Exponeciální a logaritmické rovnice a nerovnice

V úlohách (1)–(13) řešte danou rovnici či nerovnici v oboru $\mathbb{R}$.

(1) $4^{3\cdot\sqrt{x-3}} = 4 \cdot 2^{-2x}$.

(2) $(|x^2 - 13| + 3)^{|x-2|-5} > 15^{|x-2|-5}$.

(3) $|4^x - 9| \leq |2^x - 3| + 6$.

(4) $\log_{(x+2)} \log_2 \log_{(x+3)} \big(2x^2 + 6x + 8\big) = 0$.

(5) $\sqrt{\log_3(9x-3)} = \log_3(x - \frac{1}{3})$.

(6) $\log_{49}\big(2x^2 + x - 5\big) + \log_{\frac{1}{7}}(1 + x) = 0$.

(7) $\log_2 x + \log_3 x = \log_2 x \cdot \log_3 x$.

(8) $\log_2 x \leq \dfrac{2}{\log_2 x - 1}$.

(9) $\log_{\frac{6-x}{5}}(x + 18) \leq 1 - \log_{\frac{5}{6-x}}(4x + 23)$.

(10) $\log_{(4-\sqrt{25-x^2})} |8 - 2x| > 0$.

(11) $\sqrt{x^{\log_2 \sqrt{x}}} > 2$.

(12) $(\sqrt{x})^{1-\log_{0,5} x} \geq 8$.

(13) $\sqrt{\log_{x^2} \left(1 + \frac{3}{2}x\right)} < 1$.

(14) Určete definiční obor nerovnice $\log_{(x+\frac{1}{2})} \dfrac{5|x| + 11x + 2}{8} \geq 2$ a pak ji vyřešte.

(15) Definiční obor rovnice $\log_x 27 - \dfrac{5 \log_x 3}{\log_x \sqrt{3x^2}} = 1$ vyjádřete jako sjednocení intervalů a pak danou rovnici vyřešte.

(16) Pro které hodnoty reálného parametru p má rovnice $x + \log_{\frac{1}{3}}(9^x - p) = 0$ právě dvě řešení v oboru reálných čísel?

(17) Stanovte definiční obor a pak vyřešte nerovnici $\log_{\frac{p}{x}} \left(\dfrac{5x}{2p} - 1\right) \geq -2$, kde číslo p je *kladný* reálný parametr.