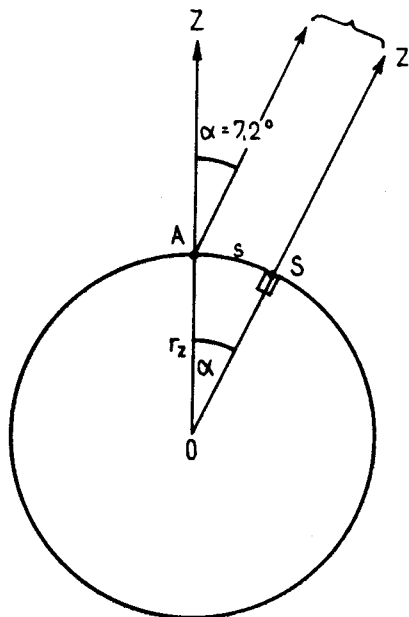


12 Tvar, rozměry a hmotnost Země

12.1 Historické určování tvaru a rozměrů Země

V části 1.3 byl popsán vývoj názorů na tvar Země až po myšlenku kulatosti Země. Po jejím přijetí vyvstala otázka **určení velikosti Země**. První historicky doložené měření velikosti Země je ze 3. století př. n. l. od ERATOSTHÉNA z Kyrény. Jeho **úhlová metoda měření** je založena na stanovení vzdálenosti s dvou míst na stejném poledníku, které odpovídá na zemské kouli středový úhel α (obr. 12.1). **Obvod Země o** (přesněji obvod kruhu o poloměru Země r_z) lze pak stanovit ze vztahu

$$\frac{s}{o} = \frac{\alpha}{360^\circ}, \text{ odkud } o = \frac{s \cdot 360^\circ}{\alpha}. \quad (12.1)$$



12.1 Měření velikosti Země – princip Eratosthénova měření (A – Alexandria, S – Syéné)

ERATOSTHÉNES si k určení obvodu Země zvolil Syéné (dnešní Asuán – $\varphi = 24^{\circ}06' \text{ s. š.}$, $\lambda = 32^{\circ}51' \text{ v. d.}$) a Alexandrii ($\varphi = 31^{\circ}09' \text{ s. š.}$, $\lambda = 29^{\circ}53' \text{ v. d.}$), o nichž předpokládal, že leží na stejném poledníku, Syéné i na obratníku Raka. V Syéné v den letního slunovratu dopadaly sluneční paprsky v pravé poledne na dno jedné studny, tj. zenitová vzdálenost Slunce byla nulová. V téže době změnil pomocí skafé zenitovou vzdálenost Slunce v Alexandrii ($\alpha = 7,2^{\circ}$). Vzdálenost Alexandrie–Syéné byla odhadnuta na 5000 stadií. Eratosthénés vypočítal hodnotu zemského obvodu $o = 250\,000$ stadií.

Při hodnocení výsledků tohoto a dalších měření působí značně potíže neznalost hodnoty použitého stadia. **Stadion** byla délková jednotka rovná 600 řeckým footům. Protože však byly používány footy různé délky (od 0,264 do 0,354 m), dává přepočítání Eratosthénova měření široké spektrum výsledků (39 650–53 150 km).

Úhlovou metodu měření použil pro stanovení obvodu Země také POSEIDONIUS (135–50 př. n. l.).

Další měření provedli až Arabové r. 827 v blízkosti Bagdádu, kde naměřili délku 1° z. š. v rozmezí 111,722–113,330 km.

Autorem prvního novodobého stupňového měření v Evropě byl r. 1525 francouzský lékař a matematik J. FERNEL. Měření prováděl na pařížském poledníku, kde stanovil místo ležící o 1° severně od Paříže. Vzdálenost obou míst určil z počtu otáček kola vozu (111,286 km).

Již v této době však bylo zřejmé, že přímé měření vzdáleností na zemském povrchu je příčinou mnoha chyb. Začíná se uplatňovat nová metoda měření – **triangulace**, poprvé použitá nizozemským matematikem a fyzikem W. SNELLIEM (1591–1626). Princip metody triangulace spočívá v tom, že vzdálenost dvou bodů není měřena přímo, ale pomocí sítě trojúhelníků, proložených mezi oba body. Pro měření vzdálenosti bodů O_1O_2 se vybere několik bodů A, B, ..., G tak, aby jejich vzdálenost byla kolem 30–40 km a z každého bodu byly vidět dva další (obr. 12.2). Jedna strana trojúhelníku, kterou lze přímo změřit, se volí jako základna a provede se měření všech úhlů v trojúhelnících. Je-li např. $b = O_1A$ změřená základna, lze další strany trojúhelníku BO_1 a AB stanovit pomocí sinové věty:

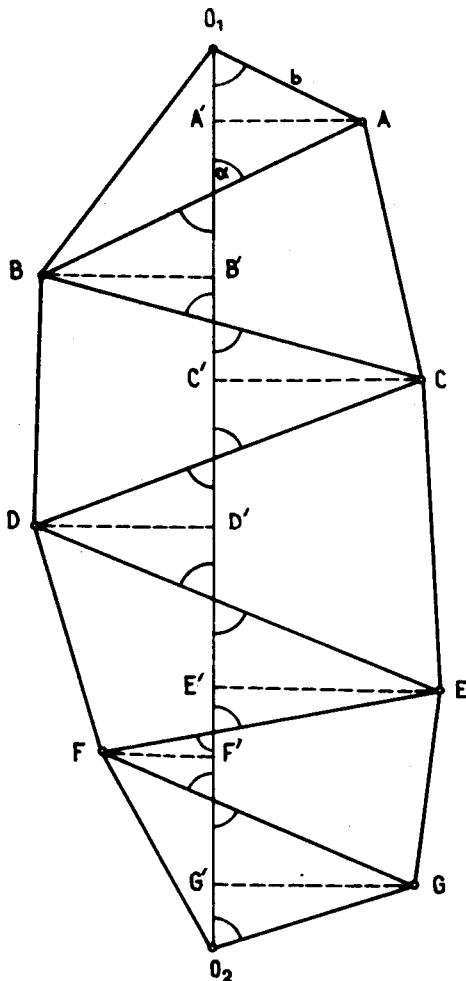
$$\frac{O_1A}{\sin \sphericalangle B} = \frac{AB}{\sin \sphericalangle O_1} = \frac{BO_1}{\sin \sphericalangle A} \quad (12.2)$$

Změříme-li dále úhly sevřené spojnicí O_1O_2 a stranami O_1A , AB , BC , ..., GO_2 , lze snadno vypočítat postupně úseky O_1A' , $A'B'$, $B'C'$, ..., $G'O_2$, jejichž součet dává hledanou vzdálenost O_1O_2 . Např. pro $A'B'$ platí:

$$A'B' = AB \cos \alpha \quad (12.3)$$

a analogicky pro ostatní úseky. Body, tvořené vrcholy soustavy trojúhelníků, se nazývají **trigonometrické body**. Ty pak vytvářejí **trigonometrickou síť**.

V r. 1669 Francouzi provedli nová měření mezi Paříží a Amiensem a v následujících letech na pařížském poledníku protaženém přes celou Francii. Přitom bylo zjištěno, že délka 1° z. š. měřená v různých částech poledníku není stejná. To vedlo k názoru o zploštění Země v polárních oblastech. K rotačnímu elipsoidu jako tvaru Země dospěl r. 1686 I. NEWTON úvahami o působení odstředivé a gravitační síly a z výsledků pozorování ostatních planet sluneční soustavy. Proti pojetí Newtona (hlavní poloosa a je větší než vedlejší poloosa b , tj. Země je zploštěná v oblasti pólů) stál opačný názor D. a J. CASSINIOVÝCH ($b > a$, tj. Země je zploštěná v oblasti rovníku). Měření v Peru (1735–1743), kde byla zjištěna hodnota 1° z. š. 110,6 km, a v Laponsku (1736–1737) – hodnota 111,5 km – potvrdilo představu rotačního elipsoidu se zploštěním v oblasti pólů. Z dalších stupňových měření je třeba uvést měření z r. 1792, které bylo provedeno na pařížském poledníku (prodlouženém až do Barcelony), z něhož vzešla **nová délková jednotka metr**, určený jako jedna desetimilióntina poledníkového kvadrantu Země. Ve Francii byl metr uznán za úřední jednotku r. 1799, v Rakousku-Uhersku až r. 1876.

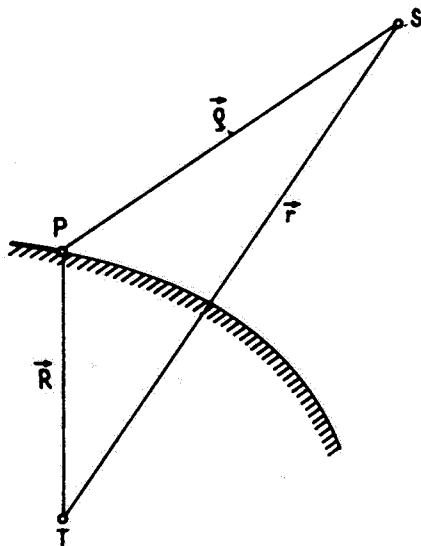


12.2 Princip měření vzdáleností metodou triangulace (popis v textu)

Stupňová měření byla konána s různými úspěchy i jinde. Postupně se však ukazovalo, že pro zpřesnění poznatků o tvaru a velikosti Země nestačí a byla doplněna **gravimetrickými měřeními** (podrobnou historii uvádí např. J. VYKUTIL, 1982). V posledních třech desetiletích přispěly výraznou měrou k rozšíření těchto poznatků umělé družice Země.

12.2 Družicová geodézie

Vypuštění první umělé družice Země, sovětského Sputniku 1, dne 4. 10. 1957 zahájilo novou epochu ve výzkumu vesmíru, ale i Země. Postupně se zformovala tzv. **družicová (kosmická) geodézie**, která podle M. BURŠI (1967) „řeší problémy a úlohy základní (vyšší) geodézie z pozemských měření poloh těles v blízkém kosmickém prostoru“. Těmito tělesy jsou nejčastěji umělé družice Země. Pro potřeby družicové geodézie jsou využívány tzv. **geodetické družice**.



12.3 Družice S, geocentrum (hmotný střed Země) T, topocentrum (pozemská pozorovací stanice) P, geocentrický průvodič družice r a stanice R, topocentrický průvodič družice ρ (J. KLOKOČNÍK, 1978)

Při pozorování družice ze Země se uplatňují následující druhy měření v optickém nebo radiovém oboru spektra (J. KLOKOČNÍK, 1978):

a) **fotografování speciálními družicovými komorami** (určuje se směr k družici, tj. směr topocentrického průvodiče ρ – obr. 12.3, neboli určité topocentrické souřadnice družice – např. rektascenze a deklinace)

b) **sledování laserovými dálkoměry** (měří se čas od vyslání laserového impulsu do jeho návratu po odrazu od cíle, z něhož se vypočte topocentrická vzdálenost družice $|\rho|$)

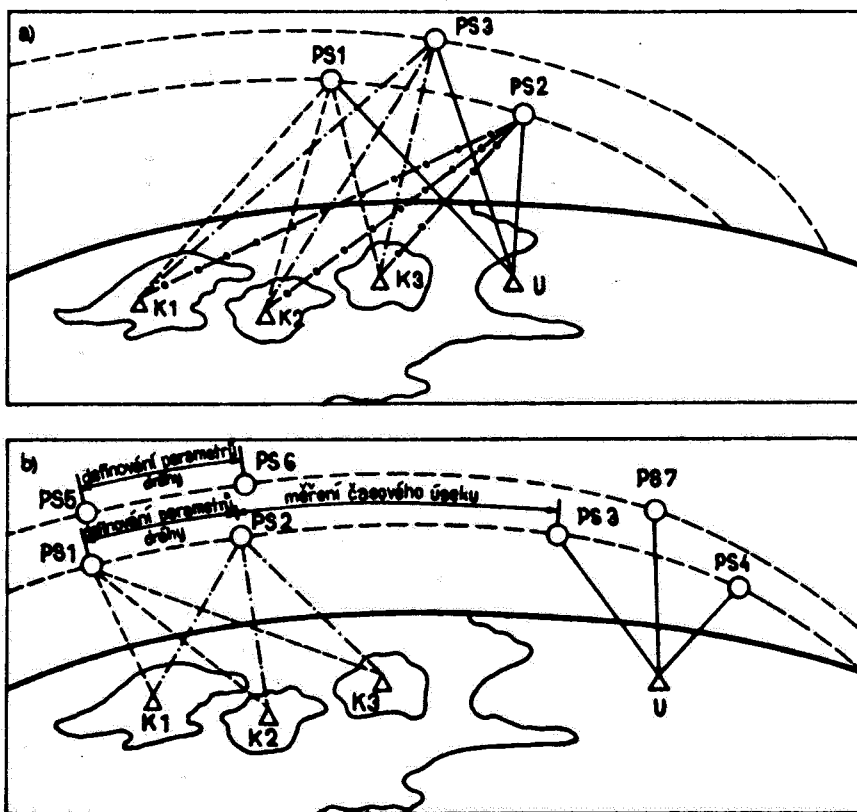
c) **měření dopplerovského posunu signálu vysílaného z družice** (ze změny frekvencí vysílací stanice na družici se určuje topocentrická rychlost $\dot{\rho}$; směr a vzdálenost lze s nižší přesností určit radarem)

d) **radiová měření** (mohou určit $\dot{\rho}$, popř. $|\rho|$, jsou ale méně přesná)

e) **interferometrická měření** (měří se podobně jako fotografickými komorami dvě úhlové veličiny).

