Popis homogenní deformace „částice“

Transformační rovnice popisující změnu polohového vektoru bodu:

$$\vec{\mathbf{x}} = \mathbf{D}.\vec{\mathbf{X}}$$

ukazují změnu týkající se právě jednoho konkrétního bodu daného polohovým vektorem **X** (respektive po deformaci **x**). Jde-li ale o homogenní deformaci, platí tento vztah pro všechny body deformovaného objektu. Můžeme-li pak tento objekt (respektive jeho povrch) jednoduše matematicky popsat (nějakou rovnicí), lze pak deformaci tohoto objektu vyjádřit také jako transformaci daného matematického popisu.

Popis homogenní deformace „částice“

Jednoduchým způsobem lze matematicky popsat povrch částic **eliptického** (v 2D prostředí):
průřezy fosiliemi (např. koráli, vrtavé stopy, články lilijic apod.), skvrny na plochách foliace atd.

nebo **elipsoidálního** (v 3D prostředí) tvaru:
valouny ve slepenci, oolity ve vápenci, sopečné bomby, dutiny po plynných uzavřeninách ve vulkanitech, xenolity ve vyvřelinách atd.

Popis homogenní deformace „částice“

Jednoduchým způsobem lze matematicky popsat povrch částic eliptického (v 2D prostředí):

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

$$x^2 a_{11} + y^2 a_{22} + 2xya_{12} = 1$$

nebo elipsoidálního (v 3D prostředí) tvaru:

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1$$

$$x^2 a_{11} + y^2 a_{22} + z^2 a_{33} + 2xya_{12} + 2xza_{13} + 2yza_{23} = 1$$

Matice elipsy

Jednoduchým způsobem lze matematicky popsat povrch částic eliptického (v 2D prostředí) tvaru:

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

$$x^2 a_{11} + y^2 a_{22} + 2xya_{12} = 1$$

Matice elipsy má tři nezávislé parametry. Jeden definuje orientaci (např. úhel ϕ, který svírá dlouhá osa elipsy s osou x), dva definují jeho tvar a velikost. Tvar i velikost popisují délky hlavních os **a** a **b**. Samotný tvar je pak jednoznačně dán elipticitou **R**:

$$R = \frac{a}{b}$$

Matice elipsy

Neuvažujeme-li velikost elipsy, můžeme ji považovat za jednotkovou, tj. a.b=1. Pak platí:

$$a = \sqrt{R}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{R}}$$

Jednotkovou elipsu s dlouhou osou paralelní s osou x si pak můžeme vyjádřit jednoduchým vztahem:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{x^2}{R} + y^2 R = 1$$

$$x^2 a_{11} + y^2 a_{22} + 2xya_{12} = 1$$

$$(x \quad y)\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (x \quad y)\begin{pmatrix} \frac{1}{a^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (x \quad y)\begin{pmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

Matice elipsy

V případě obecné polohy elipsy závisí parametry její matice (obvykle označované jako f, g a h) také na úhlu ϕ, který svírá její dlouhá osa s referenční osou x:

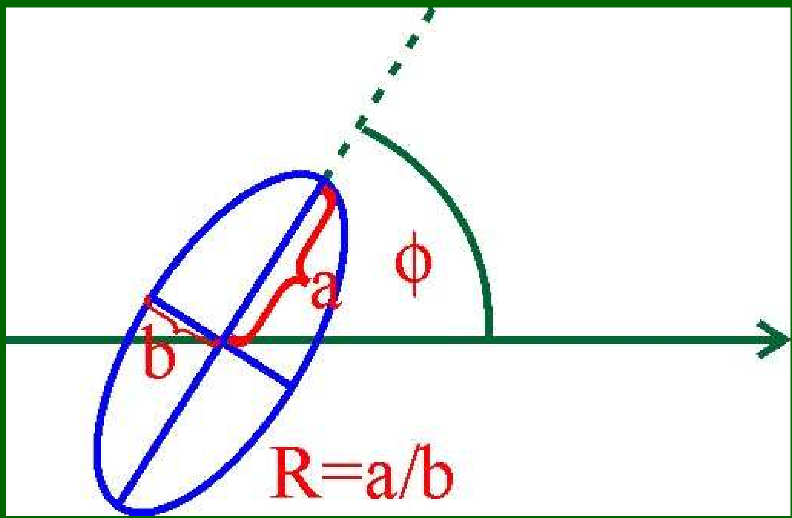
$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f & h \\ h & g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

$$fx^2 + 2hxy + gy^2 = 1$$

$$f = \frac{1}{R}\cos^2\phi + R.\sin^2\phi$$

$$g = \frac{1}{R}\sin^2\phi + R.\cos^2\phi$$

$$h = \left(\frac{1}{R} - R\right)\sin\phi.\cos\phi$$



Matice elipsoidu

Jednoduchým způsobem lze matematicky popsat povrch částic elipsoidálního (v 3D prostředí) tvaru:

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1$$

$$x^2 a_{11} + y^2 a_{22} + z^2 a_{33} + 2xya_{12} + 2xza_{13} + 2yza_{23} = 1$$

Matice elipsoidu má šest nezávislých parametrů. Tři definuje orientaci, tři definují jeho tvar a velikost. Tvar i velikost popisují délky hlavních os **a**, **b** a **c**.

Matice elipsoidu

Elipsoid jehož hlavní osy jsou paralelní se souřadnými osami si pak můžeme vyjádřit jednoduchým vztahem:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

$$x^2a_{11}+y^2a_{22}+z^2a_{33}+2xya_{12}+2xza_{13}+2yza_{23}=1$$

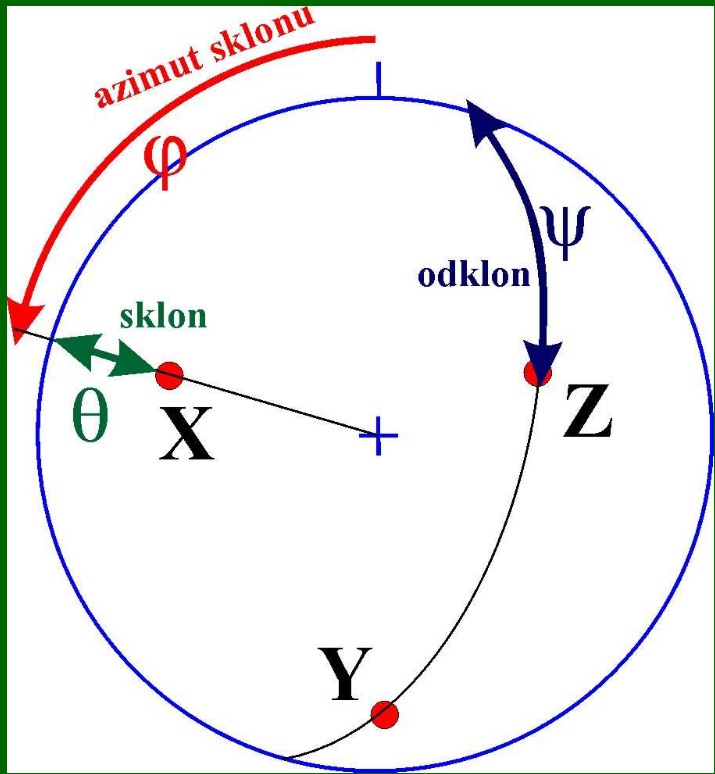
$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{a^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c^2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=1$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=1$$

Matice elipsoidu

Elipsoid v obecné poloze pak získáme rotací elipsoidu jehož hlavní osy jsou paralelní se souřadnými osami do příslušných směrů. Protože je orientace popsána třemi nezávislými parametry, potřebujeme rotovat elipsoid třikrát o tři nezávislé úhly:

φ ... azimut dlouhé osy
θ ... sklon dlouhé osy
ψ... odklon krátké osy v ploše kolmé k dlouhé ose



