Cvičení č. 1

VÝPOČET VZDÁLENOSTÍ NA ZEMI

a) Stanovte délku rovnoběžky pro zeměpisné šířky 0°, 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80° a 90°.
b) Vypočtěte délku 1° zeměpisné délky pro zeměpisné šířky 0°, 23,5°, 50° a 66,5°.
c) Vypočtěte délku ortodromy mezi místy A a B.
d) Vypočtěte délku loxodromy mezi místy A a B a porovnejte ji s ortodromou.

---

a) Pro **délku rovnoběžky** d_φ platí:

$d_\varphi = 2 \,.\, \pi \,.\, r_\varphi$ a $\cos \varphi = r_\varphi / r_z$, po dosazení tedy

$d_\varphi = 2 \,.\, \pi \,.\, r_z \,.\, \cos \varphi$

r_z = 6371 km

Poloměr Země je různý: 6378 km (rovníkový), 6356 km (pólový) a 6371 km střední.

Příklad: $\varphi = 25°$, $d_\varphi = 2 \,.\, 3{,}1415927 \,.\, 6371 \,.\, \cos 25°\ (= 0{,}90630) = 36280$ km.

Nákres, Tabulka, Závěr

---

b) Pro **délku 1° zeměpisné délky** platí:

$d_\varphi(1°) = d_\varphi / 360° = 2 \,.\, \pi \,.\, r_z \,.\, \cos \varphi / 360°$

Příklad: $\varphi = 35°$, $d_\varphi(1°) = 2 \,.\, 3{,}1415927 \,.\, 6371 \,.\, \cos 35°\ (= 0{,}81915) / 360° = 91{,}1$ km.

Nákres, Tabulka, Závěr

---

c) **Délka ortodromy** - nejkratší spojnice po zemském povrchu vedená po hlavní kružnici - mezi místy A (φ_A, λ_A) a B (φ_B, λ_B) se řeší pomocí sférického trojúhelníku.
Hodnoty zeměpisné šířky a délky bývají ve výpočtech konvenčně uváděny následujícím způsobem: Kladné hodnoty v případě severní zeměpisné šířky a východní zeměpisné délky, záporné hodnoty v případě jižní zeměpisné šířky a západní zeměpisné délky.(*)

Pro výpočet se používá kosinové věty, která v trojúhelníku na povrchu koule platí:

$\cos c° = \cos a \,.\, \cos b + \sin a \,.\, \sin b \,.\, \cos \gamma$, kde

$a = 90° - \varphi_B$, $b = 90° - \varphi_A$, $\gamma = \lambda_B - \lambda_A$
Z rovnice vyjde c ve stupních, které je třeba převést na kilometry - jde tedy o obloukovou míru. Převod:

$d_{AB} = c° \,.\, d_{0°}(1°)$, kde $d_{0°}(1°)$ je délka jednoho stupně zeměpisné délky na rovníku.

Dá se vypočítat také jako $d_{0°}(1°) = r_z / \rho°$, $\rho° = 57{,}29578$ je velikost jednoho radiánu vyjádřená ve stupních (po zaokrouhlení 57,3).

<u>Příklad:</u> A (12° s. š, 68° v. d.), B (76° j. š., 157° z. d.)

$a = 90° - (-76°) = 166°$, $b = 90° - 12° = 78°$, $\gamma = -157°-68° = -225°$

$\cos c° = \cos 166° . \cos 78° + \sin 166° . \sin 78° . \cos (-225°)$, tedy

$\cos c° = -0{,}97029 . 0{,}20791 + 0{,}24192 . 0{,}97814 . (-0{,}70710)$

$\cos c° = -0{,}36906$, z toho

$c = 111{,}66°$

$d_{AB} = 111{,}66 . 111{,}2 = 12417$ km.

Nákres, Závěr

---

d) Loxodroma je spojnice dvou míst na povrchu koule protínající v každém místě místní poledník pod stejným úhlem - azimutem. Pro výpočet **délky loxodromy** se používají dvě rovnice:

1)

$$l_{AB} = \frac{r_Z . |(\varphi_B - \varphi_A)°|}{\cos A . \rho°}$$

, kde neznáme velikost azimutu loxodromy A. Tu zjistíme z rovnice:

2)

$$\operatorname{tg} A = \frac{(\lambda_B - \lambda_A) . M}{\rho° . \log [\operatorname{tg} (\varphi_B / 2 + 45°)/ \operatorname{tg} (\varphi_A / 2 + 45°)]}$$

, kde M = 0,434 (přesněji 0,4342945) je

*konstanta vycházející z integrace vztahu při jeho odvozování. Pokud ($\lambda_B - \lambda_A$) > 180°, pro výpočet je třeba použít v rovnici místo ($\lambda_B - \lambda_A$) výraz 360° + $\lambda_B - \lambda_A$ nebo 360° - $\lambda_B + \lambda_A$, tak, aby tato hodnota byla menší než 180° (viz. pravidlo *)*

Nákres, symboly

<u>Příklad:</u> A (12° s. š, 68° v. d.), B (76° j. š., 157° z. d.)

$$\operatorname{tg} A = \frac{(360° - 157° - 68°) . 0{,}434}{57{,}3 . \log [\operatorname{tg} (-76°/2 + 45°)/ \operatorname{tg} (12°/2 + 45°)]} = \frac{58{,}59}{57{,}3 . \log 0{,}099428} = -1{,}019972$$

$A = -45{,}566481°$

Zpětné dosazení do první rovnice:

$l_{AB} = 6371 . |(-76°-12°)| / 57{,}3 . \cos (-45{,}566481) = 13976$ km.

Závěr: Loxodroma mezi místy A a B je delší než ortodroma o 1559 km.