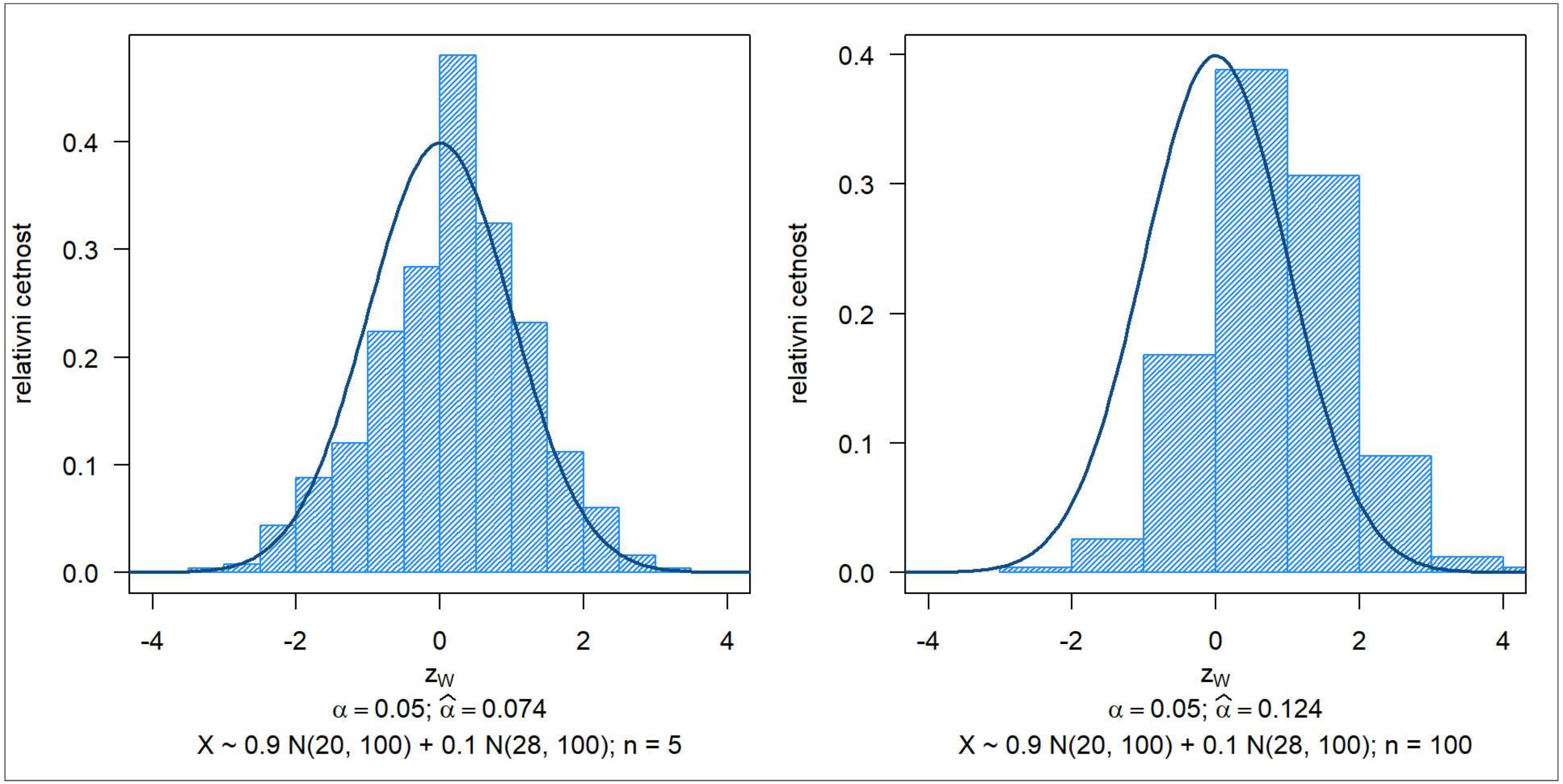


Rozdělení Waldovy testovací statistiky pro test o střední hodnotě při známém rozptylu

Směs normálních rozdělení

```
par(mar = c(6, 4, 1, 1), mfrow = c(1,2))
HistWald(mu0 = 20, mu2 = 28, n = 5,
         main = expression(paste('X ~ 0.9 N(20, 100) + 0.1 N(28, 100); n = 5')))

HistWald(mu0 = 20, n = 100, mu2 = 28,
       main = expression(paste('X ~ 0.9 N(20, 100) + 0.1 N(28, 100); n = 100')))
```



Rozdělení Waldovy testovací statistiky pro test o střední hodnotě při známém rozptylu (směs rozdělení)

Závěr

Při opakovaném spuštění MC studie vidíme, že v případě (a) aktuální hladina významnosti $\widehat{\alpha}$ nabývá rovnoměrně častokrát vyšší i nižší hodnoty než je nominální hladina významnosti α (navíc rozdíly nejsou příliš velké). DIS pro μ, když σ^2 známe, není v tomto případě konzervativní ani liberální, stejně jako test založený na testovací statistice Z_W.
Oproti tomu v případě (b) je aktuální hladina významnosti $\widehat{\alpha}$ vyšší než nominální hladina významnosti α, tj. aktuální pravděpodobnost pokrytí je nižší než nominální pravděpodobnost pokrytí a DIS pro μ, když σ^2 známe, je v tomto případě liberální, stejně jako test založený na testovací statistice Z_W. Efekt se více projeví pro vyšší rozsah náhodných výběrů.

Příklad 3

Rozdělení testovací statistiky pro test o střední hodnotě se známým rozptylem

Nechť náhodný výběr X pochází z normálního rozdělení, t.j. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Pomocí simulační studie porovnejte rozdělení testovací statistiky Z_W pro test nulové hypotézy $H_0\colon \mu = 150$ (alternativní hypotéza $H_1\colon \mu \neq 150$), když rozptyl σ^2 známe, s rozdělením testovací statistiky stanovené na základě náhodného výběru se střední hodnotou μ. Parametry zvolte

(a) $\mu = 146, \sigma^2 = 10^2, n = 50;$

(b) $\mu = 155, \sigma^2 = 10^2, n = 50.$

Nechť dále X pochází ze směsi dvou normálních rozdělení, t.j. $X \sim [pN(\mu, 10^2) + (1-p)N(\mu, 30^2)]$, kde $p = 0.9$ a

(c) $\mu = 146;$

(d) $\mu = 155.$

Proveďte simulační studii popsanou výše také pro tento náhodný výběr.