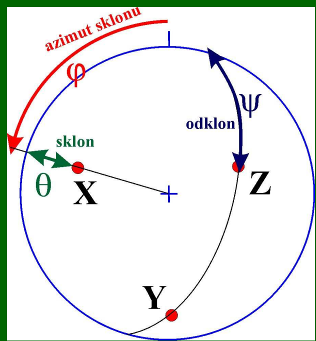
Matice elipsoidu

Tuto trojí rotací lze vyjádřit transformací:

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}^{T}.\mathbf{A}_0.\mathbf{R}$$

kde $\mathbf{A_0}$ je matice elipsoidu s hlavními osami paralelními se souřadnými osami, **A** je matice elipsoidu v obecné poloze a **R** je matice rotace:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos\psi.\cos\varphi - \cos\theta.\sin\varphi.\sin\psi & \cos\psi.\sin\psi + \cos\theta.\cos\varphi.\sin\psi & \sin\psi.\sin\theta \\ -\sin\psi.\cos\varphi - \cos\theta.\sin\varphi.\cos\psi & -\sin\psi.\sin\varphi + \cos\theta.\cos\varphi.\cos\psi & \cos\psi.\sin\theta \\ \sin\theta.\sin\varphi & -\sin\theta.\cos\varphi & \cos\theta \end{pmatrix}$$



Popis homogenní deformace „částice“

Obecně je tedy eliptický nebo elipsoidální objekt matematicky popsán jednoduchým vztahem:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{X} = 1$$

kde **X** je polohový vektor a **A** je matice elipsy či elipsoidu. Tento vztah definuje množinu všech bodů (všech polohových vektorů), které tvoří povrch (v dvourozměrném případě obvod) sledovaného objektu.

Popis homogenní deformace „částice“

Po deformaci je pak eliptický nebo elipsoidální objekt matematicky popsán vztahem:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}.\mathbf{A}'.\mathbf{X} = 1$$

kde **X** je polohový vektor a **A‘** je matice elipsy či elipsoidu. Tento vztah definuje množinu všech bodů (všech polohových vektorů), které tvoří povrch (v dvourozměrném případě obvod) sledovaného objektu po jeho deformaci.

Popis homogenní deformace „částice“

Podle transformačních rovnic je mezi původními polohovými vektory a polohovými vektory po deformaci vztah:

$$\mathbf{x} = \mathbf{D}.\mathbf{X}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}^{T} = \mathbf{X}^{T}.\mathbf{D}^{T}$$

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X & Y & Z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{11} & D_{21} & D_{31} \\ D_{12} & D_{22} & D_{32} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} \end{pmatrix}$$

(index T označuje transponovanou matici)

Popis homogenní deformace „částice“

Objekt před deformací popsán vztahem: $\mathbf{X}^{\mathbf{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{X} = 1$

je tedy po deformaci popsán vztahem: $\mathbf{X}^{\mathbf{T}}.\mathbf{A}'.\mathbf{X} = 1$

přičemž deformace je popsána transformačními rovnicemi: $\mathbf{x} = \mathbf{D}.\mathbf{X}$

$$\mathbf{x}^{\mathbf{T}} = \mathbf{X}^{\mathbf{T}}.\mathbf{D}^{\mathbf{T}}$$

Popis homogenní deformace „částice“

Před deformací je povrch objektu tedy tvořen body, jejichž polohové vektory vyhovují podmínce: $\boxed{\mathbf{X}^{\mathbf{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{X} = 1}$

Při deformaci jsou polohové vektory transformovány podle rovnic: $\boxed{\mathbf{x} = \mathbf{D}.\mathbf{X}}$ $\boxed{\mathbf{x}^{\mathbf{T}} = \mathbf{X}^{\mathbf{T}}.\mathbf{D}^{\mathbf{T}}}$

povrch deformovaného objektu tvoří stále tytéž body vyhovující tedy nadále původní podmínce, jejich polohové vektory však byly nyní transformovány:

$$\boxed{\mathbf{x}^{\mathbf{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{x} = \mathbf{X}^{\mathbf{T}}.\mathbf{D}^{\mathbf{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{D}.\mathbf{X} = 1}$$

Popis homogenní deformace „částice“

Po deformací je povrch objektu tedy tvořen body, jejichž polohové vektory vyhovují podmínce: $\mathbf{X}^{\mathrm{T}}.\mathbf{A}'.\mathbf{X} = 1$

Transformací původní podmínky jsme ale získali vztah:

$$\mathbf{x}^{\mathrm{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{x} = \mathbf{X}^{\mathrm{T}}.\mathbf{D}^{\mathrm{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{D}.\mathbf{X} = 1$$

tj.: $\mathbf{X}^{\mathrm{T}}.\mathbf{D}^{\mathrm{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{D}.\mathbf{X} = \mathbf{X}^{\mathrm{T}}.\mathbf{A}'.\mathbf{X}$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{D}^{\mathrm{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{D}$$

Popis homogenní deformace „částice“

Deformace eliptické nebo elipsoidální částice je tedy popsána vztahem:

$$\mathbf{A'} = \mathbf{D}^{T}.\mathbf{A}.\mathbf{D}$$

kde **A** je matice elipsy (či elipsoidu) před deformací **A‘** je matice elipsy (či elipsoidu) a **D** je matice deformace.

Grafické znázornění tvaru a orientace elipsoidu

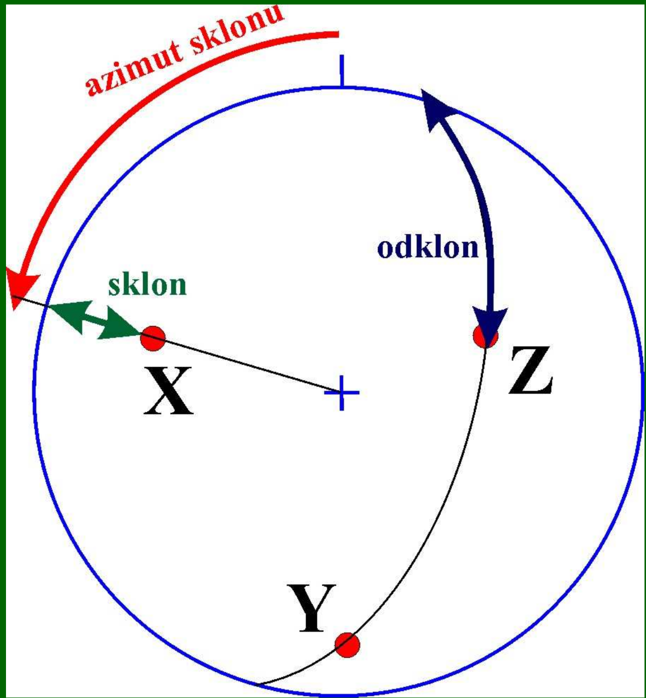
Orientace elipsoidu je popsána orientací jeho hlavních os.

Tvar elipsoidu je popsán poměrem délek jeho hlavních os.

Pro úplný popis orientace elipsoidu jsou zapotřebí tři nezávislé parametry, pro úplný popis tvaru pak další dva nezávislé parametry. Je tedy obtížné graficky znázornit současně orientaci i tvar.

Grafické znázornění tvaru a orientace elipsoidu

Orientace elipsoidu je popsána orientací jeho hlavních os.



Orientace hlavních os lze znázornit jednoduše jako orientace přímek v Lambertově projekci.

