

Astrofyzika II.

**Základní hvězdné charakteristiky,
povrchové teploty, spektrální třídy**

Vladimír Štefl

Ústav teoretické fyziky a astrofyziky

Povrchové teploty hvězd

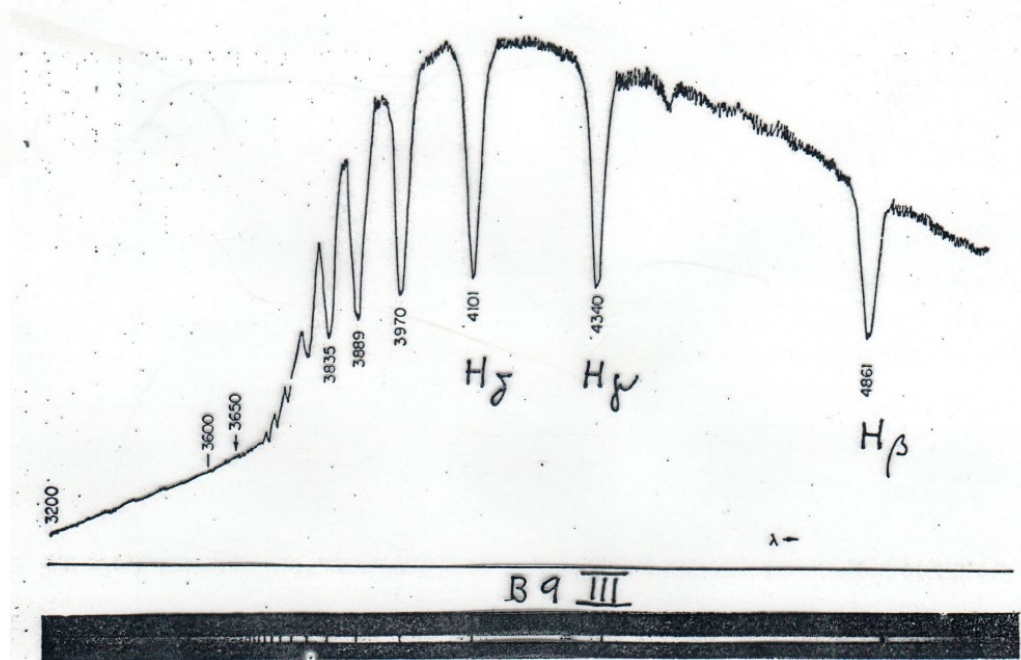
aplikace zákonů záření, Wienova, Planckova, Stefanova-Boltzmannova zákona, pouze **první aproximace**, průběh spojitého spektra narušen čarami, fotoionizačními skoky...

Povrchová teplota T

souvislost zabarvení hvězd s jejich povrchovými teplotami

efektivní povrchová teplota

Slunce - 5 780 K



Určování barevné teploty - Wienův vyzařovací zákon

$$I(\lambda, T) = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}$$

podobný Wienův zákon při λT malém

$$I(\lambda, T) = c_1 \lambda^{-5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$$

měnám poměr intenzit světla

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^5 \left[-\frac{c_2}{T_b} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \right]$$

$$\Rightarrow T_b = \frac{-c_2 \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)}{\ln \frac{I_1}{I_2} + 5 \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$$

určování teploty hvězdy pomocí měření část spektra
pomocí filtrů. číslo:

$$\lambda_1 = 470 \text{ nm} \quad \rightarrow \quad T_b = 6500 \text{ K}$$
$$\lambda_2 = 540 \text{ nm}$$

Aplikace Planckova zákona, efektivní

teplota ze Stefanova-Boltzmannova zákona

množství vyzářené energie procházející jednotkovou plochou povrchu tělesa za jednotku času v jednotkovém intervalu frekvencí – Planckův z.

$$B_\nu(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Stefanův- Boltzmannův zákon

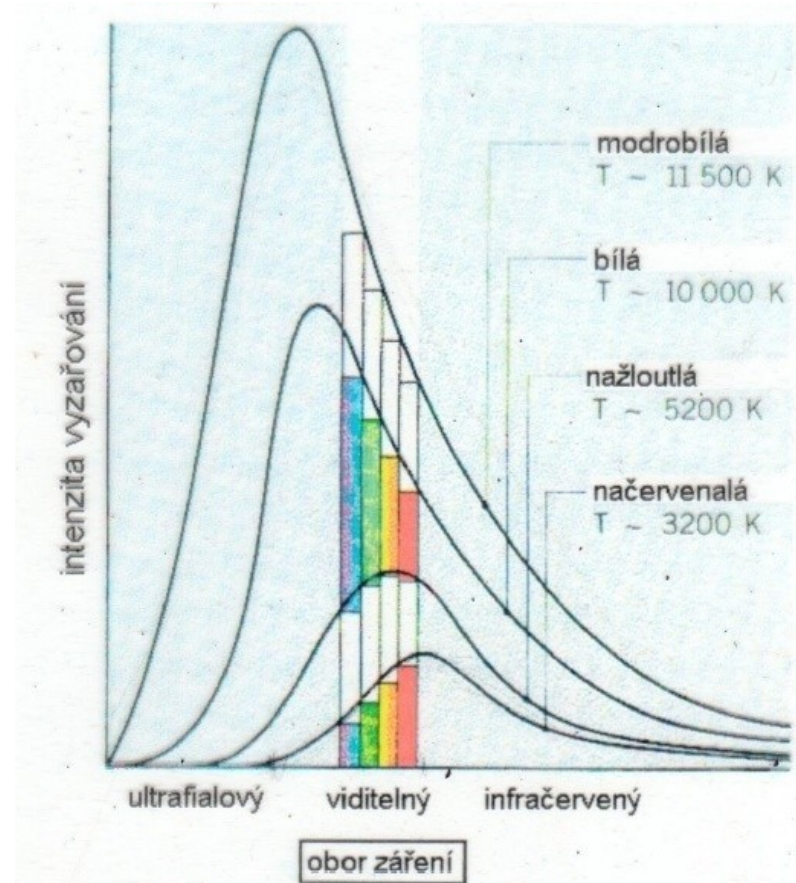
celková vyzářená energie z jednotkového povrchu tělesa o teplotě T

$$B(T) = \sigma T_{ef}^4 \quad L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

záření vychází z různých hloubek atmosféry, **různých teplot**, proto zavádíme **efektivní teplotu**

$$T_{ef} = \left(\frac{L}{4\pi\sigma R^2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Určování teploty - Wienův posunovací zákon



$$\lambda_m T = b$$

Určování excitační teploty - Boltzmannova rovnice

Boltzmannova rovnice

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a} e^{-\frac{E_b - E_a}{kT}}$$

g_b, g_a statistické váhy atomů
pro vodík $g_n = 2n^2$, $n \dots$ hlavní kvantové číslo
u srovnatelných atomů $g = 2j + 1$ $j \dots$ kvantové číslo
celkového momentu hybnosti
 $T \dots$ excitační teplota, $E_b, E_a \dots$ excitační potenciály

$$\log \frac{N_b}{N_a} = - \frac{5040}{T} x_{ab} + \log \frac{g_b}{g_a}$$

$$x_{ab} = E_b - E_a$$

$$\log \frac{N_b}{N_a} = - \frac{5040}{T} x_{ab}$$

zjednodušený tvar, g_b, g_a rovná se jedné
jednu

stejná excitační rovnice

Boltzmannova rovnice

graf zachycuje nárůst obsazení druhé hladiny, přesněji poměr N_2 ku celkovému počtu atomů $N_2 + N_1$ s rostoucí teplotou, $N_2 = N_1$ při teplotě až 85 400 K, proč pozorujeme maximální intenzitu čar Balmerovy série při teplotách 9 900 K? Odpověď - Saha rovnice.

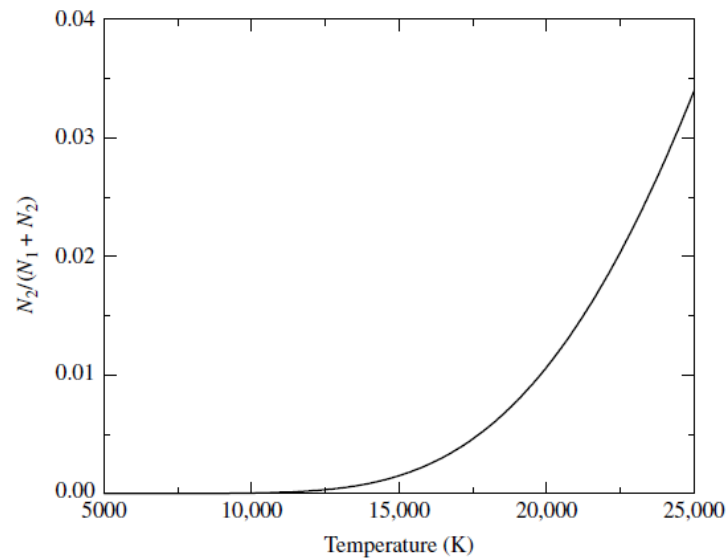
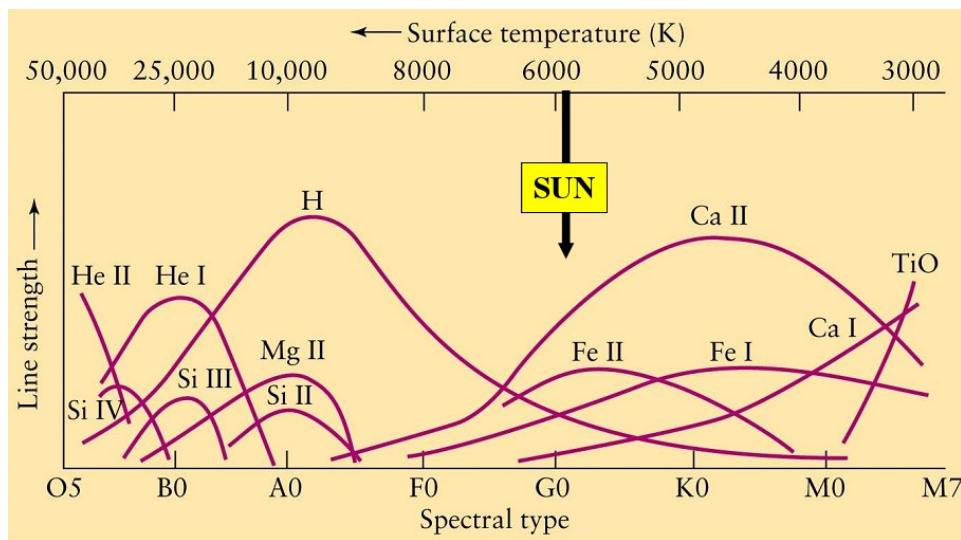


FIGURE 7 $N_2/(N_1 + N_2)$ for the hydrogen atom obtained via the Boltzmann equation.