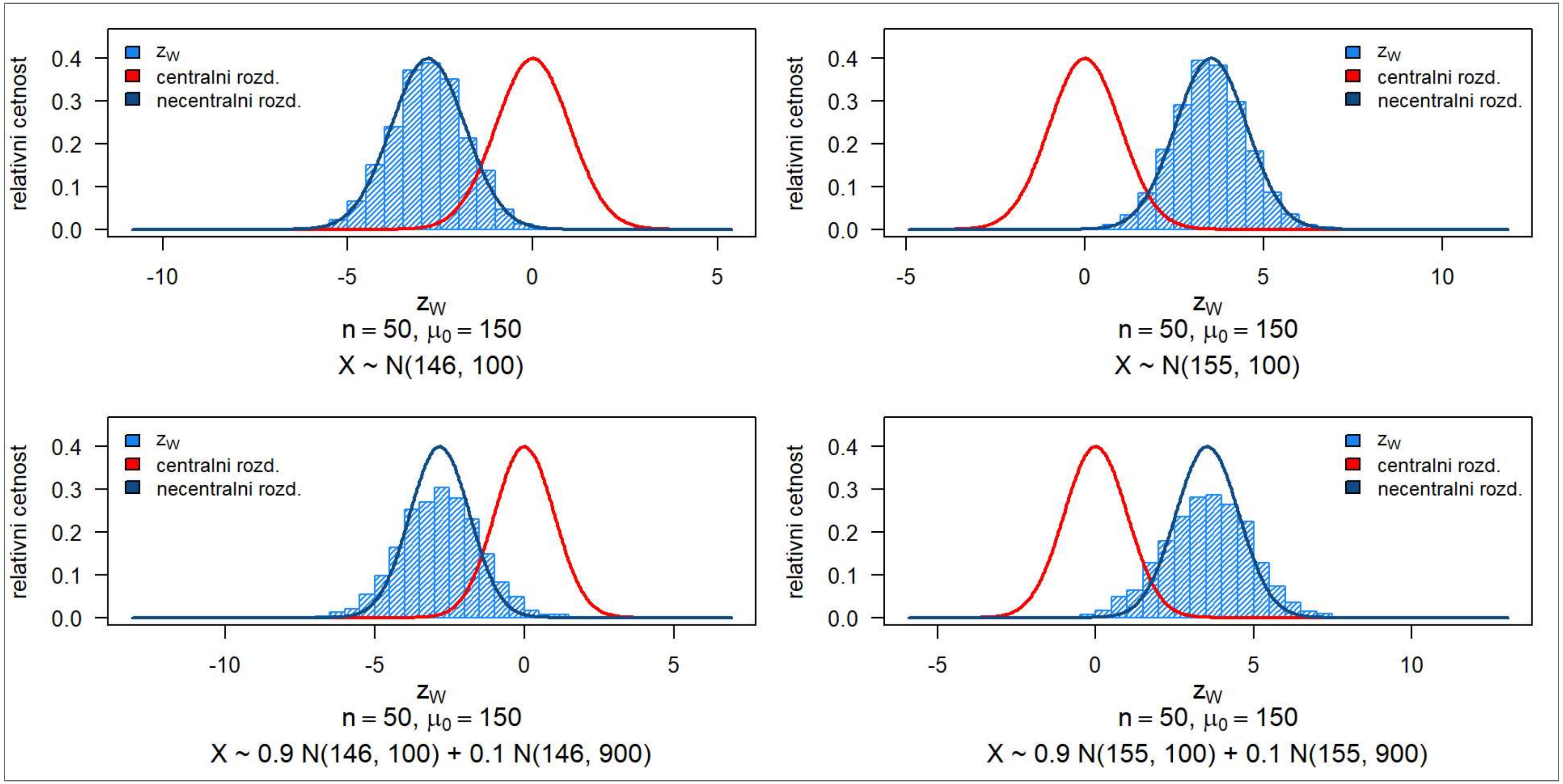
Postup

1. Nasimulujte M pseudonáhodných výběrů, $M = 1, \dots, 2\,000$ a pro každý vypočítejte realizaci testovací statistiky $z_{W,\lambda}^{(m)} = \frac{\bar{x}_m - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$ pro nulovou hypotézu $H_0\colon \mu = 150$ oproti $H_1\colon \mu \neq 150$.
2. Vykreslete histogram testovacích statistik Z_W a superponujte jej jednak křivkou hustoty normálního rozdělení $N(\lambda, 1)$ s parametrem necentrality λ ($\lambda = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n}$, kde μ je skutečná střední hodnota (relevantní za platnosti H_1)) a jednak křivkou hustoty standardizovaného normálního rozdělení $N(0, 1)$.

   Obě křivky nakonec vzájemně porovnejte.
   Pozn.: U směsi křivka hustoty necentrálního rozdělení nesuperponuje histogram statistik z_W dostatečně. Zamyslete se nad tím, proč.

Výsledné grafy

```r
par(mar = c(6, 4, 1, 1), mfrow = c(2,2))
RozdeleniNecentr(mu = 146, main = 'X ~ N(146, 100)')
RozdeleniNecentr(mu = 155, main = 'X ~ N(155, 100)', pozice = 'topright')
RozdeleniNecentr(mu = 146, sigma2 = 30, main = 'X ~ 0.9 N(146, 100) + 0.1 N(146, 900)')
RozdeleniNecentr(mu = 155, sigma2 = 30, main = 'X ~ 0.9 N(155, 100) + 0.1 N(155, 900)',
                 pozice = 'topright')
```



relativni cetnost
zW
centralni rozd.
necentralni rozd.
n = 50, μ0 = 150
X ~ N(146, 100)
X ~ N(155, 100)
X ~ 0.9 N(146, 100) + 0.1 N(146, 900)
X ~ 0.9 N(155, 100) + 0.1 N(155, 900)

