

8. Interference

- 8.1. Stojaté vlnění
- 8.2. Dva bodové zdroje.
- 8.3. Youngův pokus
- 8.4. Michelsonův interferometr
- 8.5. Planparalelní tenká deska
- 8.6. Tolanského metoda měření tenkých vrstev
- 8.7. Newtonova skla
- 8.8. Tenká vrstva
- 8.9. Fabry Perotův interferometr
- 8.10. Interference nemonochromatického záření

8. Interference

Interferencí se rozumí skládání, sečítání vln s cílem získat zajímavé a účelné aplikace.

Obvykle se jedná o jednodušší interferující objekty než např. v kapitole o difrakci.

Základním předpokladem je platnost principu superpozice.

Stále je nutno mít na paměti, že prakticky vždy měříme pouze intenzitu světla jako střední časovou hodnotu.

Významnou roli hraje kvalita interferenčního jevu, často definována tzv. viditelností, která úzce souvisí s koherentními vlastnostmi světla. To je velmi významný a v tomto výkladu nový pojem.

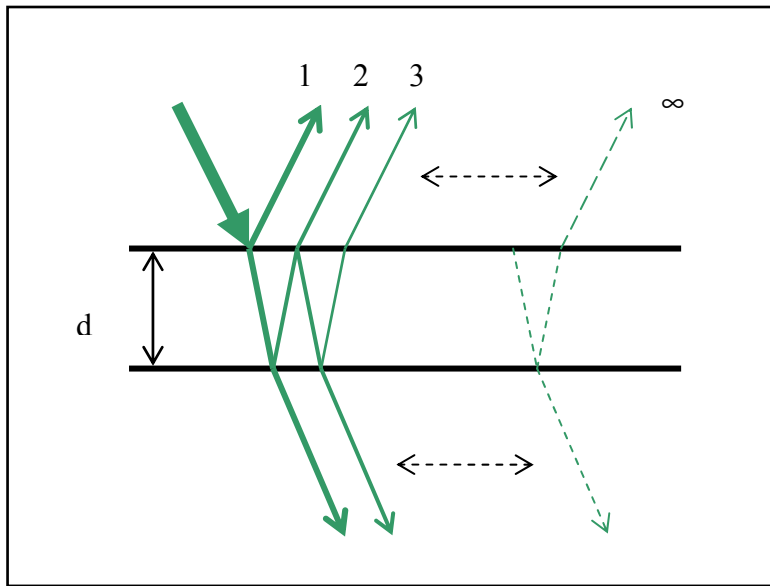
Základní úlohou je předpověď rozložení intenzity světla na stínítku ze znalosti vlastností zdroje světla a experimentálního uspořádání. Neméně významná je obrácená úloha, to znamená z rozložení intenzity určit vlastností interferujícího objektu (exp. uspořádání) nebo vlastnosti zdroje světla.

Poznámka o koherenci 1: Podrobně se budeme tomuto pojmu věnovat později, ale je třeba zdůraznit, že je to klíčový pojem pro popis kvality interferenčních jevů. Ta je vysoká, když interferují koherentní vlny, to jsou vlny, které jsou velmi stabilní v prostoru a čase, mají prakticky stejnou frekvenci a liší se zpravidla jen svojí fází nebo prostorovým posunutím. Zdrojem takových vln mohou být velmi kvalitní lasery, ale také vhodné experimentální uspořádání. Snažíme se z jednoho kvalitního zdroje (ale nemusí být špičkový) získat dvě nebo více prakticky stejných vln, které se blíží ideálu koherentních vln.

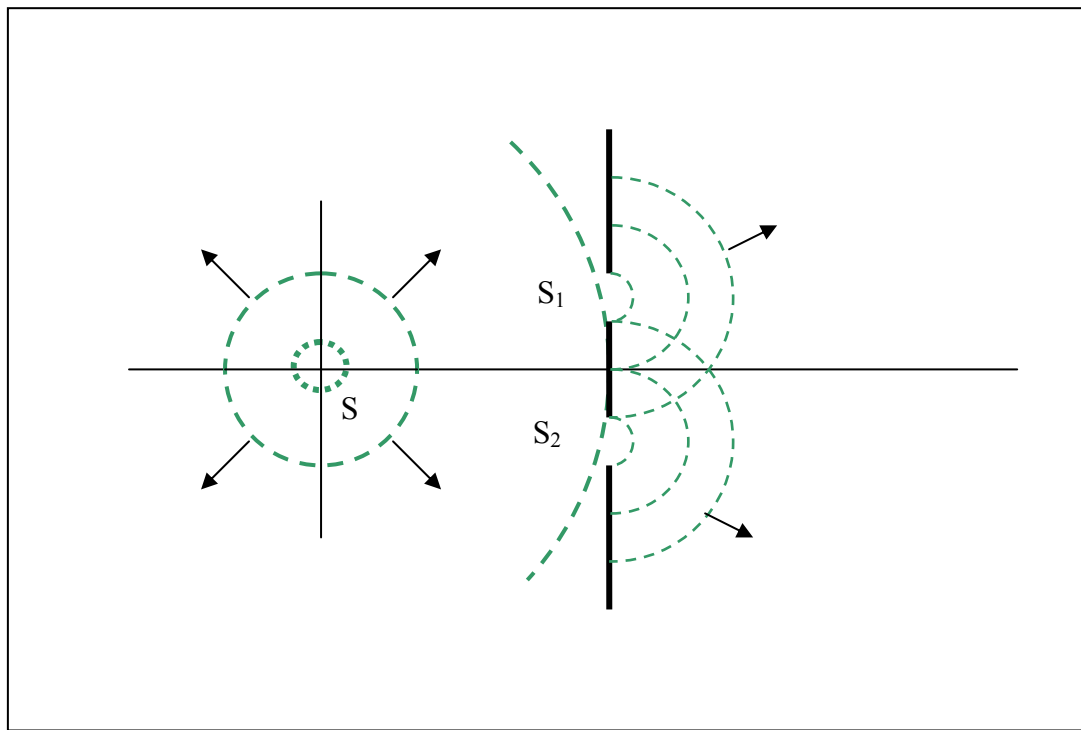
Vzhledem k uvedené poznámce se někdy uvádí rozdělení interferenčních jevů:

a) podle počtu interferujících vln: dvě vlny, více vln, nekonečně mnoho vln –obr. 8.0.1.

b) podle způsobu dělení vlny: dělení amplitudy (viz obr.8.0.1. např. planparalelní vrstva), dělení vlnoplochy (viz obr.8.0.2. např. dva otvory v Youngově pokusu).



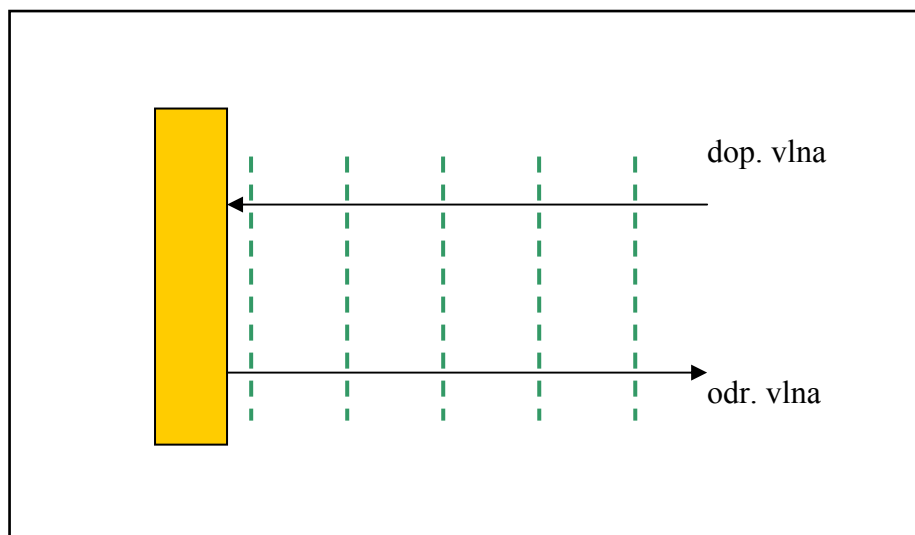
Obr 8.0.1. Odraz a lom na planparalelní desce, ilustrace případu dělení amplitudy vlny a možnosti výběru počtu interferujících vln.