Určování ionizační teploty - Saha rovnice

stav ionizační rovnováhy

Saha rovnice

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \text{konst.} \frac{(kT)^{3/2}}{N_e} e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

E_i ... ionizační potenciál, T ... ionizační teplota

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2 Z_{i+1}}{N_e z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_i}{kT}}$$

z_i je tzv. particelní funkce pro příslušný stupeň ionizace,
2 ... dvojnásobek spinu volného elektronu

$$\log \frac{N_{i+1}}{N_i} = 1,5 \log T - \frac{5040}{T} E_i - \log N_e$$

+ na první straně správně nějaká konst.

Sahova rovnice

graf zachycuje nárůst počtu ionizovaných atomů N_{II} , přesněji poměr N_{II} ku celkovému počtu atomů N_{total} při zvětšování teploty, 50 % při 9 600 K

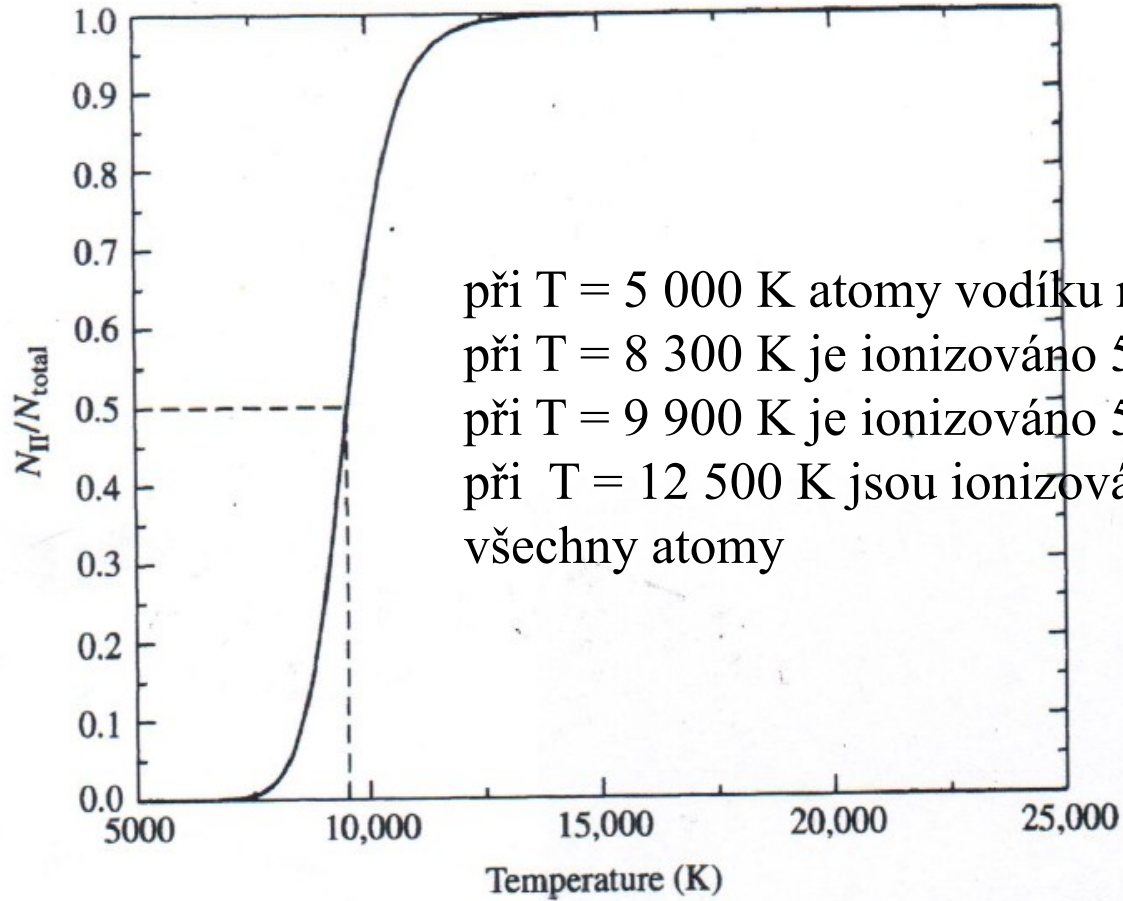


FIGURE 8.8 N_{II}/N_{total} for hydrogen from the Saha equation when $P_e = 20 \text{ N m}^{-2}$. Fifty percent ionization occurs at $T \simeq 9600$ K.

Kombinovaná rovnice excitačně - ionizační

Kombinovaná Boltzmannova-Saha rovnice

$$\frac{N_i}{N_{0,r}} P_e = \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} \frac{2B_i(T)}{g_{0,r}} e^{-\frac{E_i - E_r}{kT}}$$

$$\log \frac{N_i}{N_{0,r}} = -\frac{5040}{T} (E_i - E_r) + 2.5 \log T - 0.48 + \log \frac{2B_i(T)}{g_{0,r}} - \log P_e$$

Kombinovaná Boltzmannova-Sahova rovnice

graf zachycuje závislost poměru obsazení druhé hladiny N_2 obsazení druhé hladiny ku celkovému počtu atomů N_{total} na teplotě, maximum při 9 900 K

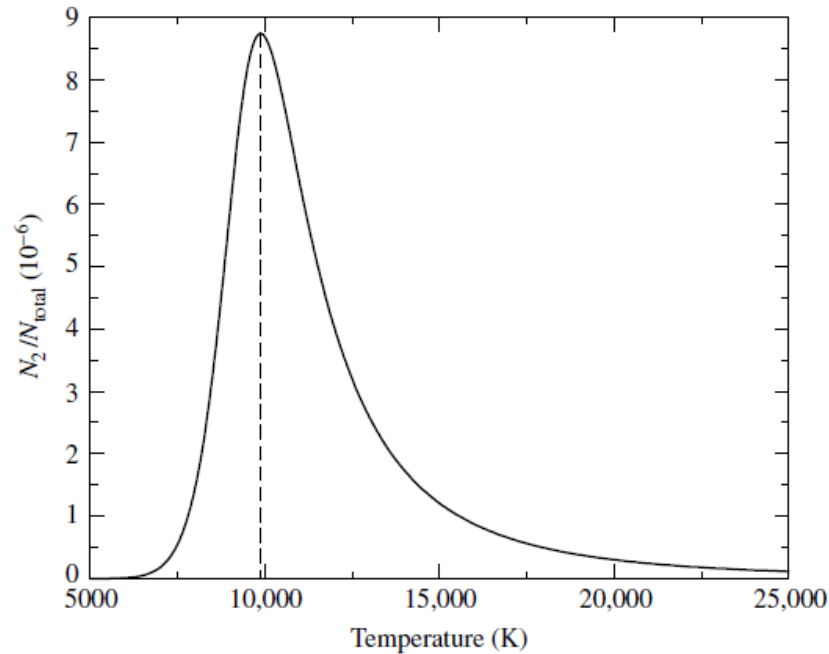


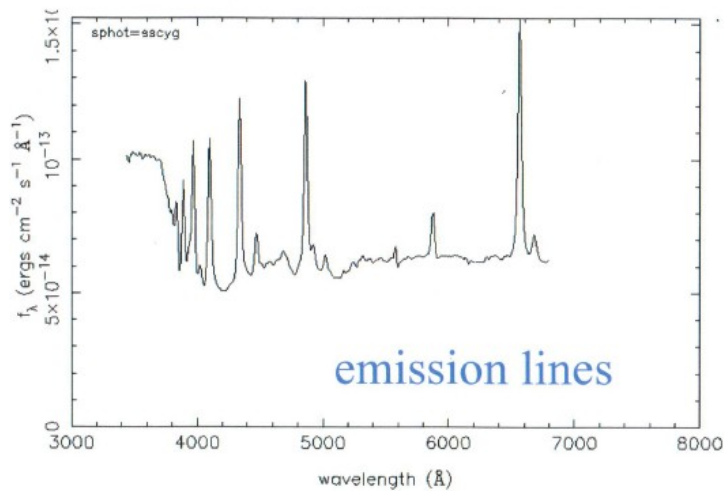
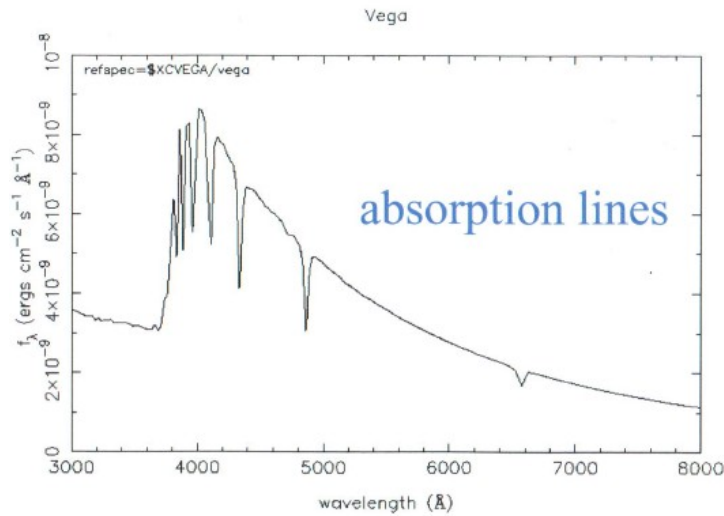
FIGURE 9 N_2/N_{total} for hydrogen from the Boltzmann and Saha equations, assuming $P_e = 20 \text{ N m}^{-2}$. The peak occurs at approximately 9900 K.