V `source` vytvoříme funkci `RozdeleniNecentr`, která bude pro směs rozdělení vykreslovat histogramy superponované křivkami hustoty (normálního rozdělení s parametrem necentrality a standardizovaného norm. rozdělení).

```
RozdeleniNecentr <- function(mu, mu0 = 150, sigma = 10,
                             sigma2 = sigma, M = 2000, n = 50,
                             p = 0.9, main = "", pozice = "topleft"){
X <- ... # matice nah. vyberu - analogicky predchozimu pr.
m <- apply(X, 1, mean)
zW <- ... # test. statistika z_w
lambda <- ... # parametr necentrality

xfit <- ... # sekvence pro vykresleni hustoty
yfit <- ... # hustota norm. rozd.
zfit <- ... # hustota necentralniho norm. rozd.

hist(...)
lines(...) # cervene N(0,1), modre necentralni
legend(pozice, ...)
}
```

Komentář

Centrální rozdělení přísluší parametru $\mu_0 = 150$, proto se červená křivka centrálního rozdělení realizuje okolo hodnoty 0. Naproti tomu rozdělení testovací statistiky Z_W přísluší hodnotě $\mu = 146$ (resp. $\mu = 155$), v grafu znázorněno jako modrý histogram superponovaný modrou křivkou, proto parametr necentrality λ nabývá záporné (resp. kladné) hodnoty a histogram i s modrou křivkou necentrálního rozdělení se realizuje nalevo (resp. napravo) od červené křivky centrálního rozdělení. Modrá křivka superponuje histogram přesně, protože náhodný výběr pochází z předpokládaného rozdělení $N(146, 10^2)$.

V případě směsi rozdělení je situace podobná, ovšem modrá křivka nyní nesuperponuje histogram přesně, což má důvod právě v přítomnosti “příměsi” v námi předpokládaném rozdělení.

Příklad 4

Silofunkce pro jednovýběrový Z-test o střední hodnotě

Předpokládejme, že $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, kde σ^2 známe. Nechť $\theta = \mu$. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujeme všechny tři typy hypotéz

a. $H_{01} : \mu = \mu_0$ oproti $H_{11} : \mu \neq \mu_0$ (oboustranná);

b. $H_{02} : \mu \leq \mu_0$ oproti $H_{12:}\ \mu > \mu_0$ (pravostranná);

c. $H_{03} : \mu \geq \mu_0$ oproti $H_{13} : \mu < \mu_0$ (levostranná).

Odvoďte tvary silofunkcí pro všechny tři typy hypotéz (a)–(c), t.j. tvary $\beta^*_{11}(\mu)$, $\beta^*_{12}(\mu)$ a $\beta^*_{13}(\mu)$ (viz Aplikovaná štatistická inferencia I - př. 155, str. 122 a dále)

Dále nakreslete silofunkce pro všechny tři typy hypotéz (a)–(c), kde $\mu_0 = 150$, a $\sigma^2 = 10^2$. Do jednoho obrázku zakreslete vždy tvary silofunkcí pro $n = 10$, $n = 20$, $n = 50$ a $n = 100$. Hodnoty μ volte rozumně, např. v intervalu $(132; 168)$.

Postup

Vytvoříme funkci `SilaExakt` pro výpočet exaktní silofunkce

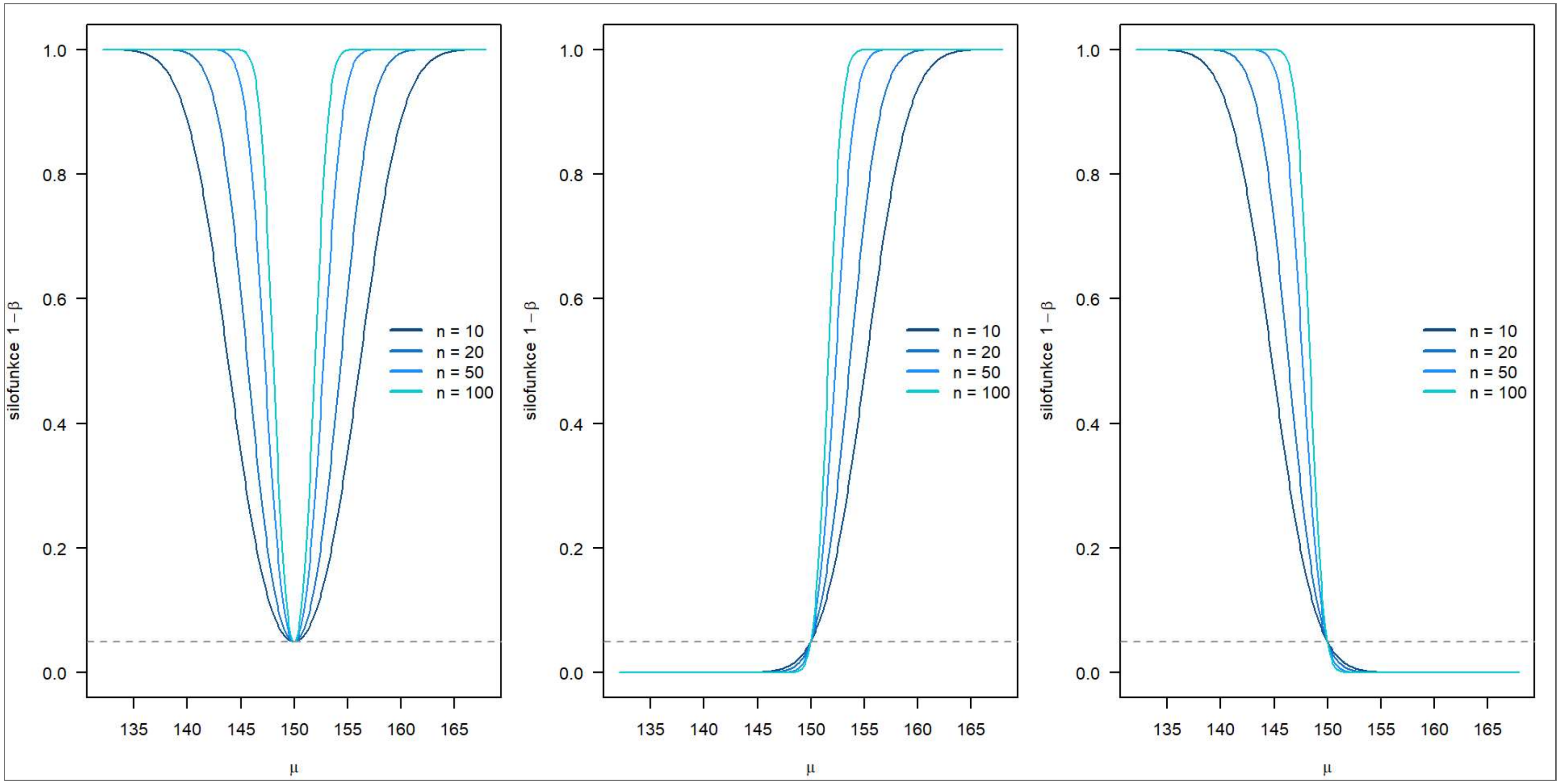
```
SilaExakt <- function(mu0 = 0, mu, sigma = 1,
                      n, alpha = 0.05, alternative = "two.sided") {
  if (alternative == "two.sided") {
    sila <- pnorm(qnorm(alpha / 2) - (mu - mu0) / sigma * sqrt(n)) +
      pnorm(qnorm(alpha / 2) + (mu - mu0) / sigma * sqrt(n))
  }
  if (alternative == "greater") {   ... # pravostranna alternativa
    }
  if (alternative == "less") {  ... # levostranna alternativa
  }
  return(sila)
}
```

