

Sušení rajčat

Zadání

Rajčata jsou tvořena z 94 % vodou, sušením (např. na slunci) v nich postupně obsah vody snižujeme.

- a) Jestliže dojde v jednom kilogramu čerstvých rajčat po sušení k úbytku vody o jeden procentní bod, kolik kilogramů budou rajčata vážit? Výsledek nejprve odhadněte.
- b) Určete předpis a definiční obor funkce, která při sušení jednoho kilogramu čerstvých rajčat popisuje závislost aktuální hmotnosti rajčat na procentuálním podílu vody v nich obsažené. Načrtněte graf této funkce.
- c) Jak se předpis funkce z bodu b) změní, budeme-li sušit obecně m g čerstvých rajčat?
- d) Z kolika kilogramů čerstvých rajčat připravíme
 - i) jeden kilogram sušených rajčat s 10% obsahem vody;
 - ii) 500 g sušených rajčat s 20% obsahem vody;
 - iii) 250 g sušených rajčat s 40% obsahem vody?

(Všechna procenta v této úloze jsou hmotnostní.)

Řešení a)

Jeden kilogram čerstvých rajčat je dle zadání tvořen 940 g vody a 60 g zbylých látek (tzv. sušiny). Po usušení na podíl vody 93% označme neznámou hmotnost rajčat x v gramech. Protože sušina v rajčatech zůstává, váží v nich nyní voda $x - 60$ g, tedy

$$\frac{x - 60}{x} = \frac{93}{100}.$$

Řešením této rovnice je $x = \frac{6000}{7} \doteq 857,14$ g.

Řešení b)

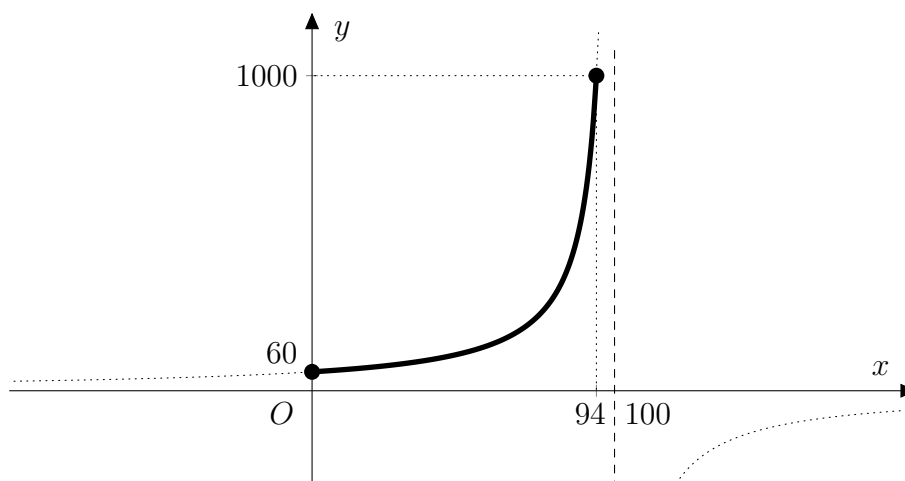
Ze zadání má být nezávislá proměnná x procentuálním podílem vody v rajčatech a závislá proměnná y má být aktuální hmotností rajčat (v gramech). Tedy platí

$$\frac{y - 60}{y} = \frac{x}{100}, \quad (*)$$

odkud vyjádřením y dostáváme předpis funkce f :

$$f: y = -\frac{6000}{x - 100}.$$

Definičním oborem této funkce je uzavřený interval $\langle 0; 94 \rangle$, kde krajní hodnoty odpovídají rajčatům zcela zbaveným vody a čerstvým rajčatům s 94% obsahem vody. Graf funkce f leží na hyperbole, která je posunutým grafem funkce $f_0: y = -\frac{6000}{x}$ o 100 jednotek ve směru kladné poloosy x (viz obrázek 1).



Obrázek 1: Graf funkce f

Řešení c)

Vycházíme ze vztahu (*) v řešení b), kde nahradíme číslo 60 (tj. hmotnost sušiny v gramech) obecným vyjádřením $\frac{6}{100}m$, neboť sušina tvoří 6% hmotnosti čerstvých rajčat. Vyjádřením proměnné y pak dostáváme předpis funkce g (s parametrem m) jako

$$g: y = -\frac{6m}{x - 100}. \quad (**)$$

Řešení d)

Odkážeme-li se na funkci g z řešení c), ptáme se, pro které m prochází graf funkce g bodem $B_1[10; 1000]$ (v případě i), resp. bodem $B_2[20; 500]$ (v případě ii), resp. bodem $B_3[40; 250]$ (v případě iii). Postupným dosazením souřadnic tří zmíněných bodů za x a y v předpisu (**) a vyřešením rovnic dostáváme kořeny $m_1 = 15\,000$, $m_2 = \frac{20\,000}{3}$ a $m_3 = 2500$, tedy výsledky 15 kg (pro případ i), $\frac{20}{3} \doteq 6,67$ kg (pro případ ii) a 2,5 kg (pro případ iii).