
M7500 — zkoušková písemka
16. 3. 2003 (90 minut)

1. Buď dána grupa (G, \circ) nekonzstantních lineárních zobrazení reálných čísel

$$G = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}\}$$

s operací skládání zobrazení \circ . Uvažme v této grupě dvě podgrupy:

$$T = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = ax, a \in \mathbb{R}^*\},$$

$$S = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = x + b, b \in \mathbb{R}\}.$$

Která z nich je normální podgrupou grupy (G, \circ) ? Popište u obou pravý i levý rozklad. (3b.)

2. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
3. Buď $(R, +, \cdot)$ libovolný netriviální komutativní okruh s 1. Dokažte, že v R platí omezené zákony o krácení, právě když je $(R, +, \cdot)$ obor integrity. (2b.)
4. Zaveďte na množině \mathbb{Q} běžné uspořádání „podle velikosti“ a dokažte pomocí této definice, že pro libovolná $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Q}$ platí: $\alpha \leq \beta \Rightarrow \alpha + \gamma \leq \beta + \gamma$. (2b.)
5. Definujte množinu přirozených čísel a dokažte, že v grupoidu $(\mathcal{N}, +)$ (s obvykle definovanou operací $+$) platí zákon o odečítání. (2b.)
-

M7500 — zkoušková písemka
16. 3. 2003 (90 minut)

1. Buď dána grupa (G, \circ) nekonzstantních lineárních zobrazení reálných čísel

$$G = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}\}$$

s operací skládání zobrazení \circ . Uvažme v této grupě dvě podgrupy:

$$T = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = ax, a \in \mathbb{R}^*\},$$

$$S = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = x + b, b \in \mathbb{R}\}.$$

Která z nich je normální podgrupou grupy (G, \circ) ? Popište u obou pravý i levý rozklad. (3b.)

2. Definujte násobení reálných čísel a podrobně dokažte, že výsledkem je opět reálné číslo. (2b.)
3. Buď $(R, +, \cdot)$ libovolný netriviální komutativní okruh s 1. Dokažte, že v R platí omezené zákony o krácení, právě když je $(R, +, \cdot)$ obor integrity. (2b.)
4. Zaveďte na množině \mathbb{Q} běžné uspořádání „podle velikosti“ a dokažte pomocí této definice, že pro libovolná $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Q}$ platí: $\alpha \leq \beta \Rightarrow \alpha + \gamma \leq \beta + \gamma$. (2b.)
5. Definujte množinu přirozených čísel a dokažte, že v grupoidu $(\mathcal{N}, +)$ (s obvykle definovanou operací $+$) platí zákon o odečítání. (2b.)
-