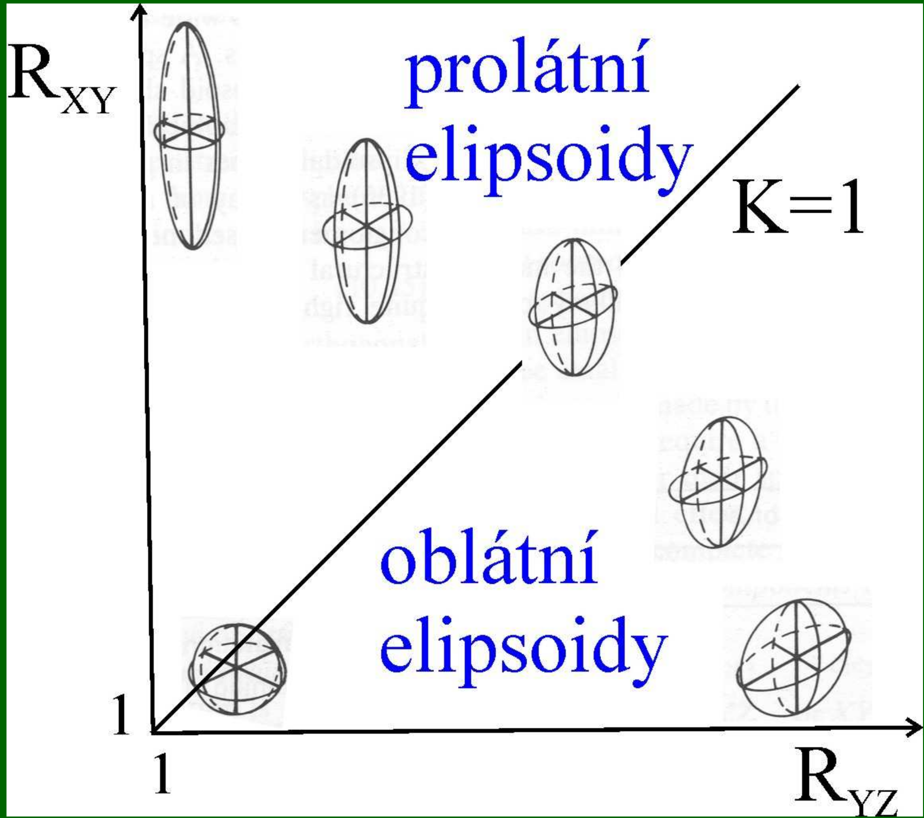
Grafické znázornění tvaru a orientace elipsoidu

Tvar elipsoidu je popsán poměrem délek jeho hlavních os.

$$R_{XY} = \frac{X}{Y}$$

$$R_{YZ} = \frac{Y}{Z}$$

$$K = \frac{R_{XY} - 1}{R_{YZ} - 1}$$



Tvar elipsoidu lze snadno znázornit pomocí Flinnova grafu (K-grafu).

Grafické znázornění tvaru a orientace elipsy

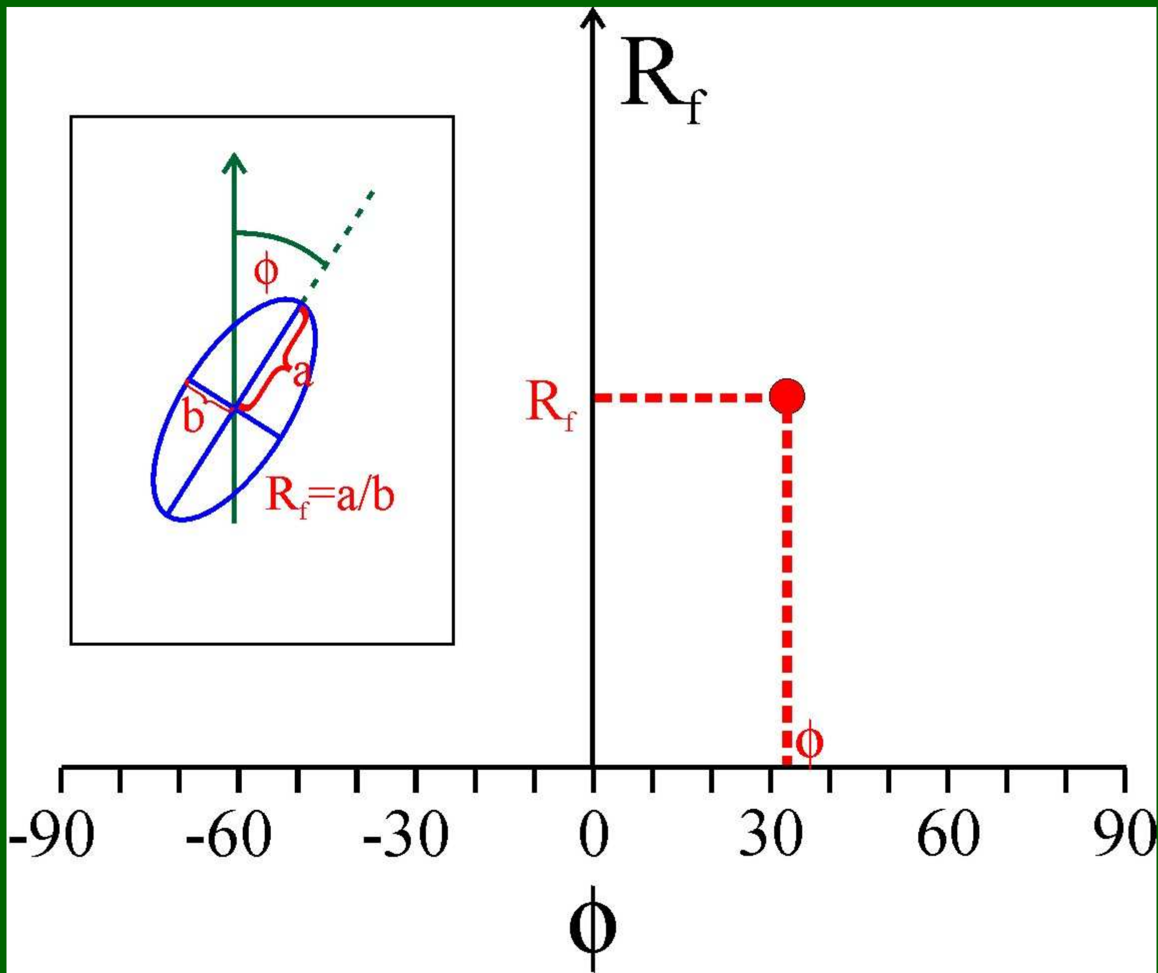
Orientace elipsy je popsána orientací jeho dlouhé osy (tj. úhlem ϕ, který svírá dlouhá osa s referenčním směrem).

Tvar elipsy je popsán poměrem délek jeho hlavních os (tj. elipticitou **R**).

Orientace elipsy je tedy popsána jediným nezávislým parametrem, tvar elipsy je popsán rovněž jediným nezávislým parametrem. Dva parametry lze graficky znázornit snadno - je tedy jednoduché graficky znázornit současně orientaci i tvar elipsy.

Grafické znázornění tvaru a orientace elipsy

Nejpoužívanějším grafickým znázorněním je tzv. R_f/ϕ graf.



Grafické znázornění tvaru a orientace elipsy

R_f je elipticita objektu po deformaci (f ... final).
Původní elipticita objektu (před deformací) se označuje jako **R_i** (i ... initial),
elipticita elipsy deformace se označuje **R_s** (s ... strain).

ϕ je orientace dlouhé osy objektu po deformaci.
Původní orientace (před deformací) se označuje θ.
Je-li známa orientace dlouhé osy elipsy deformace, je tento směr obvykle použit jako **směr referenční**. Není-li to možné, pak se směr dlouhé osy elipsy deformace označuje většinou jako ϕ_s.

Grafické znázornění tvaru a orientace elipsy

Do R_f/ϕ grafu jsou obvykle vynášeny hodnoty zjištěné měřením v terénu - tj. elipticity a orientace deformovaných objektů (neboli hodnoty R_f a ϕ - odtud název grafu).