Naměřené veličiny se určitými způsoby dále filtrují a opravují o řadu rušivých vlivů do standardní dále použitelné podoby (tzv. redukce). Dnešní laserová a dopplerovská měření dovolují stanovit topocentrický průvodič s decimetrovými chybami a polohu družice na dráze a geocentrické souřadnice pozemských pozorovacích stanic s chybou do deseti metrů.

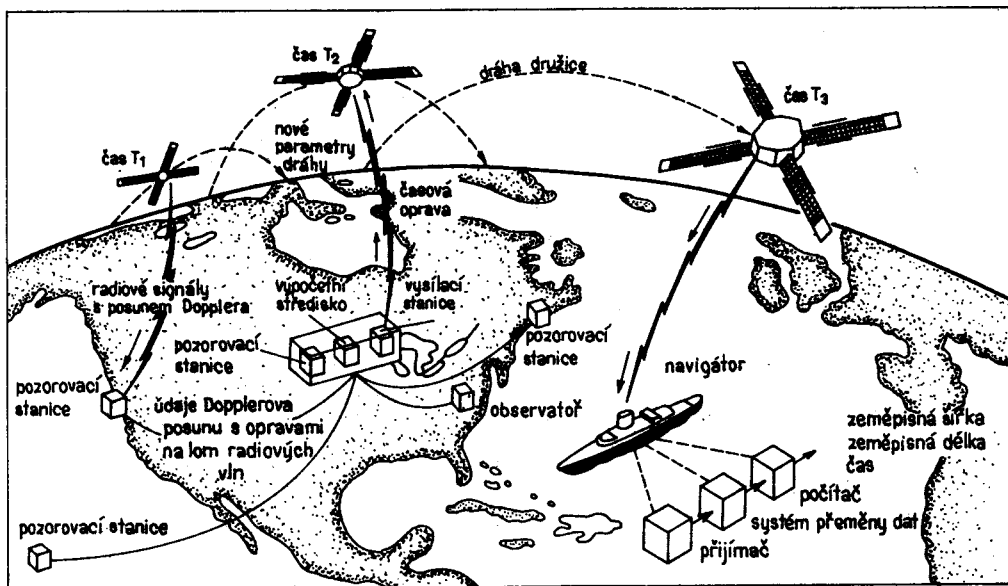
Vlastní pohyb družice v určitém referenčním souřadnicovém systému je popsán **pohybovými rovnicemi**, což jsou diferenciální rovnice 2. řádu. Jejich řešením se získá právě šest konstant – **dráhových elementů**, analogických např. elementům uvedeným v části 3.2.3: a – hlavní poloosa dráhové elipsy, e – výstřednost dráhy, Ω – délka výstupného uzlu, ω – argument perigea, tj. vzdálenost perigea (přízemí) P od výstupného uzlu, i – sklon dráhy družice k rovníku, T – čas průchodu družice perigeem. Vlivem gravitačních a negravitačních poruch dochází ke změnám dráhových elementů. **Gravitační poruchy dráhy** jsou způsobeny především odlišností tvaru Země od koule a nehomogenním rozložením hmot v zemském tělese (např. pólové zploštění Země zapříčiňuje rotaci uzlové přímky rychlostí až 360° za měsíc). Poruchy ve dráze vyvolávají také přitažlivé síly Slunce a Měsíce (tzv. lunisolární poruchy). Z **negravitačních poruch** se u blízkých družic velmi výrazně projevuje brzdění v atmosféře. Odpor atmosféry dlouhodobě



12.4 Dva způsoby určení neznámých souřadnic pozemského bodu na základě pozorování poloh umělé družice Země – přímá geometrická metoda (J. MIETELSKI, 1979)

zmenšuje hlavní poloosu a excentricitu dráhy, takže družice se dostává blíže k zemskému povrchu. Proces smršťování dráhy se urychluje až dojde k zániku družice v hustých vrstvách atmosféry. Vedle odporu atmosféry se uplatňuje i tlakový vliv slunečního záření.

Existují dva základní přístupy družicové geodézie: geometrický a dynamický. V prvním případě lze z přímého pozorování družice z pozemních stanic určit souřadnice neznámého bodu. Nejpřesnější výsledky (s chybou do 10 m) dává podle J. MIETELSKÉHO (1979) přímá geometrická metoda, kdy se pozorují tři polohy družice PS1–PS3 ze čtyř pozemních stanic, z nichž pro K1–K3 jsou jejich souřadnice známy (obr. 12.4a). Polohy družice PS1 a PS2 se měří v několikaminutových odstupech, PS3 při následujícím obletu družice. Souřadnice neznámého bodu U se určí řešením vzniklých trojúhelníků. Větší chyba (desítky metrů) vzniká v případě, kdy se družice v bodě U pozoruje o určitý časový úsek později než v bodech K1–K3, pro který se vypočítají souřadnice družice na základě známých elementů její dráhy (obr. 12.4b). K měření je třeba rovněž využít dva následující přelety družice. Na principech přímé geometrické metody je založena družicová navigace. Pozemní stanice pozorující družici určují její souřadnice a dráhové elementy. Každá loď pozorující družici pak dostává radiovou cestou informace o souřadnicích družice v okamžiku pozorování, což umožňuje výpočet polohy lodi. Obr. 12.5 vyjadřuje schéma



12.5 Schéma činnosti družicového navigačního systému NNSS (J. MIETELSKI, 1979)

činnosti amerického navigačního systému NNSS (Navy Navigation Satellite System), využívaného od r. 1967 pro civilní účely, který umožňuje zjistit polohu lodi s přesností 200–2000 m.

Již v minulém století byl vysloven požadavek na vytvoření **jednotného geodetického systému** pro celou Zemi, neboť základní astronomicko-geodetické sítě jednotlivých států nebo skupin států mají různou přesnost, polohu a orientaci na odlišných referenčních elipsoidech, jejichž středy nejsou totožné s hmotným středem Země. Ovšem teprve s pomocí družicové geodézie lze vytvořit na Zemi trojúhelníkovou síť o stranách dlouhých i několik tisíc kilometrů a určit prostorové pravouhlé souřadnice bodů takové sítě. Tato síť pozemních družicových stanic se obvykle označuje jako síť „**nultého**“ řádu, která se dále zhušťuje **družicovými sítěmi 1. a 2. řádu** na jednotlivých kontinentech. Na body družicové sítě se pak připojují **trigonometrické sítě** jednotlivých států.

V případě **dynamického přístupu** je bezpodmínečně nutná znalost dráhy družice, tj. parametrů definujících v daném okamžiku jednoznačně polohu a rychlost družice v prostoru. Hlavním **cílem dynamické družicové geodézie** je pak určení **konstant (parametrů) gravitačního pole Země**, jejich další **zpřesňování a určení geocentrických souřadnic pozemních pozorovacích stanic** v jednotném celosvětovém souřadném systému. Zpřesnění popisu gravitačního pole Země s řádově centimetrovou přesností v určení geocentrických souřadnic by umožnilo např. sledovat pohyby zemské kůry a v ohrožených oblastech přispívat k předvídaní zemětřesení, zpřesnit geofyzikální modely vnitřní stavby Země, provádět různé oceánografické studie či detailně studovat slapové jevy (J. KLOKOČNÍK, 1978).

Pohyb hmotného bodu (družice) v gravitačním poli nějakého tělesa bude ideální keplerovská dráha za předpokladu, že ústřední těleso je homogenní koulí bez atmosféry a bez působení jiného (tzv. třetího) tělesa. Jakkoliv nepravidelnosti v rozložení hmoty a ve tvaru tohoto tělesa však způsobí poruchy v uvedené dráze. Gravitační pole centrálního tělesa v případě homogenní koule je velmi jednoduché a závisí jen na vzdálenosti středu tělesa. Jakkmile však je hmota v kouli

nerovnoměrně rozložena nebo těleso není kulově symetrické, závisí pak gravitační potenciál i na směru, tj. v případě Země i na zeměpisné šířce a délce. **Gravitační potenciál** V se pak dá vyjádřit v podobě rozvoje do řady sférických (kulových) funkcí:

$$V = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r} \right)^n (\overline{C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda) \overline{P}_{nm} \sin \varphi \right\}, \quad (12.4)$$

kde GM je geocentrická gravitační konstanta;

r , φ , λ jsou postupně velikost geocentrického průvodiče družice, jeho geocentrická šířka a délka;

R je délkový faktor (hlavní poloosa referenčního elipsoidu), vyjádřený ve stejných jednotkách jako r ;

n , m jsou celá čísla označující stupeň a řád dále uvedených funkcí a koeficientů (přitom $m \leq n$);

$\overline{P}_{nm} \cos m\lambda$ ($\overline{P}_{nm} \sin m\lambda$) jsou **sférické** neboli **Laplaceovy harmonické funkce** stupně n ;

\overline{P}_{n0} jsou **sférické funkce zonální** (**zonální harmonické**) neboli **Legendreovy polynomy** (funkce) stupně n ;

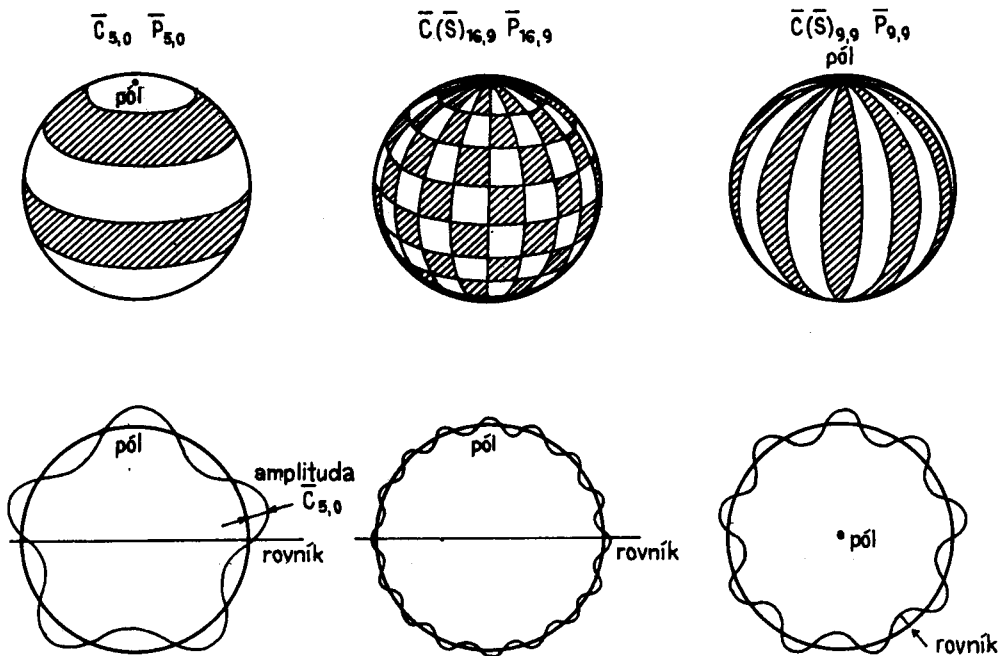
\overline{P}_{nm} jsou **sférické funkce tesserální** (**tesserální harmonické**) neboli **Legendreovy funkce přidružené** (**asociované**) stupně n a řádu m [pro $n = m$ se někdy nazývají **sektorální** (**sektorové**)];

\overline{C}_{nm} , \overline{S}_{nm} je nejčastější označení **dynamických** (**Stokesových**) konstant neboli tzv. **harmonických koeficientů**. Ve vzorci (12.4) to jsou bezrozměrná čísla. Pro $m = 0$ se nazývají **zonální**, pro $m \neq 0$ **tesserální** a pro $n = m$ **sektorové**, analogicky podle funkcí, u kterých stojí.

Pruh u symbolů značí, že jde o veličiny určitým způsobem normované. **Harmonické koeficienty** charakterizují dynamické vlastnosti tělesa (byly by číselně určeny, kdyby bylo známo rozložení veškeré hmoty v tělese) a jeho vnější gravitační pole.

Význam koeficientů v případě gravitačního pole Země lze podle V. VANÝSKA (1980) vyloužit následovně. Za předpokladu, že zonální koeficient $\overline{C}_{2,0} \neq 0$, kdežto ostatní koeficienty jsou nulové, popisuje vztah pro gravitační potenciál **gravitační pole rotačního elipsoidu**. $\overline{C}_{2,0}$ je tzv. **dynamické zploštění** tohoto elipsoidu, které je ovšem úměrné zploštění geometrickému a je mírou zploštění planety na pólech. Obdobně koeficient $\overline{C}_{2,2}$ vyjadřuje zploštění rovníku. To znamená, že pro $\overline{C}_{2,0} \neq 0$ a $\overline{C}_{2,2} \neq 0$ při ostatních nulových koeficientech je gravitačním potenciálem popsáno **pole trojosého elipsoidu**. Ostatní koeficienty pak postihují další nepravidelnosti reálného tělesa, přičemž tesserální a sektorové harmonické koeficienty definují strukturu gravitačního pole v závislosti na zeměpisné šířce a délce současně a zonální pouze v závislosti na zeměpisné šířce. Geometrickou představu o významu harmonických koeficientů přibližuje obr. 12.6. **Koeficienty** lze určit právě z **pohybu umělých družic Země** (před jejich použitím byl prakticky určen s menší přesností pouze koeficient $\overline{C}_{2,0}$). Průkopníkem v určování tvaru Země pomocí družic byl československý astronom E. BUCHAR (1901–1979), který poprvé z pohybů prvních družic našel zploštění Země velice blízké dnešním nejpřesnějším hodnotám. Soubor harmonických koeficientů a souřadnic stanic vytváří tzv. „**model gravitačního pole**“. Nejvýznamnější modely popisuje např. J. KLOKOČNÍK (1978). Ukazuje se, že nejmodernější řešení rovnice (12.4) určená kombinací družicových a tíhových dat jsou asi do $n = m = 30$. Tím je průběh plochy geoidu určen s řádově metrovou přesností a geocentrické souřadnice stanic asi na ± 10 m.

