

## 7. Polarizované světlo

- 7.1. Polarizace
- 7.2. Lineárně polarizované světlo
- 7.3. Kruhově polarizované světlo
- 7.4. Elipticky polarizované světlo (spec.případ)
- 7.5. Elipticky polarizované světlo (obecně)
- 7.6. Nepolarizované světlo.
- 7.7. Polarizátory
- 7.8. Kompenzátory
- 7.9. Změna stavu polarizace
- 7.10. Optická aktivita
- 7.11. Maticová reprezentace polarizace
- 7.12. Fotoelasticimetrie

## 7. Polarizované světlo

### 7.1. Polarizace

Polarizací v podstatě rozumíme skutečnost, že plně respektujeme vektorový charakter veličin  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{B}$ .

Rovinnou vlnu šířící se ve směru  $z$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - kz + \varphi)} \quad (7.1.1)$$

rozepíšeme do složek

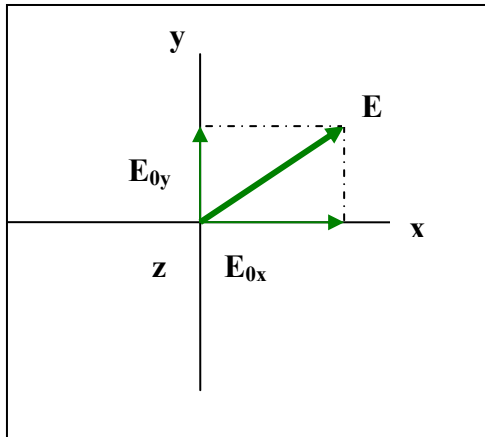
$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (7.1.2)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \quad (7.1.3)$$

$$E_z = 0 \quad (7.1.4)$$

V praxi se téměř vždy uplatní pouze rozdíl fází

$$\Delta = \varphi_y - \varphi_x \quad (7.1.5)$$



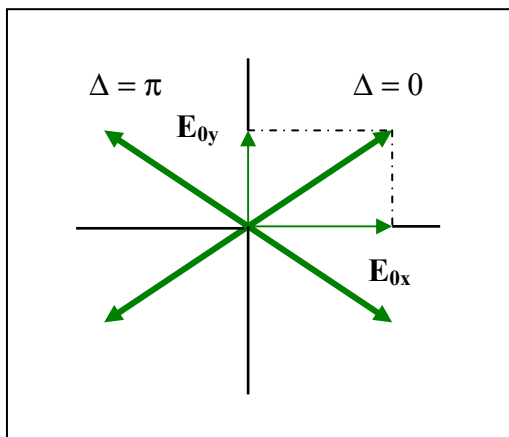
Obr. 7.1.1 Složky vektoru  $E$ , směr šíření je  $z$ .

## 7.2. Lineárně polarizované světlo

dostaneme pro podmínku  $\Delta = 0, \pi$ , pak po úpravě (7.1.2), (7.1.3) dostaneme

$$E_y = \pm \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad (7.2.1)$$

což je rovnice přímky.



Obr. 7.2.1 Lineárně polarizované světlo.

## 7.3. Kruhově polarizované světlo

dostaneme pro podmínku  $E_{0x} = E_{0y}$  a  $\Delta = \pm \pi/2$ , pak podobně

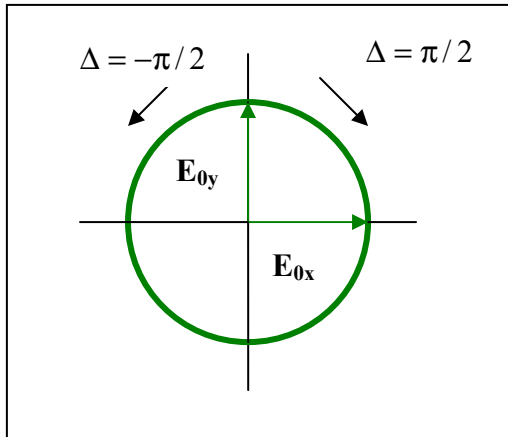
$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (7.3.1)$$

$$E_y = \mu E_{0x} \sin(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (7.3.2)$$

nebo

$$E_x^2 + E_y^2 = E_{0x}^2 \quad (7.3.3)$$

což je rovnice kružnice. Pro  $\Delta = \pi/2, -3\pi/2$  je rotace ve směru chodu hodinových ručiček, jedná se o pravotočivé kruhově polarizované světlo a pro  $\Delta = -\pi/2, 3\pi/2$  o levotočivé.



Obr. 7.3.1 Kruhově polarizované světlo.

#### **7.4. Elipticky polarizované světlo (spec.případ)**

Zvolíme podmínku  $E_{0x} \neq E_{0y}$  a  $\Delta = \pm \pi/2$ , pak

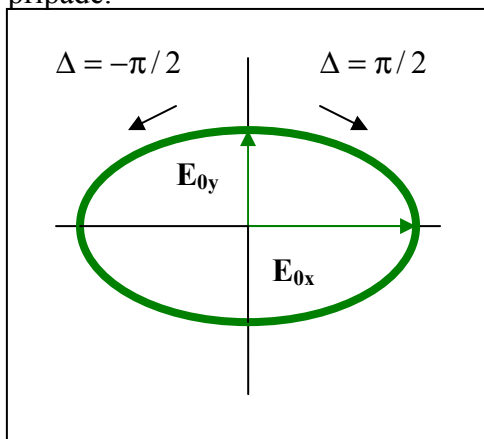
$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (7.4.1)$$

$$E_y = \mu E_{0y} \sin(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (7.4.2)$$

nebo

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} = 1 \quad (7.4.3)$$

Což je rovnice elipsy s poloosami ve směru x a y. Směr rotace je stejný jako v předcházejícím případě.