Pro jakoukoli elipticitu již z její definice platí:

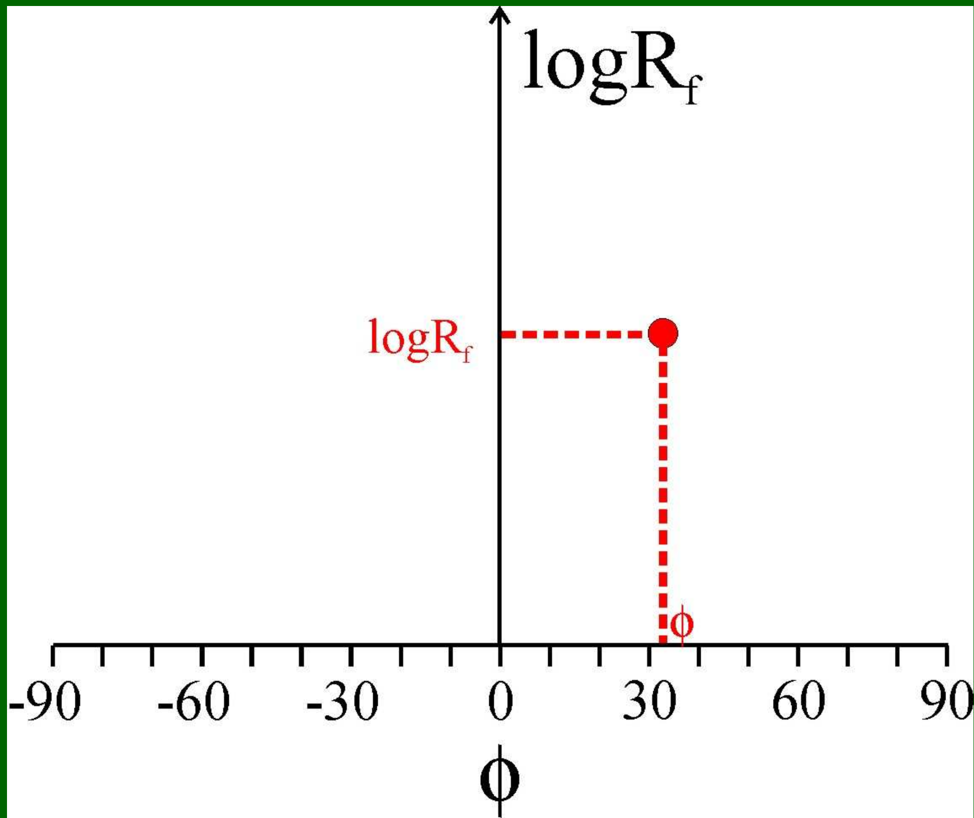
$$\boxed{R \geq 1}$$

Pro její logaritmus tedy platí:

$$\boxed{\log R \geq 0}$$

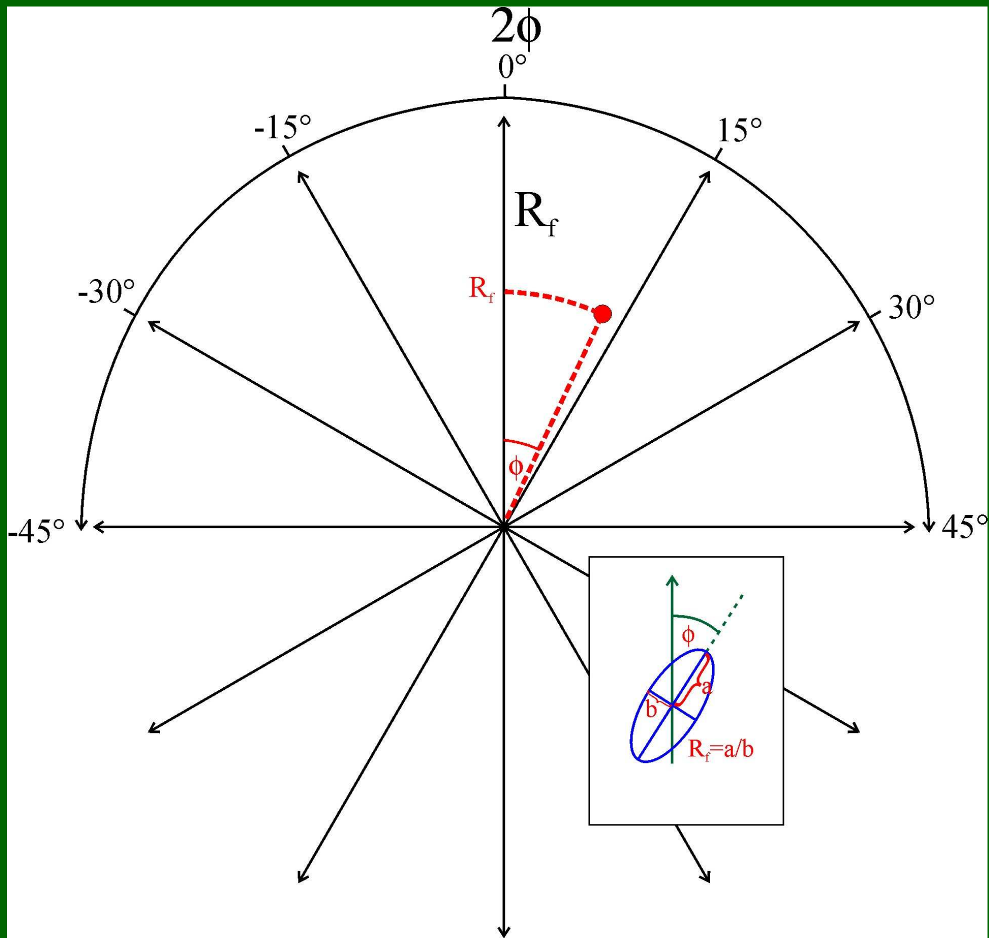
Grafické znázornění tvaru a orientace elipsy

S výhodou pak lze používat R_f/ϕ graf s logaritmickou vertikální škálou, která umožňuje přehledně znázornit situaci, kdy se elipticita jednotlivých objektů vzájemně významně liší.



Grafické znázornění tvaru a orientace elipsy

Méně používaný je graf Elliotův (Elliot 1968), který vznikne „svinutím“ R_f/ϕ grafu do kruhu.



Deformace eliptických částic

Deformace eliptické částice je popsána transformací:

$$\mathbf{A'} = \mathbf{D}^{\mathbf{T}}.\mathbf{A}.\mathbf{D}$$

Je-li původní (nedeformovaná) částice kruhová, pak je její matice jednotkovou maticí **I**.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

Popis deformace pak má tvar:

$$\mathbf{A'} = \mathbf{D}^{\mathbf{T}}.\mathbf{I}.\mathbf{D}$$

Deformace eliptických částic

Je-li původní (nedeformovaná) částice kruhová, pak je její matice jednotkovou maticí **I**.

$$\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1$$

Popis deformace pak má tvar: $$\mathbf{A' = D^T.I.D}$$

Původně **kruhový** objekt má po deformaci tvar a orientaci shodnou s tvarem a orientací **deformační elipsy**! Elipticita deformovaného objektu je pak rovna elipticitě deformace, orientace hlavní osy objektu je paralelní se směrem maximálního protažení!

