

Záření atamu vodíku (1) [27. 11. 2006]

Opakování: Záření vodíku vysvětlovala jednak klasická teorie, jednak teorie kvantová (záření Schröd. rovnice)

**LASER - LIGHT** Energie podle teorie kvantů přechází pomocí kvantování vlny

**ACCELERATION BY STIMULATED** Podívej, abychom vysvětlili další experimentální pozorování, byli jsme nuceni zavést ještě spin.

**EMISSION OF RADIATION** (na př. u Na se vlnám tímto přidává, zejména vysvětlit degeneraci, - všechny termy se stávají vyjma termu s, jak je to s vlněním spinu elektronu na energii atomu vodíku?

N. Bohr  $E = -\frac{Ze^2}{2r} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ;  $r = r_0 n^2 \frac{1}{Z}$   $E = -\frac{Rhc}{n^2}$

Sommerfeld  $E = -\frac{Ze^2}{2a} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ;  $a = a_0 n^2 \frac{1}{Z}$   $R = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3 c}$

Schrödinger  $E = -\frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{(n_r + l + 1)^2 h^2 4\pi\epsilon_0}$ ;  $n_y = l + 1$

Číslo jmenovatel je  $n_r + n_y = n$  Šplíh II.

Existuje však jiná struktura spektrálních čar vodíku, která byla spektroskopicky zjištěna. Jelikož je vysvětlit Hz je problém učitel a ani ten nelze kvantově odlišit vyčísit.

Sommerfeld řešil energii pro atom vodíku a Diracovy rovnice, pro atom vodíku odvozil vlnu i pro jinou strukturu.

$$T = \frac{RZ^2}{4\pi\epsilon_0 n^2} + \frac{2RZ^4}{4\pi\epsilon_0 n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right)$$

kde  $\alpha = \frac{2\pi e^2}{hc} = 5,32 \cdot 10^{-5}$  je bohemské číslo

$\frac{1}{\alpha} = 137,03$   $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$

myši si tento vlnu rádoze interpretují.

1. První člen odpovídá dráhovému výsklaku
2. druhý člen představuje korekci dráhových výsklaku

a sice po odebrání rávenky je zde korekce

- a.) na relativistickou rávenost hmoty na rychlosti
- b.) na spin orbitální ráven

Tedy lze symbolicky tento výraz psát

$$T = T_0 + \Delta T_r + \Delta T_s$$

1. Relativistická rávenost - elektron na kruhové dráze má v atomu vodíku rychlost  $v = 0,0073 \frac{c}{n}$ , kde  $n$  je hl. kv. číslo orbitálních rychlosti nebo jisti znamená rávenost hmoty na rychlosti  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ; tedy v eliptických dráhách je rychlost v perihelii větší - nastává stačení perihelium - vzniká roztahový pohyb.

ten se pak projevuje ve změně energie

2. Schröd. rovnice zahrnuje v podobě jen Coulombovské působení nabíjených částic. Proto jsou výsledky klasické, třeba zahrnují jen planické působení spinové

Elektron obíhající po dráze v silě vypráží magnetické pole, spin el. vypráží v silě balby magn. pole.

Tato pole na sebe navzájem působí - můžeme o spin - orbitální ráven - t. j. působení vlastního magn. pole - mluvit degeneraci energi stání - podobně jako Zeeman. Její vliv je rovnak v korekci  $T_{LS}$ .

Vymažeme si nyní energi stání vodíku podle výrazu pro jeňnou strukturu. Obzámbo výraz vystupují jen kv. číslo  $n, j$ . I je sice rávenost na  $l$ , ale jak uvídlíme se zohlednu je i pro rávenost  $l$  a sice