Studiem změn dráhových elementů umělých družic a kosmických sond byla v posledních letech „zmapována“ **gravitační pole řady těles sluneční soustavy** a vypočteny jejich další mechanické parametry. Zejména byly odvozeny soubory parametrů určujících vnější gravitační pole a tvar vnějších hladinových ploch Země, Marsu, Měsíce, Venuše, Merkura, Jupitera a Saturna. Byly rovněž započaty práce na interpretaci těchto polí a rozpracovány modely popisující hmotnostní strukturu Měsíce a planet zemského typu (M. BURŠA, 1984).



12.6 Příklad y geometrické interpretace harmonických koeficientů (J. KLOKOČNÍK, 1978)

12.3 Způsoby aproximace tvaru Země

Skutečný zemský povrch je v důsledku dlouhého vývoje naší planety **velmi členitý**, a to jak ve vertikálním, tak i v horizontálním směru. Horizontálně je zemský povrch členěn na kontinenty (pevniny) a oceány (tab. 12.1). Z celkové plochy Země připadá na oceány 70,8 %, na pevninu 29,2 %. Na severní polokouli činí podíl plochy pevniny 39 %, na jižní pouze 19 %. Toto nerovnoměrné rozložení pevnin a oceánů se výrazně projevuje ve fyzickogeografických podmínkách obou polokoulí. Průměrná výška pevniny je 875 m, přičemž nejvýše sahá Ču-mu-lang-ma do výšky 8848 m. Průměrná hloubka oceánů dosahuje 3704 m, přičemž největší hloubka změřená v Mariánském příkopu činila 11 034 m.

Vedle toho podléhá zemský povrch **neustálým změnám** (např. slapové působení, eroze). Na takovoto neustálené a složité ploše je prakticky nemožné vyjádřit stálou, přesnou polohu zvoleného bodu. Proto musíme **tvar zemského tělesa idealizovat** a jeho plochu přesně analyticky vyjádřit. Zemské těleso můžeme nahradit **geoidem, rotačním elipsoidem, trojosým elipsoidem a koulí**.

Základní charakteristiky kontinentů a oceánů (údaje podle Mirovoj vodný balans i vodnyje resursy Zemli, 1974)

Čísla v závorkách udávají procentuální vyjádření, x — údaj neuveden

Kontinent	Plocha [10 ⁶ km ²]	Prům. výška [m]	Max. výška [m]	Min. výška [m]
Afrika	30,1 (20,20)	650	5 895	-150
Antarktida	14,0 (9,40)	2 040	5 140	x
Asie	43,5 (29,19)	950	8 848	-392
Austrálie	8,9 (5,97)	350	5 029	-12
Evropa	10,5 (7,05)	300	5 642	-28
Jižní Amerika	17,8 (11,95)	580	7 014	-35
Severní Amerika	24,2 (16,24)	700	6 193	-85
Pevnina celkem	149,0 100,00	875	8 848	-392

Oceán	Plocha [10 ⁶ km ²]	Prům. hloub. [m]	Máx. hloub. [m]	Objem [10 ⁶ km ³]
Atlantský	91,7 (25,38)	3 602	9 219	330,1 (24,66)
Indický	76,2 (21,09)	3 736	7 450	284,6 (21,26)
Severní ledový	14,7 (4,07)	1 131	5 220	16,7 (1,25)
Tichý	178,7 (49,46)	3 957	11 034	707,1 (52,83)
Oceány celkem	361,3 (100,00)	3 704	11 034	1338,5 (100,00)

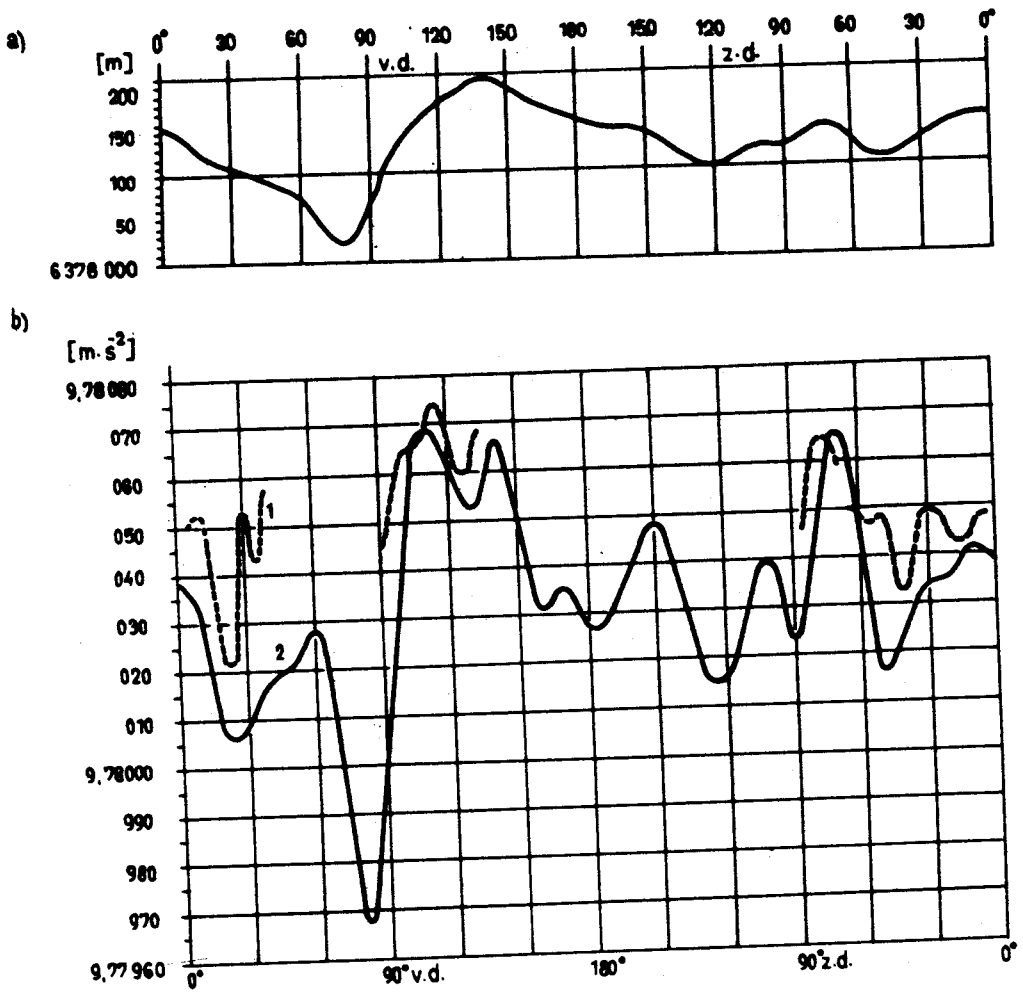
12.3.1 ZEMĚ JAKO GEOID

Kdyby Země byla v tekutém stavu, pak by pro určení jejího tvaru bylo postačující vyjádření **vnějšího potenciálu tíhové síly** (tj. součtu potenciálů gravitační a odstředivé síly). Rovinný povrch Země by bylo možné vyjádřit rovnicí:

$$V_z = V_{z0} \quad (12.5)$$

kde V_{z0} je hodnota vnějšího tíhového potenciálu na povrchu naší planety. Při tomto určení tvar Země závisí také na takových fyzikálních parametrech, jako je rozdělení hmot uvnitř Země a úhlová rychlost rotace. Ačkoli se Země nenachází v hydrostatické rovnováze, určuje se rovnicí (12.5) tvar Země, nazývaný **geoid** (pojem zaveden J. B. LISTINGEM r. 1872).

Geoid lze tedy tradičně definovat jako těleso, omezené vzhledem k atmosféře střední klidnou hladinou oceánů a moří, probíhající myšleně i pod kontinenty nebo jako ekvipotenciální plochu, nejtěsněji přiléhající ke střední klidné hladině oceánů a moří. Střední klidná hladina oceánů a moří je hladina nezvlněná větrem, mořskými proudy, slapovými jevy, působením tlaku atd. Podle J. VYKUTILA (1982) ovšem střední hladiny světových moří nevytvářejí stejnou hladinovou plochu, tj. geoid je třeba definovat jako hladinovou plochu procházející **zvoleným nulovým výškovým bodem**. Plocha geoidu jako plocha ekvipotenciální je tedy v každém bodě kolmá na směr tíhové síly (tížnice). Protože rozložení hmot o různé hustotě v zemské kůře je nepravidelné (např. usazeniny s větší hustotou vychylují směr tížnice), je tvar geoidu dosti složitý (plocha geoidu je mírně zvlněná, bez hran a zlomů). **Průběh oceánské části geoidu** (až na působení slapů, větru, mořských proudů a dalších drobných efektů) umožňuje s velkou přesností a detailizací určit **metoda družicové altimetrie**. Z výškoměru (altimetru) na palubě družice (radar nebo laserový dálkoměr) se vysílá k povrchu Země signál a z tranzitního času se zjistí výška družice nad měřeným místem. Přitom je třeba současně sledovat dráhu družice a určit její momentální geocentrický průvodič.



12.7 Průběh ekvipotenciální hladinové plochy (a) a hodnot tíhového zrychlení (b) podél zemského rovníku (podle M. BURŠI, 1971, 1972). Průběh ekvipotenciální hladinové plochy v podstatě vyjadřuje, v jaké vzdálenosti od středu Země lze naměřit stejnou hodnotu tíhové síly. V grafu změn hodnot tíhového zrychlení jsou vyneseny údaje zjištěné přímým měřením pomocí gravimetrie (1) a údaje odvozené z pohybu umělých družic Země (2). Díky jim se podařilo objevit výraznou tíhovou anomálii v místě $\lambda = 90^\circ$ v. d. Posun křivek 1 a 2 je způsoben chybou zemského tíhového postupimského normálu (světový základní tíhový bod je Postupim $-\varphi = 52^\circ 22,86'$, $\lambda = 13^\circ 4,06'$, $H = 87$ m, kde z kyvadlových měření v letech 1898–1904 byla určena hodnota tíhového zrychlení $g = 9,812\,740 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \pm 30 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; měření tíže v dalších bodech na Zemi ukázalo, že správnější hodnota g v Postupimi je asi o $140 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ menší, tj. $g = 9,812\,600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

Průběh ekvipotenciální hladinové plochy a hodnot tíhové síly podél zemského rovníku ukazuje obr. 12.7a, b.

Kdyby celé zemské těleso bylo složeno z homogenní tvárné hmoty, dosáhla by Země tvaru pravidelného rotačního tělesa zploštělého na pólech – **sféroidu**, který se jen málo liší od geoidu a nemá zvlněnou plochu. Sféroid tedy značí rovnoměrně rotující hladinové plochy co do hmoty ideálně hydrostaticky uspořádané Země nevystavené cizí gravitaci, jež střed leží v těžišti planety Země a má s ní stejnou hmotnost a stejnou úhlovou rychlost rotace. Hladinová plocha totožná s povrchem ideální Země je **normální sféroid** (F. KUSKA, 1974).

12.3.2 ZEMĚ JAKO ROTAČNÍ ELIPSOID

Pro různé vědecké a technické cíle, na určování přesné polohy bodů ve vhodné souřadnicové soustavě a vzájemných vzdáleností zvolených bodů, na řešení rozličných geodetických a kartografických zobrazovacích problémů nejsou vhodné tak složité plochy jako jsou plochy geoidu a sféroidu. Protože rotační elipsoid vhodných rozměrů se jen málo liší od geoidu, volí se v geodézii a kartografii pro geometrické vyjádření uvedených vztahů **rotační elipsoid**.

Rotační elipsoid je charakterizován svojí průřezovou elipsou (s hlavní poloosou a , vedlejší b), která má v soustavě rovinných pravouhlých souřadnic rovnici:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (12.5)$$

Rotací této elipsy kolem vedlejší osy vznikne rotační elipsoid, jehož rovnice v soustavě pravouhlých prostorových souřadnic je dána vztahem:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (12.6)$$

kde x, y, z jsou osy pravouhlé soustavy souřadnic v prostoru, x, y leží v rovině rovníku, z leží v ose rotace.

Umístíme-li rotační elipsoid v geoidu tak, že jeho geometrický střed ztotožníme s těžištěm geoidu a vedlejší osu a rovinu rovníku s myšlenou osou zemské rotace a rovinou rovníku geoidu, dostaneme tzv. **zemský elipsoid**. Takový rotační elipsoid, který se celý nebo jenom jeho část dobře přimyká ke geoidu, se nazývá **referenční elipsoid**. Jeho plocha je **referenční plocha**. Referenční elipsoid nemusí být vzhledem ke geoidu orientován výše popsaným způsobem, v každém případě však jeho vedlejší osa musí být rovnoběžná s osou zemské rotace. Zvolený bod, v němž volíme dotyk elipsoidu s geoidem, se nazývá **referenční neboli základní bod** (normála elipsoidu je v něm totožná s tížnicí).

Velikost a tvar referenčního elipsoidu je vždy určen dvěma ze čtyř parametrů: numerickou výstředností e (pro geodetické účely se udává e^2), zploštěním i , hlavní poloosou a , vedlejší poloosou b . Jeden z parametrů musí vždy určovat a nebo b . Hodnota i se vypočítá ze vztahu:

$$i = \frac{a - b}{a} \quad (12.7)$$

e^2 se vypočte ze vztahu (3.1). Ze vztahů (3.1) a (12.7) lze snadno odvodit vztahy pro výpočet a, b .