Obr. 8.0.2. Šíření kulové vlny ze zdroje S přes stínítko se dvěma otvory (S_1, S_2), ilustrace případu dělení vlnoplochy na dvě koherentní kulové vlny.

8.1. Stojaté vlnění

Velmi jednoduchý, ale velmi demonstrativní příklad interference. Studujeme interferenci dvou vln, dopadající E_d a odražené E_r od zrcadla – viz obr.8.1.1. Je to tedy sčítání dvou monochromatických, rovinných, prakticky koherentních vln .



Obr. 8.1.1. Interference dopadající a odražené rovinné vlny od kovového zrcadla.

Protože polarizační efekty nejsou při interferenci primární, spokojíme se v celé kapitole se skalární aproximací.

$$E = E_d + E_r = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi) + rE_0 \cos(\omega t + kx + \varphi) \quad (8.1.1)$$

Kde r je odrazivost zrcadla, směr šíření světla x a změna znaménka souvisí s opačným směrem pohybu vlny. Pro jednoduchost předpokládáme, že fáze se při odrazu nemění.

Výjimečně podrobně rozepíšeme integraci při výpočtu I (předpokládáme časovou nezávislost všech parametrů určujících chování vlny)

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T E^2 dt =$$

$$E_0^2 \left[\frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - kx + \varphi) dt + \frac{r^2}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t + kx + \varphi) dt + \frac{2r}{T} \int_0^T \cos(\omega t - kx + \varphi) \cos(\omega t + kx + \varphi) dt \right]$$

$$I = \frac{1}{2} E_0^2 \left[1 + r^2 + \frac{2r}{T} \int_0^T \cos(2\omega t + 2\varphi) dt + \frac{2r}{T} \int_0^T \cos(2kx) dt \right] \quad (8.1.2)$$

První integrál je prakticky nulový protože integrační doba detektoru je řádově 10^{-10} s a frekvence viditelného světla 10^{15} s⁻¹, tedy obě veličiny se od sebe liší o 5 řádů. Toto je velmi významný i když zdánlivě jednoduchý krok. I nadále tak budeme postupovat. Pak

$$I = \frac{1}{2} E_0^2 (1 + r^2 + 2r \cos 2kx) \quad (8.1.3)$$

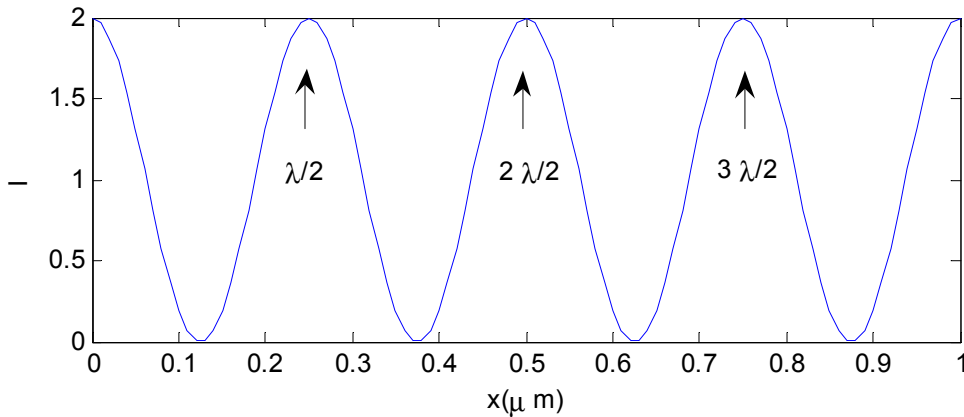
Odrazivost r je obvykle velmi blízká 1, pak

$$I = E_0^2 (1 + \cos 2kx) \quad (8.1.3)$$

Rozložení intenzity $I(x)$ je na obr.8.1.2. Pro $k = 2\pi n/\lambda$ dostaneme pro maxima podmínku

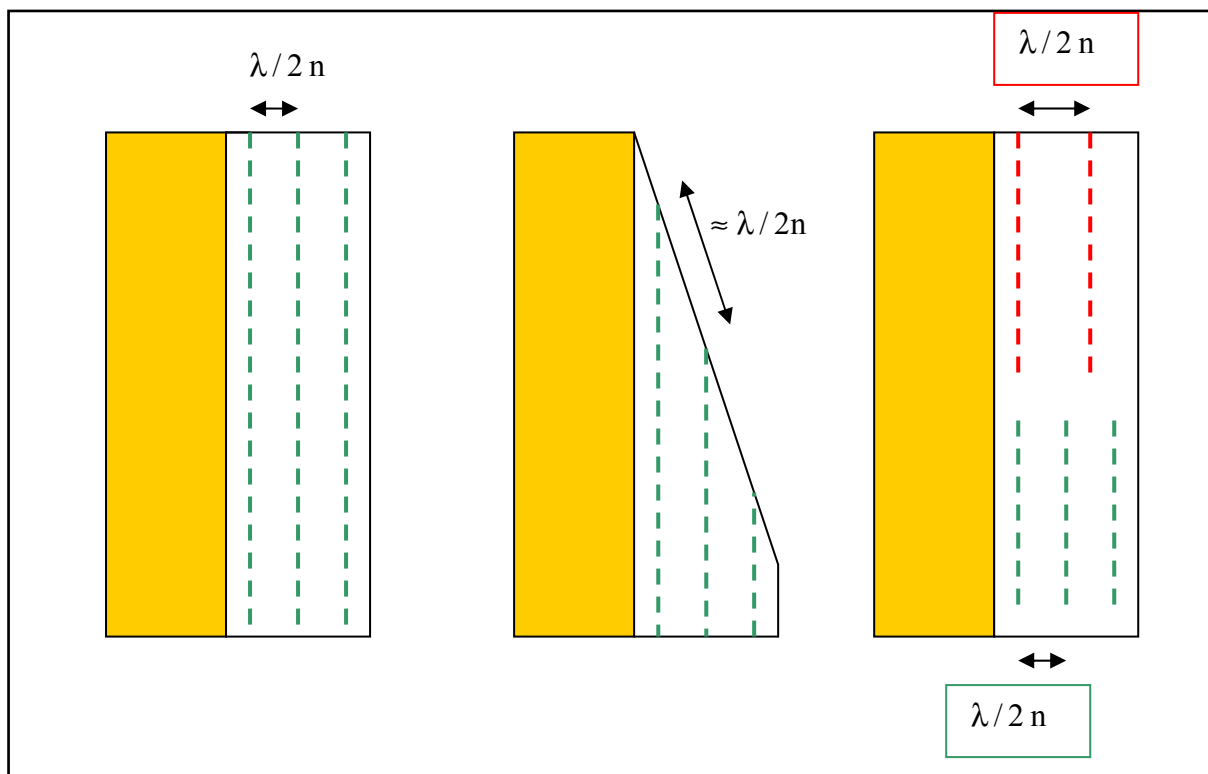
$$2kx = 2\pi m \quad x = \frac{m\lambda}{2n} \quad (8.1.4)$$

kde m je celé číslo.



Obr. 8.1.2. Závislost intenzity světla stojatého vlnění na vzdálenosti od odrážející plochy ($\lambda=500\text{nm}$).

Jednou ze známých aplikací je zachycení výsledku stojatých vln v silné fotografické emulzi nanesené na kovovou vrstvu zrcadla viz. obr. 8.1.3.



Obr. 8.1.3. Stojaté vlny ve fotografické emulsi, šikmý řez emulsi pro určení vlnové délky, stojaté vlny pro různé vlnové délky.

Po vyvolání dostaneme sérii tmavých ploch (v řezu čar) vzdálených od sebe o $\lambda/2n$. Při šikmém řezu můžeme ze znalosti indexu lomu emulze, sklonu řezu pohodlně určit vlnovou

délku použitého zdroje světla. Při dopadu světla s různými vlnovými délkami dostaneme příslušnou soustavu ploch. Následně při dopadu bílého světla se interferencí zesílí ta barva pro kterou je splněna uvedená podmínka. Tento jev využil Lippmann pro záznam barevné fotografie.

