Hesla k otázkám z DM 1

01. Základy matematické logiky
Výrok a jeho negace. Jednoduché a složené výroky. Tautologie a kontradikce, jejich ověřování tabulkami pravdivostních hodnot.
Logické spojky konjunkce a disjunkce, jejich slovní vyjádření a tabulkové definice. Kdy platí konjunkce a kdy disjunkce dvou výroků? De Morganova pravidla pro jejich negace.
Logická spojka implikace, její slovní vyjádření a tabulková definice. Pozitivní vymezení neplatnosti implikace. Pravidlo pro negaci implikace. Opačná implikace a obměněná implikace.
Logická spojka ekvivalence, její slovní vyjádření, souvislost s implikacemi a tabulková definice. Kdy platí ekvivalence dvou výroků? Pravidlo pro negaci ekvivalence.
Kvantifikované výroky. Obecný a existenční kvantifikátory, jejich slovní vyjádření.
Pravidla pro negace výroků s kvantifikátory.

02. Číselné obory, mocniny s celočíselným exponentem
Rozvíjení představ žáků o číslech na základní a střední škole.
Aritmetické operace a uspořádání čísel. Znázornění čísel na přímce.
Dělitelnost celých čísel — které dovednosti s touto relací spojujeme a jaký význam pro další početní praxi mají.
K čemu slouží zlomky a jak je žákům přibližujeme? Procenta, poměry a úměry.
Proč na ZŠ potřebujeme iracionální čísla a jak je žákům přibližujeme (dekadickými zápisy i geometricky). Zaokrouhlování čísel.
Mocniny s exponentem z oboru přirozených čísel, s exponentem nula a s exponentem z oboru celých záporných čísel. Pravidla pro počítání s takovými mocninami.

03. Pojmy a terminologie kolem rovnic a nerovnic
Rovnost a rovnice, nerovnost a nerovnice.
Dvojí význam termínu „řešení“.
Řešení, nebo kořen rovnice?
Definiční obor, obor pravdivosti.
Ekvivalentní a důsledkové úpravy.
Zkouška – nutná součást řešení?
Součinové a podílové tvary rovnic a nerovnic.

04. Lineární rovnice, nerovnice a jejich soustavy
Úpravy vedoucí k finálním tvarům lineární rovnice či nerovnice.
Řešení rovnic a nerovnic s lomenými výrazy.
Řešení rovnic a nerovnic s absolutními hodnotami.
Obor pravdivosti jedné lineární rovnice či nerovnice se dvěma neznámými, jeho grafické znázornění.
Soustava dvou lineárních rovnic s dvěma neznámými, dvě základní metody jejího řešení.
Možné obory pravdivosti soustavy dvou lineárních rovnic s dvěma neznámými.

05. Kvadratické rovnice a nerovnice
Co je kvadratická rovnice? Její řešení pamětným rozkladem.
Neúplné kvadratické rovnice a jejich kořeny.
Odvození vzorce pro kořeny kvadratické rovnice. Diskriminant.
Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice, jejich odvození.
Řešení kvadratické rovnice grafickou metodou.
Kvadratické nerovnice a postup jejich řešení.
Grafické řešení kvadratické nerovnice.

06. Rovnice a nerovnice s odmocninami
Zavedení druhé odmocniny a její vlastnosti.
Strategie řešení rovnic a nerovnic s odmocninami a dvě metody její realizace.
Umocnění obou stran rovnice či nerovnice a jeho vliv na postup řešení.
Substituční metoda — obecný popis pro (ne)rovnici s jednou neznámou.
Typické substituce u (ne)rovnic s odmocninami.
Metoda násobení sdruženým výrazem.

07. Rovnice a nerovnice s parametry
Rozdělení proměnných v (ne)rovnicích na neznámé a parametry, rozdílnost jejich rolí.
Obecný význam úloh s parametry. Důvody náročnosti jejich řešení.
Co je nového při řešeních rovnic a nerovnic s parametry oproti takovým úlohám bez parametru? Jaké komplikace to přináší?
Jak určovat znaménka kořenů kvadratické rovnice v závislosti na parametru?

08. Pojmy a terminologie kolem funkcí.
Pojem funkce, způsoby jejího zadání. Definiční obor a obor hodnot. Termíny argument a funkční hodnota (vzor a obraz), nezávislá a závislá proměnná.
Funkce prostá. Inverzní funkce, její existence, definiční obor a obor hodnot v porovnání s původní funkcí. Funkce periodická a její periody. Funkce sudé a funkce liché, původ těchto termínů.
Kdy říkáme, že na dané množině je daná funkce shora ohraničená, zdola ohraničená, ohraničená? Extrémní hodnoty (minima a maxima) dané funkce na dané množině.
Monotonie funkcí: funkce rostoucí a klesající na daném intervalu, symbolický zápis formulí s dvěma kvantifikátory.
Pojem grafu funkce. Jak z grafu dané funkce $y = f(x)$ snadno získat grafy jiných funkcí? Kterých?

**09. Lineární funkce (i s absolutními hodnotami)
a lineární lomená funkce.**
Lineární funkce, definiční obor a obor hodnot, inverzní funkce.
Graf lineární funkce a geometrický význam koeficientů z jejího předpisu.
Jak sestrojit graf lineární funkce s výrazy v absolutní hodnotě? Jaký geometrický tvar každý takový graf má?
Pojem lineární lomené funkce jako zobecnění funkce nepřímé úměrnosti, její definiční obor a obor hodnot. Inverzní funkce k lineární lomené funkci.
Graf lineární lomené funkce, postup při jeho určení.