Prakticky až do začátku 20. století se parametry zemského elipsoidu určovaly **obloukovou (geometrickou) metodou** z geodetických sítí, od r. 1910 **plošnou metodou** z astronomicko-geodetických sítí¹⁾, od r. 1936 se využívá také údajů **gravimetrických** a v poslední době i **měření**

¹⁾ V geodetické síti jsou kromě geodetických veličin (úhly, délky) astronomicky určeny pouze souřadnice výchozího (základního, referenčního) bodu a azimut jedné strany z tohoto bodu na sousední bod. Z výchozího bodu se odvozují souřadnice všech bodů trigonometrické sítě a azimuty všech stran. Astronomicko-geodetická síť je pak taková trigonometrická síť, kde jsou astronomicky určeny souřadnice a azimuty vybraných bodů (tzv. Laplaceovy body).

umělých družic Země (blíže J. VYKUTIL, 1982). Mezi nejznámější vypočtené referenční elipsoidy patří (tab. 12.2):

a) **Besselův elipsoid**

Byl určen F. W. BESSELEM v r. 1841 na základě většího počtu poledníkových oblouků stanovených z 10 různých stupňových měření (hlavně v evropské oblasti). Byl zaveden pro geodetické a kartografické výpočty ve všech státech střední Evropy i v některých dalších zemích (např. v SSSR do r. 1942). U nás byl použit ještě po r. 1918 pro systém JTSK (Jednotná trigonometrická síť katastrální), takže se vlastně v civilní zeměměřičské službě používá dosud.

b) **Hayfordův elipsoid**

Byl odvozen r. 1909 J. F. HAYFORDEM plošnou metodou z astronomicko-geodetické sítě na území USA. Mezinárodní asociace geodetická (IAG) na Valném shromáždění Mezinárodní unie geodetické a geofyzikální (IUGG) v r. 1924 v Madridu prohlásila tento elipsoid za mezinárodní a doporučila jej pro geodetické a kartografické práce všem členským státům. ČSR na tento elipsoid, přijatý řadou zemí, ale nevyhovující plně pro střední Evropu, nepřistoupila.

c) **Krasovského elipsoid**

Parametry elipsoidu byly určeny z astronomicko-geodetických sítí SSSR, západní Evropy a USA. Poprvé v historii určování rozměrů Země byla využita měření gravimetrická. K určení nového elipsoidu bylo překročeno proto, že pro území SSSR není vhodný ani jeden z předchozích dvou elipsoidů (např. v Chabarovsku byl Besselův elipsoid již 370 m pod geoidem). F. N. KRASOVSKU určil předběžné parametry elipsoidu již v r. 1936 ($a = 6\,378\,210$ m, $i = 1 : 298,6$). Elipsoid po něm pojmenovaný má však základní parametry totožné s elipsoidem trojosým, stanoveným později A. A. IZOTOVEM. Tento elipsoid byl po r. 1950 zaveden v socialistických zemích (u nás v r. 1952 při zahájení nového topografického mapování v měřítku 1 : 25 000 pro souřadnicový systém 1952 a v r. 1957 pro vytvoření souřadnicového systému S-42).

d) **Elipsoid IAG 1967 (Geodetický referenční systém 1967)**

Na XIV. Valném shromáždění IUGG v r. 1967 ve Švýcarsku byly doporučeny konvenční konstanty pro „Geodetický referenční systém 1967“: rovníkový poloměr Země $a = 6\,378\,160$ m, geocentrická gravitační konstanta Země $GM_Z = 398\,603 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$, dynamické zploštění Země $C_{2,0} = 10\,827 \cdot 10^{-7}$.

Parametry vybraných referenčních elipsoidů

Tabulka 12.2

Elipsoid	a [m]	b [m]	i	délka rovníku [m]
Besselův	6 377 397	6 356 079	1 : 299,15	40 070 368
Hayfordův	6 378 388	6 356 912	1 : 297,0	40 076 594
Krasovského	6 378 245	6 356 863	1 : 298,3	40 075 695
elipsoid IAG 1967	6 378 160	6 356 760	1 : 298,26	40 054 845

Hodnota \bar{a} byla určena astronomicko-geodetickými metodami z rozsáhlých triangulací, GM_Z pomocí 3. Keplerova zákona z měřených vzdáleností k Měsíci a vzdáleným umělým družicím Země a hodnota $\bar{C}_{2,0}$ byla velmi přesně vypočtena z poruch drah blízkých umělých družic Země. Uvedené parametry elipsoidu IAG 1967 pak byly přijaty na XV. Generálním shromáždění IUGG v r. 1971 v Moskvě.

Protože v posledních letech výrazně vzrostl rozsah zejména družicových a gravimetrických měření, bylo XVII. Generálním shromážděním IUGG v r. 1979 (Canberra v Austrálii) doporučeno přijetí „referenčního systému 1980“ ($a = 6\,378\,137$ m, $i = 1 : 298,257$).

12.3.3 ZEMĚ JAKO TROJOSÝ ELIPSOID

Myšlenkou vyjádření zemského tělesa v podobě trojosého elipsoidu se zabýval již r. 1859 F. F. SCHUBERT. Příslušné výpočty však byly provedeny až r. 1928 W. HEISKANENEM. V soustavě pravouhlých prostorových souřadnic je **trojosý elipsoid** vyjádřen rovnicí:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (12.8)$$

kde a je hlavní a b vedlejší poloosa rovníkové elipsy, a hlavní a c vedlejší poloosa poledníkové elipsy. U trojosého elipsoidu je tak třeba vedle parametrů a , b , c , uvažovat zvlášť **rovníkové zploštění** i_R a **pólové zploštění** i_P , která se stanoví ze vztahů:

$$i_R = \frac{a-b}{a}, \quad i_P = \frac{a-c}{a}. \quad (12.9)$$

Přestože trojosý elipsoid lépe vystihuje tvar geoidu, dává se v geodézii pro jednoduchost výpočtů přednost elipsoidu rotačnímu, aniž tím vzniká podstatnější chyba.

12.3.4 ZEMĚ JAKO KOULE

V některých případech (např. pro odvození map malých měřítek, pro přibližné a rychlé výpočty některých prvků na zemském tělese) se bez větší újmy na přesnosti nahrazuje referenční elipsoid nebo jeho část **koulí s vhodným poloměrem**. Např. pro účely kartografie se poloměr koule r_1 vypočte jako **průměrná hodnota tří os rotačního elipsoidu**:

$$r_1 = \frac{1}{3} (a + a + b). \quad (12.10)$$

Vedle toho lze také poloměr referenční koule stanovit z podmínky, že její povrch je stejný jako povrch referenčního elipsoidu (r_2) nebo že její objem je stejný jako objem referenčního elipsoidu (r_3). Potom např. pro referenční koule Krasovského vychází: $r_1 = 6\,371\,118$ m, $r_2 = 6\,371\,116$ m, $r_3 = 6\,371\,110$ m. Koule tak představuje další aproximaci tvaru Země pro případ, že by Země byla homogenní a nerotovala.

12.3.5 POROVNÁNÍ GEOIDU S ELIPSOIDY

Protože geoid do jisté míry kopíruje skutečný tvar Země, je v oblastech pevnin nad elipsoidem, v oblastech oceánů klesá pod něj (obr. 12.8a). Výška geoidní plochy nad nebo pod elipsoidem závisí na **tížnicové odchylce**, tj. na úhlu, který svírá v daném bodě normála elipsoidu se směrem tíhové síly (např. nejvyšší hodnoty odchylek mezi 10–50' připadají na velehorské oblasti). Obecně jsou nejvyšší odchylky zaznamenány v místech, kde jsou značné rozdíly v hustotě mořské vody a pevninských bloků.

Mapy výšek geoidu nad elipsoidem (obr. 12.8b) však tento závěr zcela nepotvrzují. Podle V. N. ŽARKOVA a V. P. TRUBICYNNA (1980) z toho plyne, že kontinentální oblasti jsou izostaticky zkompenzovány a odchylky jsou vyvolány fluktuacemi hustoty v zemské kůře a plášti.

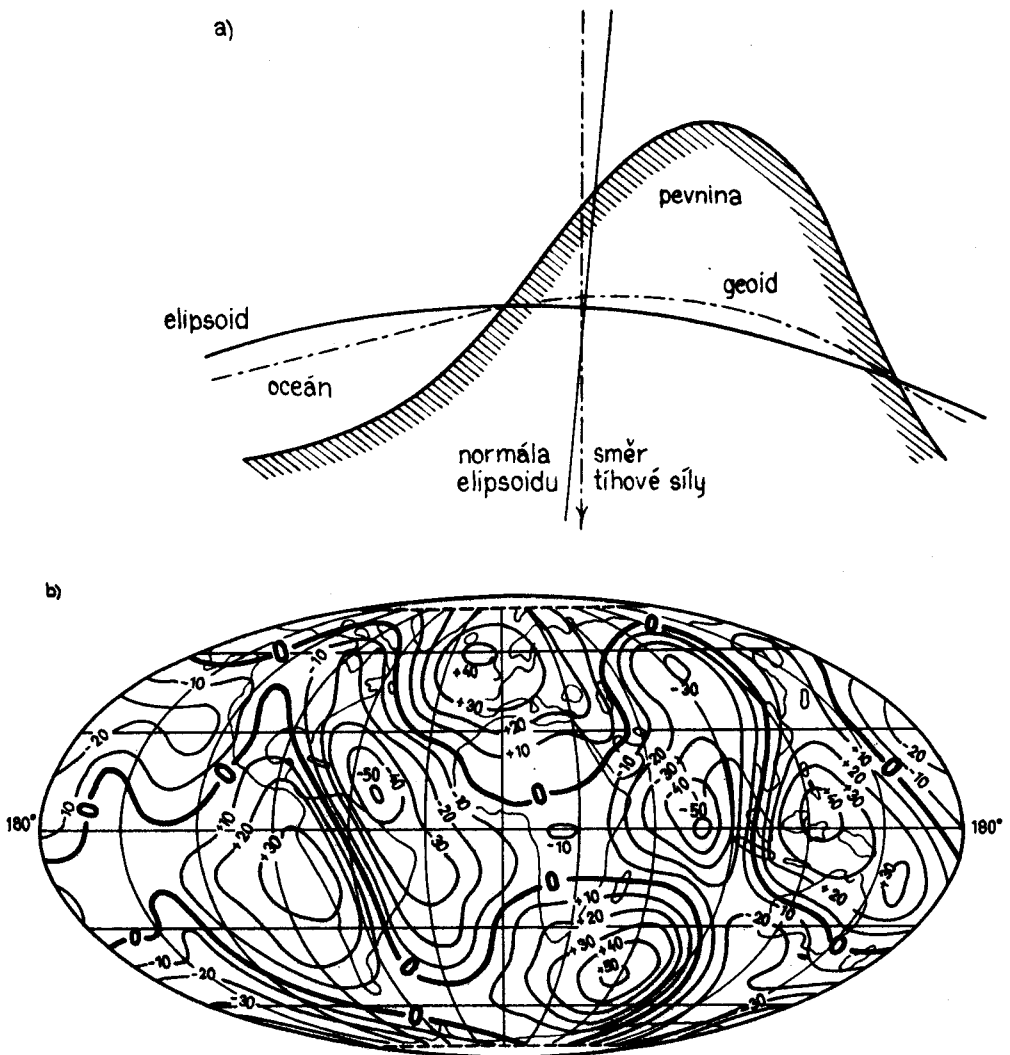
Při nahrazování plochy geoidu elipsoidem je třeba klást určité dodatečné podmínky, např. podmínku minima součtu čtverců odchylek geoidu od trojosého elipsoidu, znázorněných na obr. 12.8b. Úloha se řeší analyticky a pro **trojosý zemský elipsoid** vychází (M. BURŠA, 1979):

$$a = 6\,378\,173 \text{ m}, \quad i_R = 1 : 94\,000, \\ i_P = 1 : 297,787, \quad \lambda_a = 14,8^\circ \text{ z.d.}, \quad (12.11)$$

kde λ_a značí zeměpisnou délku poledníku s největší poloosou a . Odpovídající **zemský elipsoid rotační** má parametry:

$$a = 6\,378\,139 \text{ m}, \quad i = 1 : 298,257. \quad (12.12)$$

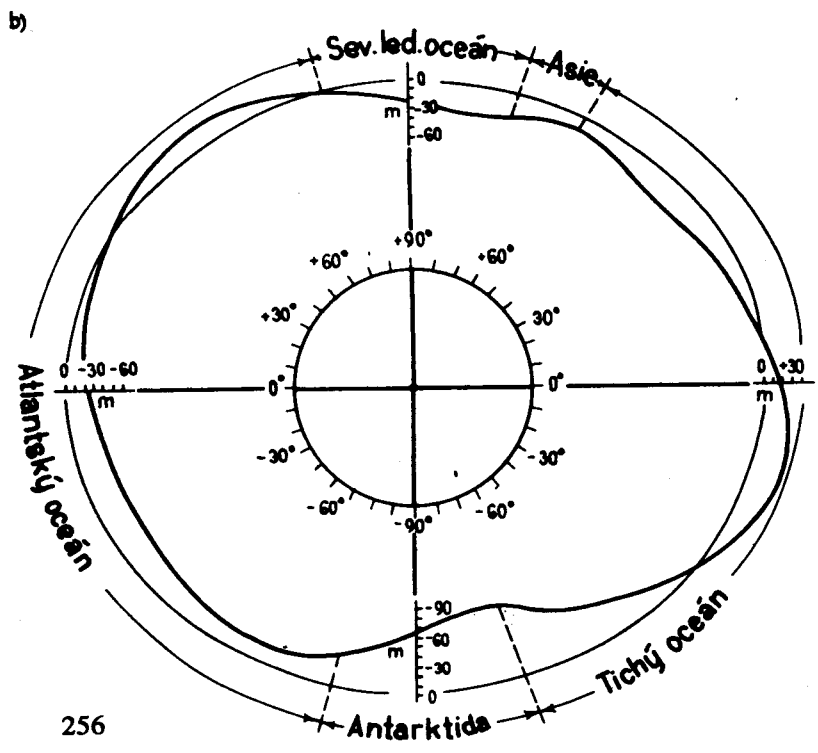
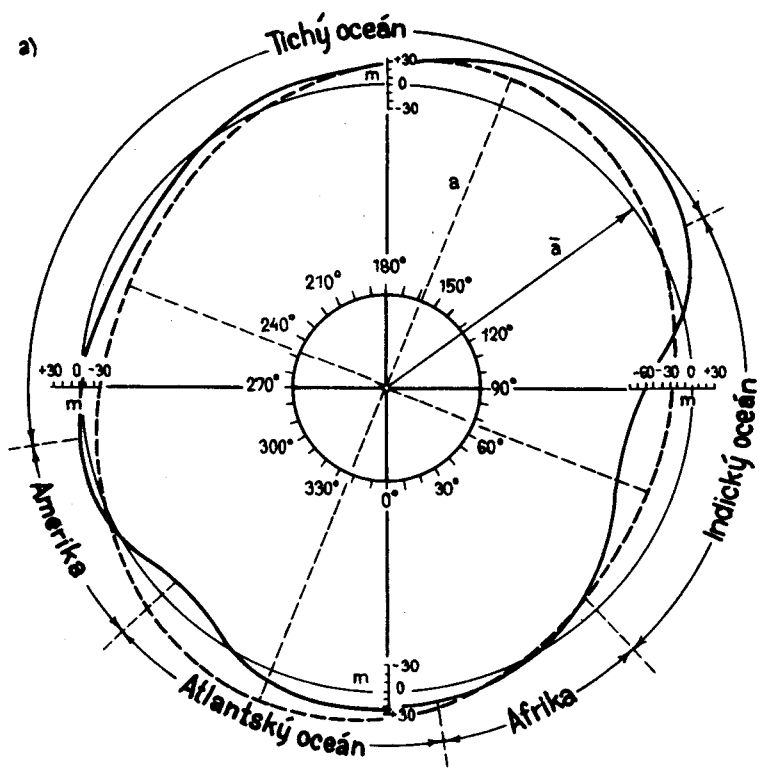
Parametry (12.11) a (12.12) charakterizují tvar zemského tělesa vcelku. Podrobnější výzkumy s využitím družic však ukázaly, že **severní polokoule se tvarově značně liší od jižní**. Zatímco jižní

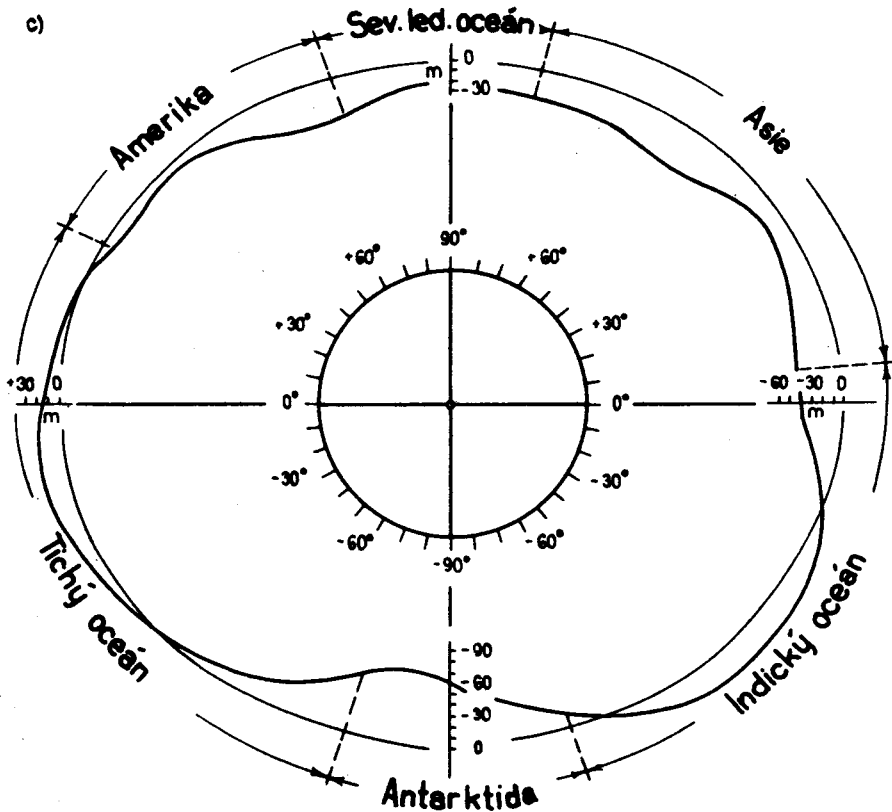


12.8 a) Vztah geoidu a elipsoidu ke skutečnému tvaru Země; b) Odchylky geoidu od trojosého elipsoidu (v m) zjištěné z pozorování pohybu umělých družic Země (podle M. BURŠI, 1979). Znaménko + značí výšku geoidu nad elipsoidem, znaménko – opak. Nultý poledník prochází středem mapy

polokoule má přibližně tvar trojosého elipsoidu, je severní polokoule asi třikrát více zploštělá (tj. „bočně“), ne jak by odpovídalo trojosému elipsoidu. Zato pólově je více zploštělá polokoule jižní (1 : 298,0) než severní (1 : 298,5), což znamená, že polární poloměr jižní polokoule je menší než polární poloměr severní polokoule.

Skutečné tvarové nepravidelnosti zemského tělesa jsou dobře patrné z řezů geoidem v rovině rovníku a v rovinách poledníků, v nichž leží osy rovníkové elipsy (obr. 12.9).





12.9 Řezy geoidem (podle M. BURŠI, 1970):

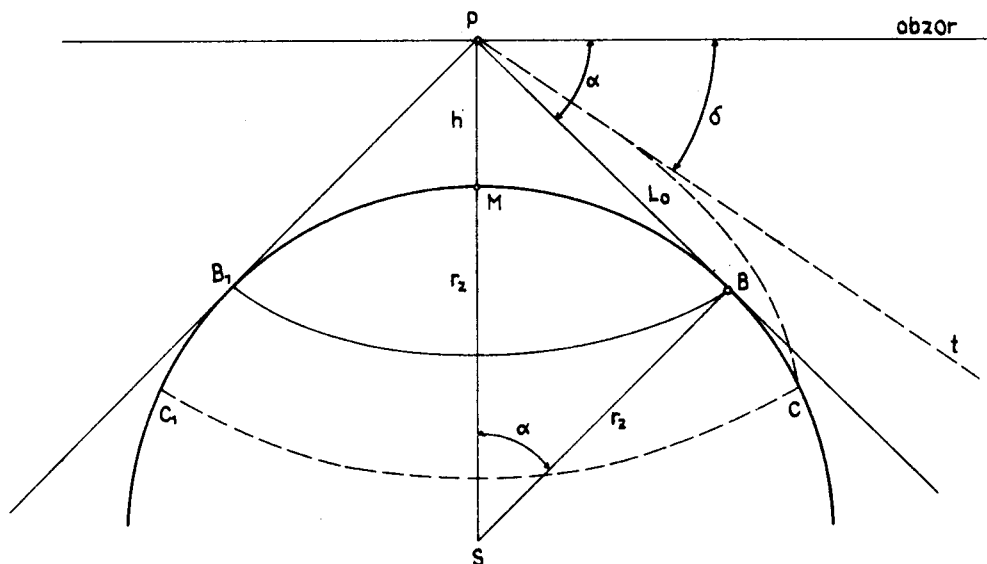
- a) řez rovinou rovníku (a – hlavní poloosa rovníkové elipsy, \bar{a} – poloměr koule),
- b) řez poledníkovou rovinou, obsahující hlavní poloosu a rovníkové elipsy,
- c) řez poledníkovou rovinou, obsahující vedlejší poloosu b rovníkové elipsy

12.4 Důsledky tvaru Země

12.4.1 ZONÁLNÍ ROZDĚLENÍ ÚHRNŮ SLUNEČNÍHO ZÁŘENÍ NA ZEMSKÉM POVRCHU

Protože Země je od Slunce značně vzdálena, lze předpokládat, že sluneční záření přichází k Zemi v podobě svazku **rovnoběžných paprsků**. Důsledkem přibližně **kulového tvaru Země** je pak skutečnost, že slunečním zářením je v daném okamžiku osvětlena polovina celkové plochy Země a že v jednotlivých místech zemského povrchu se liší **úhel**, který s ním dopadající paprsky svírají. Nejvyšší úhrny slunečního záření dostávají ty části zemského povrchu, na které sluneční paprsky dopadají kolmo. Se zmenšováním úhlu mezi paprsky a povrchem klesají i úhrny slunečního záření. Důsledkem této skutečnosti spolu s oběhem Země kolem Slunce je přibližně **zonální rozdělení úhrnů slunečního záření na zemském povrchu** (blíže část 13.2.3.3).

Přibližně kulový tvar Země omezuje teoretickou přímou viditelnost předmětů na zemském povrchu. Předpokládejme, že pozorovatel P se nachází v určité výšce $h = PM$ nad zemským povrchem (obr. 12.10). Tečny PB a PB_1 vedené z bodu P určují tzv. **geodetický obzor**. Úhel



12.10 Deprese obzoru (M. S. AVERKJEV, 1960)

α mezi matematickým obzorem a tečnou k zemskému povrchu se nazývá **geodetická deprese obzoru**. Kdyby neexistovala refrakce, pak by světelné paprsky byly přímkové a z bodu P by bylo vidět povrch omezený obloukem BB_1 . Ovšem v důsledku refrakce dopadají do oka pozorovatele světelné paprsky i ze vzdálenějších bodů, tj. krajní viditelná mez zemského povrchu se posune do bodů CC_1 . Obzor se jeví jako rozšířený a vyzdvižený vzhledem ke geodetickému (rozšířený obzor je vidět ve směru tečny k trajektorii paprsku PC , tedy ve směru tečny t). **Pozorovaná geodetická deprese obzoru δ** je pak menší než **skutečná geodetická deprese α** . Z trojúhelníku PBS lze snadno stanovit vzorce pro **geodetickou deprese obzoru α** a **vzdálenost přímé viditelnosti L_o** :

$$\operatorname{tg} \alpha = \left[\frac{(r_z + h)^2 - r_z^2}{r_z^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{2h}{r_z} + \frac{h^2}{r_z^2} \right]^{1/2},$$

$$L_o = \left[(r_z + h)^2 - r_z^2 \right]^{1/2} = \left[2r_z h \left(1 + \frac{h}{2r_z} \right) \right]^{1/2},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = L_o / r_z. \quad (12.13)$$

Jestliže zanedbáme velmi malé hodnoty h^2/r_z^2 a $h/2r_z$, můžeme psát:

$$\alpha = (2h/r_z)^{1/2}, \quad L_o = (2r_z h)^{1/2}, \quad (12.14)$$

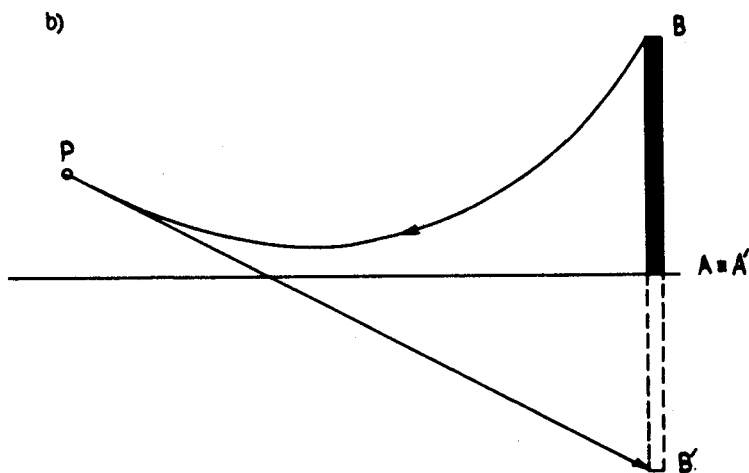
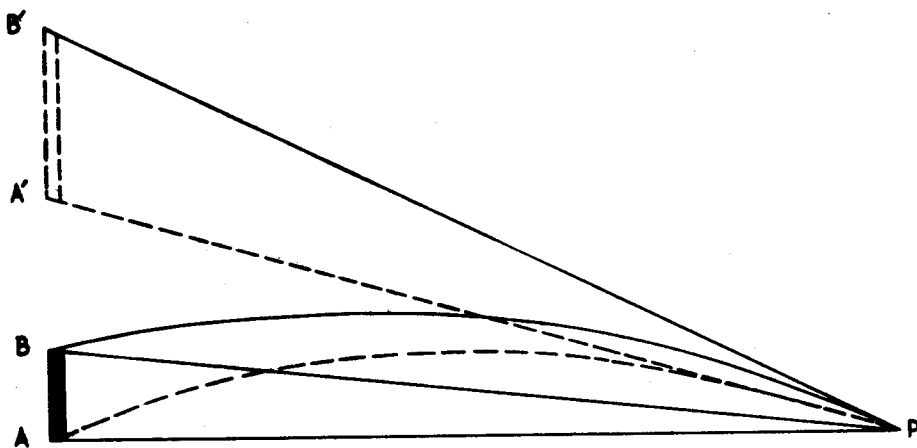
kde klademe $\operatorname{tg} \alpha = \alpha$ (pro malé úhly α). V důsledku refrakce vzdálenost skutečně přímé viditelnosti L roste vzhledem k L_o asi o 6,5 %. Tedy např. pro $h = 10$ m je $\alpha = 6'5''$, $L_o = 11,294$ km, $L = 12,028$ km, pro $h = 1000$ m je $\alpha = 60'52''$, $L_o = 112,944$ km, $L = 120,285$ km.