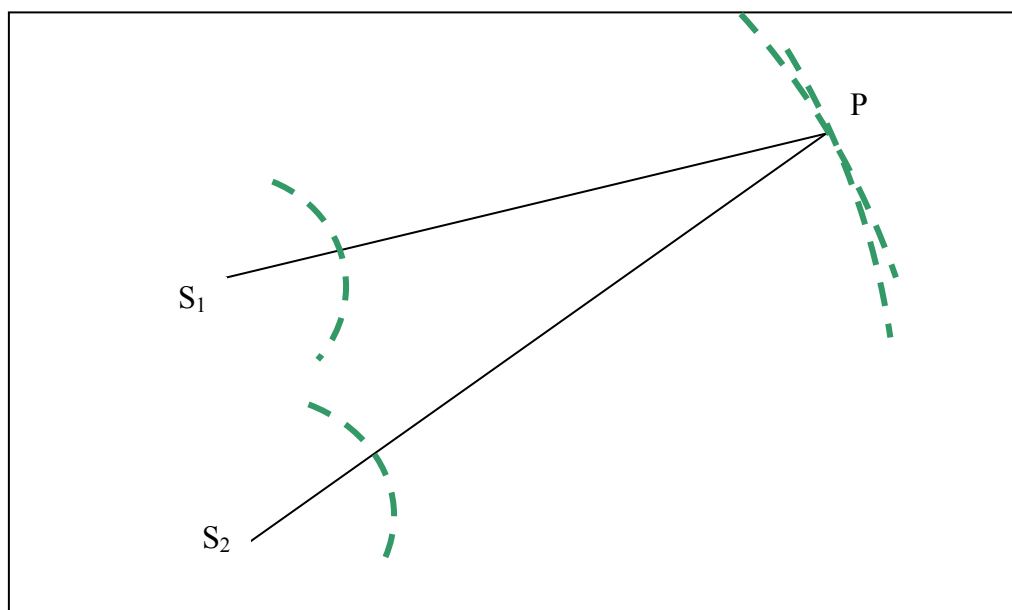
8.2. Dva bodové zdroje.

Studujme interferenci dvou koherentních kulových vln (stejná frekvence) v bodě $P(r)$ ze dvou bodových zdrojů $S_1(r_1)$, $S_2(r_2)$ viz obr.8.2.1. Omezíme se na vzdálené zdroje a pak kulové vlny se blíží rovinným.

$$E_1 = \frac{B_1}{|r - r_1|} \cos(\omega t - k|r - r_1| + \varphi_1) \rightarrow A_1 \cos(\omega t - k|r - r_1| + \varphi_1) \quad (8.2.1)$$

$$E_2 = \frac{B_1}{|r - r_2|} \cos(\omega t - k|r - r_2| + \varphi_2) \rightarrow A_2 \cos(\omega t - k|r - r_2| + \varphi_2) \quad (8.2.2)$$

$$E = E_1 + E_2 \quad (8.2.3)$$



Obr. 8.2.1. Dva bodové zdroje a součet amplitud v bodě P.

Intenzitu počítáme běžným postupem

$$I = \frac{1}{2} [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta + \Delta\varphi)] \quad (8.2.4)$$

nebo

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta + \Delta\varphi) \quad (8.2.5)$$

kde Δ je rozdíl fází vyvolaný dráhovým rozdílem Δs

$$\Delta = k\Delta s = k|r - r_1| - k|r - r_2| \quad (8.2.6)$$

a $\Delta\varphi$ je fázový rozdíl

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (8.2.7)$$

Poznámka o koherenci 2: Ve shodě s poznámkou 1 jsme při integraci střední časové hodnoty intenzity světla předpokládali, že všechny příslušné parametry se v čase nemění. Ve skutečnosti tomu tak není. V případě slabé závislosti $\Delta\varphi$ na čase definujeme dohodou koherentní dobu τ_c jako dobu za kterou se $\Delta\varphi$ změní o jeden radián. Pak pro $\tau_c > T$ pozorujeme kvalitní interference a jedná se o koherentní vlny, v opačném případě je viditelnost interference slabá a jedná se o nekoherentní vlny. Rovněž je vhodné zavést pojem částečně koherentních vln.

Pro orientaci u laserů je $\tau_c \approx 10^{-3}$ s a u výbojek $\tau_c \approx 10^{-8}$ s. Pro nekoherentní světlo, respektive pro krátká τ_c , interference vymizí a podle vztahu můžeme sečítat přímo intenzity jednotlivých zdrojů.

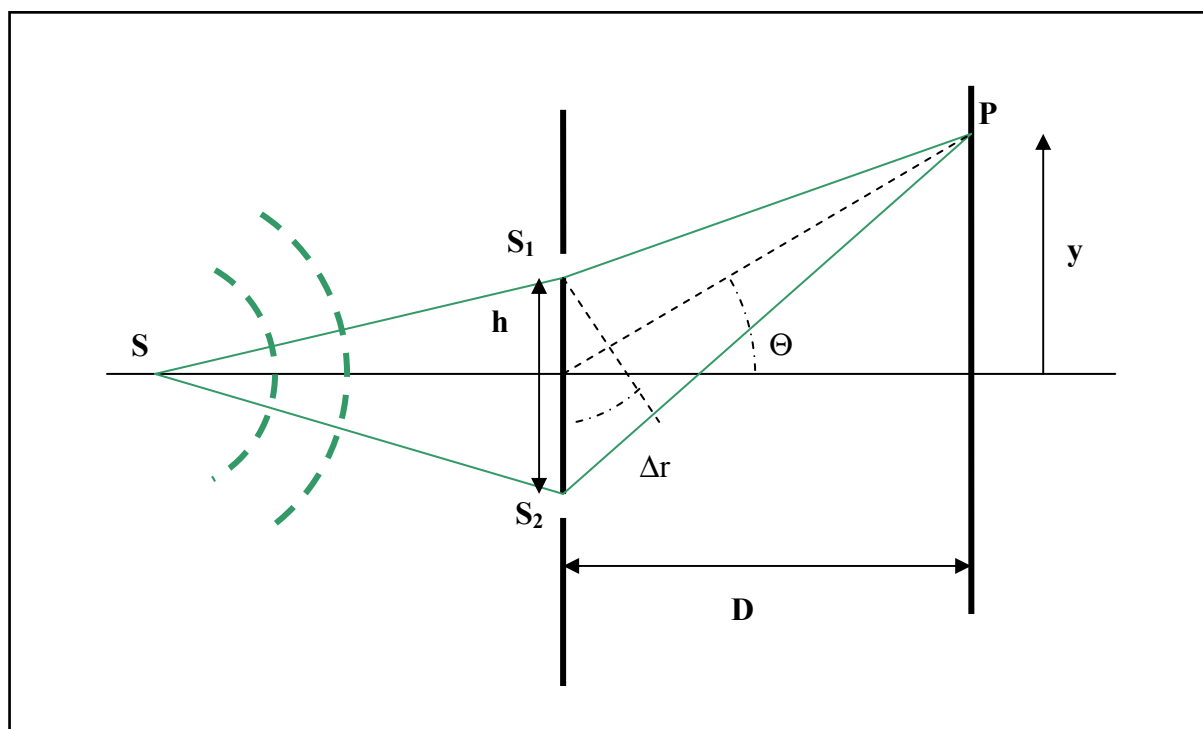
$$I = I_1 + I_2 \quad (8.2.8)$$

Příklady interferenčních experimentů

8.3. Youngův pokus

Je to pravděpodobně nejjednodušší a nejprůhlednější experiment, kde lze ukázat všechny nejdůležitější vlastnosti interferujících vln. Patří do kategorie interference s „dělením vlnoploch“.

Experimentální uspořádání (viz. obr.8.3.1.) předpokládá bodový monochromatický zdroj (později širokospektrální), poměrně velké vzdálenosti (metry), stínítko s dvěma úzkými štěrbinami (v desetínách mm).



