

Ukázka písemné zkoušky z předmětu Stochastické modely I, PS 2006

Příklad 1.: Necht' Y, Z jsou náhodné veličiny, které mají střední hodnoty μ_1, μ_2 , rozptyly σ_1^2, σ_2^2 a jejich koeficient korelace je ρ . Zavedeme stochastický proces $\{X_t; t \in T\}$, kde $X_t = aY + bZ$, přičemž a, b jsou reálné konstanty. Najděte

- střední hodnotu, (0,5 bodu)
- rozptyl, (1 bodu)
- autokovarianční funkci (1,5 bodu)

tohoto stochastického procesu.

Příklad 2.: Necht' $\{X_n; n \in \mathbb{N}_0\}$ je homogenní markovský řetězec s množinou stavů $J = \{0, 1, 2\}$ a maticí přechodu $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 2/3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- Nakreslete přechodový diagram a ukažte, že řetězec je absorpční. (0,5 bodu)
- Najděte fundamentální matici \mathbf{M} a interpretujte její prvky. (1,5 bodu)
- Vypočítejte matici přechodu \mathbf{B} do absorpčních stavů a interpretujte její prvky. (0,5 bodu)
- Zjistěte vektor středních hodnot počtu kroků před absorpcí. (0,5 bodu)

Příklad 3.: Necht' $\{X_n; n \in \mathbb{N}_0\}$ je homogenní markovský řetězec s oceněním přechodů,

přičemž matice přechodu $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,4 & 0,6 \end{pmatrix}$ a matice výnosů $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$. Pomocí

vytvorujících funkcí najděte vyjádření pro vektor $\mathbf{v}(n)$ středních hodnot celkových výnosů po n krocích. (4 body)

Hodnocení zkoušky:

(9, 10] ... A, (8, 9] ... B, (7, 8] ... C, (6, 7] ... D, [5, 6] ... E, [0, 5) ... F