intenzita čar Balmerovy série závisí na velikosti zlomku N_2/N_{total} - na počtu všech vodíkových atomů, které jsou na druhé energetické hladině, při teplotách nad 9 900 K narůstá výrazně ionizace

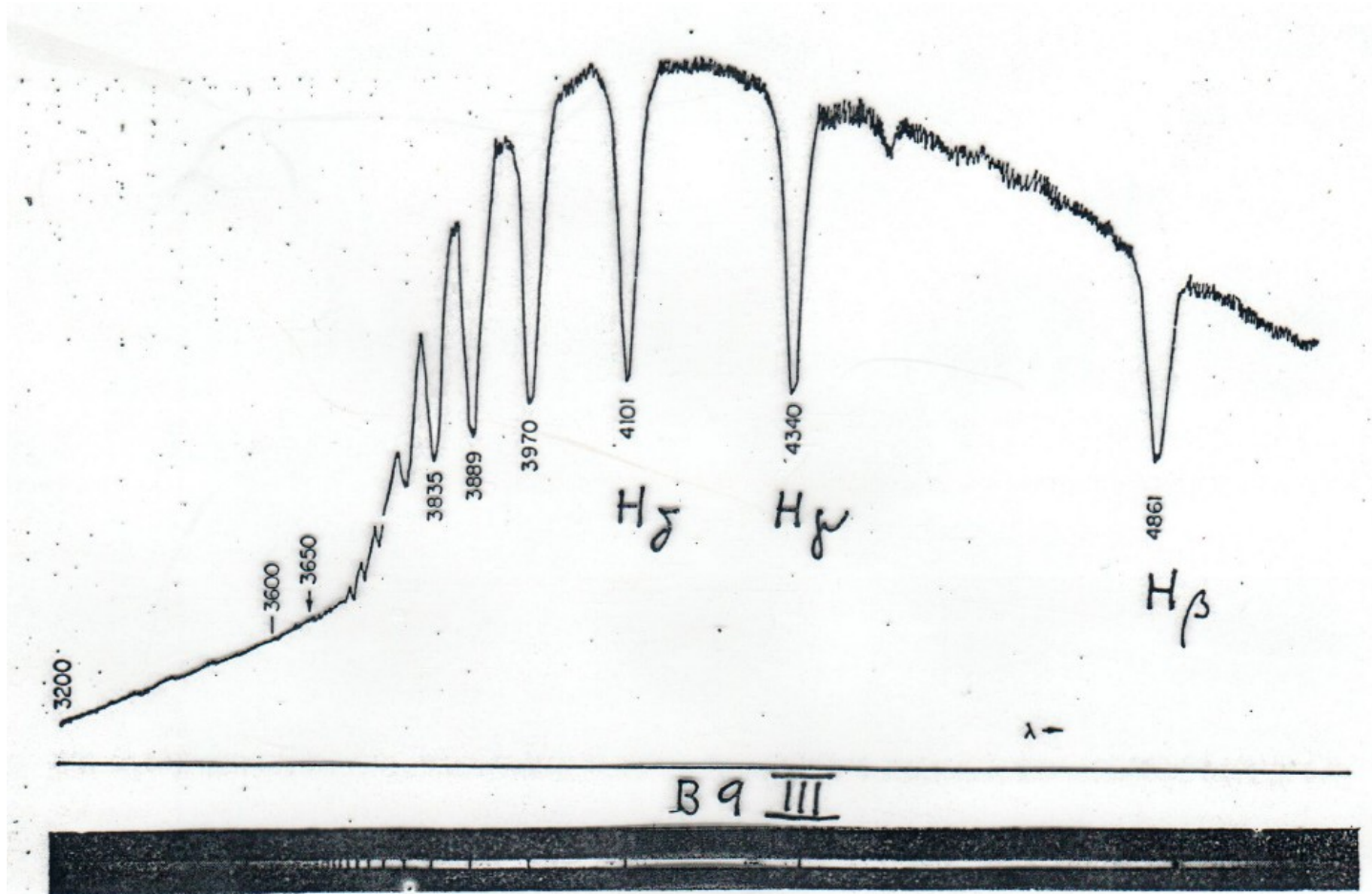
Spektra hvězd

spojitá spektra hvězd

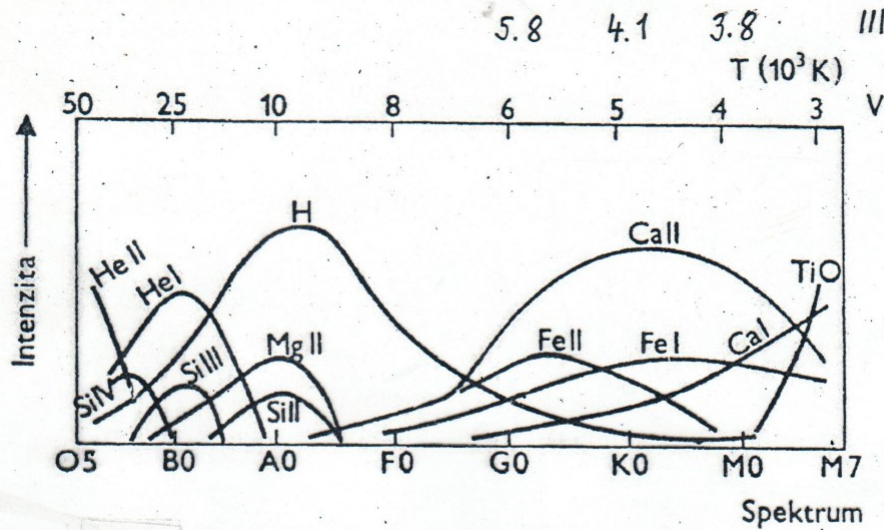
absorpční čárová spektra



Spektra hvězd spojité a čárové spektrum

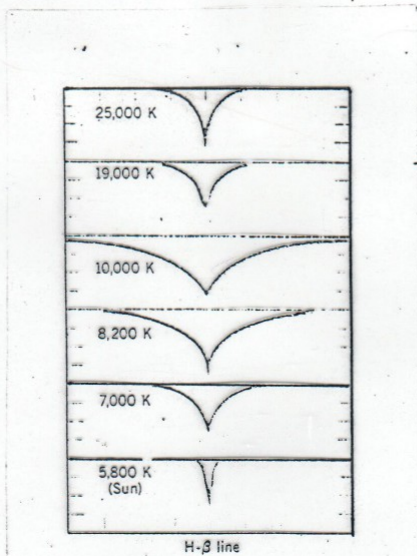


Závislost intenzity spektrálních čar na teplotě



Průběh intenzity čar různých prvků v závislosti na teplotě

- změna profilu spektrální čáry $H\beta$ s teplotou



Line strength

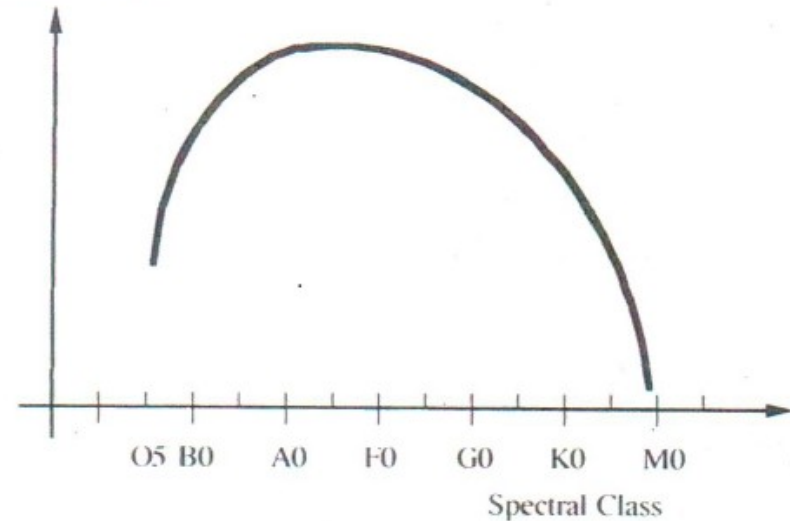
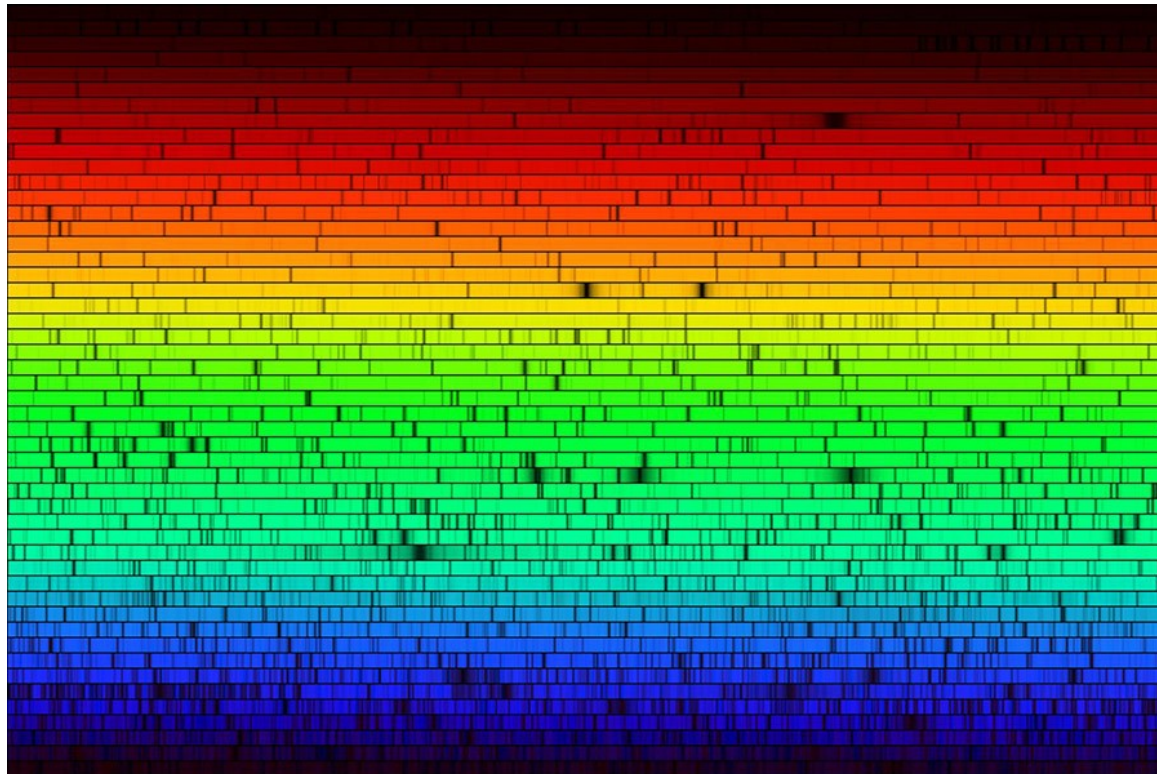
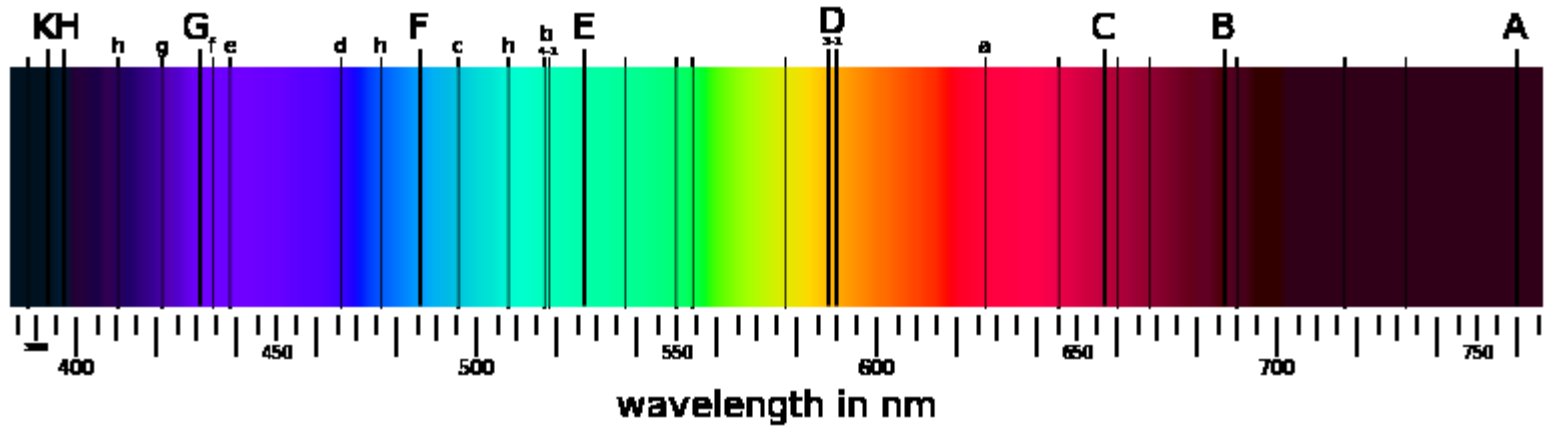


Figure 11.4 Variation of the strength of the Balmer series in stellar spectra.

Spektrum Slunce – Fraunhoferovy čáry



Spektrum Slunce - Fraunhoferovy čáry

Fraunhoferovy čáry

Označení	λ [nm]	W [Å]
