

# Úvod do fyziky, seminář - příklady

P. Klang, R. Štoudek, Ústav fyziky kondenzovaných látek, PřF MU Brno

## Kinematika

1. Ze dvou míst vzdálených od sebe 48 km vyjeli proti sobě současně auto a motorka. Auto se pohybovalo rychlostí  $70 \text{ kmh}^{-1}$  a motorka rychlostí  $50 \text{ kmh}^{-1}$ . Kdy a kde se potkají?  
(24 min; 28 km od A)
2. Auto má počáteční rychlost  $6 \text{ ms}^{-1}$  a za prvních 5 s ujede dráhu 40 m. Jak velké má zrychlení, pokud se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem?  
( $0,8 \text{ ms}^{-2}$ )
3. Kámen padá volným pádem z výšky 100 m. Určete za jak dlouho a jakou rychlostí dopadne na zem.  
(4,47 s;  $44,7 \text{ ms}^{-1}$ )
4. Při vjezdu do nádraží snížil rychlík svoji rychlost rovnoměrně z  $90 \text{ kmh}^{-1}$  na  $36 \text{ kmh}^{-1}$  na dráze 300 m. Určete jeho zpomalení a dobu brzdění.  
( $0,875 \text{ ms}^{-2}$ ; 17,1 s)
5. Těleso bylo vrženo svisle nahoru počáteční rychlostí  $20 \text{ ms}^{-1}$ . Současně z výšky, kterou toto těleso maximálně dosáhne, začne padat svisle dolů druhé těleso se stejnou počáteční rychlostí. Určete čas, vzdálenost od povrchu Země a rychlosti obou těles v bodě jejich střetu.  
(0,5 s; 8,75 m;  $15 \text{ ms}^{-1}$ ;  $25 \text{ ms}^{-1}$ )
6. Rychlost pohybu dešťových kapek střední velikosti za úplného bezvětří je  $8 \text{ ms}^{-1}$ . Určete rychlost větru, když směr pohybu kapek svírá se svislým směrem úhel  $40^\circ$ .  
( $6,71 \text{ ms}^{-1}$ )
7. V řece široké 200 m se pohybuje loď z jednoho břehu na druhý. Pod jakým úhlem ke své dráze musí vyrazit, aby se pohybovala kolmo na druhý břeh? Rychlost proudu řeky vzhledem k břehu je  $3 \text{ ms}^{-1}$ , rychlost loď vzhledem k vodě je  $5 \text{ ms}^{-1}$ . Jaký čas potřebuje loď k tomu, aby se dostala na druhý břeh řeky?  
( $36,9^\circ$ ; 50 s)
8. Určete maximální výšku a délku letu střely, která byla vystřelena počáteční rychlostí  $600 \text{ ms}^{-1}$  pod elevačním úhlem  $40^\circ$ .  
(7440 m; 35,5 km)
9. Jakou počáteční rychlost musí mít signální raketa vystřelena z pistole pod úhlem  $45^\circ$  vzhledem k vodorovné rovině, aby vzplanula v nejvyšším bodě své dráhy? Zápálná šňůra hoří 6 s a odpor vzduchu zanedbejte.  
( $84,9 \text{ ms}^{-1}$ )
10. Z děla byla vystřelena pod úhlem  $45^\circ$  koule, která dopadla za 12 s do místa vzdáleného 1 km. Jakou rychlostí byla koule vystřelena? Určete nejvyšší polohu trajektorie koule a dobu, za kterou se do tohoto místa dostala.  
( $118 \text{ ms}^{-1}$ ; 347 m; 8,33 s)
11. Dokažte, že umístíme-li dělo na skalní útes ve výšce  $h$  nad vodorovnou rovinou, vzroste jeho dostřel při elevačním úhlu  $\alpha$  o hodnotu

$$\Delta d = \frac{d_0}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{2gh}{v_0^2 \sin^2 \alpha}} - 1 \right],$$

kde  $d_0$  je dostřel děla při témže elevačním úhlu, když se dělo nachází na vodorovné rovině.