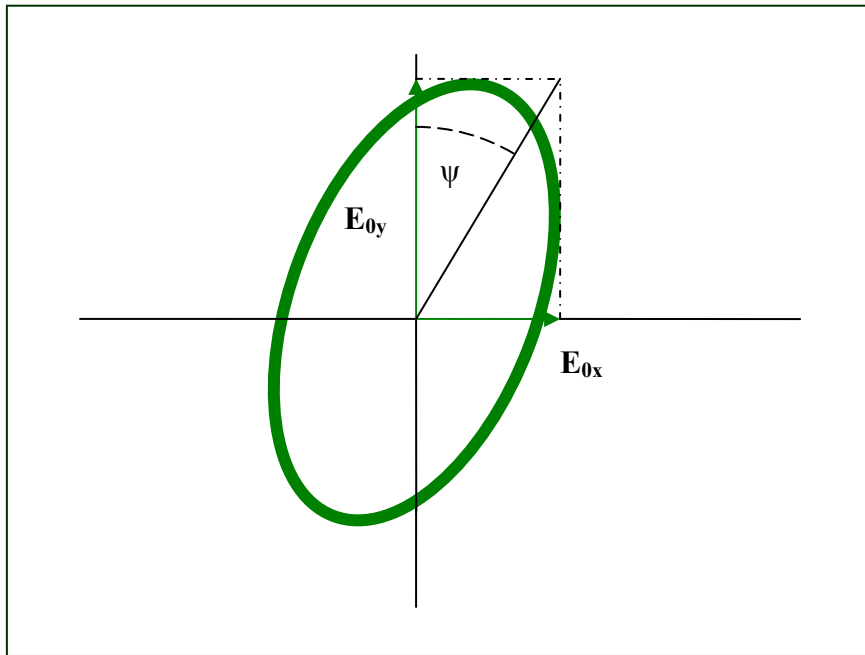
Obr. 7.4.1 Elipticky polarizované světlo ve speciálním případě.

#### **7.5. Elipticky polarizované světlo (obecně)**

Pro složky E platí (7.1.2), (7.1.3). Vyloučíme člen  $(\omega t - kz)$  tak, že tyto rovnice postupně vynásobíme  $-\sin \varphi_y, \sin \varphi_x$ , sečteme, opět tytéž rovnice vynásobíme  $-\cos \varphi_y, \cos \varphi_x$  a znovu sečteme. Pak tyto rovnice umocníme 2 a sečteme. Po úpravě dostaneme

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \Delta = \sin^2 \Delta \quad (7.5.1)$$

tj. rovnice obecně položené elipsy s hlavní poloosou, která svírá úhel  $\psi$  s osou x, kde obvykle značíme  $\text{tg} \psi = E_{0x}/E_{0y}$ .



Obr. 7.5.1 Elipticky polarizované světlo v obecném případě.

## **7.6. Nepolarizované světlo.**

V jednoduchém případě je to superpozice mnoha rovnoběžných rovinných polarizovaných vln s chaoticky různými úhly  $\psi$  a stejnými amplitudami  $E_0$ . Otáčení polarizátoru nemá vliv na naměřenou intenzitu světla a stejně tak intenzitu neovlivní vložený kompenzátor. Pokud se mění intenzita prošlého světla za těchto podmínek jedná se o částečně polarizované světlo. Předpokládáme, že amplitudy a fáze polarizovaného světla nezávisí na čase. Pokud taková závislost existuje a časové změny jsou kratší nebo srovnatelné s integrační dobou detektoru, měříme pouze časové střední hodnoty a je nutné vzít v úvahu koherenční vlastnosti světla.

## **7.7. Polarizátory**

Jsou to optické součástky, které z nepolarizovaného světla vyberou pouze tu část, která je zpravidla lineárně polarizovaná.

### a) Polarizace odrazem.

Využívá se skutečnosti, že při odrazu na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí (jedno je prakticky vždy vzduch) při Brewsterově úhlu vymizí složka p – viz obr. 3.6.1. Stupeň polarizace může být vysoký, ale zásadní nevýhodou je závislost  $\varphi_B$  na vlnové délce a rovněž je pro konstrukci přístrojů nevýhodná změna směru paprsku po odrazu. Vždy je výhodnější přímková osa přístroje.

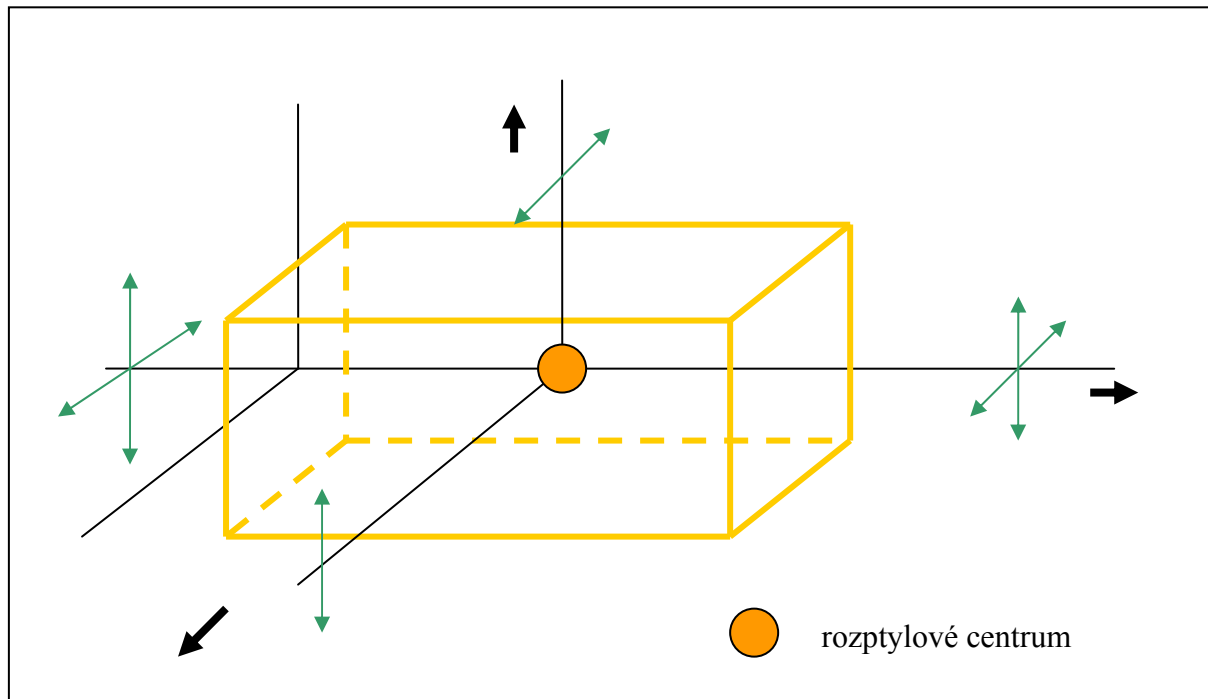
### b) Polarizace průchodem.