K, Ca II	393,368	20,253
H, Ca II	396,849	15,467
C, H α	656,281	4,020
F, H β	486,134	3,680
h, H γ	410,175	3,133
G, H δ	434,047	2,855
b ₁ , Mg I	518,362	1,584
g, Ca I	422,674	1,476
b ₂ , Mg I	517,270	1,259
Fe I	404,583	1,174
d, Fe I	438,356	1,008
Fe I	406,361	0,787
D ₂ , Na I	588,997	0,752
D ₁ , Na I	589,594	0,564

Spektrum Slunce - Fraunhoferovy čáry

Fraunhoferovy čáry

jejich vznik ve fotosféře

1. převládání ... směr, frekvence

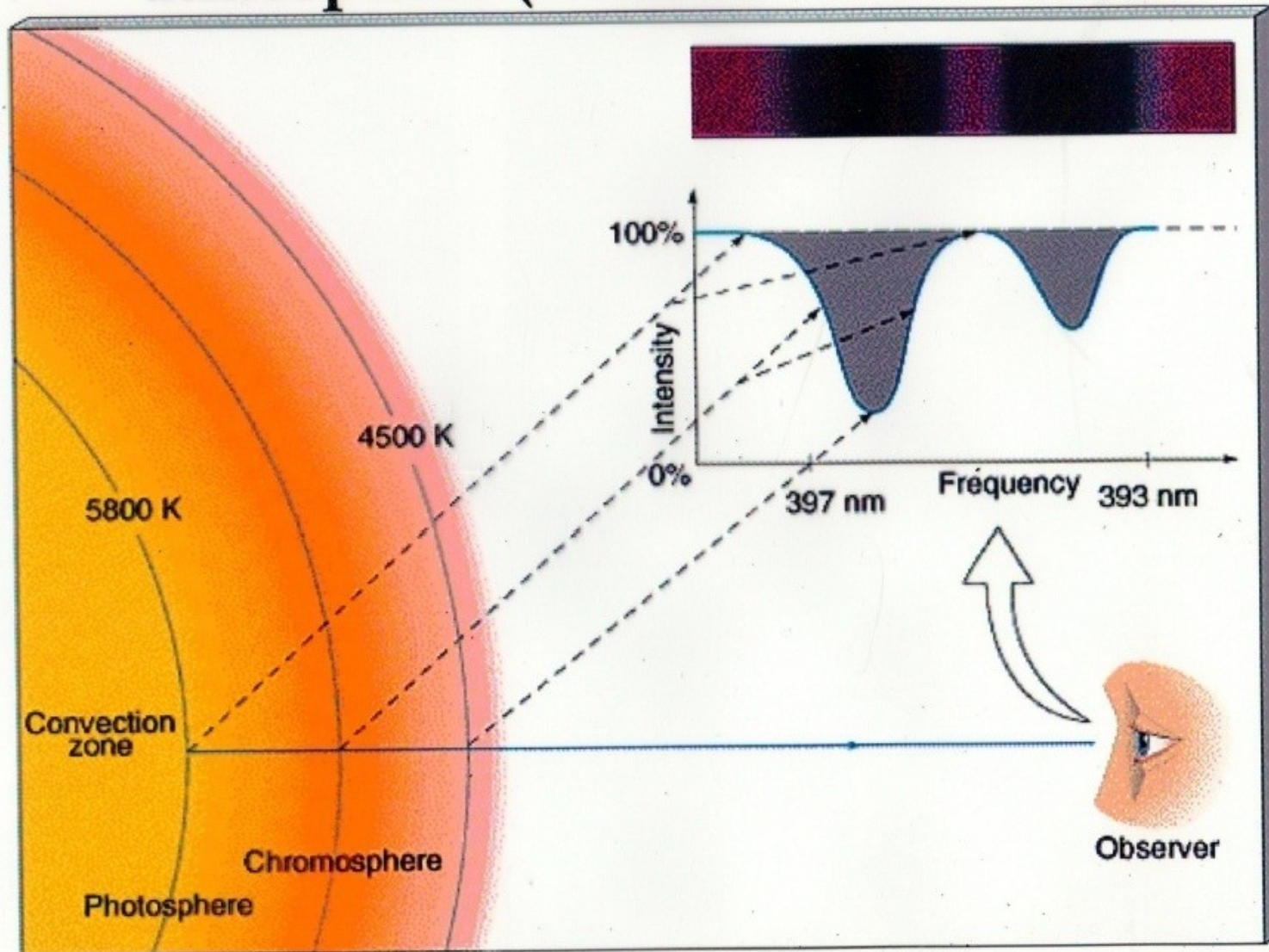
2. ionizace složkami

3. vzájemné působení čar, fotomagnit

Označení	λ [nm]	Původ
A	759,4	O ₂ , ter
B	686,7	O ₂ , ter
C	656,3	H _{α}
D D ₁ , D ₂	589,6 ; 589,0	Na I
E	527	Fe I
b ₁ , b ₂ , b ₃	518,4 ; 517,3 ; 516,7	Mg I
F	486,1	H β
f ^x	434,0	H γ
G	430,0	CH pářs
g ^x	422,7	Ca I
h ^x	410,2	H δ
H	396,8	Ca II
K ^x	393,4	Ca II

Vznik absorpčních čar ve spektru Slunce

Formation of absorption lines in the solar atmosphere (studied further in Lab #2)