proč 2 různé l je j stejné,

$l = 4/2$

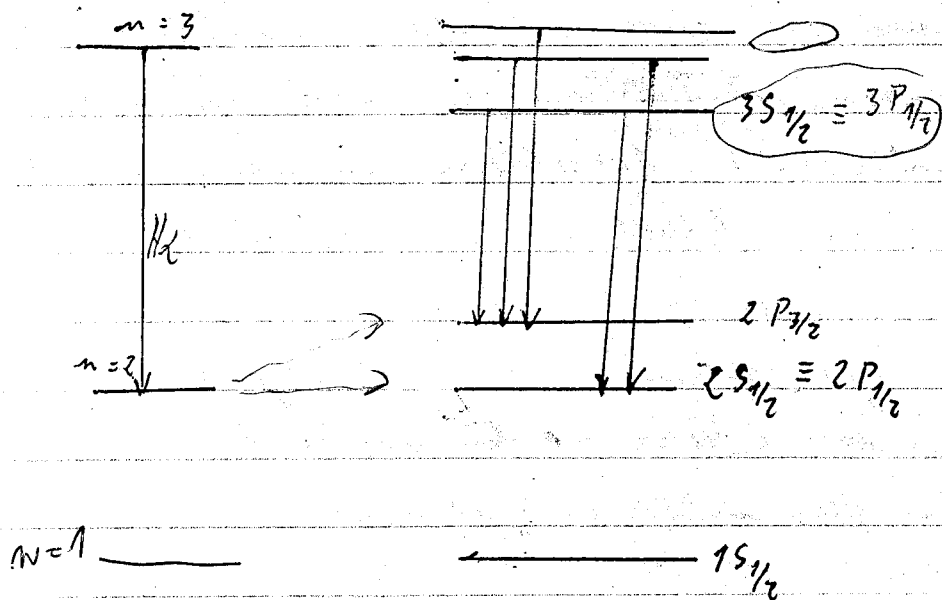
$j = |l - s| \dots l + s$

n	l	s	term
1	0	$\frac{1}{2}$	$1S_{1/2}$
2	0	$\frac{1}{2}$	$2S_{1/2}$
		$\frac{3}{2}$	$2P_{1/2}$
	1	$\frac{1}{2}$	$2P_{3/2}$
3	0	$\frac{1}{2}$	$3S_{1/2}$
		$\frac{3}{2}$	$3P_{1/2}$
	1	$\frac{1}{2}$	

stejná energie

Stejná energie se objevuje i u vyšších hladin atomu vodíku.

Stejně Bohr



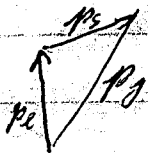
Mitina experimentátorů, kteří prováděli měření jemné struktury čar vodíku v optickém oboru, našli, že skutečně stejné jsou rovnosti energií stavů  $2S_{1/2}$  a  $2P_{1/2}$ .

Alle práce Houstona a Keisba 1937 a Williamsa 1938 ukázaly nepřesný rozdíl, který odpovídá 1.000 MHz - což však bylo naprosto nepřekonatelné rozlišení schopnosti opt. metod.

Tak bylo ještě v r. 1947 Sommerfeldova zřetelná vodíková Diracovou rovnici pokládána za správnou,

Můžeme kv. číslo  $l$  ve vztahu pro energii  $E_l$  je možné vyjádřit také vektorovým modelem vektorů.

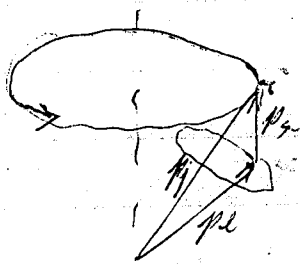
1. Orbitální moment hybnosti  $p_l$  a spinový moment  $p_s$  tvoří pevný pohyb



oba momenty precesují kolem své výslednice vnitřního momentu  $p_j$ , neboť z kv. mechaniky lze určit jen jejich velikost a jednu složku.

Vzájemná poloha momentu  $p_l$  a  $p_s$  je určena pravidlem prostorového kroutování.

Už i u výsledného momentu  $p_j$  lze určit pouze jednu složku tedy tento moment koná také precesní pohyb kolem nějakého směru v prostoru (existuje-li větší magn. pole než je pak toto směre osy.) Následkem toho není jisté zachování velikost momentu  $p_l$  do řádkového



směru (ani momentu  $p_s$ ), ale jejich součet ano. Součet je pak určen kv. číslem  $j$  a ten skutečně se zachová pro energii nystupující.