Analogicky lze využít i polarizační závislosti propustnosti rozhraní. Ta je však méně výrazná, viz obr. 3.3.2, ve srovnání s odrazivostí a proto je nutné využít průchodu více rozhraními (např. více planparalelních skleněných desek). Závislost na vlnové délce je méně výrazná, ale stupeň polarizace je nízký a prakticky se tento typ polarizátoru nevyužívá.

### c) Polarizace rozptylem

Rozptýlené světlo je částečně polarizované. To je způsobeno tím, že vymizí složka elektrického pole ve směru šíření rozptýleného světla, který se liší od dopadajícího směru, viz

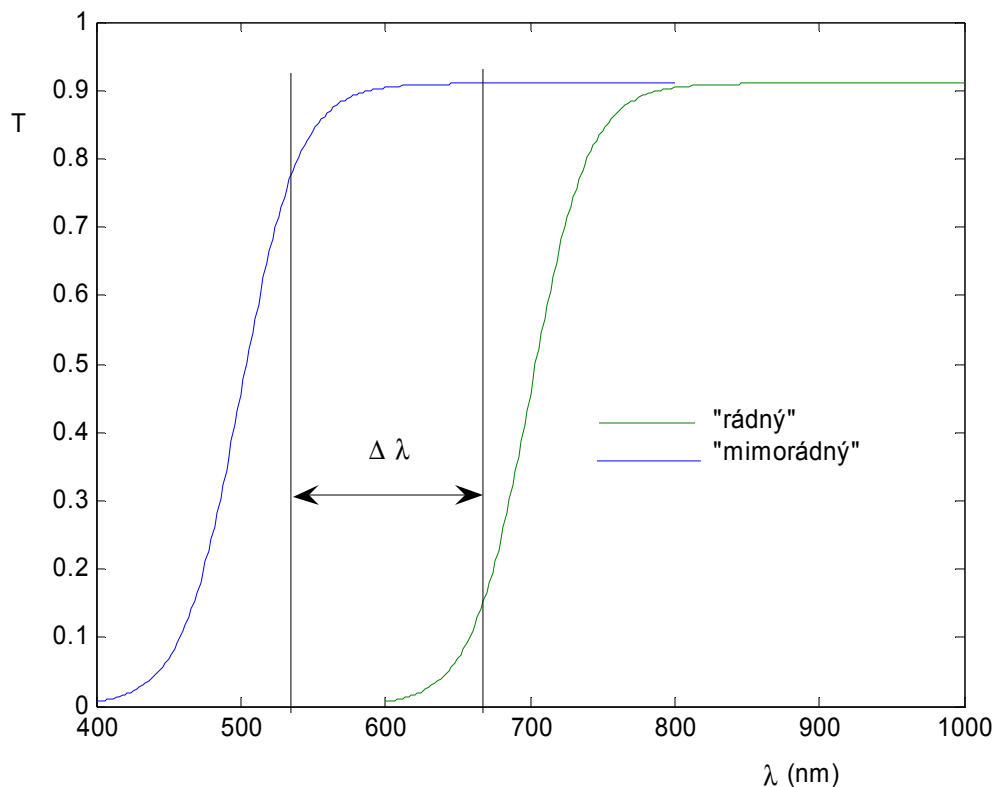
obr. 7.7.1. Polarizace závisí na směru šíření světla, na typu rozptylových center, na vlnové délce. Na praktické využití se tento jev nehodí.



Obr. 7.7.1 Částečná polarizace rozptylem.

d) Dichroismus.

Dichroismus je skutečnost, že pro anizotropní prostředí chování indexu absorpce na vlnové délce závisí na směru šíření světla, respektive spektrální průběh  $k_o$  a  $k_e$  je různý – viz obr. 7.7.2. Takovou vlastnost má např. minerál turmalín, často se využívají krystalky síranu dvojjodného nanesené na tenké průhledné folii. Tento typ polarizátoru je velmi rozšířený, je nenákladný a i když stupeň polarizace není nijak vysoký, ale v řadě případů zcela vyhovuje.