10. Kvadratické funkce
Kvadratické funkce. Grafy nejjednodušších funkcí $y = x^2$ a $y = ax^2$, kde jsou rostoucí, kde klesající a jaké mají obory hodnot.
Graf obecné kvadratické funkce, postup jeho určení. Kde je funkce rostoucí, kde klesající a jaký má obor hodnot.
Využití při řešení kvadratických rovnic a nerovnic – role diskriminantu.

11. Odmocniny a mocniny s racionálním exponentem
Pojem n-té odmocniny, definiční obor, obor hodnot a graf příslušné funkce $y = \sqrt[n]{x}$.
Pravidla pro počítání s odmocninami, jejich důkazy.
Proč pro každé celé $n > 1$ ztotožňujeme funkci $y = x^{\frac{1}{n}}$ s funkcí $y = \sqrt[n]{x}$?
Pro které zlomky $\frac{m}{n}$ definujeme $x^{\frac{m}{n}}$? Jak a pro která x, m, n?
Zavedení mocniny x^r s racionálním exponentem r a jeho korektnost.
Pravidla pro mocniny s racionálními exponenty (bez důkazů).

12. Mocninné funkce
Jak přiblížíme žákům problematiku mocnin x^p s iracionálním exponentem p?
Pravidla pro mocniny s reálnými exponenty.
Shrněte všechny případy, kdy je mocnina x^a s reálnými čísly x, a definována.
Mocninné funkce $y = x^a$ s reálnými exponenty a různého druhu. Jaké jsou definiční obory a obory hodnot této funkce v rozlišených případech? Jak při nich vypadá graf mocninné funkce a jaká je její monotonie?

13. Exponenciální funkce
Pojem exponenciální funkce $y = a^x$, pro jaká a ji uvažujeme, její definiční obor, monotonie, graf a obor hodnot.
Kdy jsou grafy dvou funkcí $y = a^x$ a $y = b^x$ souměrně sdružené podle osy y?
Jak žákům přiblížit určení přirozené exponenciální funkce $y = \mathrm{e}^x$? Spojte to při svém nadhledu s poznatky o čísle e z matematické analýzy.

14. Logaritmy a logaritmické funkce
Slovní určení čísla $\log_a b$. Omezení na čísla a, b.
Pravidla pro počítání s logaritmy včetně převodního vztahu mezi hodnotami $\log_a x$ a $\log_b x$ s jeho důkazem.
Historický význam logaritmů. Logaritmy dekadické a přirozené.
Pojem logaritmické funkce $y = \log_a x$, pro jaká a ji uvažujeme, její definiční obor, obor hodnot, graf a monotonie. Vzájemná poloha grafů funkcí $y = a^x$ a $y = \log_a x$.

15. Exponenciální a logaritmické rovnice a nerovnice
Základní rovnice a nerovnice, ke kterým úpravami vždy směřujeme. Jaké vlastnosti k určení jejich řešení využíváme. Objasněte na příkladech rovnic $2^{2x-1} = 8$, $2^x = 12$, $0{,}2^x > 0{,}04$, $|x|^{2x-1} = 1$, $\log_3(x + 1) < 2$ a $\log_x(2x + 1) \leq \log_x 4x$.
Metody řešení exp. a log. rovnic a nerovnic, dvě časté substituce. Rovnice a nerovnice se třemi mocninami o základech a^2, ab a b^2.

16. Goniometrické funkce
Goniometrické funkce ostrého úhlu definované užitím podobných pravoúhlých trojúhelníků. Hodnoty funkcí pro významné úhly $30°$, $45°$ a $60°$ a pro dvojice úhlů, které se doplňují do $90°$.
Funkce sinus a kosinus reálného argumentu definované užitím jednotkové kružnice a pojmu orientovaného úhlu s obloukovou mírou.
Které vlastnosti funkcí sinus a kosinus plynou z geometrie jednotkové kružnice?
Převod sinu na kosinus a naopak.
Definice funkcí tangens a kotangens, odečítání jejich hodnot na tečně k jednotkové kružnici. Definiční obory a obory hodnot obou funkcí, jejich periodicita, znaménka a monotonie v jednotlivých kvadrantech.
Grafy goniometrických funkcí v oboru reálných čísel. Problematika inverzních funkcí: arkussinus, arkuskosinus, arkustangens a arkuskotangens, jejich definiční obory, obory hodnot a grafy.

17. Goniometrické vzorce
Triviální vzorce: goniometrická jednička, vztah mezi $\operatorname{tg} x$ a $\operatorname{cotg} x$.
Z platnosti jednoho součtového vzorce pro $\sin(x \pm y)$ a $\cos(x \pm y)$ odvoďte platnost ostatních tří vzorců.
Vzorce pro $\operatorname{tg}(x \pm y)$.
Vzorce pro dvojnásobný argument s trojím vyjádřením $\cos 2x$.
Vzorce pro poloviční argument, jejich nejednoznačnost.
Odvození vzorců pro $\sin x \pm \sin y$ a $\cos x \pm \cos y$ ze součtových vzorců.
Univerzální substituce $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$. Pomůcka pro odvození s ní souvisejících vzorců.

18. Goniometrické rovnice
Základní goniometrická rovnice, etapy jejího řešení.
Rovnice typu $g(U) = g(V)$ a postupy jejího řešení. Rovnice $\sin U = \cos V$.
Substituční metoda. Časté substituce $y = \sin x$, $y = \cos x$ a $y = \sin x + \cos x$.
Rovnice $F(\sin x, \cos x) = 0$ a možné postupy jejího řešení.
Rovnice $a \sin x + b \cos x + c = 0$ a dvě metody jejího řešení.
Řešení goniometrických rovnic převodem na součinový tvar.

KONEC DOKUMENTU