Obr. 8.3.1. Experimentální uspořádání Youngova pokusu.

Ze zdroje S se šíří kulová vlna, která dopadne na štěrbinu S_1 a S_2 , které podle Huygensova principu se stanou zdroji dvou kulových vln, poměrně dobře koherentních. Výpočet je jednoduchý. Pro rozdíl fází a dráhový rozdíl platí

$$\Delta = k\Delta r \cong k \frac{yh}{D} \quad (8.3.1)$$

Předpokládáme $y \ll D$ a souměrně rozdělené amplitudy respektive intenzity světla v interferujících vlnách ($I_1 = I_2$). Pak intenzita v bodě P

$$I_p = 2I_1(1 + \cos(\Delta)) \quad (8.3.2)$$

Na stínítku najdeme modulaci ve formě proužků (nesouhlas experimentu pro větší y je dán jednak přibližným vztahem pro dráhový rozdíl a především zanedbáním difrakčních jevů – později). Pro polohu maxima dostaneme

$$\Delta = 2\pi m \quad y_{\max} = m \frac{\lambda D}{h} \quad (8.3.3)$$

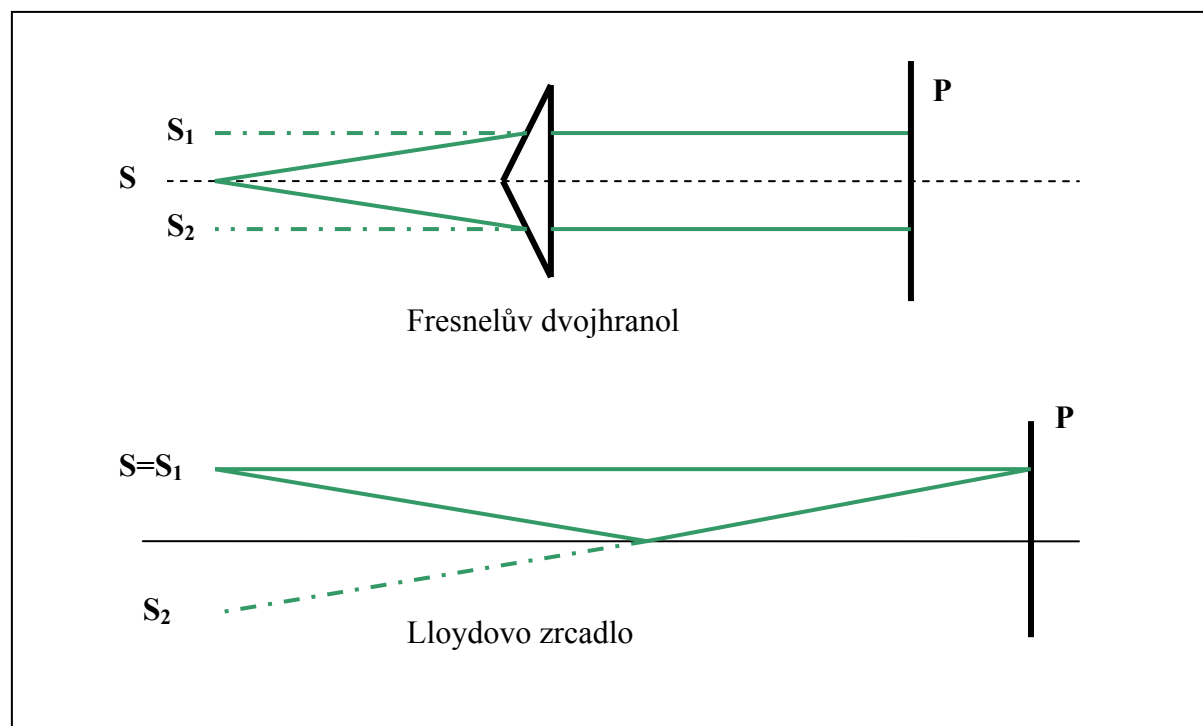
kde m je celé číslo.

Vzdálenost dvou sousedních maxim δy

$$\delta y = \frac{\lambda D}{h} \quad (8.3.4)$$

Obrácená úloha dovoluje z proměření experimentálních dat určit např. vlnovou délku λ nebo jemný údaj o vzdálenosti štěrbin h .

Obdobná uspořádání jsou např.: Fresnelův dvojhranol, Lloydovo zrcadlo, Billetova dvojčočka.



Obr. 8.3.2. Experimentální uspořádání pro Fresnelův dvojhranol a Lloydovo zrcadlo, kde S je skutečný zdroj a S_1 a S_2 jsou virtuální zdroje světla.

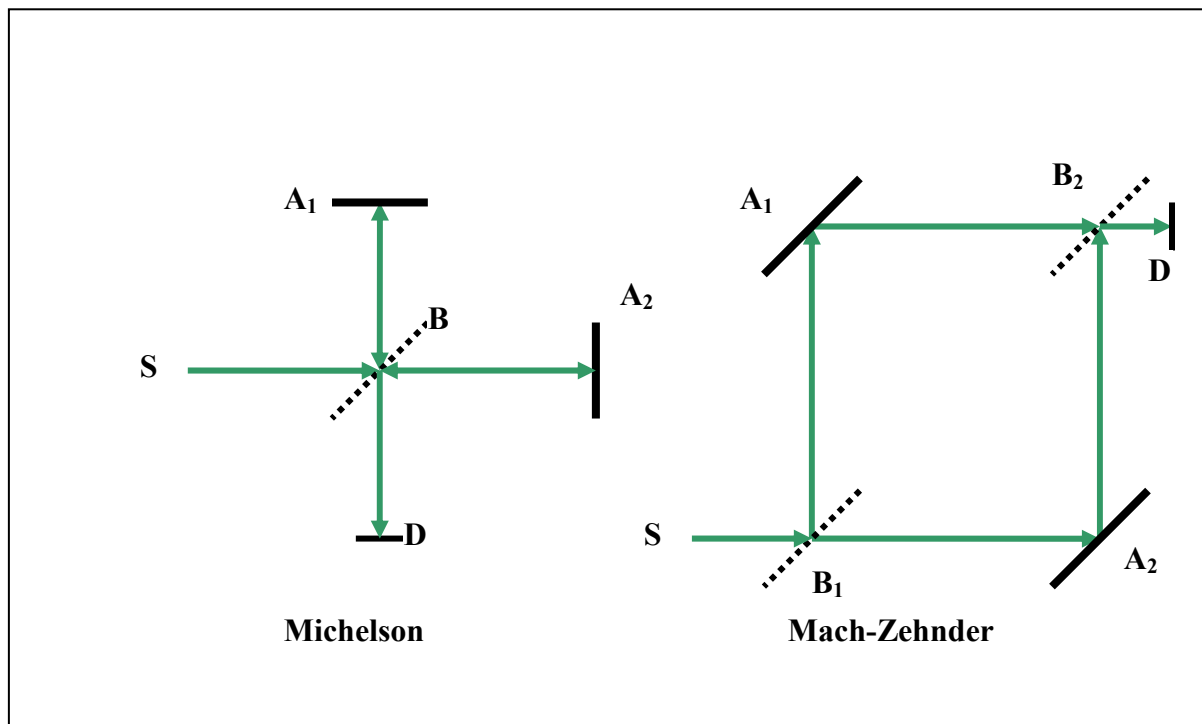
8.4. Michelsonův interferometr

Interferometrem se rozumí zařízení využívající interference světla k experimentálním účelům, k technickým aplikacím atd. Jeden z principiálně nejjednodušších a nejznámějších je Michelsonův interferometr – viz. obr. 8.4.1.