A dále funkci `PlotSila`, která bude pracovat s výstupem této funkce a vykreslí silofunkce pro zadaná `n`.

```
PlotSila <- function(mu0 = 150, mu, sigma = 10,
                     n, alpha = 0.05, alternative = "two.sided") {
  barva <- ... # zde muzeme definovat posloupnost barev
  plot(mu, SilaExakt(...), type = "n", ylim = c(0, 1), ...)

  for (i in 1:length(n)) {
    sila <- SilaExakt(..., n = n[i],...)
    lines(mu, sila, col = barva[i])
  }
  legend(..., col = barva, legend = paste("n =", n), ... ) # legenda
  abline(...) # pridani linie v alpha
}
mu <- seq(..., length = 512) # sekvence pro mu
n <- c(...) # vektor n
```

Výsledek



Silofunkce testu o střední hodnotě se známým rozptylem (oboustranná, pravostranná a levostranná alternativa)

Komentář

Hladina významnosti α (z definice) udává riziko chyby, že H_0 nesprávně zamítáme, přestože platí. Ve všech třech případech (a), (b) i (c) se tedy pro $\mu = \mu_0 = 150$ hodnota síly rovná přímo hodnotě hladiny významnosti $\alpha = 0.05$.
(a) Z grafu pozorujeme, jak s rostoucí vzdáleností μ od $\mu_0 = 150$ roste pravděpodobnost, že H_0 zamítáme (tj. roste síla testu). Platí tedy, že síla testu klesá s hodnotou $\mu \to \mu_0 = 150$ z obou stran.
(b) U pravostranné alternativy síla testu klesá s $\mu \to \mu_0 = 150$ zprava.
(c) U levostranné alternativy síla testu klesá s hodnotou $\mu \to \mu_0 = 150$ zleva.

Příklad 5

Porovnání exaktní a aproximatické silofunkce

Uveďte tvary přesné silofunkce β^*_{11} a přibližné silofunkce $\tilde{\beta}^*_{11}$ pro test $H_{01}: \mu = \mu_0$ oproti $H_{11}: \mu \neq \mu_0$ když σ^2 známe. Nakreslete křivky obou silofunkcí do jednoho grafu, kde na ose x budou různé hodnoty parametru μ na ose y vynesená silofunkce, a porovnejte jejich tvary. Výsledek slovně okomentujte. Hodnotu n zvolte 100, $\mu_0 = 150$ a $\sigma^2 = 10^2$. Rozsah osy x volte rozumně, pro globální pohled např. $\langle 145; 155\rangle$, pro lokální zaměření rozdílů zvolte rozsah osy x $\langle 148; 152\rangle$.

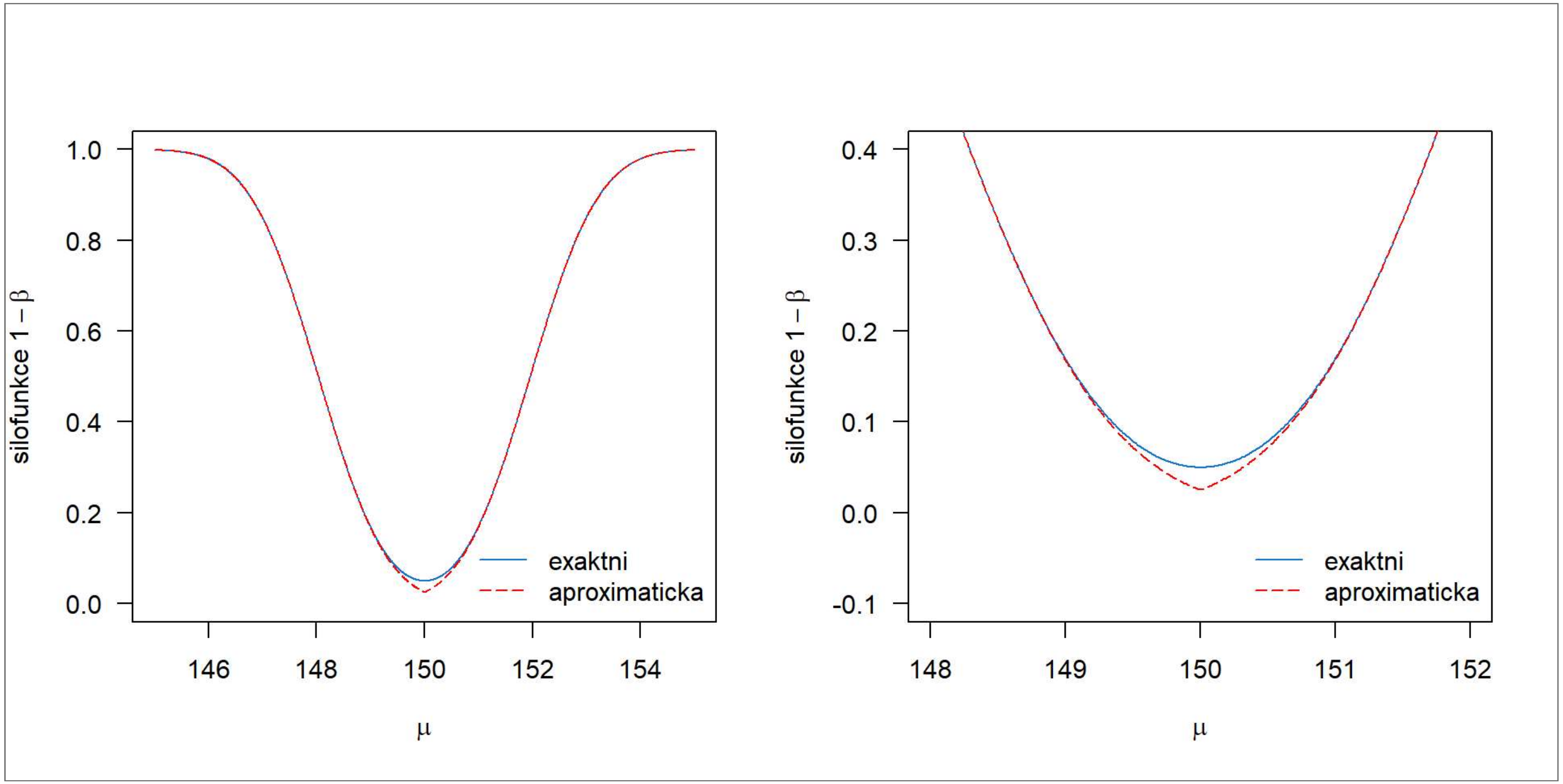
Pozn.: Aproximatickou sílu můžeme spočítat pouze pro oboustrannou alternativu, neboť její myšlenka spočívá ve společném vyjádření obou částí síly (dvou distribučních funkcí) prostřednictvím jedné distribuční funkce s absolutní hodnotou. U jednostranných alternativ je síla tvořena pouze jednou distribuční funkcí, proto zde myšlenka fungující u oboustranné alternativy postrádá smysl.