12. Kotoučová pila se otáčí rychlostí 20 otáček za sekundu a její průměr je 100 cm. Určete periodu, úhlovou rychlost a řeznou rychlost pily. Řezná rychlost pily se rovná rychlosti bodů na obvodě. (0,05 s; 130 rads<sup>-1</sup>; 62,8 ms<sup>-1</sup>)
13. Vypočtete obvodovou a úhlovou rychlost kola automobilu, který jede rychlostí 108 kmh<sup>-1</sup>. Kolik otáček vykonají kola automobilu za 1 s, jestliže při jednom otočení kola ujede automobil vzdálenost 2 m? (30 ms<sup>-1</sup>; 94,2 rads<sup>-1</sup>; 15)
14. Letadlo letí rychlostí 50 kmh<sup>-1</sup>. Vrtule při jedné otáčce vykoná posuvný pohyb po dráze 4,8 m. Vypočtete úhlovou rychlost vrtule. (18,2 rads<sup>-1</sup>)
15. Kolo traktoru má průměr 120 cm. Jeho úhlová rychlost je 8,5 rads<sup>-1</sup>. Určete jakou rychlostí vzhledem k zemi se pohybuje nejvyšší a nejnižší bod obvodu kola a jeho střed. (10,2 ms<sup>-1</sup>; 0 ms<sup>-1</sup>; 5,1 ms<sup>-1</sup>)
16. Hmotný bod se pohybuje po kružnici o poloměru  $r = 0,1$  m tak, že jeho úhlová souřadnice (v radiánech) je dána vztahem

$$\varphi(t) = 2 + 4t^3,$$

kde  $t$  je čas měřený v sekundách.

- (a) Jaké je dostředivé zrychlení  $a_n$  tohoto bodu v čase  $t = 2$  s? (230 ms<sup>-2</sup>)
- (b) Jaké je jeho tangenciální zrychlení  $a_t$  v témže čase? (4,8 ms<sup>-2</sup>)
- (c) Při jaké hodnotě  $\varphi$  bude jeho celkové zrychlení svírat s průvodičem úhel 45°? ( $\frac{8}{3}$  rad)
17. Pohyb hmotného bodu je popsán polohovým vektorem

$$r(t) = (3 \cos(5t); 3 \sin(5t); 2t),$$

kde  $r$  je v metrech a  $t$  v sekundách. Určete okamžitou rychlost a zrychlení v libovolném čase  $t$  a načrtněte zmíněný pohyb.

18. Hmotný bod koná pohyb po kružnici s poloměrem  $R = 20$  cm se stálým úhlovým zrychlením  $\varepsilon = 2$  rads<sup>-2</sup>. Vyjádřete závislost polohy bodu a velikosti obvodové rychlosti na čase. Vypočítejte tečné a normálové (tj. dostředivé) zrychlení a polohu bodu na konci 4. sekundy, když na počátku byl hmotný bod v klidu v bodě popsaném úhlovou výchylkou  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  rad. (0,4 ms<sup>-2</sup>; 12,8 ms<sup>-2</sup>)
19. Vypočítejte dráhu, kterou urazí hmotný bod konající rovnoměrně zrychlený pohyb po kružnici o poloměru  $R$  za čas  $t$ , znáte-li jeho úhlové zrychlení  $\varepsilon$  a počáteční úhlovou rychlost  $\omega_0$ .

## Dynamika

1. Vlečka traktoru o hmotnosti 2 t se má posunout po vodorovné dráze. Jakého zrychlení dosáhne, když ji posunují 4 dělníci a každý z nich na ni působí silou 500 N? (1 ms<sup>-2</sup>)
2. Těleso, na které působí síla 0,02 N a které je na začátku v klidu, urazí za 4 s dráhu dlouhou 3,2 m. Určete hmotnost tělesa, rychlost (po 5 s) a dráhu, kterou urazí za 5 s. (0,05 kg; 2 ms<sup>-1</sup>; 5 m)
3. Jaká síla mimo tíhovou musí působit na padající těleso o hmotnosti 2 kg, aby se jeho rychlost zvýšila ze 2 ms<sup>-1</sup> na 20 ms<sup>-1</sup> za čas 1,5 s? Odpor prostředí zanedbejte. (4 N)
4. Na nakloněné rovině s úhlem sklonu  $\alpha$  (vzhledem k horizontální rovině) klouže těleso. Součinitel smykového tření mezi tělesem a nakloněnou rovinou je  $\mu$ . Stanovte zrychlení tělesa.
5. Těleso na konci nakloněné roviny s úhlem sklonu 30° získalo jen poloviční rychlost, než kdyby se pohybovalo po nakloněné rovině bez tření. Určete součinitel smykového tření. (0,433)
6. Jaký je součinitel smykového tření mezi tělesem a vodorovnou rovinou, pokud se těleso o hmotnosti 225 kg, které se pohybovalo počáteční rychlostí 42 kmh<sup>-1</sup>, zastavilo působením tření na dráze 48 m? (0,145)
7. Těleso klouže dolů po rovině skloněné pod úhlem  $\alpha = 45^\circ$  se zrychlením 2,4 ms<sup>-2</sup>. Pod jakým úhlem  $\beta$  musí být nakloněna tatáž rovina, aby těleso na ní klouzalo konstantní rychlostí? (33, 2°)
8. Dráha tělesa o hmotnosti 2 kg, které se pohybuje po ose  $x$ , je dána vztahem

$$x(t) = 10t^3 - 5t,$$

kde  $x$  je měřeno v metrech a  $t$  v sekundách. Najděte sílu působící na těleso, která má za následek tento pohyb.