Vznik absorpčních spektrálních čar - Slunce

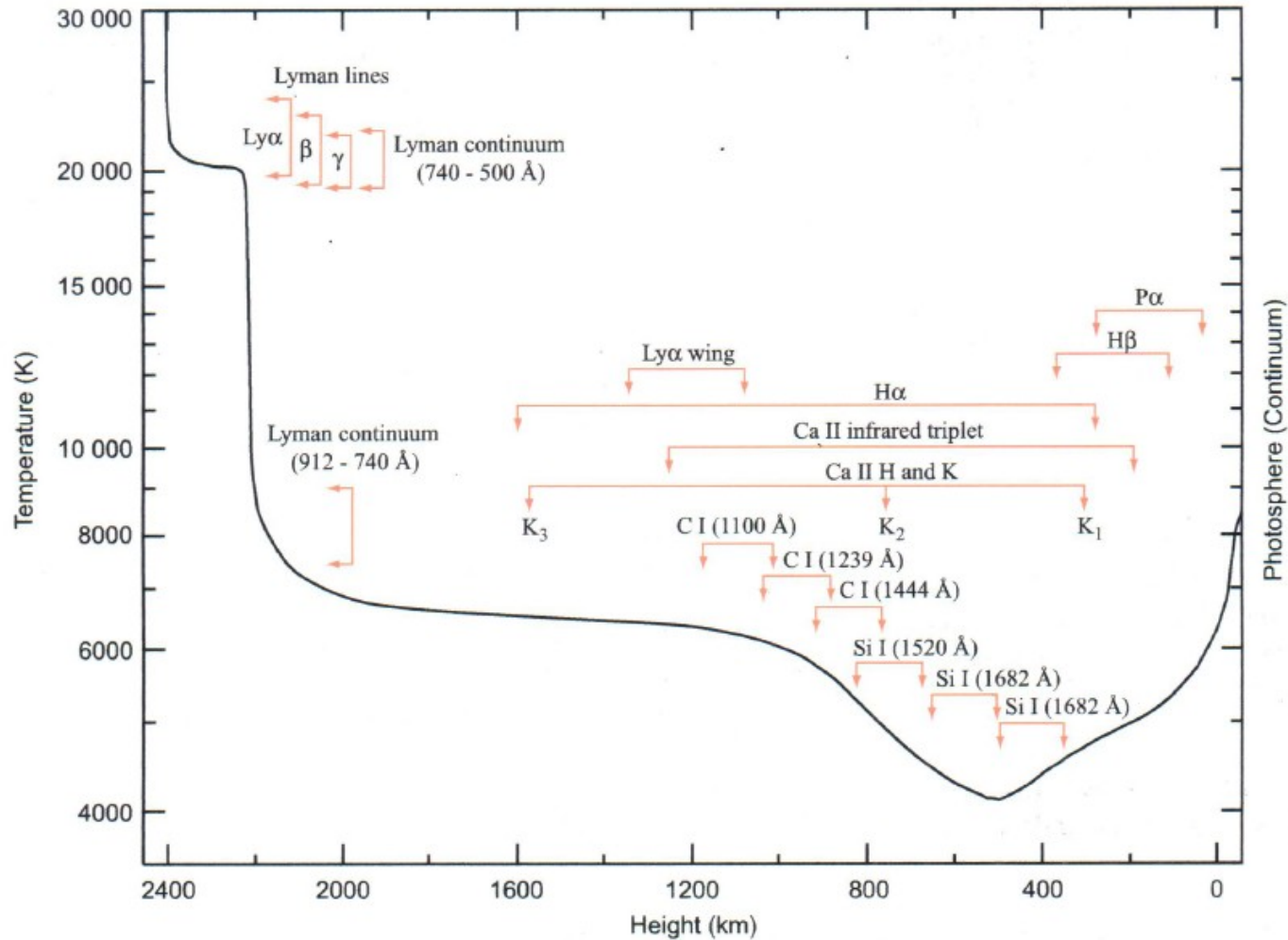


Figure 8: Temperature structure of the Sun with important line forming regions marked. The height, h , is put to zero roughly at the photosphere. Thus, at zero height we have a continuum distribution, similar to a black body with a temperature of $T_{eff} \approx 5800$ K.

Vznik emisních vodíkových čar

Spektrum vodíku

nejrozšířenější prvek - spektrum hvězd, kosmosu...

$$E_b - E_a = h \nu$$

rozdíl - konečná energie = energie fotonu

$$\nu = \frac{E_b - E_a}{h} = \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 c h^3} \left(\frac{1}{n_a^2} - \frac{1}{n_b^2} \right)$$

$$E_n = - \frac{m e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

energetické hladiny

$2,17 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

$13,6 \text{ eV}$

Lymanova a Balmerova série vodíkových čar

Lymanova série

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 ch^3} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$= R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n \dots 2, 3, 4, \dots$$

$R \dots 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

Balmerova série

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$n \dots 3, 4, 5, \dots$$

Lymanova série vodíkových čar

Lymanova série, přechod na první energetickou hladinu, ultrafialová část spektra, $n_a = 1$, hlavní série

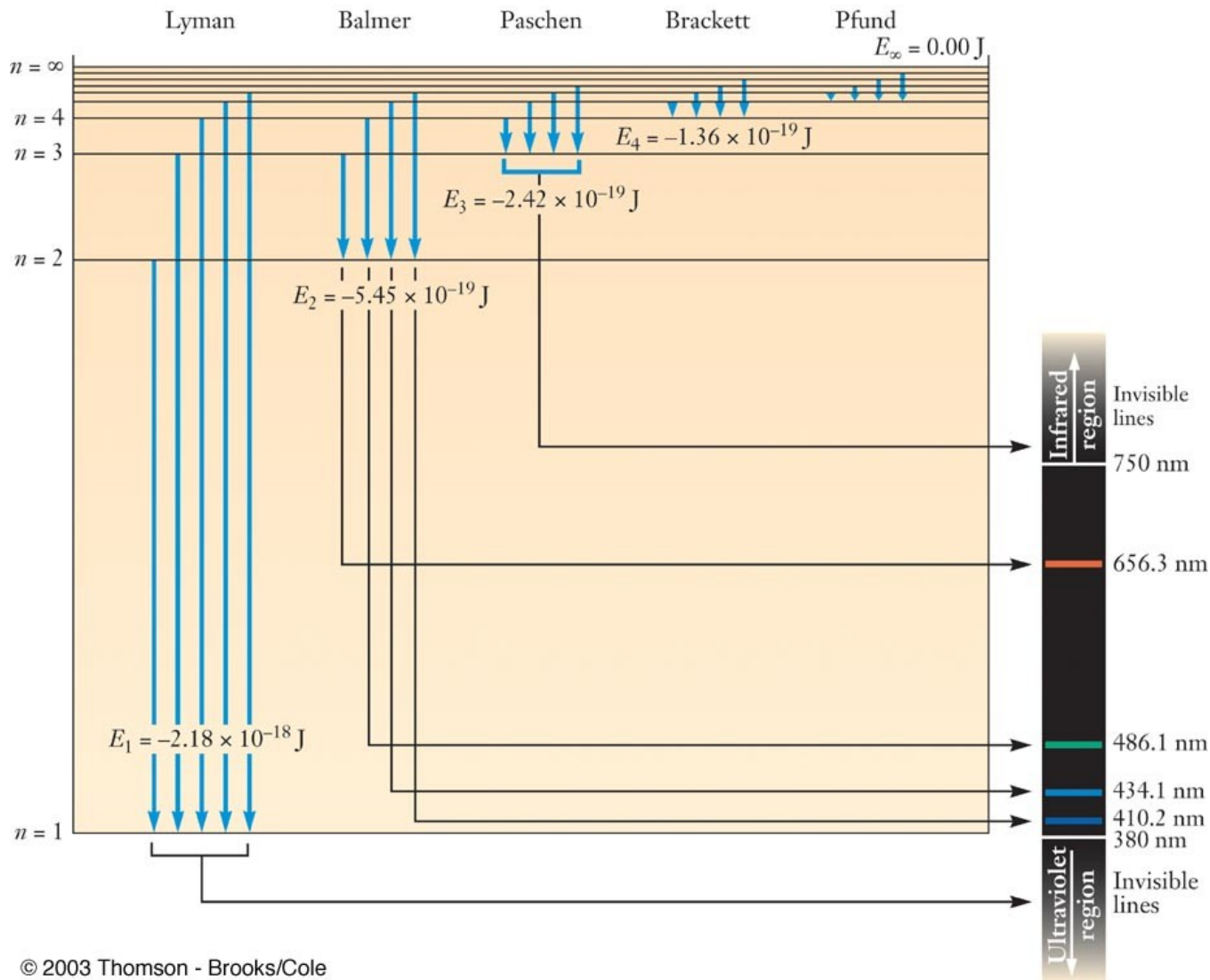
n_b	λ [nm]	označení
2	121,6	L_α
3	102,6	L_β
4	97,3	L_γ
∞	91,2	hrana série
-	spojité spektrum, lymanovské kontinuum	

Balmerova série vodíkových čar

Balmerova série, přechod na druhou energetickou hladinu, $n_a = 2$, viditelná oblast spektra

n_b	λ [nm]	průběh	barva
3	656,3	H α	červená
4	486,1	H β	modrá
5	434,0	H γ	} fialová
6	410,2	H δ	
∞	364,6	hrana série	
-	balmerovské kontinuum		

Atom vodíku - energetické hladiny, emisní spektrum



Výklad spektra Slunce - dobré znát

spekter hvězd, pokládám následující výpočet objasňující, proč jsou čáry K a H vápníku Ca II intenzivnější než čáry Balmerovy série vodíku, ikdyž v atmosféře Slunce připadá na 500 000 vodíkových atomů pouze 1 atom vápníku. K určení stupně ionizace použijeme Sahovu rovnici a k stanovení rozložení atomů mezi základní energetickou hladinou a první excitovanou hladinou použijeme Boltzmannovu rovnici. Budeme předpokládat elektronový tlak v atmosféře Slunce 1,5 Pa. Nejprve provedeme výpočet pro vodík:

$$\text{Ze Sahovy rovnice obdržíme } \frac{N_{II}}{N_I} = 7,47 \cdot 10^{-5} = \frac{1}{13400} .$$

Tedy jeden vodíkový iont H II připadá na každých 13 000 neutrálních vodíkových atomů v atmosféře Slunce.

$$\text{Dosazením do Boltzmannovy rovnice obdržíme } \frac{N_2}{N_1} = 4,96 \cdot 10^{-9} = \frac{1}{202000000} .$$

Pouze jeden z 200 miliónů vodíkových atomů se nachází na druhé energetické hladině a může způsobit vznik absorpčních čar Balmerovy série.

$$\text{Celkově } \frac{N_2}{N_{\text{celk}}} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{N_I}{N_{\text{celk}}} = 4,96 \cdot 10^{-9} .$$

Výklad spektra Slunce

Obdobný výpočet provedeme pro vápník: Ionizační potenciál neutrálního vápníku je pouze 6,11 eV, tedy je poloviční proti ionizačnímu potenciálu vodíku 13,6 eV. Tato skutečnost má podstatný vliv na stav ionizace atomů, neboť Saha rovnice je velmi citlivá k hodnotě ionizačního potenciálu, protože χ_i / kT je v exponentu a $kT \approx 0,5 \text{ eV} \ll \chi_i$.