Vytvoříme funkci pro výpočet aproximatické síly `SilaAprox` a pro vykreslení použijeme `plot()` a `lines()`

```
SilaAprox <- function(...){
  sila <- pnorm(qnorm(alpha / 2) + abs(mu0 - mu) / sigma * sqrt(n))
}

# nastaveni pro lokalni pohled
plot(..., xlim = c(148, 152), ylim = c(-0.1, 0.4), asp = F, las = 1)
```

Výsledné grafy



Exaktní vs. aproximatická silofunkce testu o střední hodnotě při známém rozptylu

Závěr

Exaktní a empirická silofunkce jsou si tvarově velmi blízké všude s výjimkou intervalu cca $(149.2; 150.8)$. Exaktní sílu tedy můžeme aproximovat v případě, že μ je dostatečně vzdálená od μ_0.
Důvod: Aproximatická síla je založena na zanedbání jedné ze dvou distribučních funkcí, které tvoří exaktní sílu. V okolí $\mu = \mu_0 = 150$ je vzdálenost μ od μ_0 malá a do výsledné hodnoty exaktní síly přispívají velkým dílem obě distribuční funkce. Pokud tedy jednu z těchto distribučních funkcí zanedbáváme, přicházíme v aproximatické síle o její příspěvek (aproximatická síla je v okolí $\mu = \mu_0$ výrazněji menší než exaktní síla).

Příklad 6

Minimální rozsah náhodného výběru

Předpokládejme, že $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, kde $\sigma^2 = 10^2$. Nechť $\theta = \mu$. Testujeme všechny tři typy hypotéz:
$H_{01} : \mu = \mu_0$ oproti $H_{11} : \mu \neq \mu_0$ (oboustranná),
$H_{02} : \mu \leq \mu_0$ oproti $H_{12:}$ $\mu > \mu_0$ (pravostranná),
$H_{03} : \mu \geq \mu_0$ oproti $H_{13} : \mu < \mu_0$ (levostranná),
kde $\mu_0 = 150$. Vypočítejte minimální rozsah náhodného výběru pro test nulové hypotézy při $\alpha = 0.05$ a $1 - \beta = 0.8$, pro
$\mu \in \{145, 145.5, \ldots 154.5, 155\}$ (ad (1)); $\mu \in \{150.25, 150.5, 150.75, \ldots 153.5, 153.75, 154\}$ (ad (2));
$\mu \in \{146, 146.25, 146.5, \ldots 149.5, 149.75\}$ (ad (3)).

- Závislost minimálního rozsahu náhodného výběru na hodnotě μ zakreslete do grafu pomocí bodů (na osu x vyneste parametr μ, na osu y minimální rozsah náhodného výběru).
- Sestavte tabulku minimálních rozsahů náhodného výběru pro test nulové hypotézy $H_0 : \mu = \mu_0$, kde $\mu_0 = 150$ oproti alternativním hypotézám H_{11}, H_{12} a H_{13} při předem stanovené síle $\beta^* = 0.8$ a hladině významnosti $\alpha = 0.05$, předpokládáme-li, že výběrová střední hodnota μ bude nabývat hodnot $\mu \in \{145, 146, 147, 148, 149, 149.5, 150.5, 151, \$152, 153, 155\}$.

Postup v R

Sestavíme funkci `MinZTest`, která bude pro zadané parametry rozdělení a stanovenou sílu a hladinu významnosti počítat minimální rozsah pro jednotlivé alternativy (nezapomeňte výstup zaokrouhlit na nejbližší vyšší celé číslo).

```
MinZTest <- function(mu, mu0 = 150, sigma = 10,
                     alpha = 0.05, sila = 0.8, alternative = "two.sided") {
  if (alternative == "two.sided") {
    n <- (qnorm(sila) - qnorm(alpha / 2))^2 / abs(mu - mu0)^2 * sigma^2
  }
  ... # jednostranne alternativy
  return(ceiling(n)) # zaokrouhleni
}
```

Lze použít i funkci `power.z.test` z knihovny `asbio`.

