

1 Seminář ze středoškolské matematiky

1. seminář (19.–25.9.2006)

1. Rozložte v \mathbb{R} :

(a) $x^3 + 9x^2 + 11x - 21$

(b) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$

2. Řešte v \mathbb{R} rovnici s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

(a) $x^2 - 2(a + 1)x + 4a = 0$

(b) $\frac{x}{x-a} - \frac{2a}{x+a} = \frac{8a^2}{x^2-a^2}$

3. Pro která $a \in \mathbb{R}$ má rovnice $(a - 3)x^2 - 2(3a - 4)x + 7a - 6 = 0$ dva různé reálné kořeny? Určete jejich znaménka.

4. Označme x_1, x_2 kořeny rovnice $3x^2 + 8x + 4 = 0$. Aniž danou rovnici řešíte, určete číslo m , kde

(a) $m = x_1^2 + x_2^2$

(b) $m = x_1^3 + x_2^3$

(c) $m = x_1 - x_2$

5. Nalezněte kvadratickou rovnici s racionálními koeficienty, jejímž jedním kořenem je $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$.

6. Určete všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ tak, aby rovnice

$$\begin{aligned}(1 - 2a)x^2 - 6ax - 1 &= 0 \\ ax^2 - x + 1 &= 0\end{aligned}$$

měly aspoň jeden společný kořen.

1. Samostatné procvičování:

1. Rozložte v \mathbb{R} :

(a) $x^3 - 6x^2 - x + 30$

(b) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 24$

2. Řešte v \mathbb{R} rovnici s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

(a) $ax^2 + 2x + 1 = 0$.

3. Označme x_1, x_2 kořeny rovnice $3x^2 + 8x + 4 = 0$. Aniž danou rovnici řešíte, určete číslo m , kde

(a) $m = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

(b) $m = x_1^2 - x_2^2$

4. Určete, pro která $a \in \mathbb{R}$ má rovnice

$$(2a - 5)x^2 - 2(a - 1)x + 3 = 0$$

dvojnásobný kořen.

5. Určete všechny hodnoty parametru $a \in \mathbb{R}$ tak, aby rovnice

$$x^2 + ax + 8 = 0$$

$$x^2 + x + a = 0$$

měly aspoň jeden společný kořen.