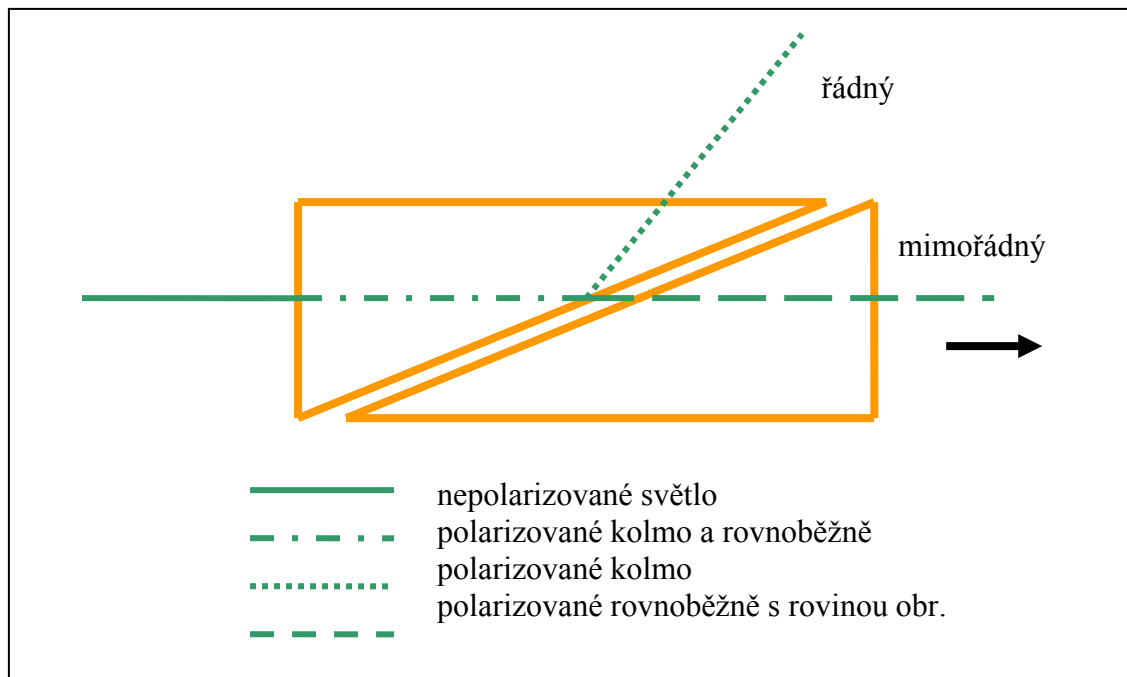


Obr. 7.7.2 Dichroismus (symbolicky -) závislost propustnosti  $T$  pro řádný a mimořádný paprsek na vlnové délce světla, interval  $\Delta \lambda$  je použitelná spektrální oblast.

e) Dvojlom.

Na základě tohoto jevu (viz kap.5) je známa celá řada variant lineárních, velmi kvalitních, polarizátorů. Velkou výhodou je malá spektrální závislost, vysoký stupeň polarizace, nevýhodou je cena. Typický zástupce této řady polarizátorů je tzv. Glan-Thompsonův – viz obr. Jako materiál se často využívá přírodní kalcit ( $\text{CaCO}_3$ ), který ve viditelné oblasti má značně rozdílné indexy lomu ( $n_o=1.66$ ,  $n_e=1.49$ ). V první části hranolu se obě navzájem kolmo polarizované vlny šíří stejným směrem, ale různou rychlostí. Na rozhraní se vzduchem nebo vhodným optickým tmelem, se totálně odráží řádná vlna ( podle toho je nutné volit úhel řezu hranolu), ale mimořádná nesplňuje podmínku totálního odrazu a přes velmi tenkou mezeru pokračuje do druhé části hranolu. Obě části jsou orientovány stejně a to tak, že optická osa je rovnoběžná se vstupní plochou hranolu a současně s plochou šikmého řezu. Dostaneme tedy lineárně polarizovanou vlnu v původním směru. Stupeň polarizace je zpravidla vysoký a závisí především na kvalitě výchozího krystalu. Cenu silně ovlivňuje kvalita a rozměr krystalu.

Pozn.: Rochon, Wollaston,....drátové polarizátory



Obr. 7.7.3 Glan Thompsonův polarizátor.

## 7.8. Kompenzátory

To je součástka, která při průchodu vlny mění její fázi. Využívá se především pro změnu stavu polarizace, např. na změnu lineárně polarizované vlny na elipticky polarizovanou.

a) Jednoduchý kompenzátor.

Zpravidla je to tenká planoparalelní deska (tloušťky  $d$ ) z anizotropního krystalu s optickou osou rovnoběžnou s rozhraním – viz obr. 7.8.1. Při kolmém dopadu postupují obě vlny ve stejném směru, ale s různými rychlostmi, respektive indexy lomu

$$k_o = \frac{2\pi}{\lambda} n_o \quad k_e = \frac{2\pi}{\lambda} n_e \quad \Delta k = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) \quad (7.8.1)$$

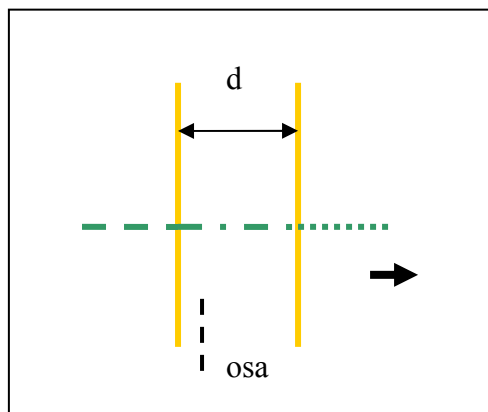
Nevýhodou je závislost  $\Delta k$  na vlnové délce  $\lambda$ . Velmi často se volí materiál a tloušťka deštičky tak, aby pro danou vlnovou délku platilo:

$$\Delta = \Delta k d = \pi/2 \quad (n_e - n_o) d = \lambda/4 \quad (7.8.2)$$

tzv. čtvrtvlnový kompenzátor, podobně

$$\Delta = \Delta k d = \pi \quad (n_e - n_o) d = \lambda/2 \quad (7.8.3)$$

tzv. půlvlnový kompenzátor.