## Kmity a vlny

1. Určete amplitudu a fázovou konstantu netlumeného harmonického pohybu hmotného bodu po přímce, jestliže v čase  $t_0 = 0$  s se hmotný bod vyznačuje výchylkou  $x_0 = 5$  cm a rychlostí  $v_0 = 20$  cms<sup>-1</sup>. Frekvence pohybu je  $f = 1$  Hz. (5,93 cm; 1,00 rad)
2. Těleso kmitá harmonicky s amplitudou  $A = 0,12$  m a frekvencí  $f = 4$  Hz. Určete:
  - (a) maximální hodnotu rychlosti a zrychlení, (3,02 ms<sup>-1</sup>; 75,8 ms<sup>-2</sup>)
  - (b) rychlost a zrychlení při výchylce  $y = 0,06$  m, (2,61 ms<sup>-1</sup>; -37,9 ms<sup>-2</sup>)
  - (c) směr síly v bodě  $y = 0,06$  m,
  - (d) čas  $t$  potřebný k tomu, aby se těleso dostalo z rovnovážné polohy do bodu o souřadnici  $y = 0,06$  m. (20,8 ms)
3. Bylo pozorováno, že hmotný bod konající harmonický pohyb měl při výchylce 0,04 m rychlost 0,03 ms<sup>-1</sup> a při výchylce 0,03 m rychlost 0,04 ms<sup>-1</sup>. Najděte amplitudu a úhlovou frekvenci pohybu. (0,05 m; 1 rads<sup>-1</sup>)
4. Těleso visí na pružině a kmitá s periodou  $T = 0,5$  s. O kolik se pružina zkrátí, když těleso odstraníme? (6,33 cm)
5. Matematické kyvadlo se skládá z hmotného bodu a nehmotného závěsu. Délka závěsu je  $L = 30$  m. Je-li hmotnému bodu udělena v rovnovážné poloze rychlost  $v_0 = 0,75$  ms<sup>-1</sup>, jak velká bude úhlová amplituda kyvadla? Za kolik sekund urazí hmotný bod prvních 0,75 m? (2,48 °; 1,07 s)
6. Dva stejnosměrné harmonické pohyby o stejné frekvenci a amplitudách 5 cm a 6 cm se skládají v jeden harmonický pohyb o amplitudě 8 cm. Určete fázový posuv  $\phi$  skládaných kmitů. (87,1 °)
7. Určete rovnici Lissajousovy křivky vzniklé složením kmitů:

$$x(t) = A \sin(\omega t), \quad y(t) = 2A \sin(2\omega t).$$

8. Hmotný bod koná lineární harmonický pohyb s frekvencí 500 Hz a amplitudou výchylky 0,02 cm. Stanovte střední hodnotu rychlosti a zrychlení při pohybu z krajní do rovnovážné polohy. Určete rovněž hodnotu maximální rychlosti a maximálního zrychlení. (-40 cms<sup>-1</sup>; -126 000 cms<sup>-2</sup>; 62,8 cms<sup>-1</sup>; 197 000 cms<sup>-2</sup>)
9. Určete amplitudu, vlnovou délku a rychlost postupné vlny:
  - (a)  $y(x, t) = 2 \sin(10t - 5x)$ , (2 m; 1,26 m; 2 ms<sup>-1</sup>)
  - (b)  $y(x, t) = 0,4 \sin 2\pi(8t - x)$ , (0,4 m; 1 m; 8 ms<sup>-1</sup>)
  - (c)  $y(x, t) = 5 \sin 0,25\pi(t - x/6)$ , (5 m; 48 m; 6 ms<sup>-1</sup>)
 kde  $x$  a  $y$  je v metrech a  $t$  v sekundách.
10. Určete frekvenci vlnění na vodní hladině, je-li délka vlny 2 cm a vlnění se šíří rychlostí 23 cms<sup>-1</sup>. (11,5 Hz)
11. Vypočtete vlnovou délku zvukového vlnění o kmitočtu 1 kHz, které se šíří ve vzduchu rychlostí 340 ms<sup>-1</sup>, ve vodě rychlostí 1440 ms<sup>-1</sup> a v hliníku rychlostí 5100 ms<sup>-1</sup>, v těchto prostředích. (0,34 m; 1,44 m; 5,1 m)
12. Zapište rovnici vlnění, které má frekvenci 1 kHz, amplitudu výchylky 0,3 mm a postupuje rychlostí 340 ms<sup>-1</sup>. Vektor rychlosti šíření vlnění je orientován nesouhlasně se směrem osy  $x$ .