Deformace eliptických částic

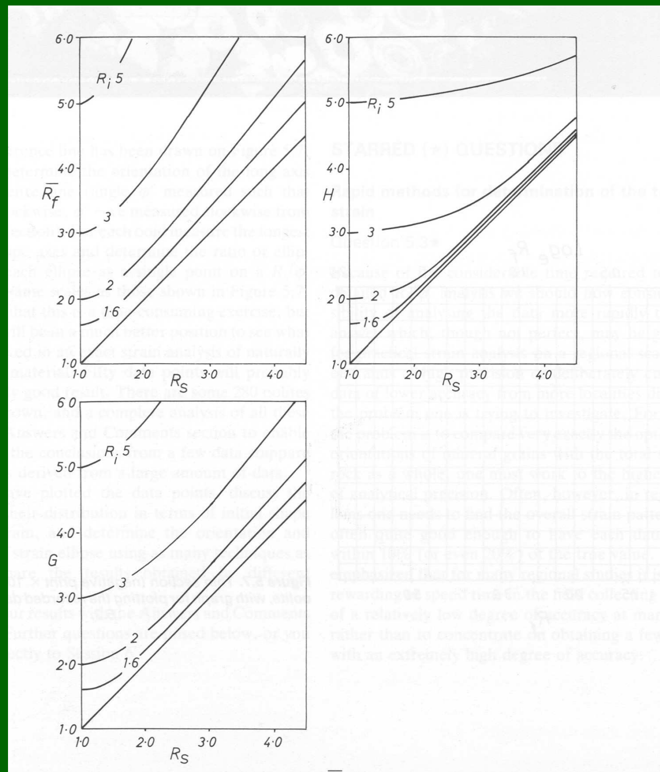
Původně **kruhový** objekt má po deformaci tvar a orientaci shodnou s tvarem a orientací **deformační elipsy**! Elipticita deformovaného objektu je pak rovna elipticitě deformace, orientace hlavní osy objektu je paralelní se směrem maximálního protažení!

Tvar a orientace původně kruhových (nebo vzhledem k deformaci téměř kruhových) objektů (kruhové průřezy válcovitými fosiliemi - např. koráli, články lilijic apod.) tedy umožňuje přímo měřit velikost a hlavní směr deformace.

Deformace eliptických částic

Pokud je elipticita deformace dostatečně velká, je i v případě původně eliptických (nikoli kruhových) částic jejich tvar po deformaci blízký tvaru deformační elipsy. Průměr hodnot R_f se pak přibližuje hodnotě R_s.

$$R_s >> R_i \Rightarrow R_f \to R_s$$

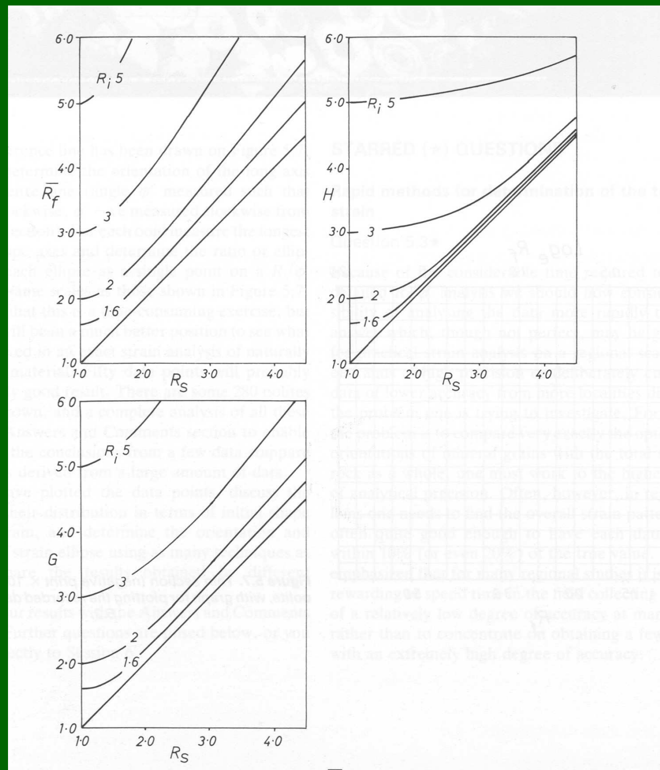


Deformace eliptických částic

Průměr hodnot R_f se pak přibližuje hodnotě R_s. Existuje více průměrů, lze ukázat, že nejrychleji se hodnotě R_s přibližuje harmonický průměr H:

$$H = \frac{n}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_{f_j}}}$$

$$R_s >> R_i \Rightarrow R_f \to R_s$$

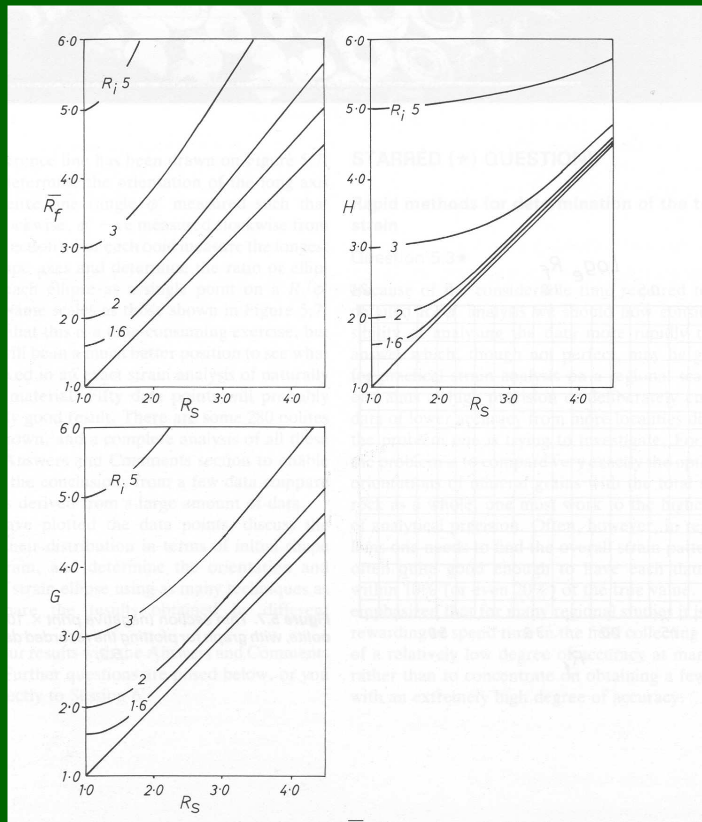


Deformace eliptických částic

Uvedených vztahů využívá metoda **harmonického průměru**:
Podmínkou platnosti této metody je tedy
- Zanedbatelná (v porovnání s elipticitou deformace) elipticita původních částic

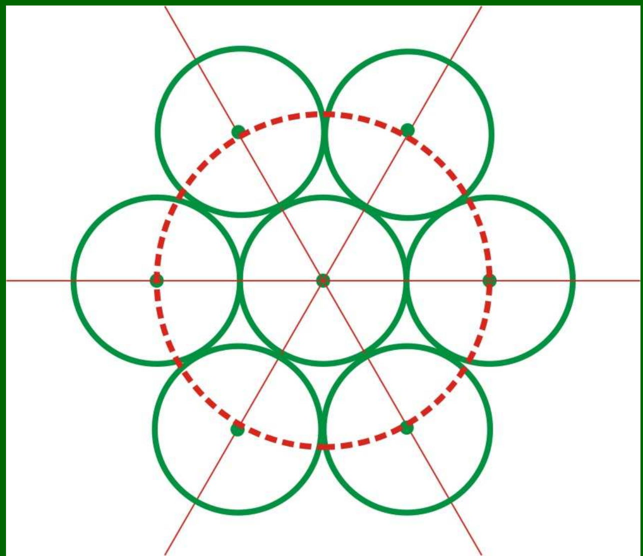
$$H = \frac{n}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_{f_j}}}$$