Jelikož vztah pro hyperjímou strukturu udává pouze závislost na  $n$  a  $j$  není rozdělen v kv. stavech, které se liší jen  $l$ .

$$p_l = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi}$$



Schröd. rov.  $\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x,y,z)] \psi = 0$

Relativistická kvant. mechanika:

Hamiltonián lze pro  $\vec{A} = 0$  napsat ve tvaru

$$\hat{H} = eV + \left[ m_0^2 c^4 - \hbar^2 c^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right]^{1/2}$$

dosadíme Klein-Gordonovu rovnici (1926):  $\left( \square + \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = 0$

$$\Delta\psi - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{i e V}{\hbar} \right)^2 \psi - \frac{m_0^2 c^2}{\hbar^2} \psi = 0$$

Výsledky pro vodík:

$$E_{n,l} = m_0 c^2 - \frac{m_0 e^4}{4\pi^2 \hbar^2 m^2} + \frac{m_0 e^4}{4\pi^2 \hbar^2 c^2 \hbar^2} \left( \frac{3}{4} - \frac{l}{l+1/2} \right) + \dots$$

↓ hmotová energie    
 ↓ Bohrovův orbitál    
 ↓ rel. oprava na zář. reakci na rychlosti    
 ↓ jemná struktura

s experimentem však nesouhlasila

neobstojí interakci vlastního magnetického momentu el.  
 Přidáním spinových členů navrhuje relativistickou invariantnost K-6 rovnice.

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$$

1928 Diracova rovnice: pro  $\vec{A} = 0$  dostal

$$\hat{H} = eV + c (\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2)^{1/2}$$

zavedl operátory podobné spinovým operátorům rovedlejším Paulim (1926) a splňujícími speciální komutační relace.  $\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$

$$\hat{\sigma}_z \xi = \xi; \quad \hat{\sigma}_z \eta = -\eta; \quad \hat{\sigma}_x \xi = \eta; \quad \hat{\sigma}_x \eta = \xi; \quad \hat{\sigma}_y \xi = i\eta; \quad \hat{\sigma}_y \eta = -i\xi; \quad \hat{\sigma}_i^2 = \hat{\sigma}_j^2 = \hat{\sigma}_k^2 = 1$$

Když pro operátor energie uříjeme podobný  
vektor  $E = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t}$  dostaneme Diracovu  
rovnici ve tvaru

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \left[ \frac{\hbar c}{i} \beta_1 \left( \beta_x \frac{\partial}{\partial x} + \beta_y \frac{\partial}{\partial y} + \beta_z \frac{\partial}{\partial z} \right) + \beta_3 m_0 c^2 + eV \right] \Psi = 0$$

kteří kromě proměnných  $x, y, z, t$  závisí i na  
proměnných  $s = \pm \frac{1}{2}, r = \pm \frac{1}{2}$   $\Psi(x, y, z, t, s, r)$

z Diracovy rovnice vyplývá, že moment hybnosti  
elektronu se skládá z orbitálního momentu  $\hat{L}$  a spinu  
 $\hat{S}$ . Bez jakýchkoli doplněných předpokladů  
plyne i existence vlastního magnetického momentu  
elektronu

Energie elektronu v poli centrální síly  $V(r)$  není  
závislá na  $m$  a  $l$  jeba tomu byla dávno, ale  
závisí na orientaci spinu vzhledem k orbitálnímu  
momentu.

Pro energii podobný výsledek jako u K-G rovnice,  
ale místo  $l$  zde figuruje  $j = l + s, j = l + \frac{1}{2}$   
(unitární kvantové číslo).

