Step-index fiber

Označení:

$$\begin{aligned}
\tau &= \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t + l\varphi) - \gamma z} \\
h^2 &= k_0^2 n_1^2 + \gamma^2 \;\approx\; k_0^2 n_1^2 - \beta^2 \\
q^2 &= -(k_0^2 n_2^2 + \gamma^2) \;\approx\; \beta^2 - k_0^2 n_2^2 \\
\mathrm{J}_l'(x) &= \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{J}_l(x)}{\mathrm{d}x} \\
\mathrm{K}_l'(x) &= \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{K}_l(x)}{\mathrm{d}x}
\end{aligned}$$

Výsledné elektrické a magnetické pole:

$r \leq a$

$$\tau^{-1} E_z = A\,\mathrm{J}_l(hr)$$

$$\tau^{-1} E_r = B\,\frac{\omega l}{h^2}\frac{1}{r}\,\mathrm{J}_l(hr) - A\,\frac{\gamma}{h}\,\mathrm{J}_l'(hr)$$

$$\tau^{-1} E_\varphi = -A\,\frac{\mathrm{i}l\gamma}{h^2}\frac{1}{r}\,\mathrm{J}_l(hr) + B\,\frac{\mathrm{i}\omega}{h}\,\mathrm{J}_l'(hr)$$

$$\tau^{-1} B_z = B\,\mathrm{J}_l(hr)$$

$$\tau^{-1} B_r = -A\,\frac{\omega l}{h^2}\frac{n_1^2}{c^2}\frac{1}{r}\,\mathrm{J}_l(hr) - B\,\frac{\gamma}{h}\,\mathrm{J}_l'(hr)$$

$$\tau^{-1} B_\varphi = -B\,\frac{\mathrm{i}l\gamma}{h^2}\frac{1}{r}\,\mathrm{J}_l(hr) - A\,\frac{\mathrm{i}\omega}{h}\frac{n_1^2}{c^2}\,\mathrm{J}_l'(hr)$$

$r \geq a$

$$\tau^{-1} E_z = C\,\mathrm{K}_l(qr)$$

$$\tau^{-1} E_r = -D\,\frac{\omega l}{q^2}\frac{1}{r}\,\mathrm{K}_l(qr) + C\,\frac{\gamma}{q}\,\mathrm{K}_l'(qr)$$

$$\tau^{-1} E_\varphi = C\,\frac{\mathrm{i}l\gamma}{q^2}\frac{1}{r}\,\mathrm{K}_l(qr) - D\,\frac{\mathrm{i}\omega}{q}\,\mathrm{K}_l'(qr)$$

$$\tau^{-1} B_z = D\,\mathrm{K}_l(qr)$$

$$\tau^{-1} B_r = C\,\frac{\omega l}{q^2}\frac{n_2^2}{c^2}\frac{1}{r}\,\mathrm{K}_l(qr) + D\,\frac{\gamma}{q}\,\mathrm{K}_l'(qr)$$

$$\tau^{-1} B_\varphi = D\,\frac{\mathrm{i}l\gamma}{q^2}\frac{1}{r}\,\mathrm{K}_l(qr) + C\,\frac{\mathrm{i}\omega}{q}\frac{n_2^2}{c^2}\,\mathrm{K}_l'(qr)$$

Ze spojitosti E_z, E_φ, B_z a B_φ na rozhraní plyne

$$\begin{aligned}
A\,\mathrm{J}_l(ha) &= C\,\mathrm{K}_l(qa) \\
B\,\mathrm{J}_l(ha) &= D\,\mathrm{K}_l(qa) \\
A\frac{l\gamma}{(ha)^2}\,\mathrm{J}_l(ha) - B\frac{\omega}{ha}\,\mathrm{J}_l'(ha) &= -C\frac{l\gamma}{(qa)^2}\,\mathrm{K}_l(qa) + D\frac{\omega}{qa}\,\mathrm{K}_l'(qa) \\
A\frac{\omega}{ha}\frac{n_1^2}{c^2}\,\mathrm{J}_l'(ha) + B\frac{l\gamma}{(ha)^2}\,\mathrm{J}_l(ha) &= -C\frac{\omega}{qa}\frac{n_2^2}{c^2}\,\mathrm{K}_l'(qa) - D\frac{l\gamma}{(qa)^2}\,\mathrm{K}_l(qa)
\end{aligned}$$

tj. v netriviálním případě

$$\begin{aligned}
\frac{C}{A} &= \frac{\mathrm{J}_l(ha)}{\mathrm{K}_l(qa)} \\
\frac{B}{A} &= \frac{l\gamma}{\omega}\left[\frac{1}{(ha)^2} + \frac{1}{(qa)^2}\right]\left[\frac{\mathrm{J}_l'(ha)}{ha\,\mathrm{J}_l(ha)} + \frac{\mathrm{K}_l'(qa)}{qa\,\mathrm{K}_l(qa)}\right]^{-1} \\
\frac{D}{A} &= \frac{\mathrm{J}_l(ha)}{\mathrm{K}_l(qa)}\frac{B}{A}
\end{aligned}$$

$$\left[\frac{\mathrm{J}_l'(ha)}{ha\,\mathrm{J}_l(ha)} + \frac{\mathrm{K}_l'(qa)}{qa\,\mathrm{K}_l(qa)}\right]\left[\frac{n_1^2\,\mathrm{J}_l'(ha)}{ha\,\mathrm{J}_l(ha)} + \frac{n_2^2\,\mathrm{K}_l'(qa)}{qa\,\mathrm{K}_l(qa)}\right] = -\left[\frac{l\gamma c}{\omega}\left(\frac{1}{(ha)^2} + \frac{1}{(qa)^2}\right)\right]^2$$