Obr. 7.8.1 Kompenzátor

b) Babinet-Soleil kompenzátor

Tento typ kompenzátoru dovoluje nastavení stejného fázového posuvu pro širokou spektrální oblast. Konstrukce –viz obr. 7.8.2. Je obdobná Wolastonovu hranolu, jsou to dva velmi štíhlé klíny anizotropního krystalu s navzájem kolnými optickými osami. Pro dané místo průchodu světla kompenzátozem platí

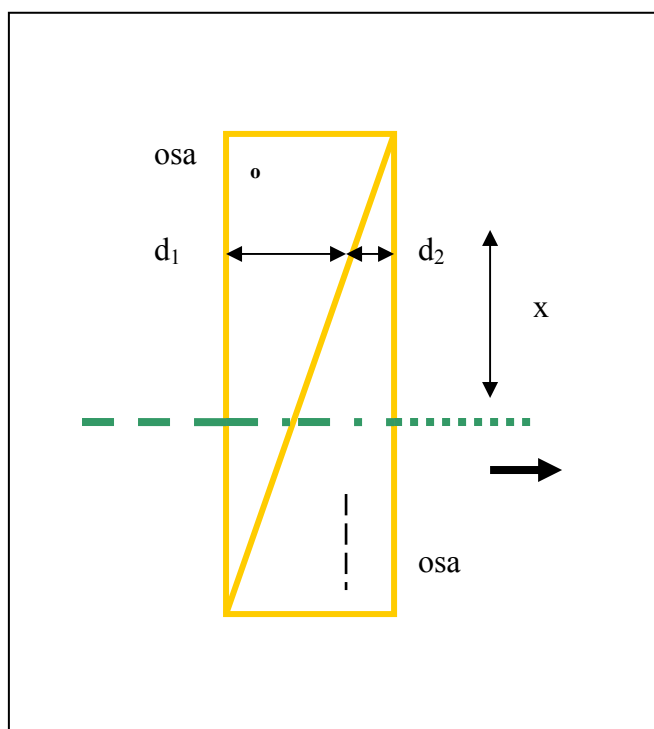
$$\Delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} d_1 (n_o - n_e) \quad \Delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} d_2 (n_e - n_o) \quad (7.8.4)$$

Potom celkový posuv je

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) (d_1 - d_2) \quad (7.8.5)$$

Pak posunem klínů proti sobě nebo posunem celé součástky ve směru x vždy najdeme vhodnou polohu pro vhodný posuv  $\Delta$ .

Pozn.: další typy, zejména širokospektrální....

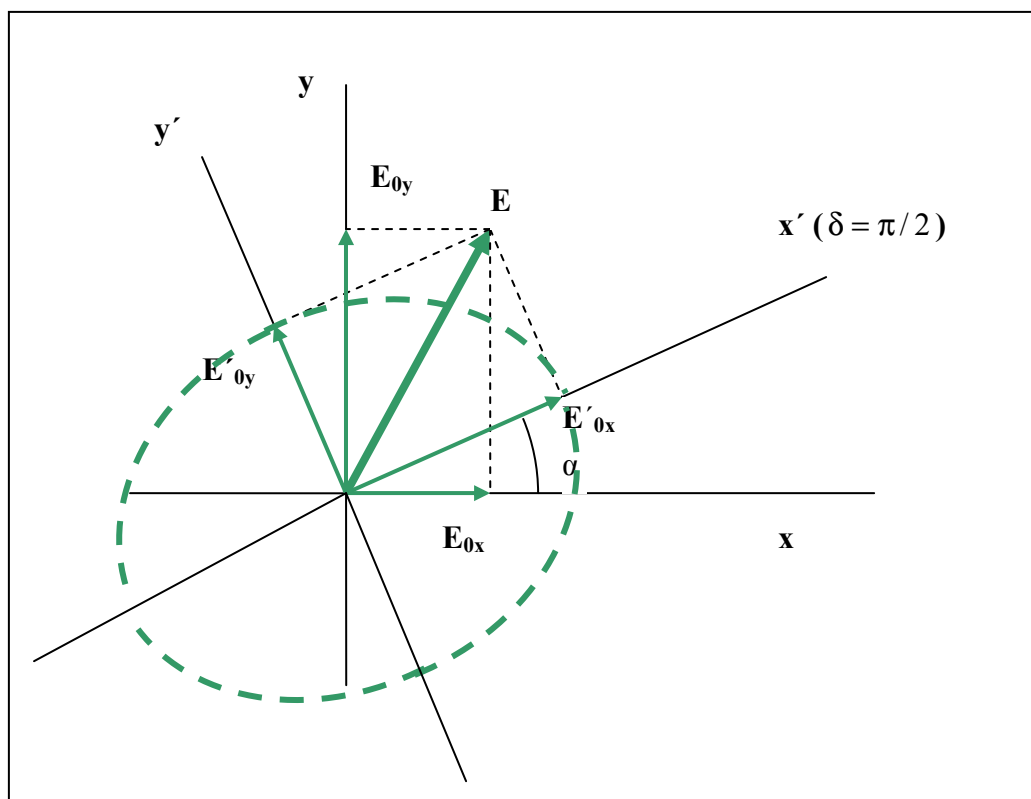


Obr. 7.8.2. Babinet-Soleil kompenzátor

### 7.9. Změna stavu polarizace

Při průchodu světla polarizátorem a následně vhodně otočeným kompenzátozem můžeme dostat libovolně elipticky polarizované světlo.





Obr. 7.9.1. Kombinace lineárního polarizátoru  $(x,y)$  a kompenzátoru  $(x',y')$ . Změna lineárně polarizovaného světla na elipticky polarizované.