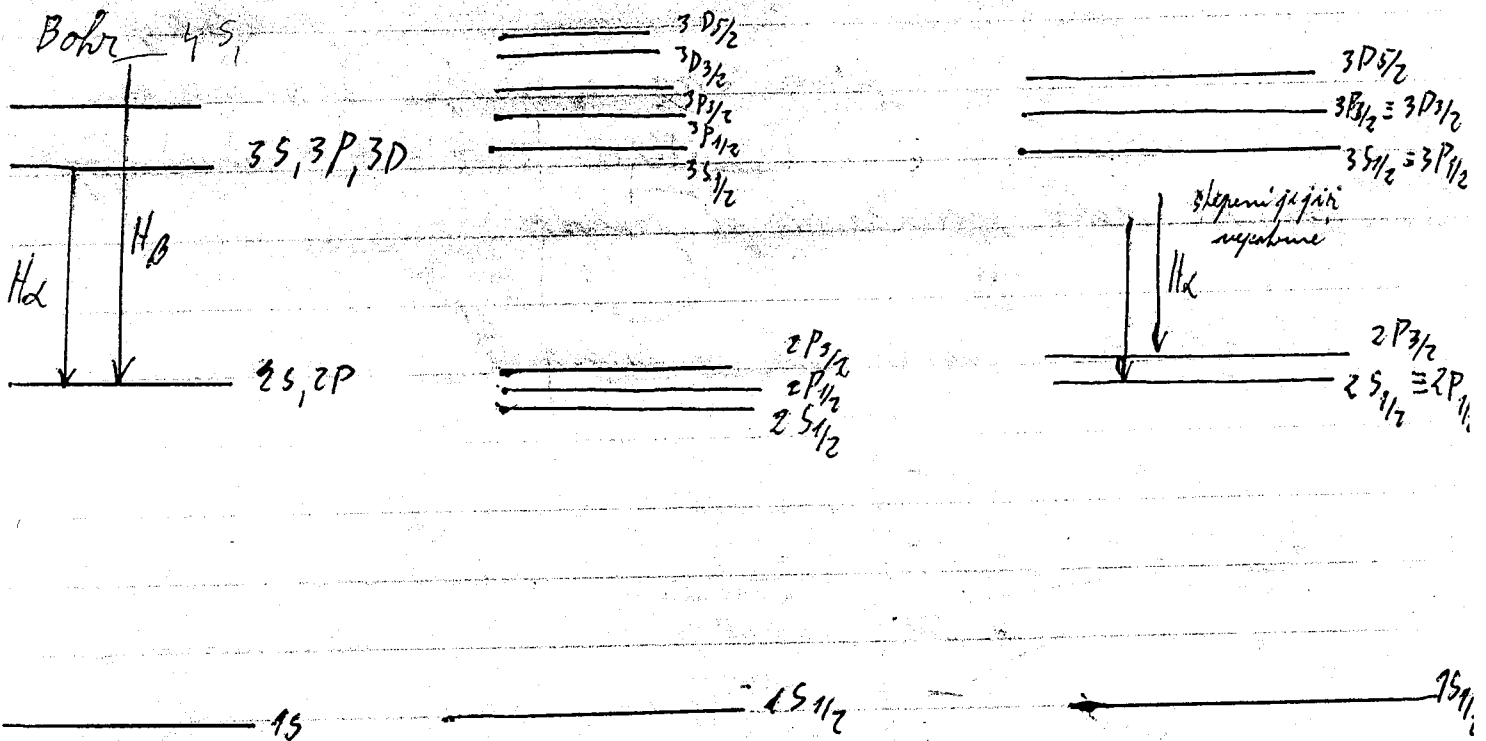
$$E_{n,j} = m_0 c^2 - \frac{m_0 e^4}{2 \hbar^2 n^2 4 \pi \epsilon_0} + \frac{m_0 e^8}{2 \hbar^3 c n^4 4 \pi \epsilon_0} \left( \frac{3}{4} - \frac{n}{j + \frac{1}{2}} \right) + \dots$$

$\frac{\alpha^2 R Z^4}{n^4}$

$\alpha = \frac{v}{c}$

Schemo hladin vodiku :

Samvefeld r. Diraca



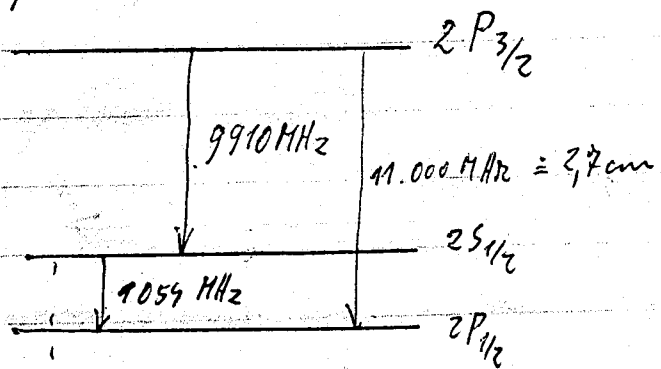
Keďže sa vzdáľenosť od jadra zvyšuje term. pohyb elektr. je hypervýznamná štruktúra vrchné dvojitosti dolný hladinový kalmerový vrst.