$$R_s >> R_i \Rightarrow R_f \rightarrow R_s$$



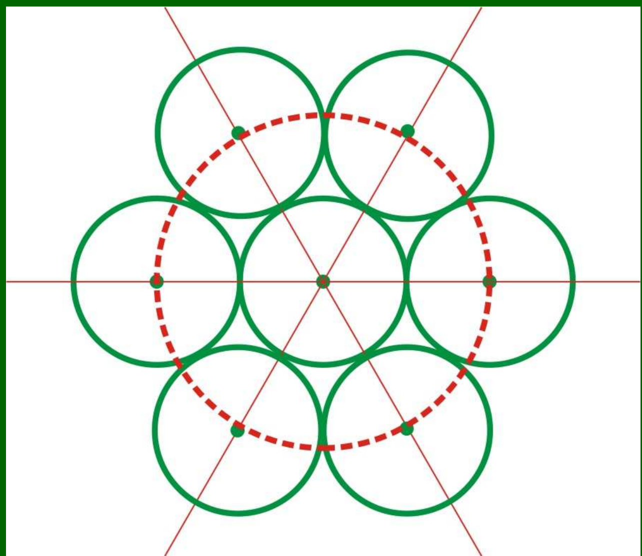
Deformace eliptických částic

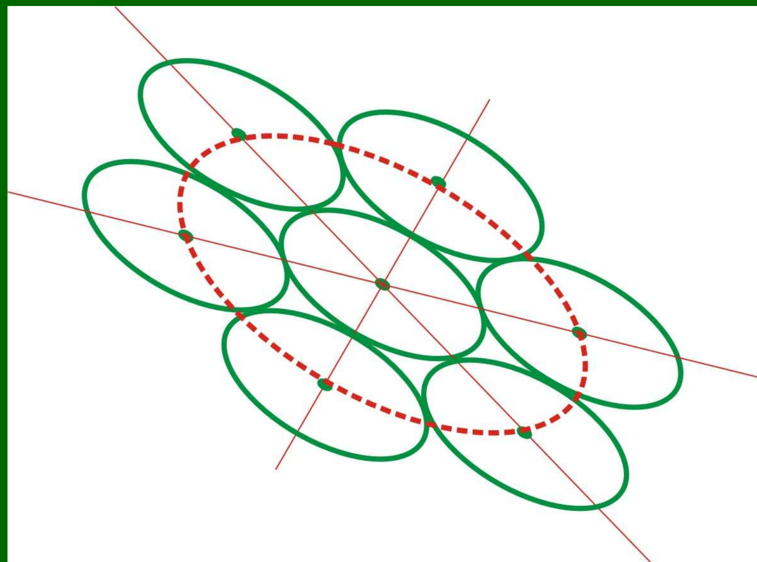
Na myšlence blízké deformací původně kruhového tvaru je založena také Fryova grafická tzv. **středová metoda**. Metoda vychází z předpokladu původního (předdeformačního) statisticky uniformního rozložení částic v matrix – předpokládá se, že středy všech sousedních částic mají vzájemně podobné vzdálenosti.



Deformace eliptických částic

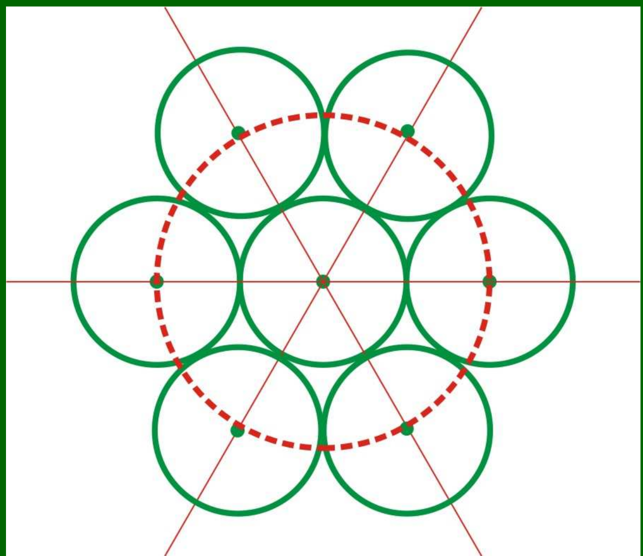
Po deformaci jsou vzdálenosti středů sousedních částic (délky úseček s krajními body ve středech sousedních částic) změněny v závislosti na velikost a hlavních směrech deformace. Středy nejbližších částic tak již nevymezují kružnici, ale elipsu odpovídající elipse deformace.

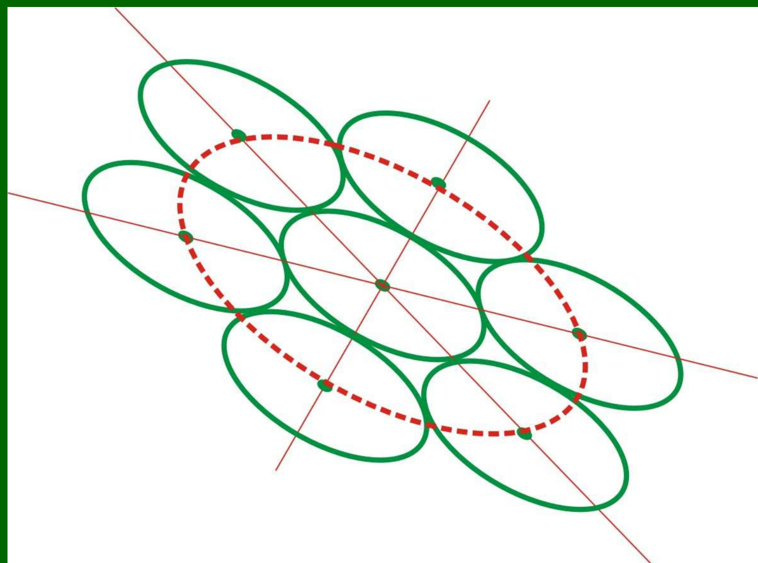




Deformace eliptických částic

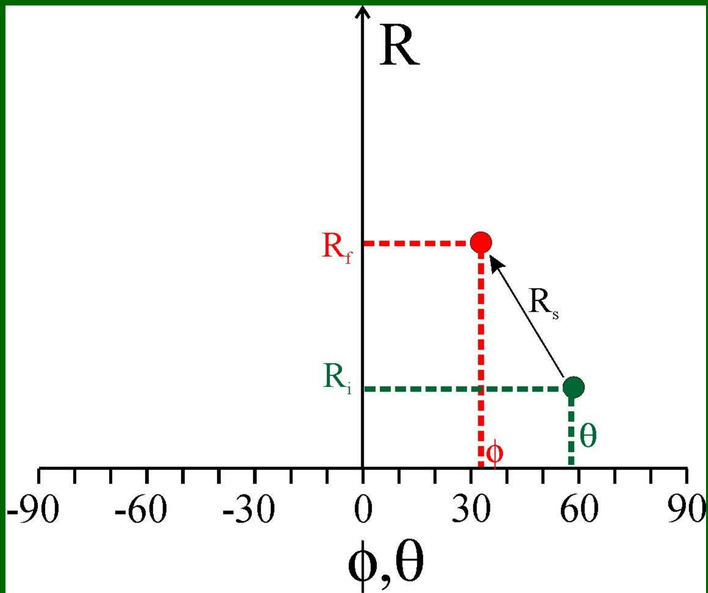
Podmínkou platnosti metody středů je:
- Částice jsou natěsnány jedna ke druhé
- Původně podobná vzdálenost středů všech sousedních částic (tato podmínka je nejlépe splněna tehdy, když částice mají vzájemně podobnou velikost)





Deformace eliptických částic

Pokud byl původní objekt obecně orientovanou elipsou, pak byl jeho původní stav popsaný elipticitou R_i a odchylkou jeho dlouhé osy od směru maximálního protažení θ změněn při deformaci, jejíž velikost je definována elipticitou deformace R_s. Po deformaci má pak objekt elipticitu R_f a jeho dlouhá osa svírá se směrem maximálního protažení úhel ϕ.