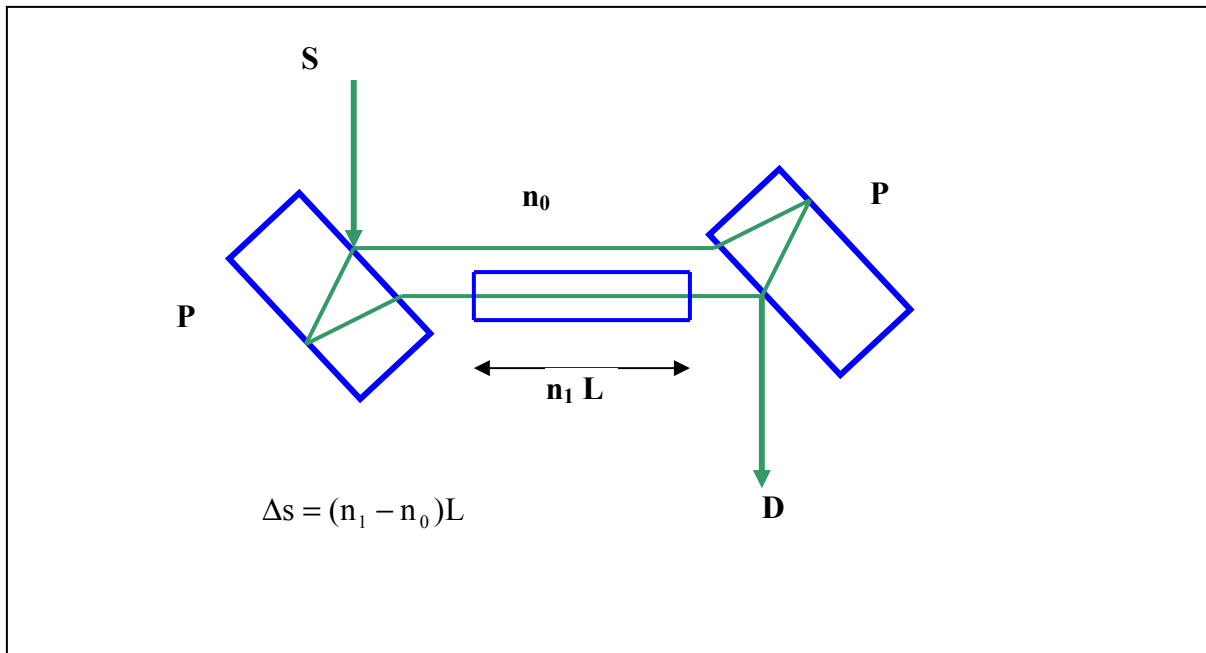
Rozdělení amplitudy vzniká na polopropustném zrcadle. Interference je určena v zásadě pouze dráhovým rozdílem, respektive rozdílem fází

$$\Delta = k\Delta s = 2k(BA_2 - BA_1) \quad (8.4.1)$$

Vlastní technické uspořádání je samozřejmě složitější. Existuje celá řada podobných interferometrů, např. Mach-Zehnder (viz obr. 8.4.1.), Jamin atd.



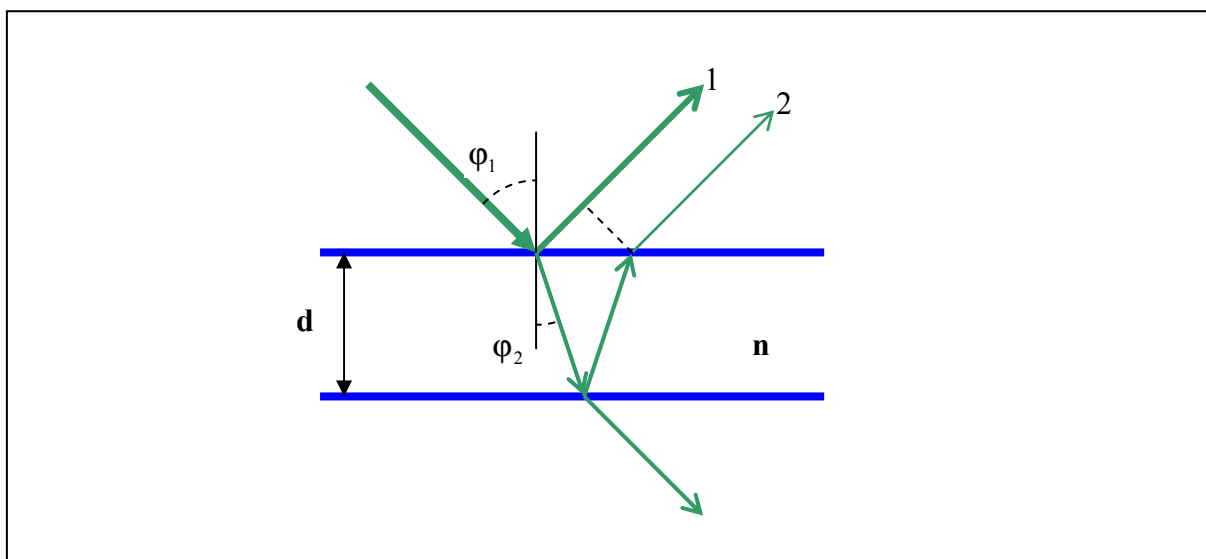
Obr. 8.4.1. Michelsonův a Mach-Zehnderův interferometr, S je zdroj světla, D detektor, A jsou zrcadla a B polopropustná zrcadla.



Obr.8.4.2. Jaminův interferometr v úpravě pro měření indexu lomu plynů. P jsou silné skleněné planoparalelní desky.

8.5. Planoparalelní tenká deska

Uvažujeme tenkou (do násobku několika λ) průhlednou desku, index lomu n ($\approx 1,5$) desky a tedy i odrazivost rozhraní R je malá ($\approx 5\%$) a tak při interferenci bereme v úvahu pouze 2 odražené vlny (ve skutečnosti je jich nekonečně mnoho – později). Jedná se o případ interference na základě dělení amplitud.



Obr.8.5.1. Dvoupaprsková interference na planoparalelní skleněné desce.

Z obr.8.5.1. jednoduše určíme, že dráhový rozdíl je

$$\Delta s = 2nd \cos \varphi_2 \quad (8.5.1)$$

A výsledná odražená intenzita

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta s \quad (8.5.2)$$

kde

$$I_1 = I_0 R \quad I_2 = I_0 (1 - R)^2 R \quad (8.5.3)$$

Podmínka pro maximum odražené intenzity je

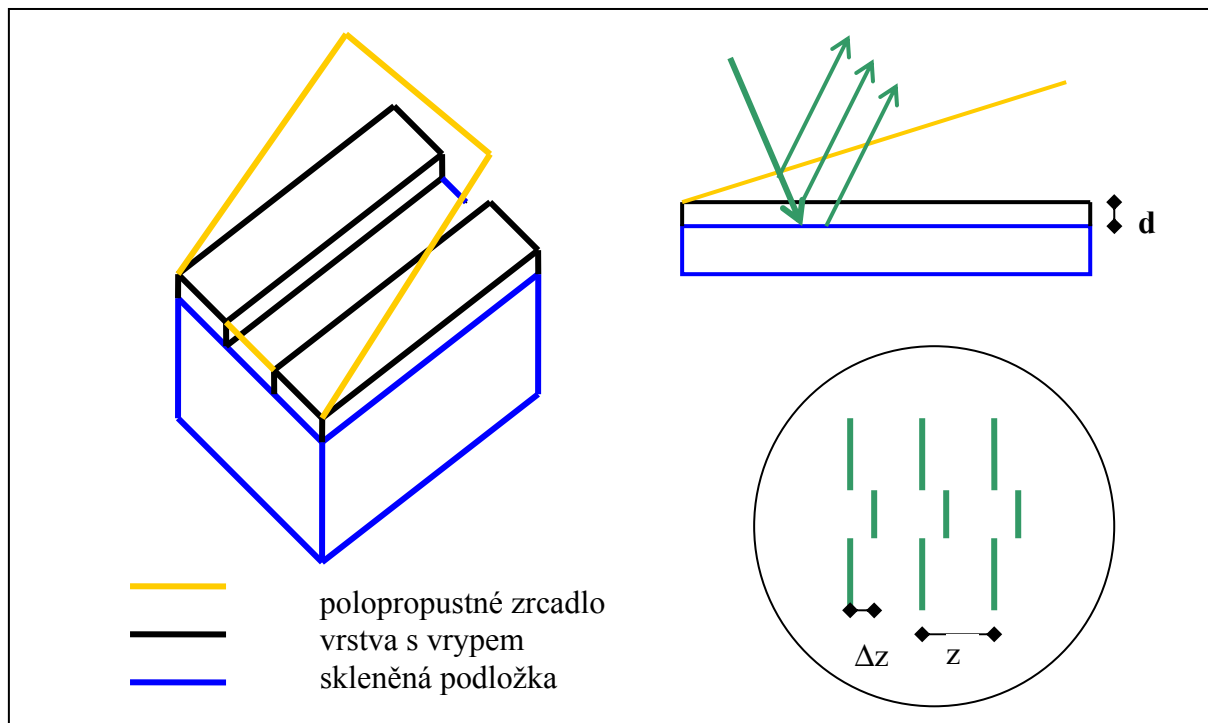
$$\Delta s = 2\pi m \quad nd \cos \varphi_2 = \frac{\lambda}{2} m \quad (8.5.4)$$

Podobně pro minima intenzity.