Lineárně polarizované světlo s amplitudou  $E_0$  má složky  $E_{0x}$  a  $E_{0y}$  vzhledem k soustavě  $(x,y)$  –viz obr. 7.9.1. Kompenzátor je určen soustavou  $(x',y')$ , ve směru  $x'$  dochází k posuvu fáze o  $\pi/2$ . Osy  $x$  a  $x'$  svírají úhel  $\alpha$ . Pak

$$\begin{aligned} E'_x &= E'_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi + \pi/2) = -E'_{0x} \sin(\omega t - kz + \varphi) & (7.9.1) \\ E'_y &= E'_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi) \end{aligned}$$

Po úpravě

$$\frac{E_x'^2}{E_{0x}'^2} + \frac{E_y'^2}{E_{0y}'^2} = 1 \quad (7.9.2)$$

Což je rovnice elipsy s poloosami ve směrech  $(x',y')$  nebo elipsa v soustavě  $(x,y)$ , kde poloosa  $E'_{0x}$  svírá s osou  $x$  úhel  $\alpha$ .

## 7.10. Optická aktivita

Optickou aktivitou se rozumí stáčení směru lineárně polarizované vlny při průchodu aktivním prostředím. Pro vysvětlení tohoto jevu se předpokládají různé indexy lomu pro pravotočivé ( $n_+$ ) a levotočivé ( $n_-$ ) kruhově polarizované světlo. Tento jev úzce souvisí se symetrií molekul aktivního prostředí.

Označíme

$$k_+ = \frac{2\pi}{\lambda} n_+ \quad k_- = \frac{2\pi}{\lambda} n_- \quad (7.10.1)$$

$$n_0 = \frac{1}{2}(n_+ + n_-) \quad k_0 = \frac{1}{2}(k_+ + k_-) \quad (7.10.2)$$

Lineární kmit si můžeme představit jako superpozici dvou kruhově polarizovaných opačně orientovaných kmitů se stejnou amplitudou. Pro pravotočivý kmit platí

$$E'_x = E_0 \cos(\omega t - k_+ z) \quad E'_y = E_0 \sin(\omega t - k_+ z) \quad (7.10.3)$$

a pro levotočivý

$$E''_x = E_0 \cos(\omega t - k_- z) \quad E''_y = -E_0 \sin(\omega t - k_- z) \quad (7.10.4)$$

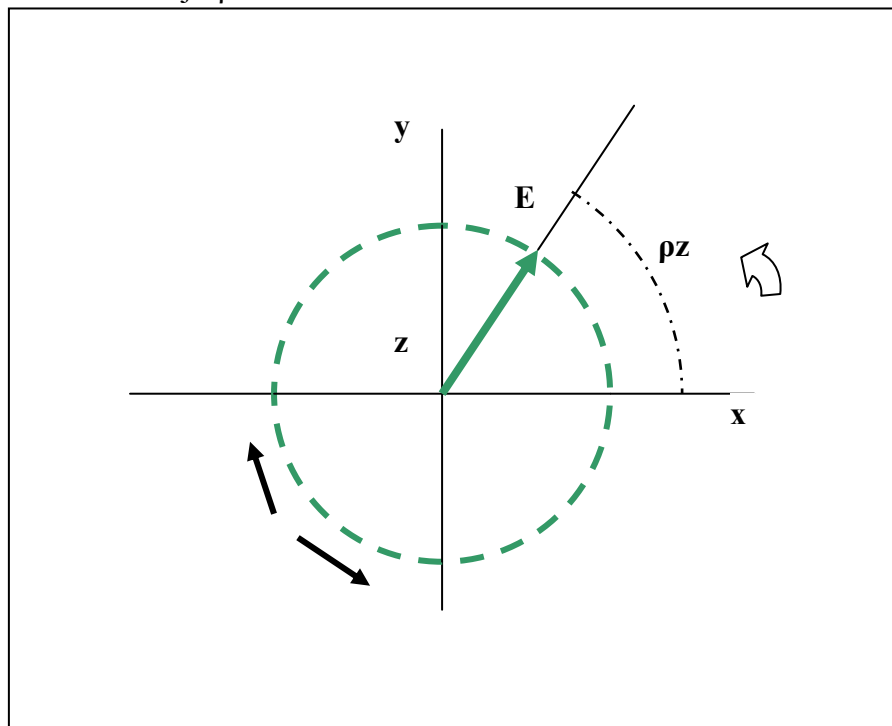
Výsledný kmit má složky

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x + E''_x = 2E_0 \cos(\rho z) \cos(\omega t - k_0 z) \\ E_y &= E'_y + E''_y = 2E_0 \sin(\rho z) \cos(\omega t - k_0 z) \end{aligned} \quad (7.10.5)$$

kde

$$\rho = \frac{1}{2}(k_+ - k_-) = \frac{\pi}{\lambda}(n_+ - n_-) \quad (7.10.6)$$

je tzv. otáčivost. Dostali jsme kmit, kde poloha amplitudy závisí na součinu otáčivosti a vzdálenosti, kterou vlna projde prostředím, viz obr.7.10.1. Např. pro glukózu pro  $\lambda = 589.3\text{nm}$  je  $\rho = 3.8\text{rad/cm}$ .



Obr. 7.10.1. Stáčení lineárně polarizovaného světla v aktivním prostředí.

### 7.11. Maticová reprezentace polarizace

Obvyklá úloha je řešení průchodu světla několika polarizačními prvky, průchod nebo odraz na prostředí s polarizačními účinky a analýza stavu polarizovaného světla. K tomu se velmi dobře hodí maticová reprezentace.

#### Jonesovy matice

Stav polarizovaného světla je určen vektorem se dvěma souřadnicemi a prostředí je určeno maticí 2x2. Obvyklý název je Jonesův vektor a Jonesova matice. Obecně má tento vektor tvar

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = e^{i(\omega t - kz)} \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} = e^{i(\omega t - kz + \varphi_x)} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\Delta} \end{bmatrix} \quad (7.11.1)$$

Kde faktor před vektorem je stále stejný a není třeba jej opisovat, vypouští se. Důvod použití zápisu vektoru s rozdílem fází  $\Delta$  je praktický, protože to je veličina dostupná měření, nikoliv absolutní fáze  $\varphi$ . Navíc ani absolutní velikost intenzity světla není často důležitá a tak se vektor normalizuje podmínkou

$$E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = 1 \quad (7.11.2)$$

Příklady (systematicky viz tab.):

Vektor  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  má význam lineárně polarizovaného světla ve směru osy x.