Hodnota pozorované deprese obzoru δ je závislá na změně hustoty vzduchu a změně indexu lomu s výškou, tj. na teplotním zvrstvení přízemní vrstvy atmosféry. S dostatečnou přesností lze psát

$$\delta^2 = \alpha^2 + 2 \Delta n, \quad (12.15)$$

kde $\Delta n = 0,227 \Delta \rho$ je změna hodnoty indexu lomu mezi zemským povrchem a výškou h v závislosti na hustotě vzduchu ρ . Při malých teplotních gradientech a inverzích (**hustota s výškou klesá**) je $\delta < \alpha$, tj. pozoruje se **rozšíření a zdvižení obzoru**. Při gradientech $3,4^\circ\text{C}$ na 100 m výšky, kdy **hustota vzduchu se s výškou nemění**, bude $\delta = \alpha$, tj. **pozorování obzoru je neovlivněno refrakcí**. Je-li gradient větší než $3,4^\circ\text{C}$ na 100 m výšky, tj. **hustota vzduchu roste s výškou**, je $\delta > \alpha$, pozorovaný obzor je **snížený a zúžený**.

a)



12.11 Vznik zrcadlení (M. S. AVERKJEV, 1960): a) průběh paprsku při horním zrcadlení, b) průběh paprsku při spodním zrcadlení

S refrakcí a odrazem světelných paprsků v přízemní vrstvě vzduchu, v níž se vytváří vrstvy s výraznou změnou hustoty, souvisí zrcadlení předmětů v atmosféře (*fata morgána*), kdy vedle skutečně pozorovaného předmětu je viditelný ještě jeho **přímý** nebo **obrácený obraz**. Pro vznik **horního zrcadlení** je třeba, aby v atmosféře hustota rychle klesala s výškou. Za této podmínky mohou světelné paprsky vycházející od předmětu AB dorazit do oka pozorovatele P různými cestami, takže pozorovatel vidí předmět nejen ve skutečné poloze AB, ale i ve zdánlivé A'B' (obr. 12.11a). Horní zrcadlení je typické hlavně pro polární oblasti. Naopak **spodní zrcadlení** vzniká ve stepních a pouštních oblastech, kde se prohřívají spodní vrstvy vzduchu, tj. hustota vzduchu s výškou roste. Světelný paprsek se zakřivuje k zemskému povrchu a pozorovatel vidí vedle skutečného předmětu jeho zrcadlový obraz (obr. 12.11b).

12.4.3 STANOVENÍ VZDÁLENOSTÍ NA ZEMI

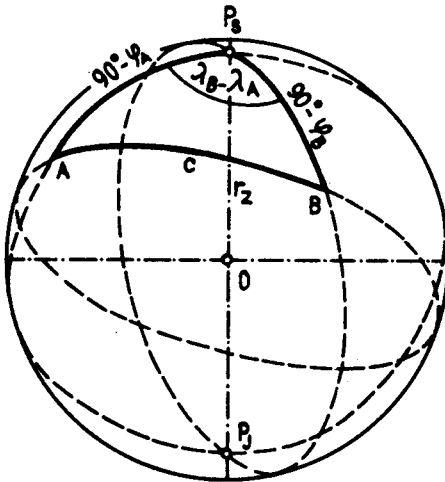
Na způsobu přijaté aproximace tvaru Země (koule, elipsoid) závisí **výpočty vzdáleností na Zemi**. Při následujících úvahách se vychází z kulové Země.

Nejkratší spojnicí dvou různých bodů na referenční kouli je kratší oblouk hlavní kružnice, nazývané též **ortodroma**. Leží-li dvě místa A [$\varphi_A = 0, \lambda_A$] a B [$\varphi_B = 0, \lambda_B$] **na rovníku**, redukuje se výpočet nejkratší vzdálenosti d na stanovení délky oblouku AB podle vztahu:

$$d = r_Z \frac{(\lambda_B - \lambda_A)^\circ}{\rho^\circ}, \quad (12.16)$$

kde r_Z je poloměr referenční koule a $\rho^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} = 57,295\ 78$ modul míry stupňové na obloukovou. Analogicky je nejkratší vzdálenost pro body A [φ_A, λ_A] a B [$\varphi_B, \lambda_B = \lambda_A$] **na stejném poledníku** dána vztahem:

$$d = r_Z \frac{(\varphi_B - \varphi_A)^\circ}{\rho^\circ}. \quad (12.17)$$



12.12 Zemský sférický trojúhelník

V obecném případě lze výpočet nejkratší vzdálenosti bodů $A[\varphi_A, \lambda_A]$ a $B[\varphi_B, \lambda_B]$ převést na řešení sférického trojúhelníku, jehož třetí bod je představován pólem P_S (obr. 12.12). Kratšímu oblouku ortodromy pak odpovídá strana c trojúhelníku ABP_S , kterou lze stanovit pomocí (4.15). Hlavní kružnice procházející body $AP_S(BP_S)$ jsou vlastně poledníky, takže strany trojúhelníku a, b jsou doplňkem zeměpisné šířky bodů A, B do 90° , tedy: $a = 90^\circ - \varphi_B, b = 90^\circ - \varphi_A$. Úhel γ při vrcholu P_S je pak úhel sevřený oběma zmíněnými poledníky, tj. $\gamma = \Delta\lambda = \lambda_B - \lambda_A$. Po dosazení do (4.15) tedy dostaneme:

$$\cos c = \cos(90^\circ - \varphi_B) \cos(90^\circ - \varphi_A) + \sin(90^\circ - \varphi_B) \sin(90^\circ - \varphi_A) \cos \Delta\lambda. \quad (12.18)$$

Vypočítanou hodnotu c ve stupních převedeme na délkové jednotky a dostaneme **délku kratšího oblouku ortodromy d** :

$$d = r_Z \cdot c^\circ / \rho^\circ. \quad (12.19)$$

Z průběhu ortodromy je zřejmé, že se její zeměpisné souřadnice a azimut plynule mění (azimutem se rozumí úhel sevřený ortodromou a poledníkem měřený ve směru otáčení hodinových ručiček od severu). Proto i plavba nebo let podle ortodromy vyžaduje stálé měnění kursu, takže výsledná dráha je pak složena z mnoha úseků, z nichž každý má jiný azimut. Proto se v minulosti často při volbě dráhy dávala přednost loxodromě.

Loxodroma (z řeckého loxos – šikmý a dromos – cesta) je definována jako čára na povrchu referenční koule protínající všechny poledníky v konstantním azimutu A (obr. 12.13a). Rovnici loxodromy lze odvodit z diferenciálního trojúhelníku BCP_S (obr. 12.13b):

$$d\lambda = \frac{r_Z d\varphi}{r_Z \cos \varphi} \operatorname{tg} A. \quad (12.20)$$

Integrujeme levou stranu (12.20) v mezích λ_1, λ_2 a pravou stranu v mezích φ_1, φ_2 :

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} d\lambda = \operatorname{tg} A \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{\cos \varphi}$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \operatorname{tg} A \left[n \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_2}{2} + 45^\circ \right) - n \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_1}{2} + 45^\circ \right) \right]$$

$$(\lambda_2 - \lambda_1)^\circ = \frac{\rho^\circ}{M} \operatorname{tg} A \log \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_2}{2} + 45^\circ \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\varphi_1}{2} + 45^\circ \right)}, \quad (12.21)$$

kde $M = 0,434\ 294\ 5$ ($\ln x = \frac{1}{M} \log x$).

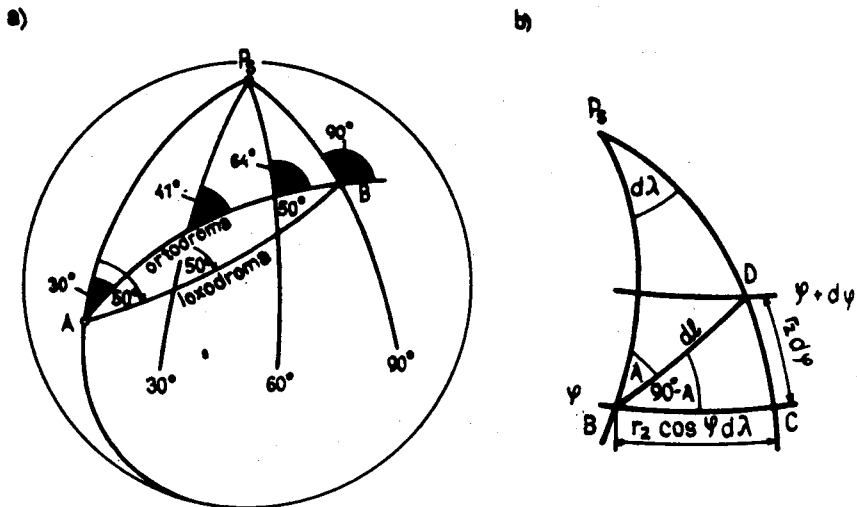
Délka dl elementu loxodromy je:

$$dl = \frac{r_Z d\varphi}{\cos A}. \quad (12.22)$$

Po integraci vztahu (12.22) mezi koncovými body loxodromy B_1, B_2 , dostaneme **délku loxodromy l** :

$$l = \frac{r_Z}{\cos A} \frac{(\varphi_2 - \varphi_1)^\circ}{\rho^\circ}, \quad (12.23)$$

kde φ_1 a φ_2 jsou zeměpisné šířky bodů B_1 a B_2 .



12.13 Ortodroma a loxodroma: a) ortodroma a loxodroma na referenční kouli (K. KUCHAR, 1979), b) k odvození vzorce pro výpočet délky loxodromy (F. KUSKA, 1974)

Azimut loxodromy A lze vypočítat z rovnice (12.21). Při požadované menší přesnosti lze jak azimut, tak délku loxodromy odměřit z mapy v Mercatorově zobrazení, kde je loxodroma vyjádřena přímkou (ortodroma se jeví jako přímka na mapě s gnómonickou projekcí). Je-li $A = 0^\circ$, ztotožňuje se loxodroma s poledníkem; při $A = 90^\circ$ přechází loxodroma v rovnoběžku. V obecném případě má charakter sférické spirály, blížíci se v nekonečně mnoha stále užších závitech k pólu, přičemž ale její délka je konečná (od daného bodu k pólu). Např. pro $A = 60^\circ$ je podle (12.23) její délka od rovníku až k pólu $l = \pi r_2$, což je dvojnásobek nejkratší spojnice po poledníku. **Ortodroma je obecně kratší než loxodroma.** Pro $A = 0^\circ$ splývá ortodroma s loxodromou v jednom poledníku (vztah (12.23) je pak totožný se vztahem (12.17), při $A = 90^\circ$ je rozdíl délek obou křivek maximální. Na severní polokouli probíhá loxodroma jižně od ortodromy, na jižní polokouli je tomu naopak.

Příklad 12.1.: Vypočtete délku ortodromy, azimut a délku loxodromy mezi Panamou ($\varphi_1 = 8^\circ 45' \text{ s.š.}, \lambda_1 = 79^\circ 32' \text{ z.d.}$) a Le Havrem ($\varphi_2 = 49^\circ 30' \text{ s.š.}, \lambda_2 = 0^\circ 6' \text{ v.d.}$), $r_2 = 6\,371,1 \text{ km}$.

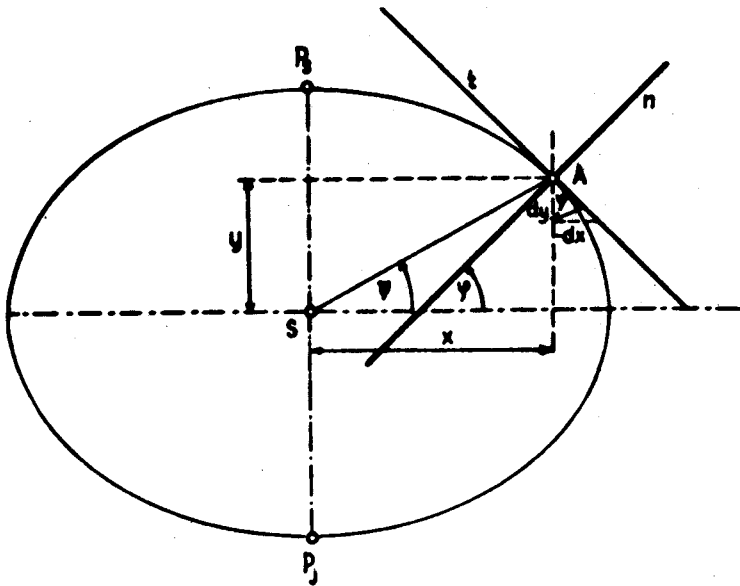
Řešení: Po dosazení do (12.18) je $\cos c = \cos 40^\circ 30' \cdot \cos 81^\circ 15' + \sin 40^\circ 30' \cdot \sin 81^\circ 15' \cdot \cos 79^\circ 38'$, odkud $c = 76^\circ 38'$ (druhé řešení rovnice $c_1 = 283^\circ 22'$ pro výpočet nejkratší vzdálenosti bodů nevyhovuje). Podle (12.19) je pak délka ortodromy $8521,3 \text{ km}$. Azimut obou míst počítáme z poslední rovnice v (12.21), tj. po dosazení

$$\operatorname{tg} A = \frac{0,434\,29 \cdot 79^\circ 38'}{57,295\,78 (\log \operatorname{tg} 69^\circ 45' - \log \operatorname{tg} 49^\circ 22,5')} \doteq 1,647,$$

odkud $A = 58^\circ 44' 07''$, neboť Panama leží jižněji než Le Havre a obě místa jsou na severní polokouli, tj. azimut bude v 1. kvadrantu (znaménko $\operatorname{tg} A$ nerozhoduje). Délku loxodromy pak vypočteme podle (12.23), tj.

$$l = \frac{6371,1}{\cos 58^\circ 44' 7''} \cdot \frac{40^\circ 45'}{57,295\,78} = 8730,9 \text{ km}.$$

Loxodroma mezi Panamou a Le Havrem je tedy o $209,6 \text{ km}$ delší než ortodroma.