13. Stanovte fázový rozdíl mezi dvěma body ležícími na přímce rovnoběžné se směrem šíření vlnění, je-li jejich vzájemná vzdálenost  $x_2 - x_1 = 1,7$  m. Rychlost šíření vlnění je  $c = 340 \text{ ms}^{-1}$  a perioda  $T = 0,002$  s. (15,7 rad)
14. Interferencí postupného a odraženého rovinného vlnění se vytvořilo ve skleněné trubici naplněné vzduchem stojaté vlnění. Vzdálenost dvou sousedních uzlů je 7 cm, rychlost šíření vlnění je  $c = 340 \text{ ms}^{-1}$ . Určete frekvenci vlnění. (2430 Hz)
15. Jakou rychlostí se pohyboval závodní motocykl, jestliže poměr kmitočtu blížícího se vozidla a kmitočtu vzdalujícího se vozidla byl pro stojícího pozorovatele 5/4 (velká tercie)? Rychlost zvuku je  $c = 340 \text{ ms}^{-1}$ . (136  $\text{kmh}^{-1}$ )

## Zákony zachování

1. Signalizační raketa o hmotnosti 60 g vystřelí 6 g plynu v jednom směru a získá tím rychlost  $35 \text{ ms}^{-1}$ . Jaká je rychlost vystřelených plynů? (315  $\text{ms}^{-1}$ )
2. Vozík s pískem o hmotnosti 10 kg se pohybuje rovnoměrně přímočaře rychlostí  $1 \text{ ms}^{-1}$ . Proti němu je vržena koule o hmotnosti 2 kg rychlostí  $7 \text{ ms}^{-1}$ . Koule uvízne v písku. Jakou rychlostí a jakým směrem se bude pohybovat vozík společně s uvízlou koulí? ( $\frac{1}{3} \text{ ms}^{-1}$ )
3. Neutron se čelně srazí s jádrem uhlíku  ${}^{12}_6\text{C}$ , které bylo původně v klidu. Srážka je ideálně pružná a neutron se odrazí od jádra v přesně opačném směru, než byl původní směr jeho rychlosti. Jak se změní jeho kinetická energie po srážce? Určete poměrem energie neutronu po srážce ku energii neutronu před srážkou. ( $\frac{121}{169}$ )
4. Pohybující se částice o hmotnosti  $m$  se srazila s částicí o hmotnosti  $M$ , která byla původně v klidu. Částice  $m$  se po srážce odchýlila o  $90^\circ$  a částice  $M$  o  $30^\circ$  od původního směru pohybu částice  $m$ . Jak se změnila kinetická energie soustavy po srážce  $\frac{\Delta E_{kin}}{E_{kin}}$ , jestliže  $\frac{M}{m} = 5$ ? (-0,4)
5. Střela o hmotnosti 5 g byla vystřelena vodorovně do kostky dřeva o hmotnosti 3 kg, která ležela na vodorovné rovině. Střela v kostce uvázla a posunula ji po dráze 0,25 m. Určete původní rychlost střely, když součinitel smykového tření mezi kostkou a rovinou byl 0,2. (601  $\text{ms}^{-1}$ )
6. Střela o hmotnosti 20 g zasáhne rychlostí  $v_0 = 400 \text{ ms}^{-1}$  strom. Do jaké hloubky pronikne, jestliže průměrný odpor dřeva je roven  $F = 10 \text{ kN}$ ? (16 cm)
7. Těleso o hmotnosti 0,8 kg je vymrštěno svisle vzhůru. Ve výšce  $h = 10 \text{ m}$  má kinetickou energii  $E_{kin} = 200 \text{ J}$ . Jaké maximální výšky dosáhne? (35 m)
8. Jaký je největší možný pracovní výkon vodního mlýnu poháněného vodou, která padá z výšky  $h = 10 \text{ m}$ , když za jednu sekundu na něj dopadne 150 l vody? (15 kW)
9. Jaká je hmotnost automobilu, který se pohybuje po vodorovné cestě rychlostí  $v = 50 \text{ kmh}^{-1}$  při výkonu motoru  $P = 7 \text{ kW}$ ? Koeficient tření je  $\mu = 0,07$ . (720 kg)