Termy dle Lamb - Rutherforda

Termy dle Lamb - Rutherforda  
 $2P_{1/2}$  je pod  $2S_{1/2}$  vlivem polarizace vakua.

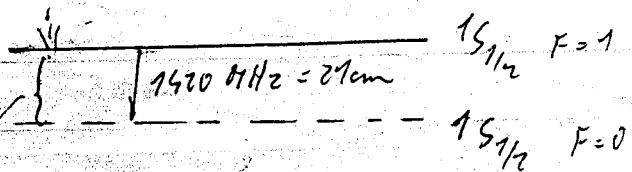
vir. Vyšin Pobrsky 1. 1964.

Termy S se posouvaji nad termy P.

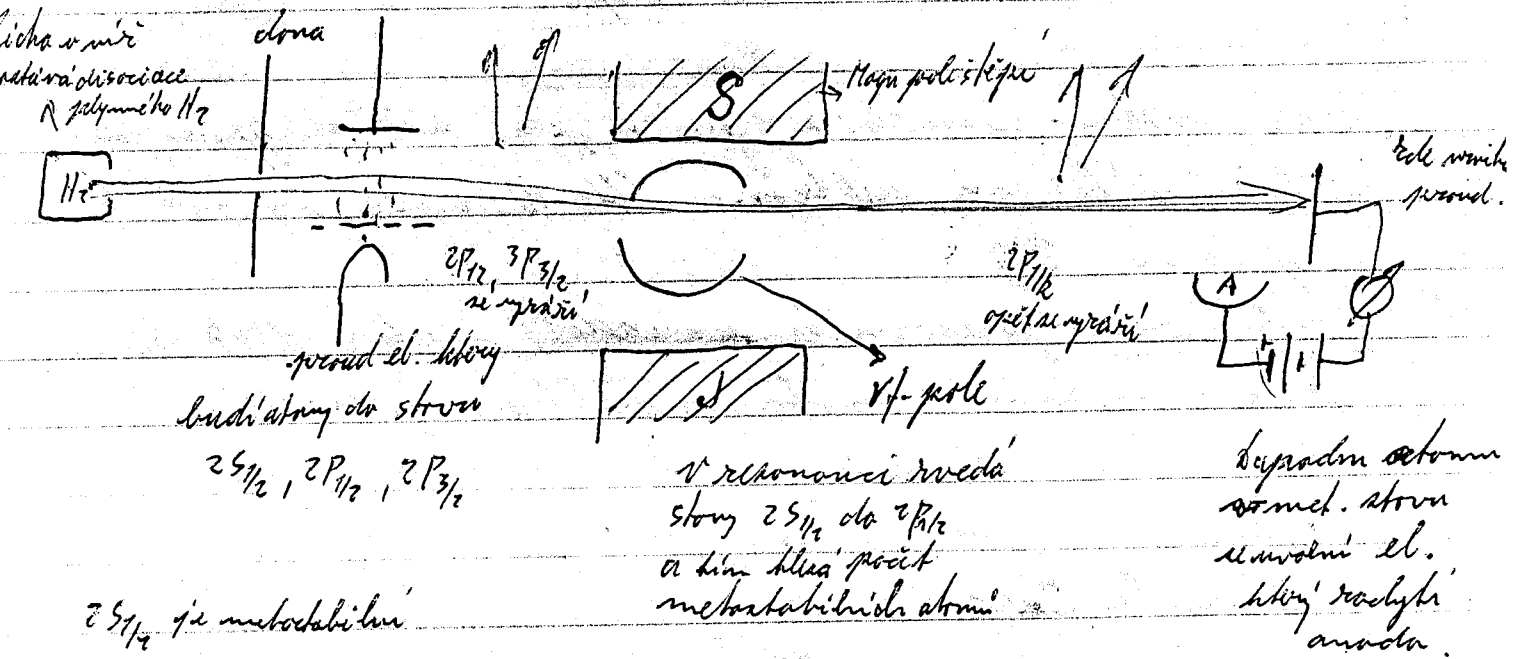


nehástaný přechod  $\Delta l = 0$   
 odpoví slabou kint.  $\frac{1}{2}$  sec.