Deformace eliptických částic

Každý ze zmíněných parametrů (R_i, R_s, R_f, θ a ϕ) si lze vyjádřit jako funkci závislou na zbývajících parametrech (respektive často na třech ze zbývajících parametrů):

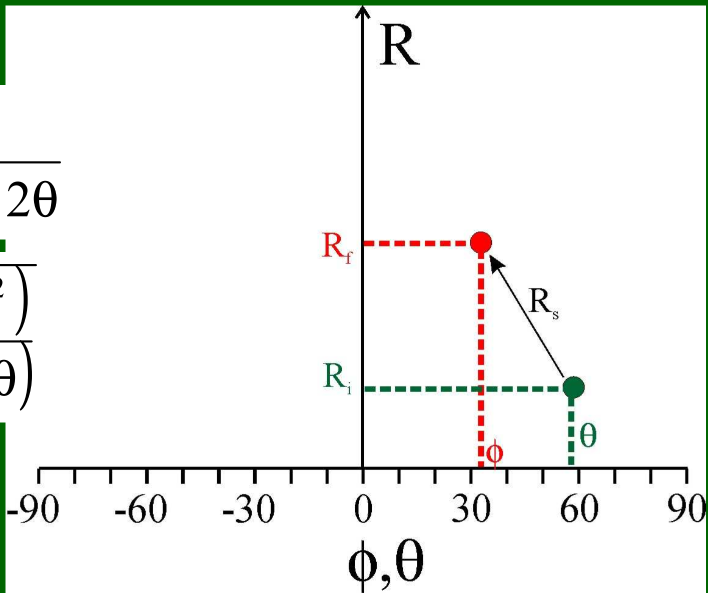
$$\sin 2\theta = \frac{R_i\left(R_f^2 - 1\right)}{R_f\left(R_i^2 - 1\right)} \sin 2\phi$$

$$\sin 2\phi = \frac{R_f\left(R_i^2 - 1\right)}{R_i\left(R_f^2 - 1\right)} \sin 2\theta$$

$$\tan 2\phi = \frac{2R_s\left(R_i^2 - 1\right)\sin 2\theta}{\left(R_i^2 + 1\right)\left(R_s^2 - 1\right) + \left(R_i^2 - 1\right)\left(R_s^2 + 1\right)\cos 2\theta}$$

$$R_f = \sqrt{\frac{\tan^2\phi\left(1 + R_i^2 \tan^2\theta\right) - R_s^2\left(\tan^2\theta + R_i^2\right)}{R_s^2 \tan^2\phi\left(\tan^2\theta + R_i^2\right) - \left(1 + R_i^2 \tan^2\theta\right)}}$$

$$R_i = \sqrt{\frac{-R_s \tan\theta + \tan 2\phi\left(1 - R_s^2 \tan^2\theta\right)}{-2R_s \tan\theta + \tan 2\phi\left(R_s^2 - \tan^2\theta\right)}}$$



Deformace eliptických částic

Všimněme si, že vztah pro R_f ukazuje, že při R_i=1 (tj. při původně kruhové částici) je R_f=R_s:

$$R_f = \sqrt{\frac{\tan^2\phi\left(1+R_i^2\tan^2\theta\right)-R_s^2\left(\tan^2\theta+R_i^2\right)}{R_s^2\tan^2\phi\left(\tan^2\theta+R_i^2\right)-\left(1+R_i^2\tan^2\theta\right)}}$$

R_i=1, současně víme že ϕ=0:

$$R_f = \sqrt{\frac{\tan^2 0\left(1+1\tan^2\theta\right)-R_s^2\left(\tan^2\theta+1\right)}{R_s^2\tan^2 0\left(\tan^2\theta+1\right)-\left(1+1\tan^2\theta\right)}} = \sqrt{\frac{-R_s^2\left(\tan^2\theta+1\right)}{-\left(1+\tan^2\theta\right)}} = R_s\sqrt{\frac{\left(1+\tan^2\theta\right)}{\left(1+\tan^2\theta\right)}} = R_s$$

Deformace eliptických částic

Známe-li tedy tvar a orientaci částice před deformací a známe-li velikost deformace, můžeme snadno vypočítat tvar a orientaci částice po deformaci.

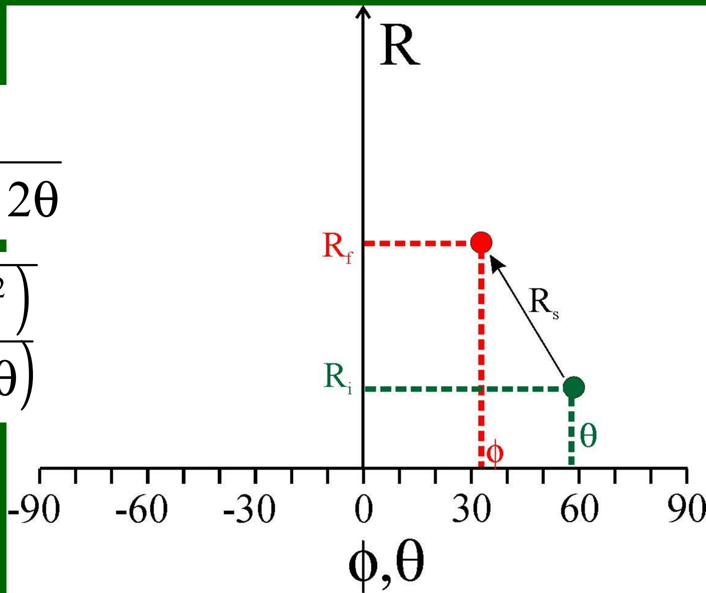
$$\sin 2\theta = \frac{R_i\left(R_f^2 - 1\right)}{R_f\left(R_i^2 - 1\right)}\sin 2\phi$$

$$\sin 2\phi = \frac{R_f\left(R_i^2 - 1\right)}{R_i\left(R_f^2 - 1\right)}\sin 2\theta$$

$$\tan 2\phi = \frac{2R_s\left(R_i^2 - 1\right)\sin 2\theta}{\left(R_i^2 + 1\right)\left(R_s^2 - 1\right) + \left(R_i^2 - 1\right)\left(R_s^2 + 1\right)\cos 2\theta}$$

$$R_f = \sqrt{\frac{\tan^2\phi\left(1 + R_i^2\tan^2\theta\right) - R_s^2\left(\tan^2\theta + R_i^2\right)}{R_s^2\tan^2\phi\left(\tan^2\theta + R_i^2\right) - \left(1 + R_i^2\tan^2\theta\right)}}$$

$$R_i = \sqrt{\frac{-R_s\tan\theta + \tan 2\phi\left(1 - R_s^2\tan^2\theta\right)}{-2R_s\tan\theta + \tan 2\phi\left(R_s^2 - \tan^2\theta\right)}}$$



Deformace eliptických částic

Známe-li naopak tvar a orientaci částice po deformaci a známe-li velikost deformace, můžeme snadno vypočítat tvar a orientaci částice před deformací.

