

4 Body nespojitosti

1. odstrániteľný ($\lim_{x \rightarrow 0} = 0$)
2. 2.druhu ($\lim_{x \rightarrow -1} = \infty$)
3. 1.druhu ($\lim_{x \rightarrow 1+} = 0, \lim_{x \rightarrow 1-} = 1$)
4. 1.druhu ($\lim_{x \rightarrow 0+} = 1, \lim_{x \rightarrow 0-} = -1$)

5 Bolzanova veta

1. $x = 0 : x^5 + x^4 + x^3 + x^2 - x - 1 = -1, x = 1 : x^5 + x^4 + x^3 + x^2 - x - 1 = 2, -1 < 0 < 2$ a polynóm je spojitá funkcia, takže existencia koreňa vyplýva z B.vety.
2. $x = 0 : x - \cos x = -1, x = \pi : x - \cos x = \pi + 1, -1 < 0 < \pi + 1$ a $x - \cos x$ je spojitá, takže z B.vety vyplýva, že existuje $x \in (0, \pi)$ také, že $x - \cos x = 0$.
3. Nech $f(x_1) \leq f(x_2) \leq \dots \leq f(x_n)$. Potom $f(x_1) \leq \frac{1}{n}(f(x_1) + \dots + f(x_n)) \leq f(x_n)$, takže z B. vety $\exists c \in (x_1, x_n) : f(c) = \frac{1}{n}(f(x_1) + \dots + f(x_n))$.

6 Derivácia funkcie

1. $(\sqrt{y})' = \lim_{x \rightarrow y} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{x - y} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(x - y)(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{1}{2\sqrt{y}}$
2. $(\cos x)' = \lim_{x \rightarrow y} \frac{\cos x - \cos y}{x - y} = \lim_{x \rightarrow y} \frac{-2 \sin(\frac{x+y}{2}) \sin(\frac{x-y}{2})}{x - y} = \lim_{x \rightarrow y} -\sin(\frac{x+y}{2}) \frac{\sin(\frac{x-y}{2})}{\frac{x-y}{2}} = -\sin y$

n-tá derivácia:

1. $(\sqrt{x})^{(n)} = (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-3)}{2^n} x^{-\frac{2n-1}{2}}$
2. $(\frac{1+x}{1-x})^{(n)} = 2 \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$

Rovnica dotýčnice a normály ku grafu funkcie:

1. Dotýčnica: $y = x$ Normála: $y = 2 - x$
2. Dotýčnica: $y = 0$ Normála: $x = 0$

Derivovanie:

1. $(|x|)' = 1$ pre $x > 0, = -1$ pre $x < 0$ a nie je definovaná pre $x = 0$
2. $(\sqrt{\arctan \frac{x+1}{2x+1} - \frac{\pi}{4}})' = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\arctan \frac{x+1}{2x+1} - \frac{\pi}{4}}} \frac{1}{1 + (\frac{x+1}{2x+1})^2} \frac{-1}{(2x+1)^2} \quad x \in (-\frac{1}{2}, 0)$
3. $(\sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}})' = -\sin x$ pre x také, že $\cos x > 0, = \sin x$ pre x také, že $\cos x < 0$ a nie je definovaná ak $\cos x = 0$
4. $(\ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}))' = \frac{e^x}{\sqrt{1 + e^{2x}}}$

Hľadanie funkcie:

1. napr. Dirichletova funkcia
2. napr. $f(x) = ax$ pre $x > 0, f(x) = bx$ pre $x \leq 0$