8.6. Tolanského metoda měření tenkých vrstev

Podobný princip interference jako v předchozím případě, i když se jedná o interferenci v mírně klínové vrstvě, využívá tzv. Tolanského metoda na měření tloušťky tenkých vrstev ($d \approx \lambda$) – viz obr. 8.6.1. V měřené vrstvě (např. Al) musí být vryp hluboký právě d , pak interference nastane mezi vlnami odražené od povrchu vrstvy a od vnitřní plochy skleněné desky (upravené, aby měla vyšší odrazivost). V zorném poli mikroskopu – viz obr.8.6.1. najdeme sérii čar vzdálených o $\lambda/2$ a z posunutí snadno určíme d . Platí

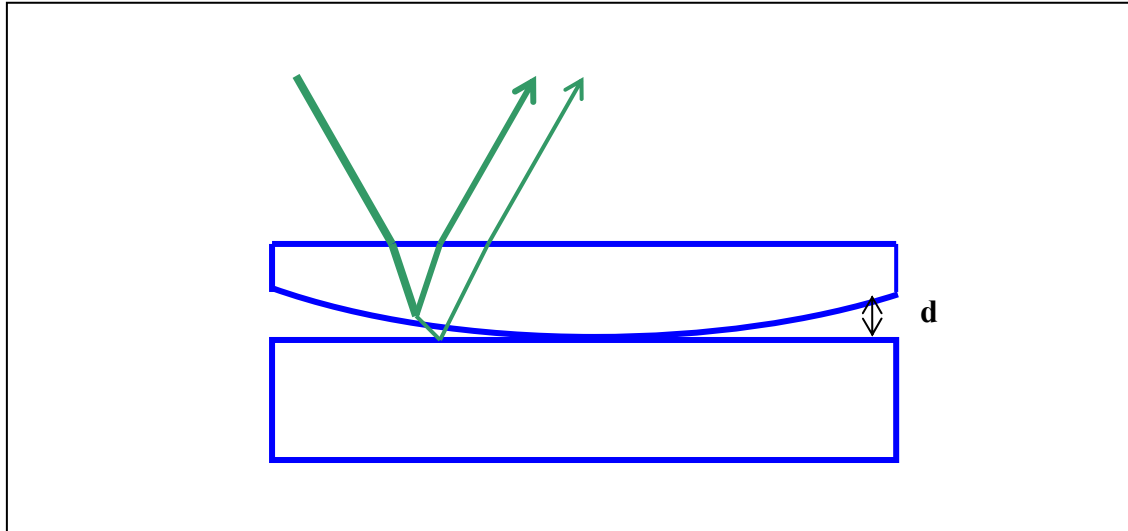
$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{d}{\lambda/2} \quad (8.6.1)$$



Obr. 8.6.1. Tolanského metoda měření tloušťek tenkých vrstev, vpravo dole je zorné pole interferenčního mikroskopu.

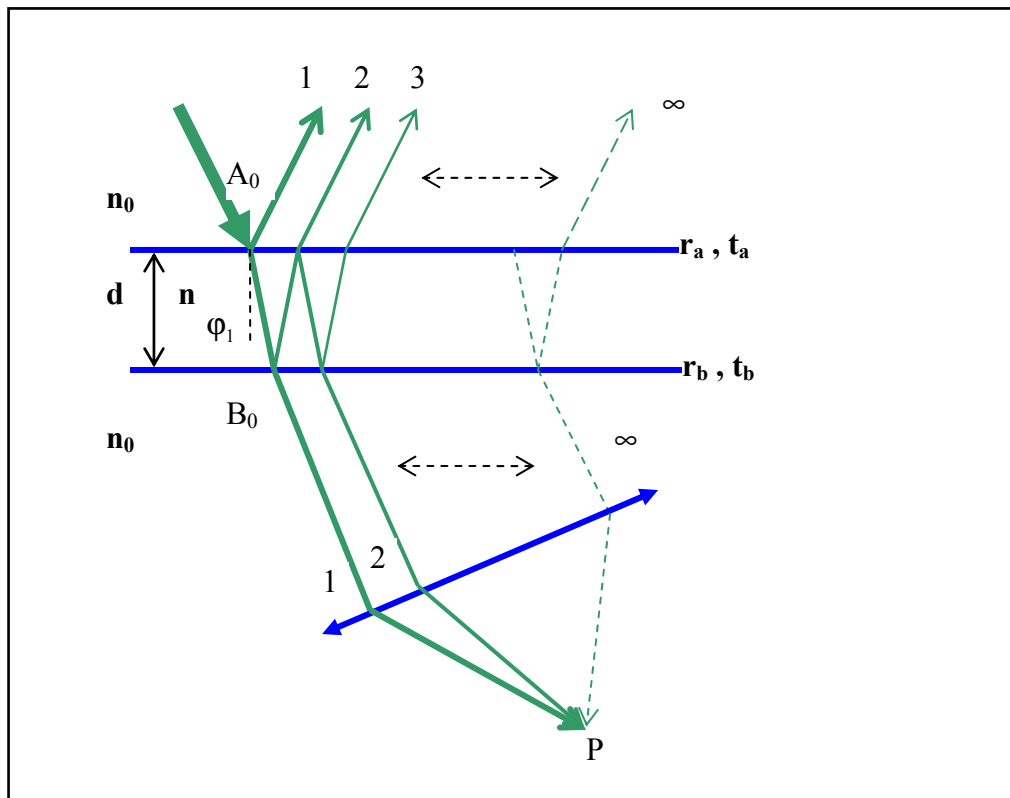
8.7. Newtonova skla

Interference vzniká mezi vlnami odraženými od horního rozhraní rovinné desky a od sférické plochy viz obr. 8.7.1. Je to analogie interference v předcházejícím případě. Je využívána ke kontrole tvaru ploch ve srovnání s normálem.



Obr. 8.7.1. Interference světla na Newtonových sklech, d je tloušťka vzduchové mezery.

8.8. Tenká vrstva



Obr. 8.8.1. Interference v tenké vrstvě.

Opět uvažujeme neabsorbující planoparalelní desku o tloušťce $d (\approx \lambda)$, tentokrát však bereme v úvahu všechny odražené a prošlé vlny. Ve shodě s obr.8.8.1. označme r_a a t_a odrazivost a propustnost rozhraní a podobně pro rozhraní b. Uvažujeme-li prošlé vlny, pak

$$E_1(P) = E_0 t_a t_b e^{i(\omega t - ks)} \quad s = nA_0 B_0 + B_0 P \quad (8.8.1)$$

$$E_2(P) = E_0 t_a t_b r_a r_b e^{i(\omega t - ks - ks')} \quad s' = 2nd \cos(\varphi_1) \quad (8.8.2)$$

$$E_3(P) = E_0 t_a t_b r_a^2 r_b^2 e^{i(\omega t - ks - 2ks')} \quad (8.8.3)$$

a obecně

$$E_m(P) = E_0 t_a t_b r_a^{m-1} r_b^{m-1} e^{i(\omega t - ks - (m-1)ks')} \quad (8.8.4)$$

