

1 Infimum, supremum

Dokážte:

1. $\inf\{\frac{x^2+2}{x^2+1}, x \in R\} = 1$
2. $\inf\{2x^2 + 8x + 1, x \in R\} = -2$
3. $\sup\{-x^2 + 6x + 1, x \in R\} = 12$
4. $\sup\{a + b, a \in A, b \in B\} = \sup(A) + \sup(B)$
5. $\inf\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3^2}, \frac{1}{3^3}, \dots, \frac{1}{3^n}, \dots\} = 0$

2 Limity

Dokážte:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$

Vypočítajte limity funkcií:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+ax} - \sqrt[n]{1+bx}}{x}$

Vypočítajte limity postupností:

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3^n}{3^n}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{a + \frac{1}{n}} - \sqrt{a})$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2]{2} \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} \dots \sqrt[2^n]{2}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!}$

Dokážte:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{a^x} = 0$

Vypočítajte limity:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{3x-1} \right)^x$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{2x-1} \right)^x$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x-1} \right)^x$

3 Limita superior, limita inferior

Určte \limsup a \liminf týchto postupností:

1. $a_n = (-1)^n n$

2. $a_n = 1 + \frac{n}{n+1} \cos \frac{n\pi}{2}$

3. $a_n = \sin \frac{1}{n}$