Ze Sahovy rovnice dostáváme po dosazení $\frac{N_{II}}{N_I} = 903$.

Pouze jeden z každých 900 atomů vápníku je neutrální, prakticky téměř všechny atomy vápníku jsou ve stavu 1 x ionizovaného atomu vápníku. Výpočtem z Boltzmannovy rovnice pro obsazení excitovaných stavů obdržíme $\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{265}$, tedy $N_1 = 265 N_2$.

Většina atomů se nachází v základním energetickém stavu. Shrnuto převážná většina atomů vápníku je 1 x ionizována Ca II a je v základním energetickém stavu. Tudiž existují vhodné podmínky pro vznik čar K a H Ca II.

$$\frac{N_1}{N_{celk}} \cong \frac{N_1}{N_1 + N_2} \frac{N_{II}}{N_{celk}} = \frac{1}{1 + \frac{N_2}{N_1}} \frac{\frac{N_{II}}{N_I}}{1 + \frac{N_{II}}{N_I}} = 0,995 .$$

Výklad spektra Slunce

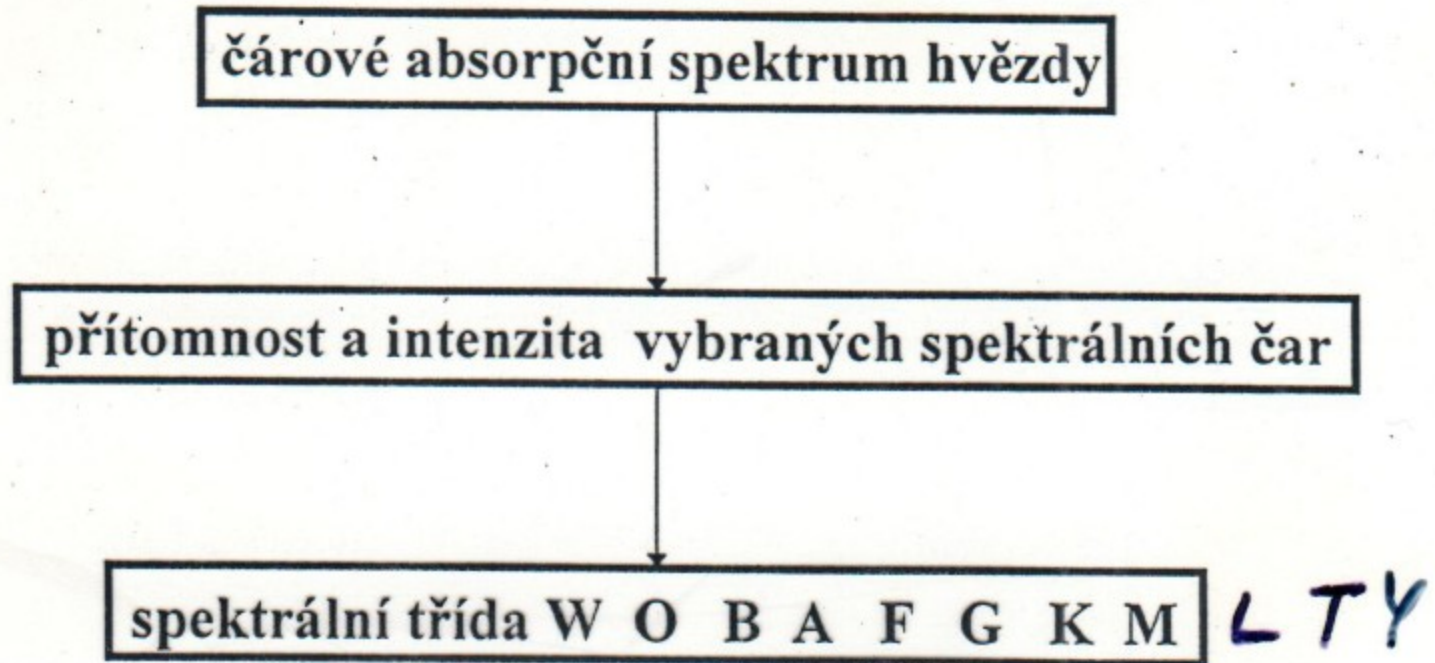
Nyní je zřejmé, proč čáry Ca II jsou intenzivnější ve spektru Slunce než čáry vodíku Balmerovy série. V atmosféře na 500 000 vodíkových atomů připadá pouze 1 atom vápníku, ale pouze $4,96 \cdot 10^{-9}$ z těchto vodíkových atomů je neionizováno a nachází se na druhé energetické hladině, z které při přechodech mohou vznikat absorpční čáry Balmerovy série vodíku. Vynásobením obou uvedených údajů obdržíme

$$500\,000 \cdot 4,96 \cdot 10^{-9} = 0,0025 = \frac{1}{400} .$$

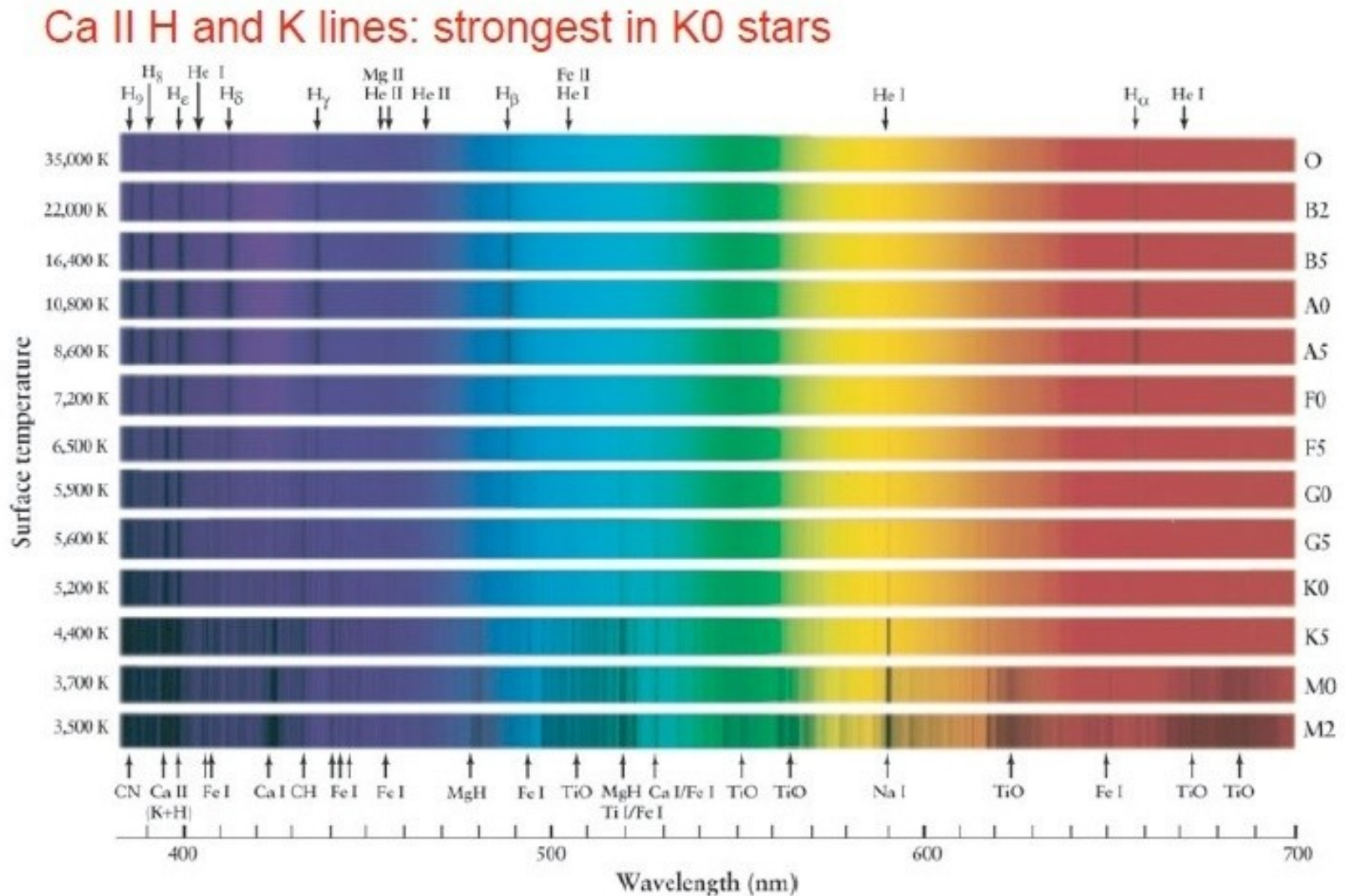
Tedy v atmosféře Slunce existuje 400 x více vápníkových iontů Ca II v základním energetickém stavu umožňujícím vznik K a H spektrálních čar než neutrálních vodíkových atomů na druhé energetické hladině (v prvním excitovaném stavu) umožňujícím vznik čar Balmerovy série. **Intenzita čar K a H Ca II není způsobena celkovým větším množstvím vápníku v atmosféře Slunce, ale citlivější teplotní závislostí jeho atomových stavů excitace a ionizace.**

