

**Příklad 1.** Rozhodněte o konvergenci řad

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\ln k)^{-k}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \left( \ln \left( 1 - \frac{1}{k} \right) \right)^k$$

*Nápověda:* u 2. řady uvažte, jakých hodnot nabývá  $\ln(1 - 1/k)$

**Příklad 2.** Nalezněte interval (vč. krajních bodů), na kterém konverguje mocninná řada

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{2^k - k} x^k$$

**Příklad 3.** Spočítejte neurčité integrály

$$\int x^2 \sin(2x) dx, \quad \int \frac{1}{\cos x} dx, \quad \int \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx,$$

u posledního integrálu využijte substituci  $t = \sqrt{1+x^2}$  a rozložení na parciální zlomky.

**Příklad 4.** Spočítejte určité integrály

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx, \quad \int_{-1}^1 x \ln x dx$$

**Příklad 5.**

- Určete obsah oblasti ohraničené křivkami  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = 3x + 3$ ,  $h(x) = 3$ , která obsahuje bod  $[0, 0]$ .
- Určete délku křivky grafu funkce  $f(x) = \ln(\cos x)$  na intervalu  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ .

**Příklad 6.** Nalezněte součet následujících mocninných řad pro všechna  $x$ , pro která řady konvergují. *Nápověda*<sup>1</sup>

$$\sum_{k=0}^{\infty} 2k x^k, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k+1}$$

**Příklad 7.** Aproximujte integrál

$$\int_{-1}^1 e^{\sin x} dx$$

pomocí Taylorova polynomu stupně 2 funkce  $f(x) = e^{\sin x}$  se středem v bodě  $x_0 = 0$ .

**Příklad 8.** Nalezněte periodické prodloužení funkce  $f(x) = |x|$  na intervalu  $[-\pi, \pi]$

**Příklad 9.** Uvažme vektorový podprostor  $U \subseteq S^0[0, 1]$  generovaný funkcemi  $1, x, x^2$ .

- Najděte ortonormální bázi  $U$ .
- Spočítejte kolmou projekci  $f(x) = \sin x$  na  $U$ .

**Příklad 10.** Určete vzdálenost funkcí  $f(x) = x$  a  $g(x) = x^2$  v prostoru spojitých funkcí na intervalu  $[0, 1]$  s normou  $L_1$  a  $L_\infty$ .

---

<sup>1</sup> $\sum_{k=0}^{\infty} 2k x^k = 2x \sum_{k=0}^{\infty} k x^{k-1}$ ,  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k+1} = \frac{1}{x} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{k+1}}{k+1}$