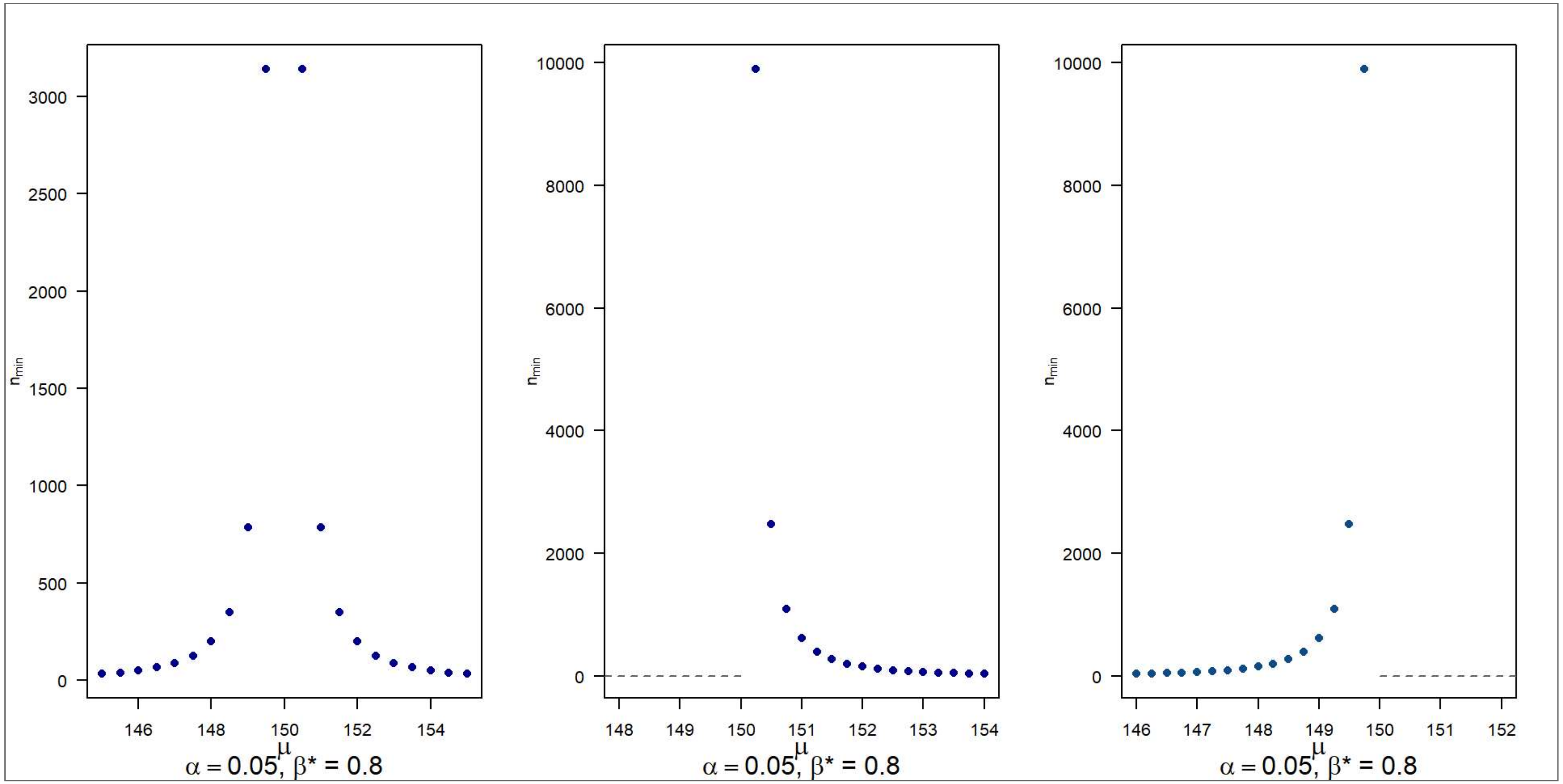
```
library(asbio)
result <- power.z.test(sigma = 10, power = 0.8, alpha = 0.05,
                       test = "two.tail", effect = c(0.5, 1, 2))
ceiling(result$n)
```

```
[1] 3140  785  197
```

Potom sestavíme sekvenci μ dle zadání pro příslušnou alternativu a vykreslíme bodový graf, kde na ose x jsou jednotlivé hodnoty μ a na ose y příslušný minimální rozsah.
Pozn.: K vykreslení čárkované čáry v místě, kde nemá smysl uvažovat min. rozsah (případ jednostranné alternativy), lze použít funkci `segments`.

```
segments(145, 0 , 150 , 0, lty = 2, col = 'grey40')
```

Grafy



Minimální rozsahy náh. výběru pro Z test o střední hodnotě při známém rozptylu

Tabulka

```{r}
#| code-line-numbers: false
#| tbl-cap: Rozsahy náh. výběru pro jednotlivé alternativy Z testu pro zvolená $\\mu$
#| options: knitr.kable.NA = '.'
library(knitr)
mu_vyber <- c(145:149, 149.5, 150.5, 151:155)
n11 <- MinZTest(mu_vyber, alternative = 'two.sided')
n12 <- MinZTest(mu_vyber, alternative = 'greater')
n13 <- MinZTest(mu_vyber, alternative = 'less')
n12 <- c(rep(NA, 6), n12[7:12])
n13 <- c(n13[1:6], rep(NA, 6))

tab <- data.frame(t(data.frame(mu = mu_vyber, n11 = n11, n12 = n12, n13 = n13)),
                  row.names = c('$\\mu$', '$H_{11}: \\mu = \\mu_0$',
                                '$H_{12}: \\mu > \\mu_0$', '$H_{13}: \\mu < \\mu_0$'))
kable(tab, col.names = NULL)
```

Rozsahy náh. výběru pro jednotlivé alternativy Z testu pro zvolená μ

μ	145	146	147	148	149	149.5	150.5	151	152	153	154	155
$H_{11}: \mu = \mu_0$	32	50	88	197	785	3140.0	3140.0	785	197	88	50	32
$H_{12}: \mu > \mu_0$	NA	NA	NA	NA	NA	NA	2474.0	619	155	69	39	25
$H_{13}: \mu < \mu_0$	25	39	69	155	619	2474.0	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Pozn.: Pro oboustrannou alternativu jsou rozsahy náhodných výběrů (pro pevně zvolené μ_0 a μ) vyšší než pro jednostranné alternativy.