Harvardská spektrální klasifikace

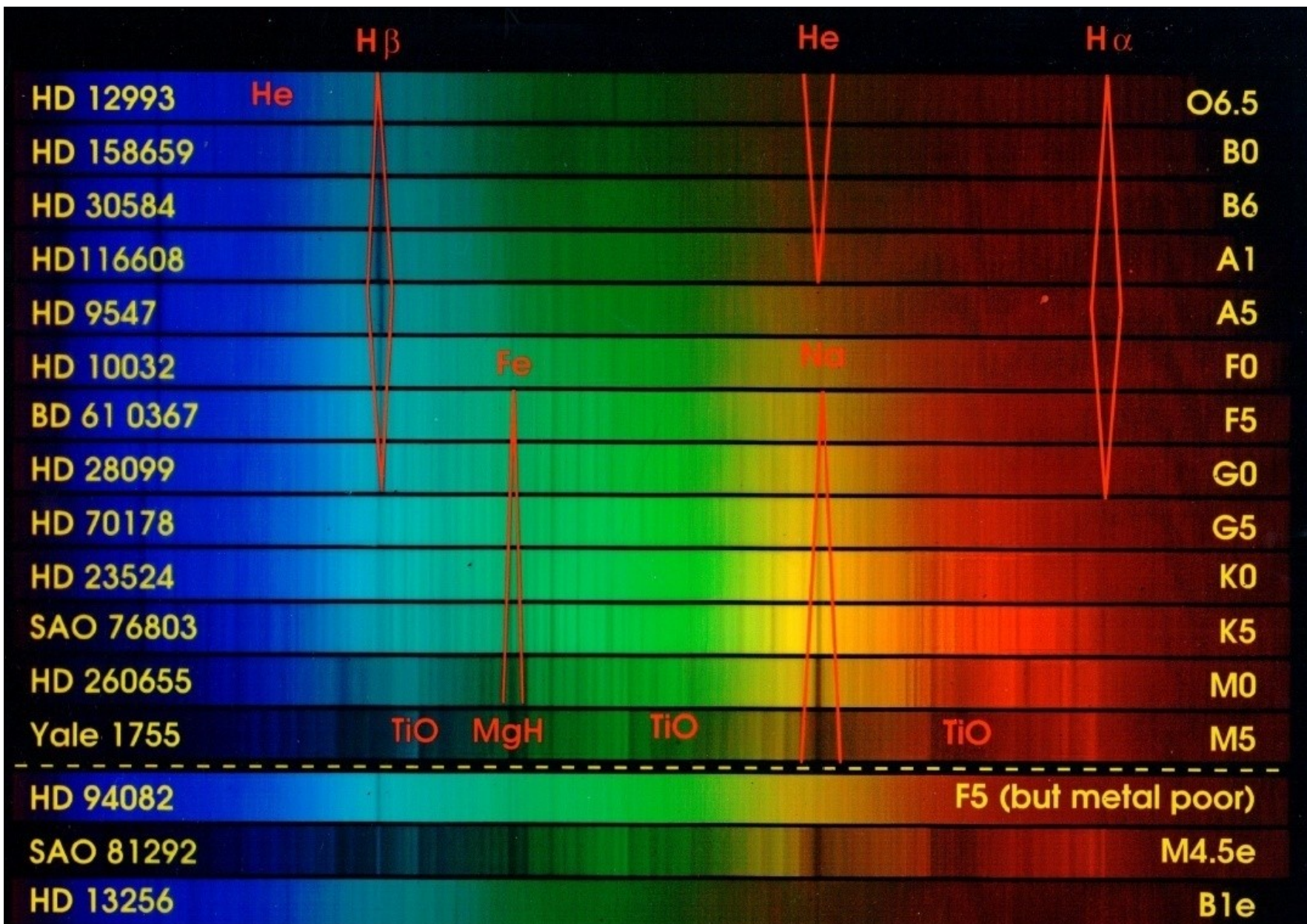
Schéma struktury spektrální klasifikace je následující:



Harvardská spektrální klasifikace - ukázky



Spektra hvězd



Annie Cannon: Strength of absorption lines varies with spectral type.

Soudobá harvardská spektrální klasifikace

Charakteristiky jednotlivých spektrálních tříd:

W: Wolfovy-Rayetovy hvězdy jeví široké emisní čáry vodíku a helia.

O: Silné spojitě spektrum, absorpční čáry ionizovaného helia.

B: Absorpční čáry neutrálního helia, Balmerovy série vodíku a ionizovaného kyslíku.

A: Silné čáry Balmerovy série vodíku a čáry ionizovaného vápníku a čáry kovů.

F: Čáry Balmerovy série slábnou, zesilují se čáry ionizovaného vápníku a kovů.

G: Silné čáry ionizovaného vápníku, slabá Balmerova série, početné čáry kovů, např. Fe.

K: Silné čáry kovů, slabé absorpční pásy molekul. Hvězdy mají oranžovou barvu.

M: Silné pásy molekul, zejména oxidu titanatého. Hvězdy mají červenou barvu.

L: Chladní trpaslíci, září v IR, pásy molekul FeH, CrH, H₂O, CO₂.

T: Při teplotě pod 1499 K vzniká metan, typické IR čáry metanu.