12.14 K odvození vztahu mezi zeměpisnou šířkou φ a geocentrickou šířkou ψ bodu A (P_1, P_2 – póly, t – tečna, n – normála) – upraveno podle F. KUSKY (1974)

12.4.4 ŠÍŘKA GEOCENTRICKÁ A ASTRONOMICKÁ

V části 4.1.2 byla definována zeměpisná šířka daného místa pro případ zemské koule. V případě zemského elipsoidu, kterým rovněž nahrazujeme zemské těleso, nesměruje ovšem obecně jeho normála do středu, takže zeměpisná šířka φ daného bodu A se liší od úhlu ψ , který svírá spojnice středu elipsoidu a bodu A na jeho povrchu s rovinou rovníku (obr. 12.14). Úhel ψ potom udává tzv. **geocentrickou (zeměstřednou) šířku** bodu A. Zeměpisné souřadnice φ, λ se na elipsoidu nazývají **geodetickými souřadnicemi**, protože z údajů získaných při triangulaci jsou odvozeny výpočtem, tj. geodeticky. Často se pro ně v této souvislosti užívá označení **geodetická šířka B** (odpovídá φ) a **geodetická délka L** (odpovídá λ). **Vztah mezi geocentrickou šířkou ψ a zeměpisnou šířkou φ lze odvodit následujícím způsobem.**

Diferencujeme nejdříve rovnici průřezové elipsy $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, takže dostaneme:

$$\frac{2x dx}{a^2} + \frac{2y dy}{b^2} = 0, \text{ odkud } \frac{a^2 y}{b^2 x} = - \frac{dx}{dy}. \quad (12.24)$$

Úhel φ je také při bodu A, takže z diferenciálního trojúhelníku je

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{dx}{dy}, \quad (12.25)$$

a po dosazení (12.24)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a^2 y}{b^2 x}. \quad (12.26)$$

Podle obr. 12.14 je $\operatorname{tg} \psi = y/x$, tedy po dosazení do (12.26) je

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a^2}{b^2} \operatorname{tg} \psi. \quad (12.27)$$

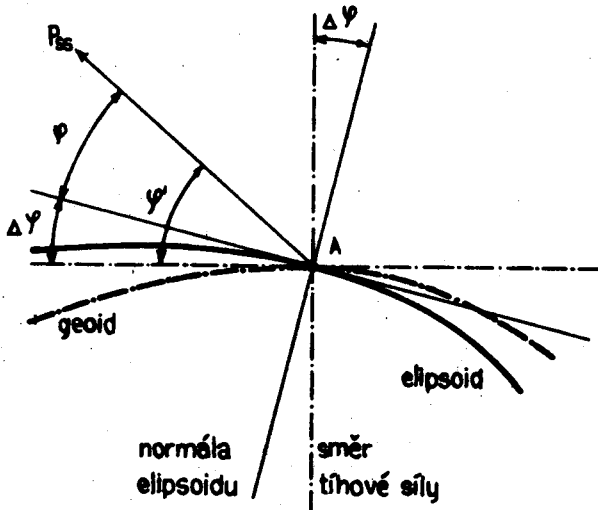
Z rovnice (12.27) vyjádříme $\operatorname{tg} \psi$ a protože $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$, platí:

$$\operatorname{tg} \psi = (1 - e^2) \operatorname{tg} \varphi. \quad (12.28)$$

Na kouli splývá geocentrická šířka daného bodu s jeho šířkou zeměpisnou, tj. $\psi = \varphi$. V případě Krasovského referenčního elipsoidu je $\varphi - \psi$ největší pro zeměpisnou šířku $\varphi = 45^\circ$, a to $11'33''$, pro $\varphi = 0^\circ$ a $\varphi = 90^\circ$ je $\psi = \varphi$.

Na rotačním elipsoidu roste délka 1° zeměpisné šířky (tj. vzdálenost dvou rovnoběžek) od rovníku k pólům (důsledek pólového zploštění). Např. pro Krasovského elipsoid jsou body na téže poledníku s $\varphi = 0^\circ$ a $\varphi = 1^\circ$ vzdáleny o úsek $x = 110,576$ km, při $\varphi = 44^\circ$ a $\varphi = 45^\circ$ je $x = 111,124$ km a při $\varphi = 89^\circ$ a $\varphi = 90^\circ$ je $x = 111,695$ km.

Zeměpisnou šířku místa pozorovatele na zemském povrchu lze stanovit měřením výšky světového pólu nad obzorem (část 4.3.1). Praktická pozorování ovšem vztahujeme k rovině obzoru, který je však na skutečném zemském povrchu kolmý ke směru tíhové síly, nikoliv k normále zemského elipsoidu (obr. 12.15). Skutečně naměřená hodnota φ' se od pravé hodnoty



12.15 Vztah mezi zeměpisnou a astronomickou šířkou

zeměpisné šířky φ liší o tížnicovou odchylku $\Delta\varphi$. Skutečně naměřený úhel φ' nazýváme **astronomickou šířkou**. Zeměpisná šířka je tedy rovna rozdílu astronomické šířky φ' a tížnicové odchylky $\Delta\varphi$:

$$\varphi = \varphi' - \Delta\varphi. \quad (12.29)$$

12.5 Hmotnost Země

12.5.1 STANOVENÍ HMOTNOSTI A HUSTOTY ZEMĚ

Hmotnost Země M_Z lze vyjádřit ze vztahu (8.3) ve tvaru:

$$M_Z = \frac{a_g^2 Z}{G}, \quad (12.30)$$

Položíme-li gravitační zrychlení a_g rovné zemskému tíhovému zrychlení g , tedy $a_g = g \approx 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, a dosadíme-li do (12.30) také za $r_Z = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ a G , dostaneme $M_Z = 5,9682 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, což přibližně odpovídá uváděné hmotnosti Země, která je $M_Z = 5,9742 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (M. BURŠA, 1984). Je třeba poznamenat, že vlastně dostatečně přesně známe pouze **geocentrickou gravitační konstantu** GM_Z a jen poměrně málo přesně G nebo M_Z .

Tabulka 12.3

Hmotnost Země a jejích geosfér v kg (1) a v % (2) (podle A. S. MONINA, 1977)

	Země	Jádro	Plášť	Kůra	Hydrosféra
(1)	$5,9742 \cdot 10^{24}$	$1,92 \cdot 10^{24}$	$4,01 \cdot 10^{24}$	$4,7 \cdot 10^{22}$	$1,46 \cdot 10^{21}$
(2)	100,0	32,2	67,0	0,8	$2,4 \cdot 10^{-2}$

	Atmosféra	Biosféra ¹⁾	Fyzickogeografická sféra ¹⁾
(1)	$5,3 \cdot 10^{18}$	$6,5 \cdot 10^{15}$	$3,2 \cdot 10^{21}$
(2)	$8,9 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-7}$	$5,4 \cdot 10^{-2}$

¹⁾ podle K. K. MARKOVA et al. (1978)

Na celkové hmotnosti Země se její jednotlivé geosféry podílejí různou měrou. Z tab. 12.3 plyne, že asi 99,2 % hmotnosti Země je tvořeno hmotností pláště a jádra. Na vlastní fyzickogeografickou sféru pak připadá jen asi 0,054 %, přičemž poměr hmotností ji tvořících geosfér hydrosféry, atmosféry a biosféry je řádově $10^6 : 10^3 : 1$.

Hmotnost Země M_Z lze také stanovit na základě znalosti objemu Země V_Z (v případě kulového tvaru Země $V_Z = \frac{4}{3} \pi r_Z^3$) a její hustoty ρ_Z ze vztahu

$$M_Z = V_Z \rho_Z = \frac{4}{3} \pi r_Z^3 \rho_Z \quad (12.31)$$

Odtud lze vyjádřit hustotu Země ρ_Z :

$$\rho_Z = \frac{3M_Z}{4\pi r_Z^3} \quad (12.32)$$

Po dosazení číselných hodnot vychází $\rho_Z = 5,515 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, což koresponduje s údajem v tab. 3.1.

12.5.2 DÚSLEDKY HMOTNOSTI ZEMĚ

Hmotnost Země určuje především stupeň naší „připoutanosti“ k Zemi. Předpokládejme opět kulovou, homogenní Zemi. Pro **potenciální energii** E_p bodu A o hmotnosti m , který je vzdálen o r_A od středu Země platí:

$$E_p = - GmM_Z \frac{1}{r_A} + C \quad (12.33)$$

V zemském gravitačním poli se obvykle povrch Země pokládá za místo nulové potenciální energie, takže pro $r_A = r_Z$ je $E_p = 0$. Pro konstantu C pak dostaneme:

$$C = Gm \frac{M_Z}{r_Z} \quad (12.34)$$

Vztah (12.33) pro potenciální energii E_p lze s pomocí (12.34) vyjádřit ve tvaru:

$$E_p = GmM_Z \left(\frac{1}{r_Z} - \frac{1}{r_A} \right) = GmM_Z \frac{r_A - r_Z}{r_A r_Z} . \quad (12.35)$$

Pro místo nepřilíží vzdálené od zemského povrchu je $r_A \approx r_Z$, takže (12.35) lze psát ve tvaru:

$$E_p = GmM_Z \frac{h}{r_Z^2} = ma_g h , \quad (12.36)$$

jestliže $r_A - r_Z = h$. Vztah (12.36) vyjadřuje potenciální energii hmotného bodu A s hmotností m ve vzdálenosti h od zemského povrchu, když $h \ll r_Z$ a když potenciální energii vztahujeme na zemský povrch.

Udělíme-li bodu A o hmotnosti m rychlost v , bude jeho **kinetická energie** E_k rovna:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 . \quad (12.37)$$

Kinetická a potenciální energie se obvykle zahrnují pod název „mechanická energie“. Podle **zákona zachování mechanické energie** platí, že součet potenciální a kinetické energie hmotného bodu m v gravitačním poli hmotného bodu M je konstantní. Přitom se předpokládá, že hmotné body m a M tvoří izolovanou mechanickou soustavu, tj. že kromě gravitační síly nepůsobí na bod m žádná vnější síla (V. HAJKO, J. DANIEL-SZABÓ, 1980). Uvedený zákon lze v případě zemského gravitačního pole (v těsné blízkosti povrchu Země) pro různé výšky h_1 a h_2 hmotného bodu A zapsat ve tvaru:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + ma_g h_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + ma_g h_2 . \quad (12.38)$$

Má-li se hmotný bod A pohybovat kolem Země po kruhové dráze ve vzdálenosti h , musí platit, že odstředivá síla, která na něj působí, je rovna síle dostředivé, tedy:

$$m \frac{v_1^2}{r_Z + h} = G \frac{m M_Z}{(r_Z + h)^2} , \quad (12.39)$$

kde v_1 je rychlost udělená bodu A ve výšce h (dostředivá síla je rovna gravitační síle Země). Pro $h = 0$ platí:

$$m \frac{v_1^2}{r_Z} = G \frac{m M_Z}{r_Z^2} , \quad (12.40)$$

odkud

$$v_1^2 = G \frac{M_Z}{r_Z} = a_g r_Z , \quad v_1 = (a_g r_Z)^{1/2} . \quad (12.41)$$

Po dosazení $a_g \approx 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a $r_Z = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m}$ dostaneme $v_1 = 7,91 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, což je tzv. **první kosmická rychlost**.

Dále předpokládáme, že chceme hmotnému bodu A udělit takovou rychlost v_{II} , aby se nevrátil na Zemi. Jak plyne z (12.38), rychlost hmotného bodu se při pohybu od Země bude vlivem gravitačního pole zmenšovat až na nulu v nekonečnu, tj. $E_k = 0$. Stejně tak pro $h \rightarrow \infty$ bude v nekonečnu $E_p = 0$, a tedy i $E_k + E_p = 0$. Proto musí být nulový i součet $E_k + E_p$ na zemském povrchu; tedy:

$$\frac{1}{2} m v_{II}^2 - G m M_Z \frac{1}{r_Z} = 0 , \quad (12.42)$$

odkud

$$v_{II}^2 = 2G \frac{M_Z}{r_Z} = 2 a_g r_Z , \quad v_{II} = (2 a_g r_Z)^{1/2} . \quad (12.43)$$

Po dosazení za a_g a r_Z dostaneme $v_{II} = 11,18 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, což je tzv. **druhá kosmická rychlost** (hmotný bod A se pohybuje po **parabolické dráze** a v_{II} je **úniková rychlost** z gravitačního pole Země).

Z porovnání vztahů (12.41) a (12.43) plyne $v_{II} = \sqrt{2} v_I$. Z tohoto vztahu můžeme vypočítat i únikovou rychlost pro těleso, pohybující se ve vzdálenosti $r = 1 \text{ AU}$ od Slunce, jestliže dosadíme za v_I střední rychlost Země na oběžné dráze kolem Slunce $\bar{v} = 29,78 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Dostaneme tak **rychlost** $v_{III} = \sqrt{2} \bar{v} = 42,12 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, což odpovídá pohybu hmotného bodu po **hyperbolické dráze**.