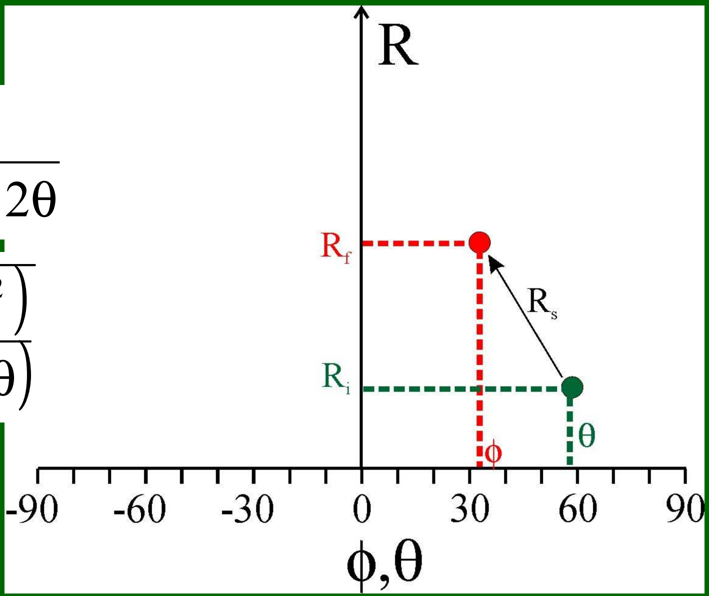
$$\sin 2\theta = \frac{R_i\left(R_f^2 - 1\right)}{R_f\left(R_i^2 - 1\right)}\sin 2\phi$$

$$\sin 2\phi = \frac{R_f\left(R_i^2 - 1\right)}{R_i\left(R_f^2 - 1\right)}\sin 2\theta$$

$$\tan 2\phi = \frac{2R_s\left(R_i^2 - 1\right)\sin 2\theta}{\left(R_i^2 + 1\right)\left(R_s^2 - 1\right) + \left(R_i^2 - 1\right)\left(R_s^2 + 1\right)\cos 2\theta}$$

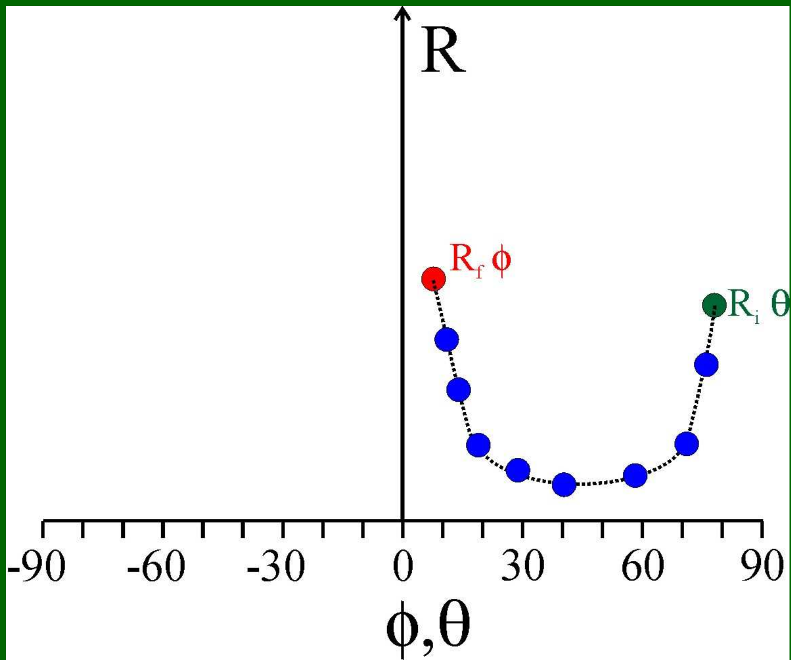
$$R_f = \sqrt{\frac{\tan^2\phi\left(1 + R_i^2\tan^2\theta\right) - R_s^2\left(\tan^2\theta + R_i^2\right)}{R_s^2\tan^2\phi\left(\tan^2\theta + R_i^2\right) - \left(1 + R_i^2\tan^2\theta\right)}}$$

$$R_i = \sqrt{\frac{-R_s\tan\theta + \tan 2\phi\left(1 - R_s^2\tan^2\theta\right)}{-2R_s\tan\theta + \tan 2\phi\left(R_s^2 - \tan^2\theta\right)}}$$



Deformace eliptických částic

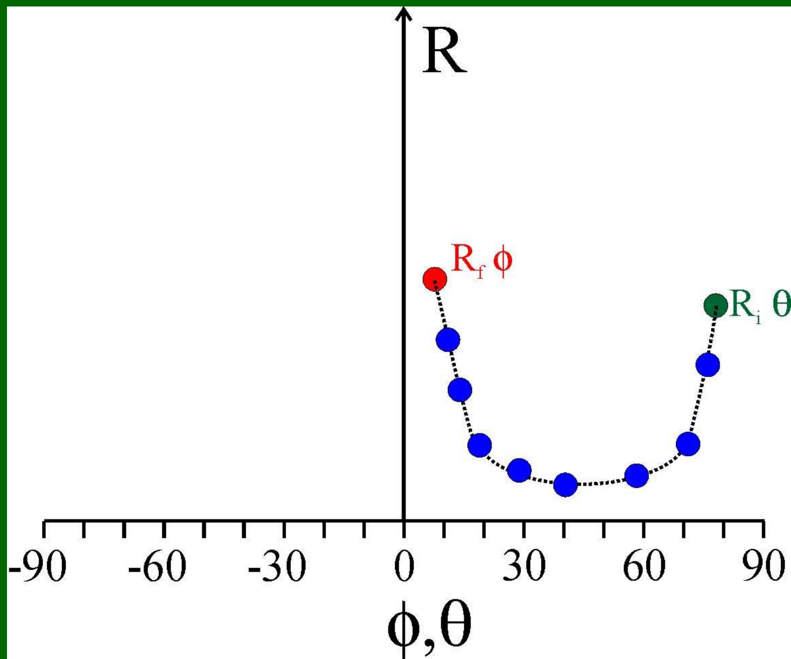
Za předpokladu koaxiální deformace pak můžeme sledovat postupnou změnu tvaru a orientace částice s měnící se velikostí deformace.



Všechny tyto stavy pak v R_f/ϕ grafu vymezují křivku nazývanou „deformační cesta“.

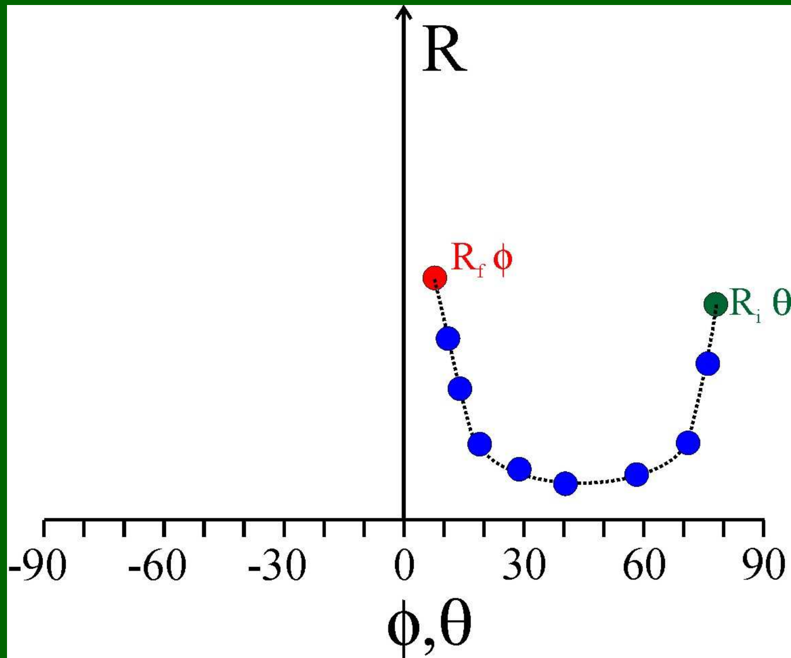
Deformace eliptických částic

Neznáme-li velikost deformace, nelze určit z konečného tvaru a orientace objektu původní tvar a orientaci (a naopak z původního tvaru a orientace nemůžeme určit tvar a orientaci po deformaci). Víme jen, že bod znázorňující tento tvar a orientaci v R_f/ϕ grafu musí ležet na deformační cestě.



Deformace eliptických částic

Pro jakoukoli deformaci existuje bod na deformační cestě popisující tvar a orientaci původní (či deformované) částice. Proto nelze pouze z tvaru a orientace deformovaných eliptických částic určit velikost deformace a jejich původní tvar a orientaci!



Deformace eliptických částic

Pro takové určení je nutné vyslovit **doplňující předpoklad**, který blíže specifikuje celkovou stavbu celého souboru částic.