

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
  - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
  - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
  - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
  - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
  2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
    - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
    - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
  3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
  4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
  5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
    - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
    - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)
-

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
  - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
  - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
  - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
  - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
  2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
    - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
    - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
  3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
  4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
  5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
    - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
    - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)
-

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
  - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
  - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
  - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
  - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
  2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
    - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
    - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
  3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
  4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
  5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
    - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
    - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)
-

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
  - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
  - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
  - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
  - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
  2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
    - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
    - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
  3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
  4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
  5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
    - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
    - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)
-

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
  - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
  - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
  - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
  - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)

---

**M7500 — zkoušková písemka**

**1. 2. 2005 (90 minut)**

1. Definujte pojem „stupeň rozšíření těles“ a určete stupeň rozšíření  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 - 2)$  nad  $\mathbb{Q}$ . (1b.)
  2. Nechť  $(R, \leq)$  je lineárně uspořádaná množina a  $(S, \preceq)$  její normální obal.
    - (a) Popište prvky množiny  $S$ , definici uspořádání  $\preceq$  a kanonického vnoření  $\psi : R \rightarrow S$ . (2b.)
    - (b) Popište skoky a mezery v lineárně uspořádané množině  $(S, \preceq)$ . (1b.)
  3. Definujte relaci  $\leq$  na množině  $\mathbb{Q}$  tak, aby odpovídala běžnému uspořádání racionálních čísel „podle velikosti“. Podrobně dokažte, že jde o uspořádání a že pro celá čísla splývá s uspořádáním definovaným na množině  $\mathbb{Z}$ . (2b.)
  4. Zformulujte větu o jednoznačnosti přirozených čísel. (1b.)
  5. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
    - (a) Buď  $N \trianglelefteq G$  (tj.  $N$  normální podgrupa grupy  $G$ ) konečného indexu  $n$  (tj.  $[G : N] = n < \infty$ ). Dokažte, že  $x^n \in N$  pro každé  $x \in G$ . (1b.)
    - (b) S využitím předchozího výsledku najděte všechny podgrupy  $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$  konečného indexu. (1b.)
-