

$$\text{a) } g_X(z) = \frac{(1-\vartheta)[\vartheta^n - (1-\vartheta)^n - \vartheta z(\vartheta^{n-1} - (1-\vartheta)^{n-1})]}{\vartheta^{n+1} - (1-\vartheta)^{n+1} - \vartheta z(\vartheta^n - (1-\vartheta)^n)}$$

$$\text{b) } P(X_n = 0) = \frac{(1-\vartheta)[\vartheta^n - (1-\vartheta)^n]}{\vartheta^{n+1} - (1-\vartheta)^{n+1}}$$

$$\text{c) } P(X_n = 0) \rightarrow \begin{cases} 1 & \text{pro } \vartheta \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1-\vartheta}{\vartheta} & \text{pro } \vartheta > \frac{1}{2} \end{cases}$$