3 hladina  $1S_{1/2}$  se skladi vlivem spinu jadra



Lamb a Rehberford (1947) provedli měření pomocí of spektrometru



Ukážeme v f. pole ducháři se přechodem dvojitého obarhu  
 jávi  $f = 10\ 000\text{MHz}$  ději se přechody z  $2S_{1/2}$  do  $2P_{3/2}$   
 při frekvenci  $1000\text{MHz}$  přecházejí atom z  $2S_{1/2}$  na  $2P_{1/2}$  stavem  
 vynuceného záření. Tedy počet metastabilních stavů  
 se zmenší což se projeví útlumem na detektoru

Tedy tímto měřením byla zjištěna, že energy stavy  $2S_{1/2}$  a  $2P_{1/2}$   
 jsou rozdílné!

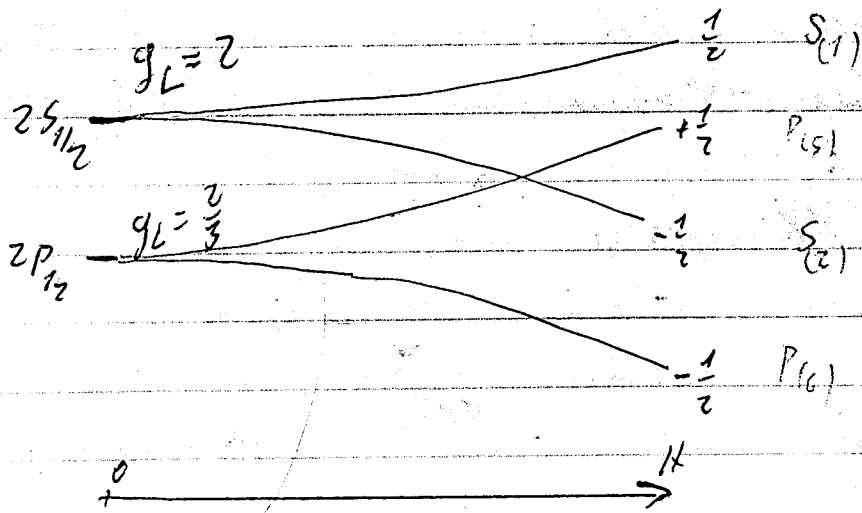
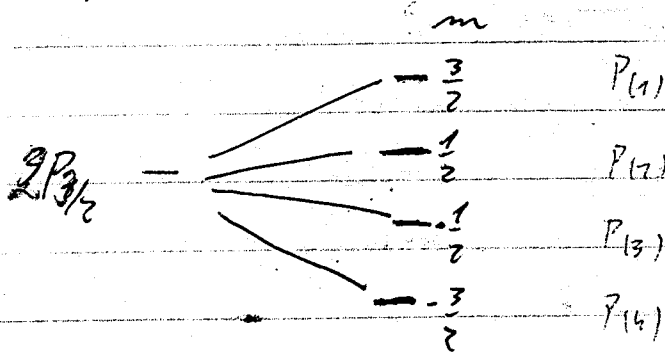
Měření prováděli pomocí směny magn. pole, čímž  
 nastala šířeni termů a objevila se lin. závislost  
 na  $H$  - pro různé  $H$  dostali přímky které aproximo-  
 valy pro  $H=0$ , - čyři přímky se sbíhaly včty  
 v jednom bodě celkem byly ale dva body různé,

V magnetickém poli se term  $2P_{3/2}$  rozštěpí na  $2j+1 = 2 \cdot \frac{3}{2} + 1 = 4$  podhladin

term  $2S_{1/2}$  se rozštěpí se rozštěpí na  $2j+1 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$  podhladin