Celkovou amplitudu dostaneme součtem geometrické řady

$$E(P) = E_1 \frac{1}{1 - q} \quad q = r_a r_b e^{-iks'} \quad (8.8.5)$$

Zjednodušíme součet pro případ malého úhlu dopadu, pro stejné prostředí z obou stran vrstvy a již zmíněný předpoklad neabsorbujícího materiálu vrstvy dovolí napsat

$$r_a^2 = r_b^2 = R \quad t_a^2 = t_b^2 = T = 1 - R \quad (8.8.6)$$

pak pro relativní intenzitu prošlého světla dostaneme

$$T_1 = \frac{EE^*}{E_0^2} = \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos(ks')} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1 - R)^2} \sin^2\left(\frac{ks'}{2}\right)} \quad (8.8.7)$$

Podobně pro odraženou intenzitu světla

$$R_1 = \frac{\sin^2\left(\frac{ks'}{2}\right)}{\frac{(1 - R)^2}{4R} + \sin^2\left(\frac{ks'}{2}\right)} \quad (8.8.8)$$

Platí zákon zachování energie

$$R_1 + T_1 = 1 \quad (8.8.9)$$

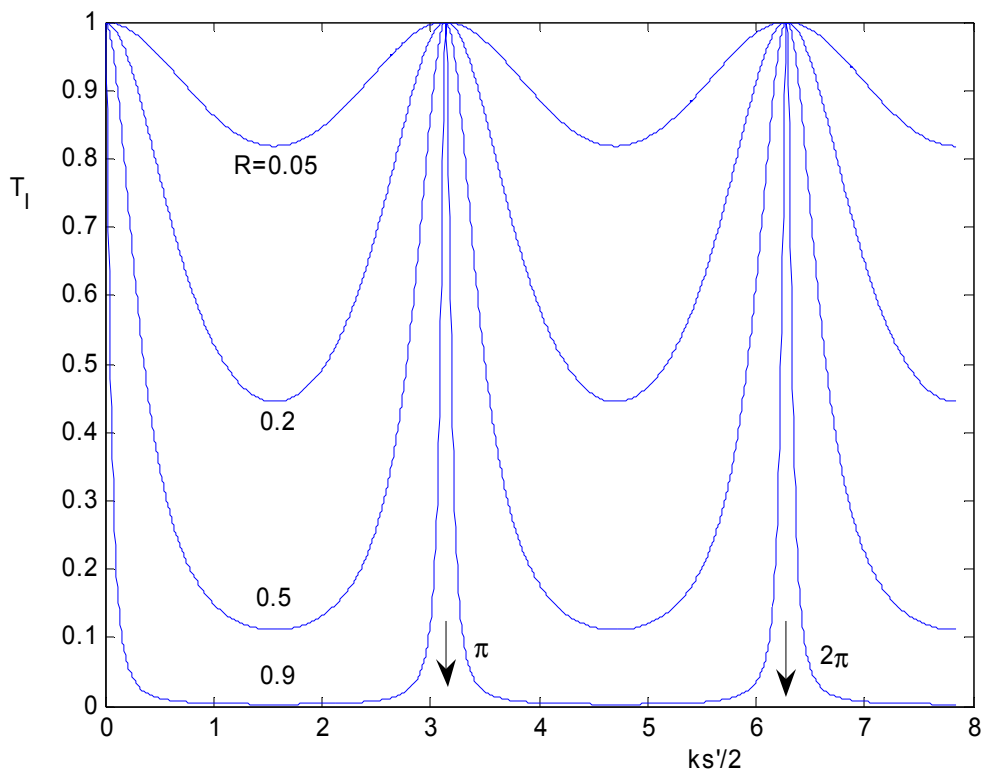
Maxima a minima odraženého a prošlého světla splňují následující podmínky

$$R_{1 \max}, T_{1 \min} \quad \frac{ks'}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} nd \cos(\varphi_1) = m\pi + \frac{\pi}{2} \quad (8.8.10)$$

$$R_{1 \min}, T_{1 \max} \quad \frac{ks'}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} nd \cos(\varphi_1) = m\pi \quad (8.8.11)$$

Aplikace: antireflexní vrstvy, dielektrická zrcadla, filtry.....

Průběh prošlé a odražené intenzity světla v závislosti na drahovém rozdílu a tím i na tloušťce vrstvy je na obr.8.8.2. a obr. 8.8.3. Za pozornost stojí silná závislost na odrazivosti rozhraní R.

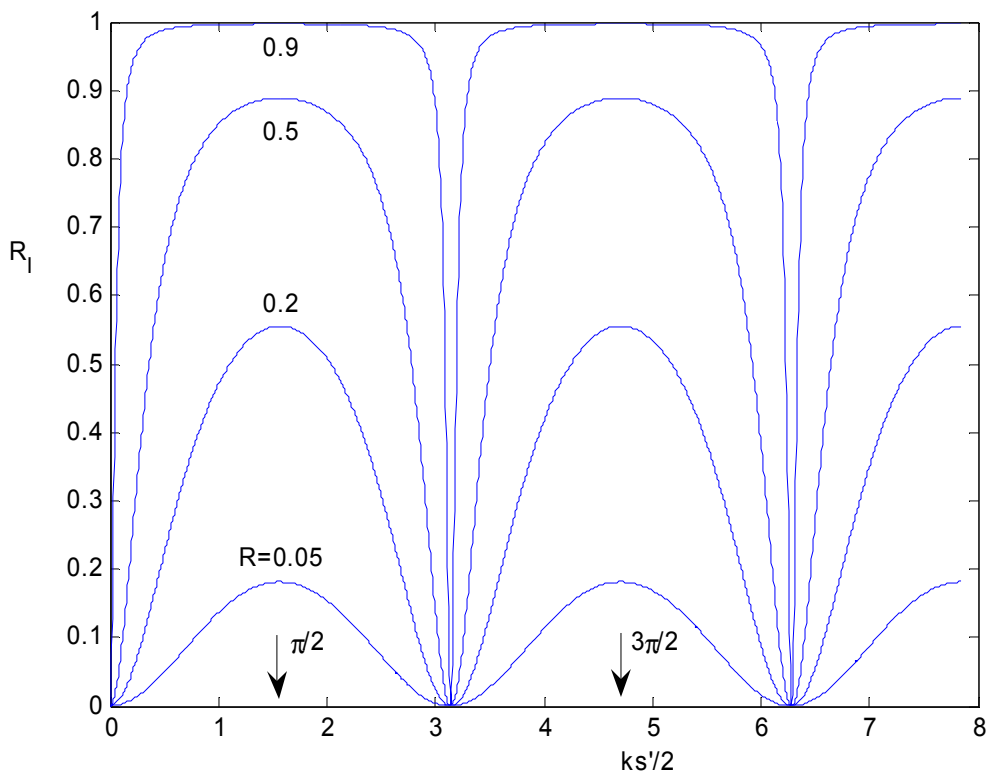


Obr.8.8.2. Propustnost tenké neabsorbující vrstvy pro různé odrazivosti R .

V obecnějším případě dvou různých prostředí, které obklopují vrstvu, dostaneme pro podmínky extrémů v odraženém světle

$$n_0 < n_1 > n_2 \quad n_0 > n_1 < n_2 \quad R_{I \min} \quad \frac{ks'}{2} = m\pi \quad R_{I \max} \quad \frac{ks'}{2} = m\pi + \frac{\pi}{2} \quad (8.8.12)$$

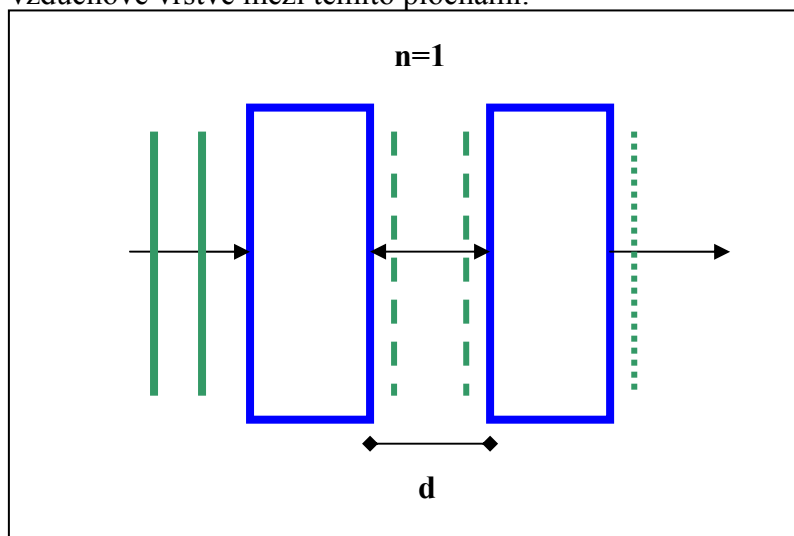
$$n_0 < n_1 < n_2 \quad n_0 > n_1 > n_2 \quad R_{I \min} \quad \frac{ks'}{2} = m\pi + \frac{\pi}{2} \quad R_{I \max} \quad \frac{ks'}{2} = m\pi \quad (8.8.13)$$



Obr. 8.8.3. Odrazivost tenké vrstvy – viz obr. 8.8.2.