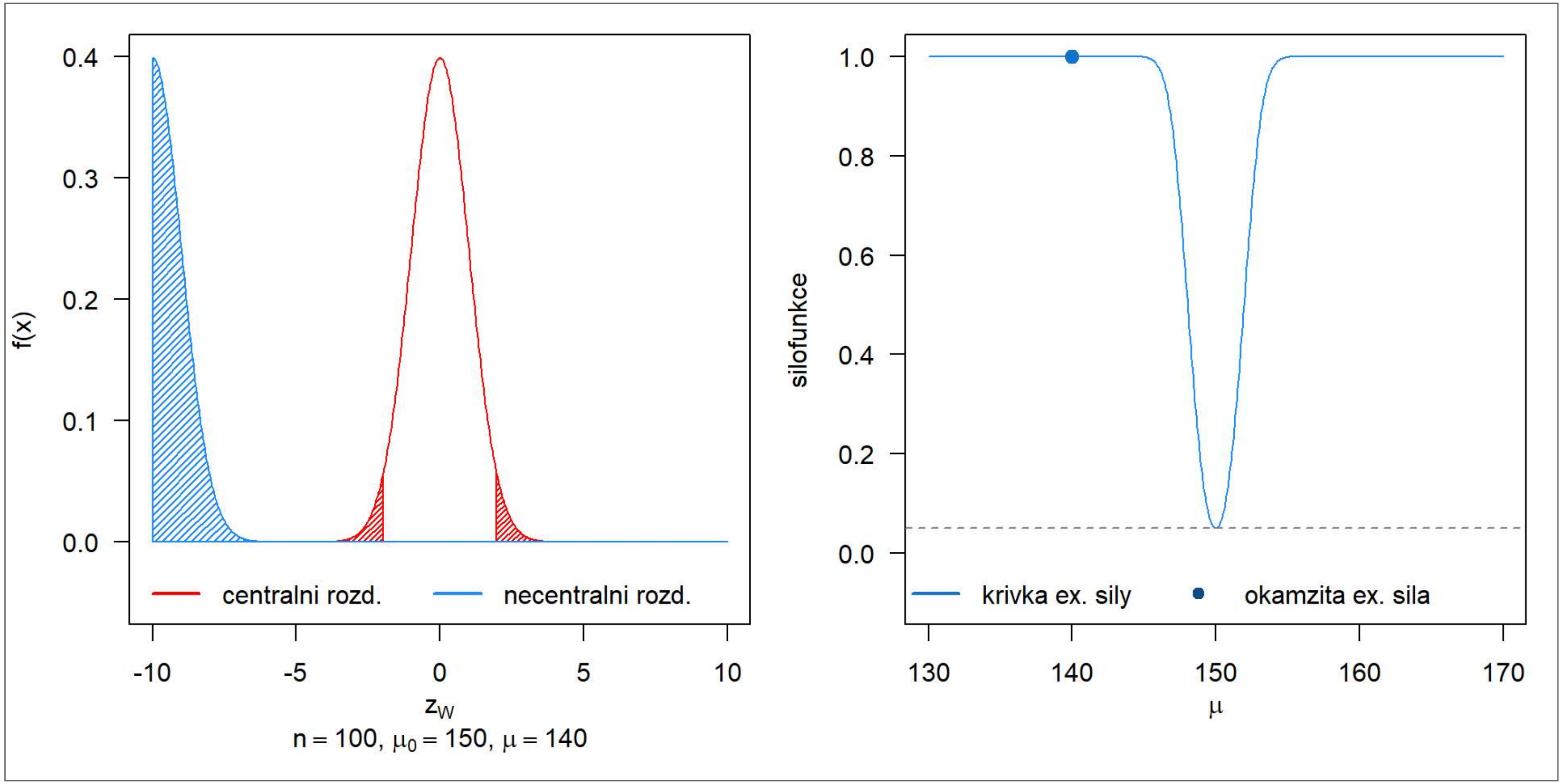
Příklad 7

Silofunkce testu o střední hodnotě μ když σ^2 známe

Předpokládejme, že $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, kde $\sigma^2 = 10^2$, $n = 100$. Nechť $\theta = \mu$. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujeme hypotézu $H_{01} : \mu = \mu_0$ oproti $H_{11} : \mu \neq \mu_0$ (oboustranná), kde $\mu_0 = 150$.
Vytvořte animaci zobrazující
(a) změnu polohy necentrálního rozdělení vzhledem k hodnotě centrálního rozdělení testovací statistiky testu o μ když σ^2 známe, spolu s barevně odlišenou oblastí kritického oboru a exaktní síly;
(b) změnu hodnoty exaktní silofunkce; při měnící se střední hodnotě náhodného výběru $\mu = 140, 141, \ldots, 146, 146.5, \ldots, 153.5, 154, 155, \ldots 160.$
Pozn: V prvním grafu budeme mít červeně křivku hustoty centrálního rozdělení s vyznačeným kritickým oborem, modře křivku hustoty necentrálního rozdělení s parametrem necentrality lambda a vyznačenou exaktní silou testu (síla - pravděpodobnost - obsah pod křivkou vymezený kvantilem).

Animace

````
```{r}
#| fig-show: animate
#| animation-hook: gifski
#| fig-cap: Průběh síly testu pro střední hodnotu při známém rozptylu,
#|  oboustranná alternativa
#| code-line-numbers: false
mu <- c(140:145, seq(146, 153.5, by = 0.5), 154:160)
for (i in 1:length(mu)) {
  SilaAnimace(150, mu = mu[i], sigma = 10, n = 100,
              alternative = 'two.sided')
}
```
````



Průběh síly testu pro střední hodnotu při známém rozptylu, oboustranná alternativa

Funkce SilaAnimace

Vytvoříme funkci `SilaAnimace`, která bude zobrazovat oba grafy.
Nejprve vypočítáme parametr necentrality lambda, určíme dostatečně hustou posloupnost x, ve které vykreslujeme hustotu, a vypočítáme hustotu centrálního a necentrálního rozdělení.

```
SilaAnimace <- function(mu0, mu, sigma, n,
                        alpha = 0.05,
                        alternative = 'two.sided') {
  lambda <- (mu - mu0) / sigma * sqrt(n)
  x <- ... # posloupnost na intervalu (-10,10)
  y <- ... # hustota centralniho rozdeleni
  l <- ...(..., mean = lambda) # hustota necentralniho rozd.

  ## kod pro vykresleni grafu
}
```