Vektor  $\begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$  je kruhově polarizované světlo (- pravo, + levo)

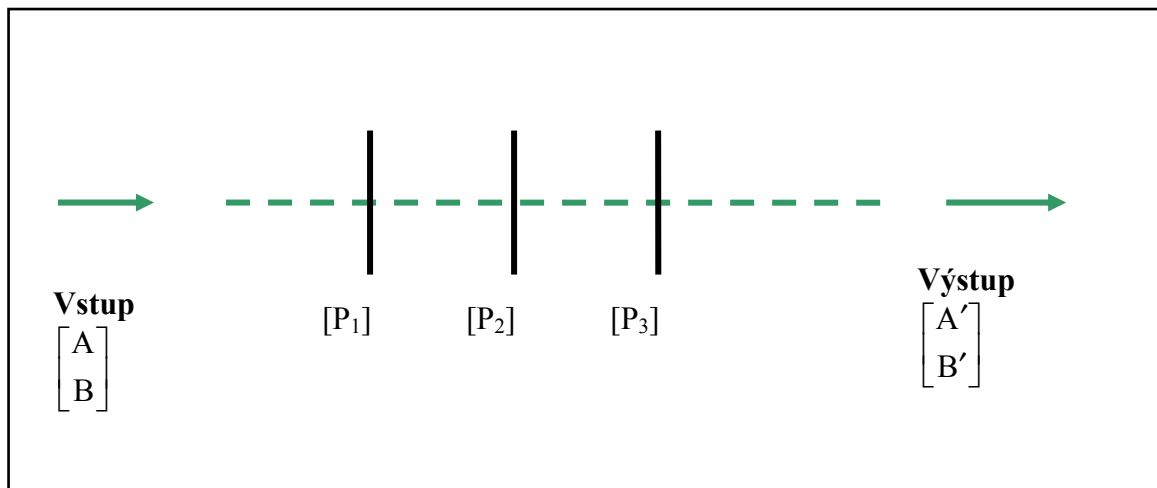
Složení vektorů  $\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ +i \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  představuje jednoduchý postup při skládání dvou opačně

kruhově polarizovaných vln, které dají jednoduchý lineární kmit.

Jednotlivé polarizační elementy a prostředí jsou reprezentovány maticemi – viz tab. Násobení matic a vektorů je v tomto pořadí – viz obr.7.11.1.

$$[P_3][P_2][P_1] \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' \\ B' \end{bmatrix} \quad (7.11.3)$$

kde počáteční stav je určen A,B a výsledný stav  $A'$ ,  $B'$ .



Obr. 7.11.1 Ilustrace postupu násobení matic v jednoduché soustavě.

Příklad: lineárně polarizované světlo svírá úhel  $45^\circ$  s osou x a prochází čtvrtvlnovou deštičkou

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

Dostaneme kruhově polarizované světlo.

Je zřejmé, že algoritmus je velmi jednoduchý zejména pro možnost programování. Zásadní nevýhodou Jonesova přístupu, je jeho nevhodnost pro popis nepolarizovaného respektive částečně polarizovaného světla.

Tvar matic pro polarizační prvky: [http://en.wikipedia.org/wiki/Jones\\_calculus](http://en.wikipedia.org/wiki/Jones_calculus)

### **Stokesovy parametry a Muellerovy matice**

Pro úplný popis stavu polarizovaného světla se používají Stokesovy vektory se čtyřmi členy (Stokesovy parametry) a pro popis polarizačních elementů tzv. Muellerovy matice 4x4. Tyto Stokesovy parametry, které mají rozměr intenzity světla, jsou definovány:

$$I = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad (7.11.4)$$

$$Q = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \quad (7.11.5)$$

$$U = E_{0x} E_{0y} \cos \Delta \quad (7.11.6)$$

$$V = E_{0x} E_{0y} \sin \Delta \quad (7.11.7)$$

V případě částečně polarizovaného světla definujeme stupeň polarizace  $P(0,1)$ :

$$P^2 = \frac{Q^2 + U^2 + V^2}{I^2} \quad (7.11.8)$$

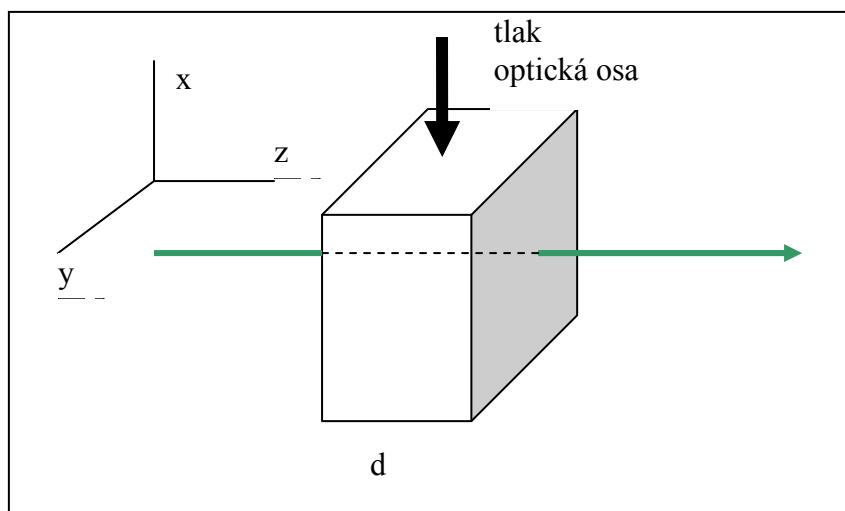
A rozložíme částečně polarizované na polarizované a nepolarizované

$$\begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} PI \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1-P)I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.11.9)$$

Postup při násobení matic a vektorů je stejný jako v předcházejícím odstavci. Tvar matic pro řadu příkladů najdeme v : [http://en.wikipedia.org/wiki/Mueller\\_calculus](http://en.wikipedia.org/wiki/Mueller_calculus)

### **7.12. Fotoelasticimetrie**

Fotoelasticimetrie je metoda na určování napětí v průhledných materiálech využitím analýzy polarizovaného světla. K tomuto účelu použijeme předcházející algoritmus Jonesových vektorů a Muellerových matic.

