

4 Body nespojitosti

Určte typ bodov nespojitosti funkcie:

1. $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ 2. $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$ 3. $f(x) = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x-1}}}$ 4. $f(x) = \operatorname{sgn} x$

5 Bolzanova veta

Dokážte:

- $\exists x \in (0, 1) : x^5 + x^4 + x^3 + x^2 - x - 1 = 0.$
- $\exists x \in R : x = \cos x.$
- Ak f je spojitá na (a, b) a $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a, b)$, potom $\exists c \in (a, b) : f(c) = \frac{1}{n}(f(x_1) + \dots + f(x_n)).$

6 Derivácia funkcie

Z definície dokážte:

1. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 2. $(\cos x)' = -\sin x$

Vypočítajte n-tú deriváciu funkcie:

1. $y = \sqrt{x}$ 2. $y = \frac{1+x}{1-x}$

Určte rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie:

1. $y = x^x$ v bode $x = 1$ 2. $y = x^3$ v bode $x = 0$

Derivujte nasled. funkcie a určte množinu, na ktorej derivácia existuje:

- $y = |x|$
- $y = \sqrt{\arctan \frac{x+1}{2x+1} - \frac{\pi}{4}}$
- $y = \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$
- $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$

Nájdite funkciu

- definovanú na celom R , ktorá nemá deriváciu v žiadnom bode.
- pre ktorú $f(0)'_+ = a, f(0)'_- = b$, kde $a, b > 0$.