Y: Čáry metanu CH₄, čpavku NH₃, vody H₂O

Harvadská spektrální klasifikace-označení spektra

Označení spektra

(W) - O - B - A - F - G - K - M - L - T - Y

jemnější! desetinné dělení A0, A1, ... A9

e - emisní čáry

n - neviditelné, difúzní čáry

s - oslabené čáry

v - proměnné čáry

m - metalické čáry

přípony

c - celestr

g - obr

d - kvasdík

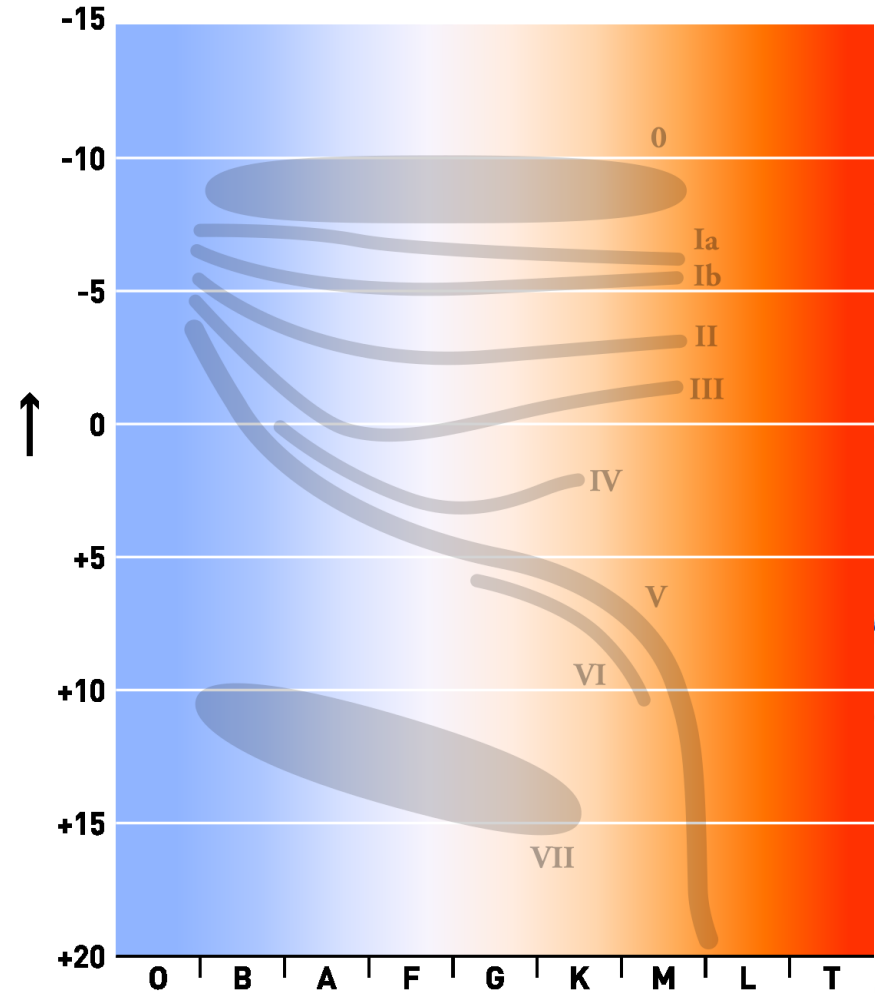
sd - podkvasdík

w d - bílý kvasdík

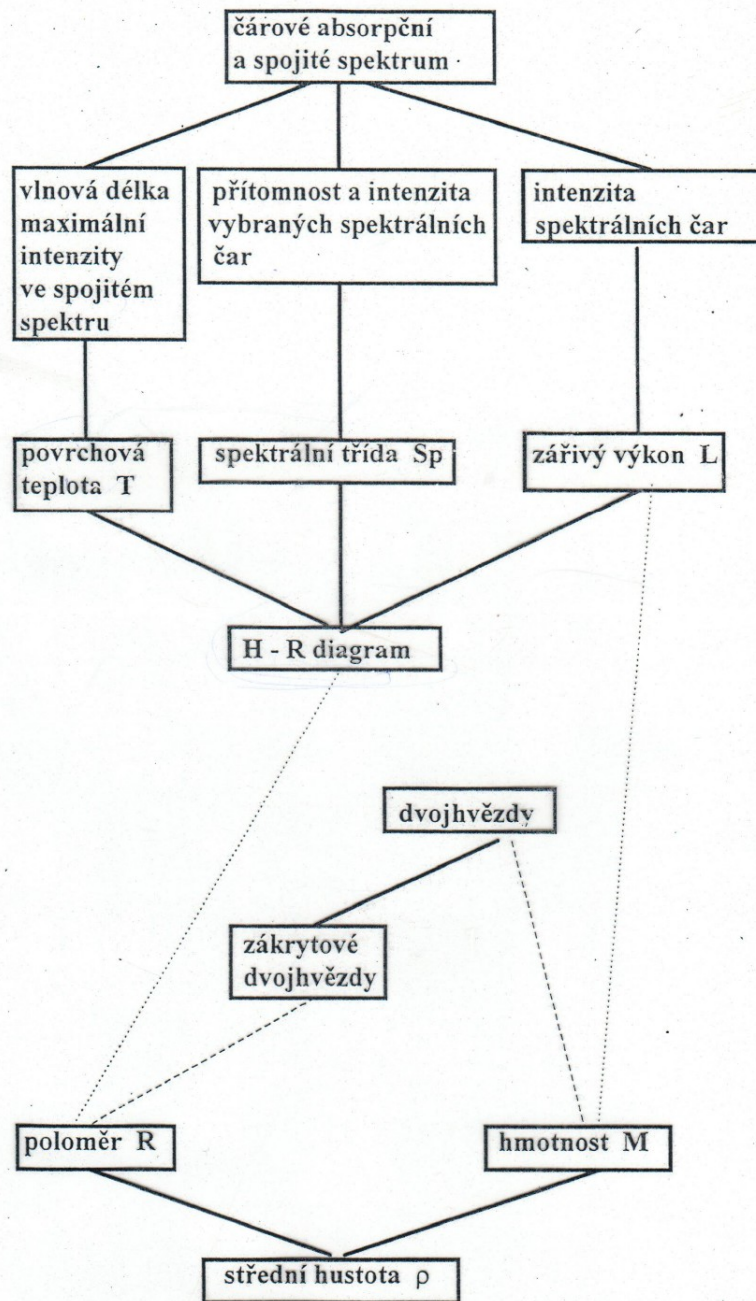
předpony

Třídy svítivosti (zářivého výkonu), luminosity

- Ia - velmi jasný veleobr
- Ib - méně jasný veleobr
- II - jasný obr
- III - normální obr
- IV - podobr
- V - tepalík (hvězdi)
- VI - podtepalík
- VII - bílý tepalík



Určování charakteristik hvězd ze spektra



Rozsah charakteristik hvězd

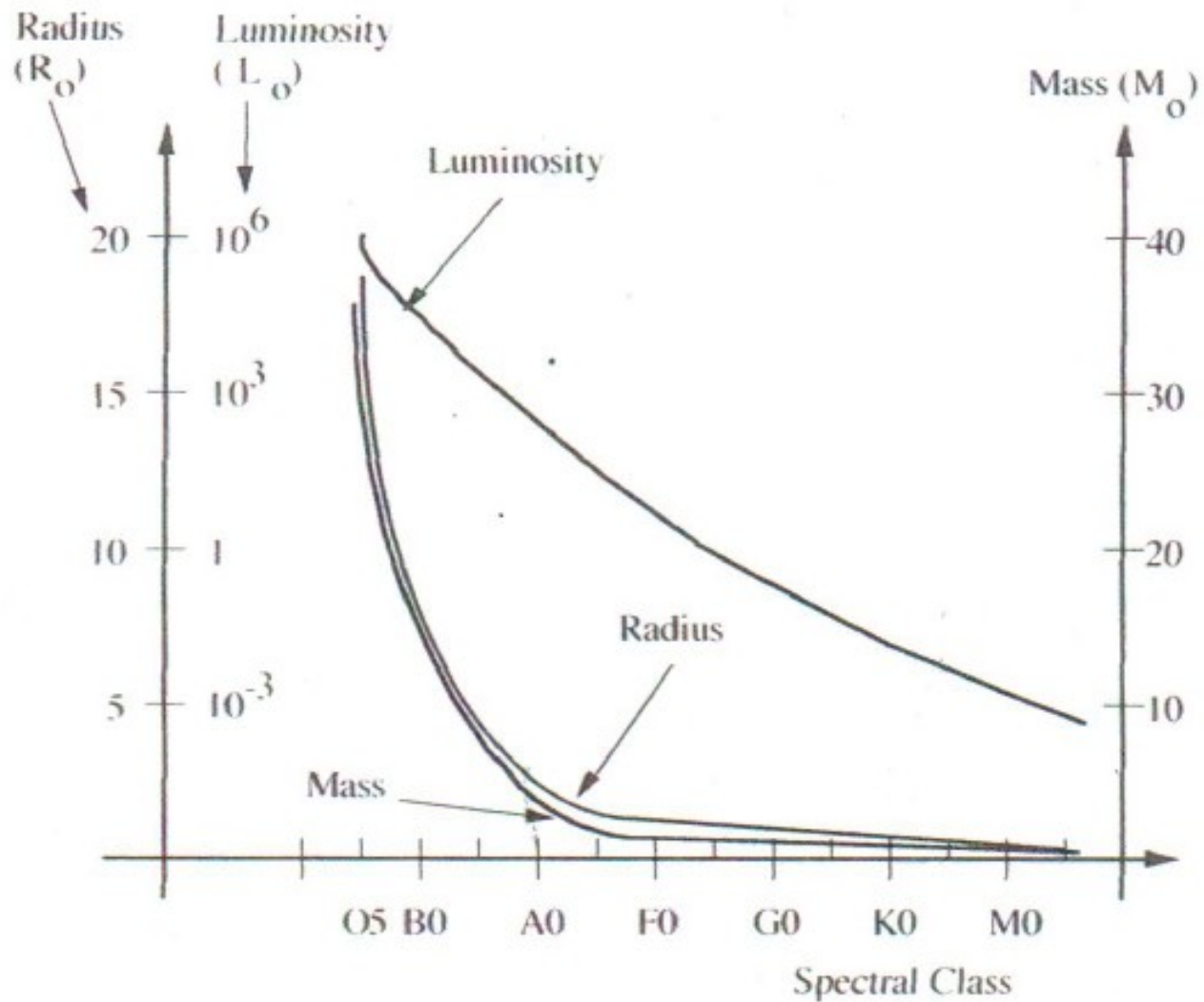
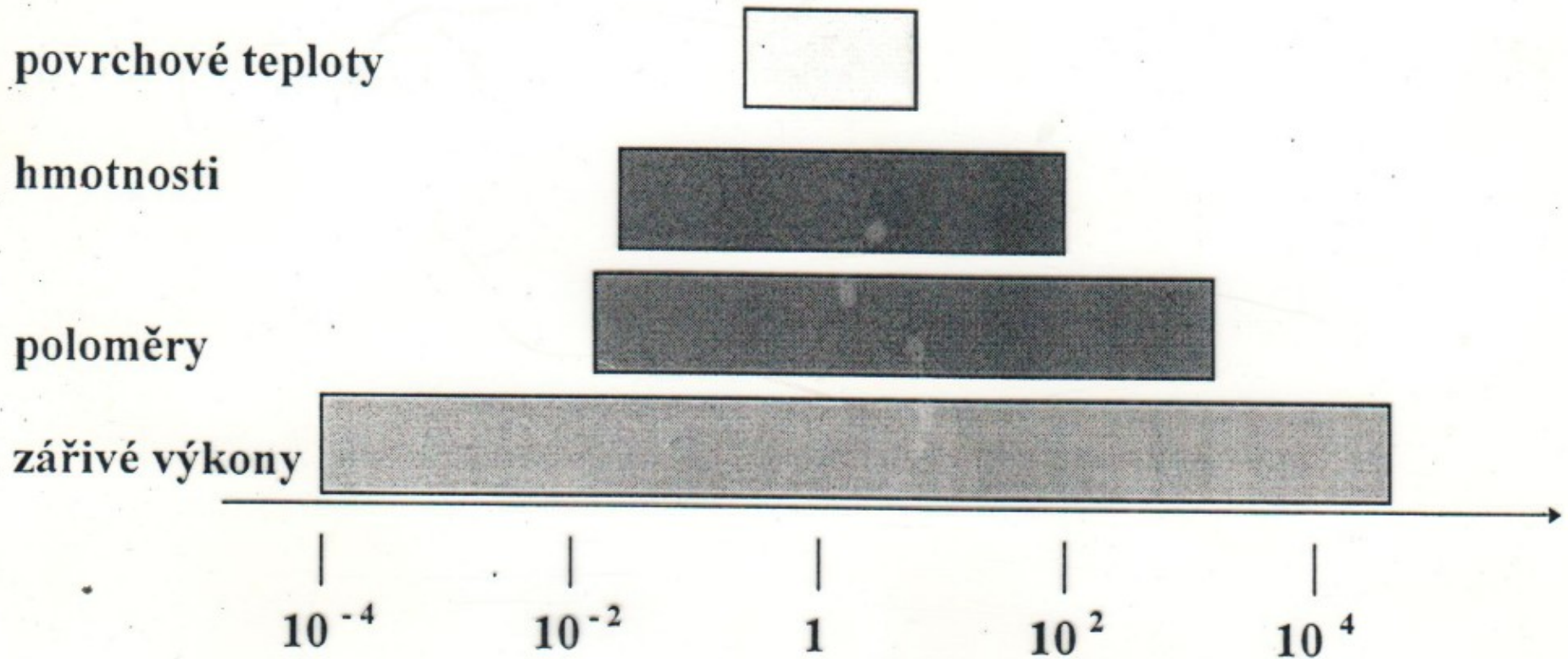


Figure 11.5 The variation of stellar size, mass and luminosity for main sequence stars with spectral class.

Rozsah charakteristik hvězd

Rozsah charakteristik hvězd vyjádřený v odpovídajících jednotkách Slunce



Vlastnosti charakteristik hvězd

hmotnosti ($10^{-2} - 10^2$) M_S

poloměry ($10^{-2} - 10^3$) R_S

povrchové teploty ($10^3 - 10^6$) K

zářivé výkony ($10^{-6} - 10^7$) L_S

odlišnost charakteristik – zachycení

různých vývojových stadií hvězd

charakteristiky – poloměr, teplota, zářivý

výkon se s časem mění