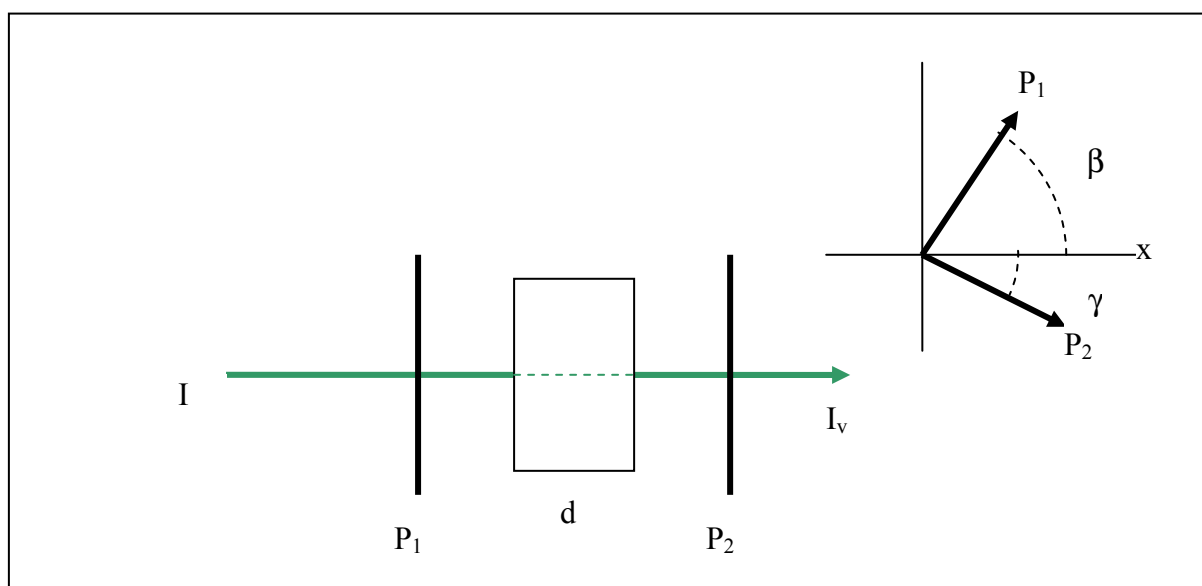


Obr. 7.12.1. Umělá anizotropie vyvolaná tlakem na původní izotropní materiál.

Experimentální uspořádání je na obr.7.12.1 a obr.7.12.2. Uměle stlačíme původně izotropní optický materiál v jednom směru (x), deformace vyvolá jednoosou anizotropii, fázový posuv ve směru šíření světla (z) je

$$\delta = \alpha s d \quad (7.12.1)$$

kde  $\alpha$  je materiálová konstanta,  $s$  napětí,  $d$  tloušťka vzorku.



Obr 7.12.2. Experimentální uspořádání pro fotoelasticimetrii.

Rovnoběžný nepolarizovaný svazek světla s parametry (1,0,0,0) prochází lineárním polarizátorem  $P_1$  svírající s osou  $x$  úhel  $\beta$ , dále prochází vzorkem deformovaným ve směru  $x$  a s posuvem  $\delta$  ve směru  $z$  a konečně dalším lineárním polarizátorem svírajícím úhel  $\gamma$  s osou  $x$ . Na výstupu je poměrně složitý vektor, ale v praxi nás zajímá pouze první člen  $I_v$ , který má význam měřené intenzity světla

$$I_v = 1 + \cos(2\gamma) \cos(2\beta) - \sin(2\gamma) \sin(2\beta) \cos(\delta) \quad (7.12.2)$$

Pro zkřížené polarizátory  $\beta - \gamma = 90^\circ$  dostaneme

$$I_v = \sin^2(2\beta)(1 - \cos(\delta)) \quad (7.12.3)$$

Tato intenzita je nulová pro  $\beta = 0^\circ, 90^\circ$ , tzv. izokliny nebo pro  $\delta = \pi, 3\pi, \dots$ , tzv. izochromáty. Oba typy míst lze odlišit použitím čtvrtvlnové desky.

Protože platí

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d \quad (7.12.4)$$

bude intenzita světla silně záviset na vlnové délce. Použijeme-li bílé světlo dostaneme na stínítku zpravidla jasně barevnou stopu. Výhodné je zvolit polohy polarizátorů  $\beta = 45^\circ$ ,  $\gamma = \pm 45^\circ$ . Pak

$$I_v = I_0 \cos^2(\delta) \quad (7.12.5)$$

Je zřejmé, že otočením polarizátoru o  $90^\circ$  se vymění potlačené barvy (-) za ty, které byly zdůrazněny (+) a naopak. Při nehomogenně deformovaných vzorcích je to směsice barev, které lze však dobře analyzovat a využít především pro určení deformace. Tento jev se často využívá v inženýrské praxi.

Místo uměle vyvolané anizotropie můžeme analogicky studovat homogenní anizotropní materiály, kdy výsledná barva souvisí, mimo polohy polarizátorů, především s tloušťkou vzorků. Hovoříme někdy o interferenci polarizovaného světla. Obecnější případ dostaneme pro sbíhavý svazek světla, analýza je obtížnější, ale má rovněž celou řadu aplikací, např. v mineralogii.