

4 Body nespojitosti

Určte typ bodov nespojitosti funkcie:

$$1. f(x) = x \sin \frac{1}{x} \quad 2. f(x) = \frac{1}{(x+1)^2} \quad 3. f(x) = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x-1}}} \quad 4. f(x) = \operatorname{sgn} x$$

5 Bolzanova veta

Dokážte:

1. $\exists x \in (0, 1) : x^5 + x^4 + x^3 + x^2 - x - 1 = 0$.
2. $\exists x \in R : x = \cos x$.
3. Ak f je spojitá na (a, b) a $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a, b)$, potom $\exists c \in (a, b) : f(c) = \frac{1}{n}(f(x_1) + \dots + f(x_n))$.

6 Derivácia funkcie

Z definície dokážte:

$$1. (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad 2. (\cos x)' = -\sin x$$

Vypočítajte n-tú deriváciu funkcie:

$$1. y = \sqrt{x} \quad 2. y = \frac{1+x}{1-x}$$

Určte rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie:

$$1. y = x^x \text{ v bode } x = 1 \quad 2. y = x^3 \text{ v bode } x = 0$$

Derivujte nasled. funkcie a určte množinu, na ktorej derivácia existuje:

1. $y = |x|$
2. $y = \sqrt{\arctan \frac{x+1}{2x+1} - \frac{\pi}{4}}$
3. $y = \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$
4. $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$

Nájdite funkciu

1. definovanú na celom R , ktorá nemá deriváciu v žiadnom bode.
2. pre ktorú $f(0)'_+ = a, f(0)'_- = b$, kde $a, b > 0$.