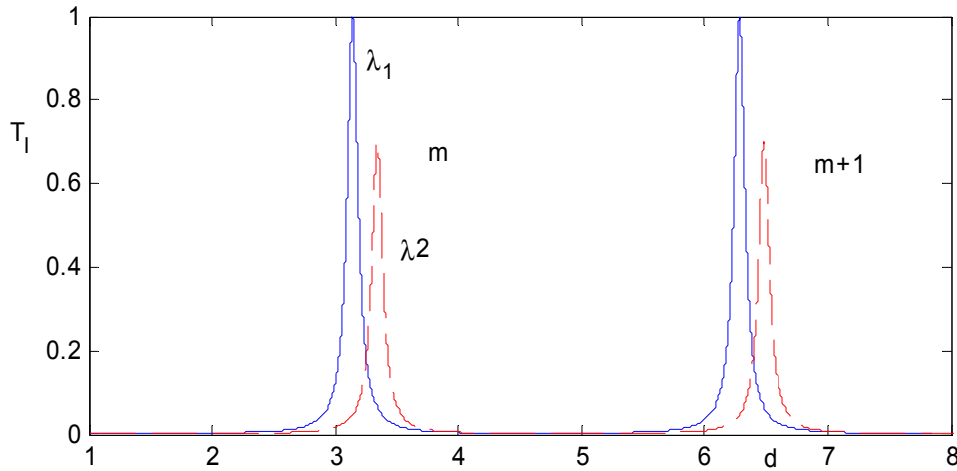
8.9. Fabry Perotův interferometr

Tento typ interferometru, který se používá pro jemnou spektrální analýzu světla, je dobrým příkladem využití předcházející kapitoly o interferenci světla v tenké vrstvě. Principiálně je tento interferometr, viz obr.8.9.1. tvořen dvěma planoparalelními skleněnými deskami s vnitřními plochami se zvýšenou odrazivostí (tenké vrstvy), vlastní interference probíhá ve vzduchové vrstvě mezi těmito plochami.



Obr. 8.9.1. Fabry Perotův interferometr.

Pro prošlou intenzitu světla platí vztah (8.8.7) a pro maximum vztah (8.8.11). Na obr.8.9.2.je závislost prošlé intenzity světla pro dvě blízké spektrální čáry v m-tém a (m+1) řádu.



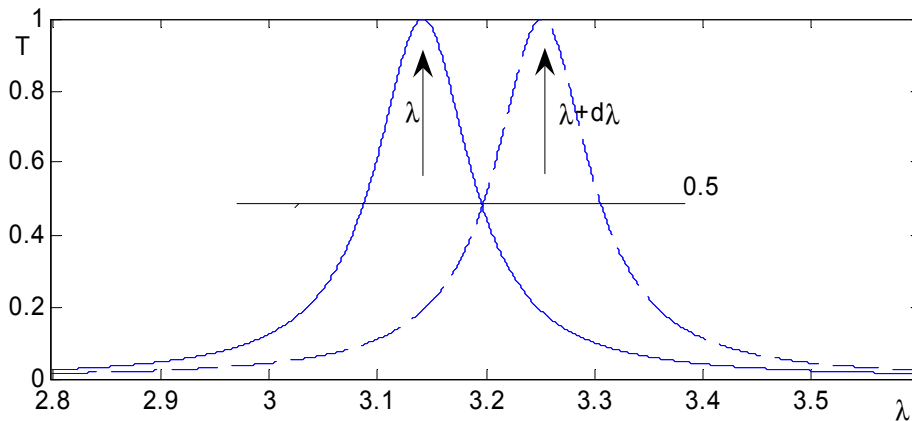
Obr. 8.9.2. Závislost prošlé intenzity světla pro dvě spektrální čáry v řádu m a m+1 na tloušťce vzduchové mezery d (v rel. jednotkách).

Ve shodě s pozdějšími výsledky předpokládáme, že lze pro dvě vlnové délky sečítat přímo intenzity světla. Pro jemné rozlišení definujeme rozlišovací schopnost R

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (8.9.1)$$

Pro kterou dohodou platí, že můžeme rozlišit dvě čáry, pro které platí

$$T_1\left(\lambda + \frac{\delta\lambda}{2}\right) = \frac{1}{2} T_1(\lambda) \quad (8.9.2)$$



Obr. 8.9.3. Definice rozlišovací schopnosti (vlnová délka je v rel. jednotkách).

Využitím podmínky pro maximum

$$\frac{ks'}{2} = m\pi \rightarrow \pi s' = m\lambda\pi \quad (8.9.3)$$

dostaneme

$$\frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{m\lambda\pi}{\lambda + \delta\lambda/2}\right)} = \frac{1}{2} \quad (8.9.4)$$

Protože $\delta\lambda \ll \lambda$ lze upravit výraz

$$\sin^2\left(\frac{m\lambda\pi}{\lambda + \delta\lambda/2}\right) \cong \sin^2\left[m\pi\left(1 - \frac{\delta\lambda}{2\lambda}\right)\right] \cong \left(m\pi\frac{\delta\lambda}{2\lambda}\right)^2 \quad (8.9.5)$$

Po dosazení a úpravě

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{m\pi\sqrt{R}}{2(1-R)} \quad (8.9.6)$$

Rozlišovací schopnost je vysoká pro odrazivost $R \rightarrow 1$ a vysoké řády m .

8.10. Interference nemonochromatického záření

Pro jednoduchost předpokládejme superpozici dvou prakticky stejných rovinných vln s výjimkou dvou různých frekvencí. Pak platí

$$E = E_1 + E_2 = E_{01} \cos(\omega_1 t + \Phi_1) + E_{02} \cos(\omega_2 t + \Phi_2) \quad (8.10.1)$$

a pro intenzitu

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T E^2 dt = \frac{1}{2} [E_{01}^2 + E_{02}^2] + \frac{1}{2} \left[2E_{01}E_{02} \frac{1}{T} \int_0^T \cos((\omega_1 - \omega_2)t + (\Phi_1 - \Phi_2)) dt \right] + \frac{1}{2} \left[2E_{01}E_{02} \frac{1}{T} \int_0^T \cos((\omega_1 + \omega_2)t + (\Phi_1 + \Phi_2)) dt \right] \quad (8.10.2)$$

Druhý integrál se spolehlivě rovná nule, protože $(\omega_1 + \omega_2) \gg T^{-1}$, ale i první integrál je prakticky nulový. Převedeme frekvenci na vlnovou délku

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega} \quad d\lambda = \frac{c}{\nu^2} d\nu = \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega \cong 10^{-5} \mu\text{m} \quad (8.10.3)$$

Kde předpokládáme světlo viditelné oblasti ($\omega \approx 10^{15} \text{s}^{-1}$), obvyklou integrační dobu $T = 10^{-10} \text{s} \approx d\omega^{-1}$. Dosažení rozdílu vlnových délek mezi dvěma vlnami řádu $10^{-5} \mu\text{m}$ je hluboko pod možnostmi standardní spektroskopie. Můžeme tedy zanedbat i první integrál a dostaneme

$$I = I_1 + I_2 \quad (8.10.4)$$

To je velmi významný výsledek, který budeme podrobněji studovat v kapitole o koherenci.