Vykreslení hustoty

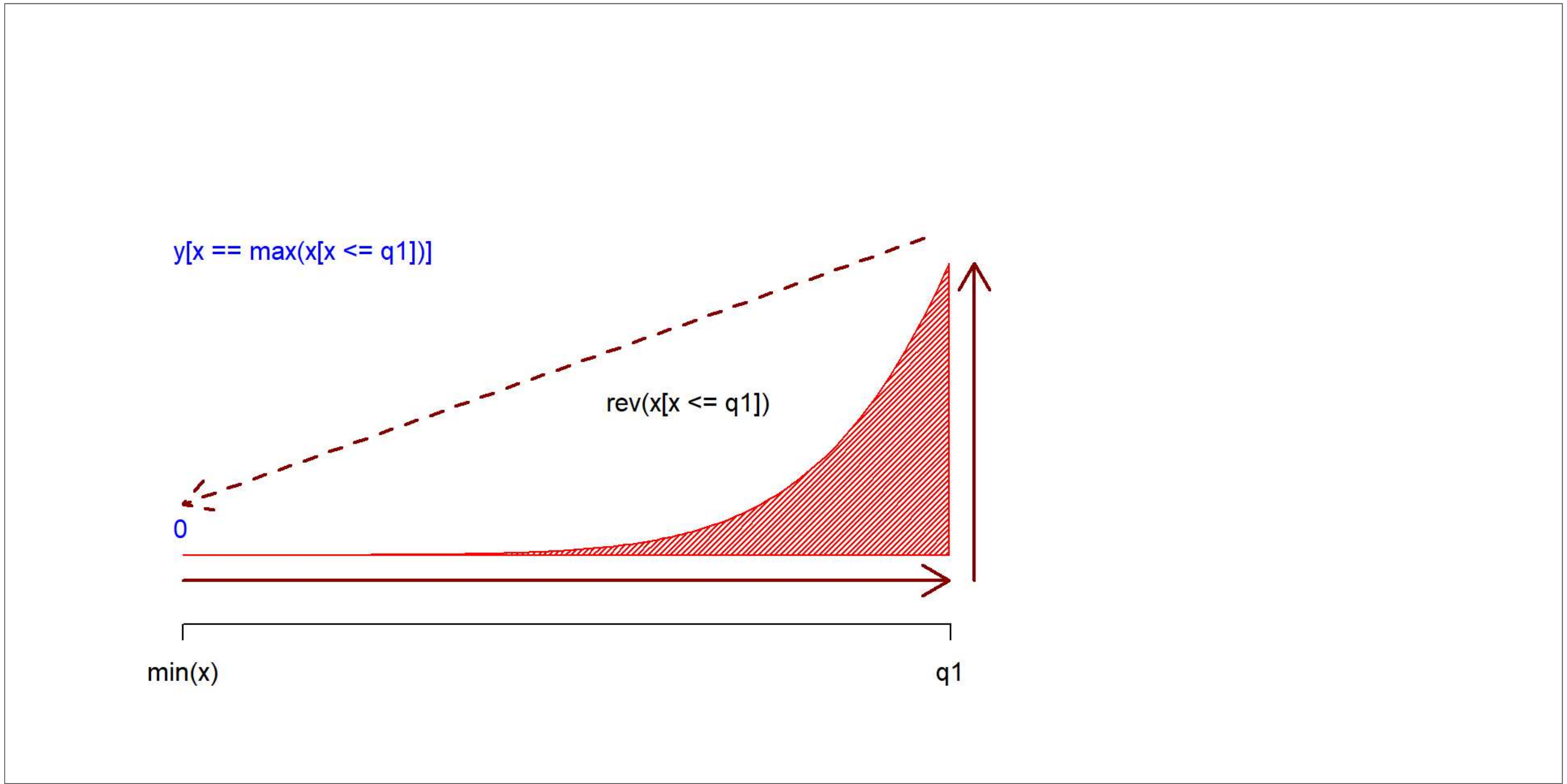
Pro vykreslení hustoty použijeme nejprve `plot` s argumentem `type = 'n'` pro nastavení grafického okna a potom postupně vykreslíme křivky hustot pomocí `lines` a oblast kritického oboru pomocí funkce `polygon` (na vstupu je nejprve vektor x-ových souřadnic a potom y-ových souřadnic, níže je postup pro křivku hustoty centrálního rozdělení, necentrální zobrazíme analogicky, jen použijeme hustotu necentrálního rozdělení a zobrazíme modrou barvou).

```
par(mfrow = c(1, 2), mar = c(5, 4, 1, 1))
plot(..., type = 'n', las = 1)

q1 <- qnorm(alpha / 2)
q2 <- qnorm(1 - alpha / 2)

polygon(x = c(min(x), max(x[x <= q1]),
          max(x[x <= q1]), rev(x[x <= q1])),
          y = c(0, 0, y[x == max(x[x <= q1])],
          rev(y[x %in% x[x <= q1]])),
          col = 'red', density = 40)
polygon(c(min(x[x >= q2]), max(x),
          rev(x[x >= q2]), min(x[x >= q2])),
          c(0, 0, rev(y[x %in% x[x >= q2]]),
          y[x == min(x[x >= q2])]),
          col = 'red', density = 40)
lines(x, y, col = 'red')
```

Polygon



Vykreslení síly

Ve druhém grafu vykreslíme křivku exaktní síly (pomocí funkce `SilaExakt`, kterou jsme vytvořili v předchozím příkladu) pro rozumnou sekvenci středních hodnot a přidáme vždy výrazný bod v místě aktuální hodnoty μ. Vodorovnou čarou zvýrazníme hodnotu hladiny významnosti α.

```
mu1 <- seq(mu0 - 20, mu0 + 20, length = 512)

sila_ex <- SilaExakt(mu0 = mu0, mu = mu1, sigma = sigma,
                       n = n, alternative = 'two.sided')
plot(mu1, sila_ex, ... )

sila_akt <- SilaExakt(mu0 = mu0, mu = mu, sigma = sigma,
                      n = n, alternative = 'two.sided')
points(...)
```

Závěr

V hodnotě $\mu = \mu_0 = 150$ necentrální rozdělení splývá s centrálním a silofunkce dosahuje svého minima, které je rovno hladině významnosti $\alpha = 0.05$.
Při vzdalování μ od μ_0 se necentrální rozdělení vzdaluje od centrálního a hodnota silofunkce roste.