Důkaz 17 vlastností pravděpodobnosti:

P14 Položme $A_0 = \overline{\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i}$. Pak jevy $A_0, A_1, A_2, \dots$ jsou neslučitelné a jejich sjednocením je celý základní prostor, tedy podle axiómu P10 dostáváme: $1 = P(\Omega) = P(\bigcup_{i=0}^{\infty} A_i) = \sum_{i=0}^{\infty} P(A_i)$, přičemž poslední rovnost vyplývá z axiómu P15. $\sum_{i=0}^{\infty} P(A_i)$ tedy absolutně konverguje, tudíž bude konvergovat také $\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$, kde jsme vynechali první člen.

P1 Položme $A_1 = \emptyset, A_2 = \emptyset, \dots$ Pak $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \emptyset$, tedy podle axiómu P15 $0 = P(\emptyset) = P(\bigcup_{i=1}^{\infty} \emptyset) = \sum_{i=1}^{\infty} P(\emptyset)$, což je možné jen tak, že $P(\emptyset) = 0$.

P6 V axiómu P15 položíme $A_3 = \emptyset, A_4 = \emptyset, \dots$, tedy $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = P(A_1 \cup A_2) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) = P(A_1) + P(A_2)$.

P11 Plyne z vlastnosti P6 a axiómu P10: $P(A \cup \overline{A}) = P(\Omega) = 1 = P(A) + P(\overline{A})$.

P12 Plyne okamžitě z axiómu P2 a vlastnosti P11.

Pro důkaz vlastností P3, P4 a P5 jevy $A_1 \cup A_2, A_1$ a A_2 rozložíme na součet disjunktních sčítanců:
$A_1 \cup A_2 = (A_1 \setminus A_2) \cup (A_1 \cap A_2) \cup (A_2 \setminus A_1)$
$A_1 = (A_1 \setminus A_2) \cup (A_1 \cap A_2)$
$A_2 = (A_2 \setminus A_1) \cup (A_1 \cap A_2)$

P3 Podle P6 dostáváme: $P(A_1 \cup A_2) + P(A_1 \cap A_2) = P(A_1 \setminus A_2) + P(A_1 \cap A_2) + P(A_2 \setminus A_1) + P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) + P(A_2)$.

Protože podle P12 je $P(A_1 \cup A_2) \leq 1$ a podle P2 je $P(A_1 \cap A_2) \geq 0$, dostáváme z P3 okamžitě P4 a P5.

P7 Opět vyjádříme A_2 jako sjednocení neslučitelných jevů: $A_2 = (A_2 \setminus A_1) \cup (A_1 \cap A_2)$. Podle P3 pak dostaneme: $P(A_2) = P(A_2 \setminus A_1) + P(A_1 \cap A_2)$, tedy $P(A_2 \setminus A_1) = P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$.

P8 Jelikož $A1 \subseteq A_2$, platí $A_1 \cap A_2 = A_1$ a P8 plyne z P7.

P9 Plyne z P8, protože podle P2 je $P(A_2 \setminus A_1) \geq 0$, tudíž $P(A_2) - P(A_1) \geq 0$, tj. $P(A_1) \leq P(A_2)$.

P13 Položíme $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup (A_2 \setminus A_1) \cup (A_3 \setminus (A_1 \cup A_2)) \cup \ldots$ Tím jsme dostali sjednocení posloupnosti neslučitelných jevů a aplikujeme axióm P15 a vlastnost P7: $P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i) = P(A_1) + P(A_2 \setminus A_1) + P(A_3 \setminus (A_1 \cup A_2)) + \ldots \leq P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \ldots = \sum\limits_{i=1}^{\infty} P(A_i)$.

P16 Jev $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i$ vyjádříme jako sjednocení neslučitelných jevů. Z předpokladu $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \ldots$ plyne $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup (A_2 \setminus A_1) \cup (A_3 \setminus A_2) \cup \ldots \cup (A_i \setminus A_{i-1}) \cup \ldots$, tedy podle axiómu P15 a vlastnosti P8 dostáváme: $P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i) = P(A_1) + P(A_2 \setminus A_1) + P(A_3 \setminus A_2) + \ldots + P(A_i \setminus A_{i-1}) + \ldots = P(A_1) + [P(A_2) - P(A_1)] + [P(A_3) + P(A_2)] + \ldots + [P(A_i) + P(A_{i-1})] + \ldots = \lim\limits_{i \to \infty} P(A_i)$.

P17 Podle vlastnosti P16 dostáváme $P(\overline{\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i}) = \lim\limits_{i \to \infty} P(\overline{A_i})$. Z de Morganových pravidel plyne $P(\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i) = P(\overline{\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} \overline{A_i}}) = 1 - P(\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} \overline{A_i}) = 1 - \lim\limits_{i \to \infty} P(\overline{A_i}) = 1 - \lim\limits_{i \to \infty} [1 - P(A_i)] = \lim\limits_{i \to \infty} P(A_i)$.