Hmotnost planety a teplota její plynné atmosféry určuje **stupeň stálosti této atmosféry**. Na teplotě zemské atmosféry závisí rychlost pohybu jednotlivých molekul vzduchu. Přitom počet molekul, pohybujících se určitými stejnými rychlostmi je různý. Rozdělení molekul podle rychlosti pohybu je dáno Maxvellovým rozdělením. **Rychlost tepelného pohybu molekul plynu lze charakterizovat střední kvadratickou rychlostí molekul v_{sk} :**

$$v_{sk}^2 = (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2) / n, \quad (12.44)$$

kde v_1, v_2, \dots, v_n jsou rychlosti molekul a n jejich celkový počet (v_{sk}^2 je tedy střední hodnota čtverců rychlostí molekul). Lze ukázat, že pro v_{sk} platí:

$$v_{sk} = (3 kT/m)^{1/2}, \quad (12.45)$$

kde $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ je Boltzmannova konstanta, m je hmotnost molekuly a T je absolutní teplota plynu. Aby molekula nebo atom plynu měl dostatečně velkou pravděpodobnost, že unikne z gravitačního pole tělesa o hmotnosti M ze vzdálenosti r od jeho středu, musí platit:

$$v_{\infty} \leq v_{sk}, \quad (12.46)$$

kde $v = (2GM/r)^{1/2}$ je **úniková rychlost** (v případě Země je v souladu s (12.43) $v_{\infty} = v_{II}$). S ohledem na (12.45) lze (12.46) psát ve tvaru:

$$2GM/r \leq 3kT/m. \quad (12.47)$$

Odtud plyne že teplota plynu T musí být stejná nebo vyšší než **kritická teplota T_{∞}** , pro níž z (12.47) plyne:

$$T_{\infty} = \frac{2GMm}{3kr}. \quad (12.48)$$

Dosadíme-li pro hmotnost molekuly nebo atomu relativní molekulovou hmotnost μ , lze nalézt vztah:

$$T_{\infty} \doteq 5013 \mu \cdot M / M_Z \cdot r_Z / r \quad [\text{K}]. \quad (12.49)$$

Pro většinu velkých planet i pro lehké plyny je $T_{\infty} \gg 5000 \text{ K}$, což jsou teploty vyskytující se prakticky jen v atmosférách hvězd. Stejně tak pro Zemi vychází hodnoty T_{∞} velmi vysoké (např. pro atomární vodík s $\mu = 1,008$ je $T_{\infty} = 5053 \text{ K}$). Přesto však k úniku plynu z atmosféry Země do meziplanetárního prostoru dochází. Při teplotě T_{∞} má asi 39,2 % molekul rychlost $v \geq v_{\infty}$, tj. odpovídající počet by při této teplotě v daném okamžiku mohl uniknout z gravitačního pole planety. K tomu však určitá molekula nebo atom potřebuje mít dostatečně dlouhou **volnou dráhu**, což je dráha, kterou urazí částice mezi dvěma po sobě následujícími srážkami s jinou částicí. Na povrchu Země při teplotě 273,2 K a tlaku 101 325 Pa je střední volná dráha velmi malá a počet srážek velmi vysoký. Teprve ve výškách kolem 500 km vzroste volná dráha na několik desítek km a počet srážek klesne na dvě až tři za minutu (tab. 12.4). Po srážce, při které nastává výměna energie mezi částicemi, nabývá molekula téměř vždy jiné rychlosti, přičemž srážkou získá s větší pravděpodobností menší rychlost. **Nejpravděpodobnější rychlost molekul**

Tabulka 12.4

Vybrané údaje o pohybu molekul v zemské atmosféře (V. VANÝSEK, 1983)

Výška [m]	Teplota [K]	Počet molekul [m ⁻³]	Střední volná dráha [m]	Počet srážek [s ⁻¹]
0	288	2,6 · 10 ²⁵	7 · 10 ⁻⁸	10 ¹⁰
10 ⁵	200	9 · 10 ¹⁸	1,5 · 10 ⁻¹	3 · 10 ⁴
2 · 10 ⁵	1250	8 · 10 ¹⁵	23	5
5 · 10 ⁵	1500	5 · 10 ¹³	2,6 · 10 ⁴	0,036

Tabulka 12.5

Kritické hodnoty T_{∞} , střední kvadratická rychlost v_{sk} (m · s⁻¹) a relativní počet molekul n_r (10² %) s rychlostmi v_{II} a vyššími pro H, H₂, He a O₂ v různých výškách zemské atmosféry (h — výška, T — teplota, v_{II} — odpovídající úniková rychlost, μ — relativní molekulová hmotnost) (V. VANÝSEK, 1983)

h [m]	T [K]	v_{II} [m · s ⁻¹]	H ($\mu = 1,008$) $T_{\infty} = 5 \cdot 10^3$ K		H ₂ ($\mu = 2,016$) $T_{\infty} = 1 \cdot 10^4$ K		He ($\mu = 4,003$) $T_{\infty} = 2 \cdot 10^4$ K		O ₂ ($\mu = 32$) $T_{\infty} = 1,6 \cdot 10^5$ K	
			v_{sk}	n_r	v_{sk}	n_r	v_{sk}	n_r	v_{sk}	n_r
0	273,2	11 180	2610	6 · 10 ⁻¹²	1845	10 ⁻²³	1305	10 ⁻⁴⁷	461	<<10 ⁻⁸⁰
10 ⁵	200	11 010	2233	10 ⁻¹⁵	1580	10 ⁻³¹	1116	10 ⁻⁶²	393	<<10 ⁻⁸⁰
2 · 10 ⁵	1250	10 840	5582	0,015	3946	6 · 10 ⁻⁵	2791	8 · 10 ⁻¹⁰	986	~10 ⁻⁸⁰
5 · 10 ⁵	1500	10 370	6116	0,042	4323	4,5 · 10 ⁻³	3058	2 · 10 ⁻⁷	1080	10 ⁻⁵⁹

Tabulka 12.6

Doba disipace některých plynů zemské atmosféry (v rocích) v závislosti na teplotě (podle A. CH. CHRGUANA, 1978)

Plyn	Teplota [K]		
	500	1000	2000
vodík	2,4 · 10 ⁷	3,6 · 10 ⁴	1,8 · 10 ³
hélium	4,2 · 10 ²⁵	4,0 · 10 ¹³	2,4 · 10 ⁷
kyslík	10 ¹⁰⁵	10 ⁵¹	10 ²⁵

Tabulka 12.7

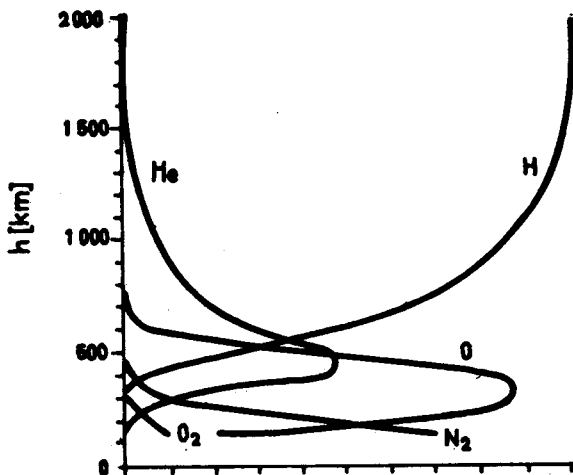
Kritická teplota T_{∞} pro ¹H a ¹⁶O₂ na povrchu některých těles sluneční soustavy (V. VANÝSEK, 1983)

Těleso	¹ H [K]	¹⁶ O ₂ [K]
Slunce	1,53 · 10 ⁷	48,8 · 10 ⁷
Jupiter	1,42 · 10 ⁵	4,5 · 10 ⁶
Země	5 · 10 ¹³	1,6 · 10 ⁵
Měsíc	226	7 240
planetka ¹⁾	13	415
kometa ²⁾	0,03	1,04

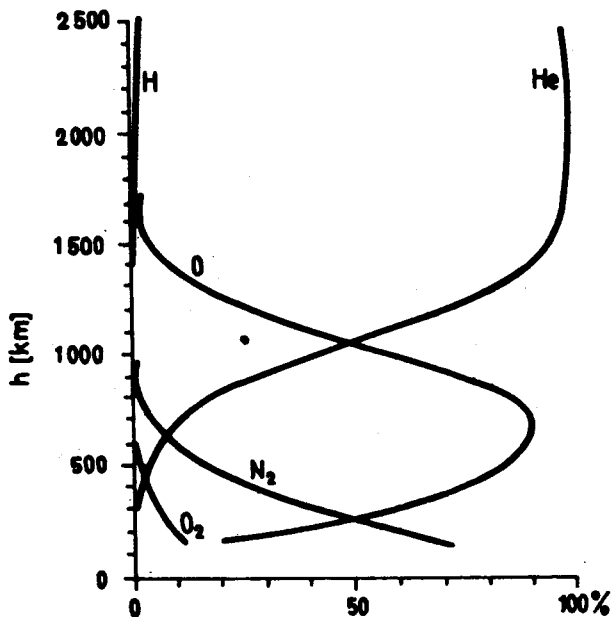
1) $r = 10^5$ m, $M = 10^{20}$ kg

2) $r = 5 \cdot 10^3$ m, $M = 10^{16}$ kg

a)



b)



12.16 Schematické rozdělení relativní koncentrace N_2 , O_2 , O , He a H v zemské atmosféře (A. CH. CHRGIAN, 1978): a) při teplotě termosféry $T = 650$ K (což odpovídá noční teplotě v době minima slunečních skvrn, r. 1964), b) při teplotě termosféry $T = 1600$ K (což odpovídá denní teplotě v době maxima slunečních skvrn, r. 1958)

$v_p = \sqrt{2/3} v_{sk}$ je vlastně rychlost, kterou částice nejčastěji nabývají mezi jednotlivými srážkami. Pomocí ní lze pak určit počet částic v daném objemu, které dosahují rychlosti v nebo větší. Příslušný podíl částic s rychlostmi $v > v_H$ pro vybrané plyny je uveden v tab. 12.5. Plyne z ní, že při zemském povrchu při teplotách blízkých 273,2 K jen zcela zanedbatelné množství atomů vodíku může dosáhnout rychlosti v_H . Odlišná je situace ve větších výškách než 500 km, v nichž nejméně 4 % atomů vodíku a 0,45 % molekul tohoto prvku dosahuje únikové rychlosti, stejně jako jisté množství hélia. S ohledem na volnou dráhu částic, která zde dosahuje 10–30 km, a průměrnou frekvenci dvou srážek za minutu mohou uvedené plyny prakticky bez překážky unikát (disipovat) do meziplanetárního prostoru. Proto hladinu kolem 500 km označujeme jako **hladinu disipace**. Ostatní plynné složky zemské atmosféry, tj. především dusík a kyslík, s ohledem na podstatně vyšší hmotnosti dosahují únikové rychlosti jen s velmi malou pravděpodobností (V. VANÝSEK, 1983). Na obr. 12.16 je schematicky znázorněno rozložení koncentrací O_2 , N_2 , O , He a H v zemské atmosféře do výšky 2500 km s ohledem na jejich rozdělení a disipaci. Při vysoké teplotě se svrchní atmosféra ve výšce nad 1500 km skládá převážně z hélia. Při nízké teplotě hélium „klesá“ pod 1000 km a vysoké vrstvy jsou tvořeny vodíkem.

Dobu disipace vodíku, kyslíku a hélia z naší atmosféry udává tab. 12.6. Plyne z ní, že doba disipace vodíku a hélia je menší v porovnání s dobou existence naší planety (řádově 10^9 let). Proto zemská atmosféra obsahuje jen malé procento těchto plynů, neboť za dlouhé období vývoje Země byly tyto plyny z prvotní atmosféry téměř zcela disipovány. Přitom ovšem existují i jisté mechanismy, jimiž jsou tyto plyny v atmosféře nebo do atmosféry uvolňovány. Tak zdrojem hélia pro atmosféru jsou přirozené radioaktivní procesy. Atmosférický vodík je neustále doplňován disociačními procesy látek obsahujících kyslík, především vodní páry.

Při průměrné frekvenci srážek ve vysokých vrstvách $0,1 \text{ s}^{-1}$ a za předpokladu, že by každá částice s rychlostí $v \geq v_H$ opustila atmosféru, ztratila by Země podstatnou část svého ovzduší asi za $3 \cdot 10^{16}$ let, což je doba přesahující o několik řádů stáří vesmíru.

Kritická teplota T_∞ , bezprostředně závislá na hmotnosti planety, je tak jistým **kritériem stability atmosféry**. Z tab. 12.7 plyne, že např. na Měsíci již poměrně nízká teplota 220 K bude pro vodík kritická, zatímco na Jupiteru přesahuje 10^5 K. To vysvětluje **odlišnost naší dusíko-kyslíkové atmosféry od atmosfér obřích planet**, které si díky své vysoké hmotnosti udržely původní atmosféru s převahou vodíku a hélia (viz tab. 3.2). Odlišné složení atmosféry Země s ohledem na ostatní planety podmiňuje a určuje charakter mnoha procesů a jevů, které jsou typické pouze pro naši planetu (např. existence života). Z tab. 12.7. je dále zřejmé, že z malých planetek unikají plyny již za velmi nízkých teplot, a že jádro komety nemůže udržet plynný obal ani v mimořádně velkých vzdálenostech od Slunce (zbytkové záření vesmíru způsobí, že teplota jádra komety nikdy neklesne pod 2,7 K, kdežto T_∞ je i pro molekuly s $\mu > 30$ na povrchu těchto těles 1–2 K – V. VANÝSEK, 1983).

Mezi Zemí a meziplanetárním prostorem neexistuje ovšem pouze výměna hmoty ve výše uvedeném smyslu. V důsledku působení zemské přitažlivosti dopadá na Zemi neustále značné množství **meteoritického materiálu** (asi 10^9 – 10^{10} kg ročně), čímž se její hmotnost neustále mění.