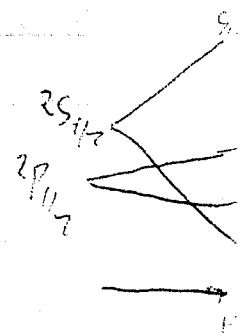
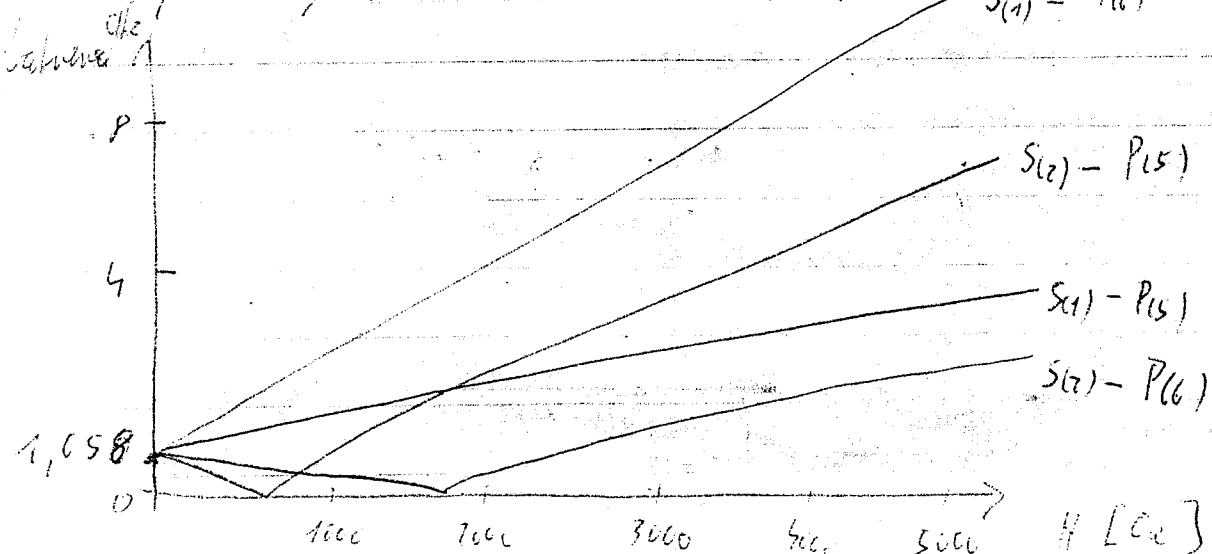
Energie těchto podhladin je funkcí  $M$ .

Energie těchto podhladin je funkcí  $H$  neboť bylo odvozeno, že



Konkrétním rozborem  
byly zjištěny tyto podhladin  
které se aproximovoly pro  
 $H=0$

Uzavřených polárních čísel - Rekurzivní předek



Tomika' opárka oím je bato íhépímí epúóóóóóó - proč je Diracova relativistická rovnice neresponuje.

Fotici podobny. nesaublas se objevit in jví měřímí gromayne  
kíchba faktoru elektronu. Ale Diraca by měl být  
přesně 2g.

Kusch se spolupracovníky prováděl v letech 1947-49  
přesné měřímí g metodou Lamba. Zjistil odchylky,  
kteřé nebyla možno přičíst nepřesnosti této metody.  
Výsledky měřímí Lamba a kúóóóóóó přehledy revidi tear.  
výsledku Diraca.

Vysvětlení' podává' ač kvantová' elektrodynamika.

Podle ní energie elmg. pole v prostoru je vždy ráována' od nulý,  
i' když v tomto prostoru nejsou žádné fotony.

Analogie Schröd. rov. vrelat. mechaniky ale má nepříší'  
stav lín. osc. má energii  $\frac{1}{2} h\nu$ .

Vakrové' elmg. pole je v neustálí' interakci s pohybujícíím  
se elektronem a způsobuje mimo jiné spontánní přecho-  
dy na nejniší' hladině.

Obě: velikost této interakce je nekonečně velká'  
elektromagnetická huata elektronu je nekonečně velká'.

Výsledky Lamba a kúóóóóóó obdržela tear. fyziky k přěnáno  
váni, které tyto nedostatky odebrala.

Energie hladin modifik dle experimenti tearil je rávislá'  
i na kv. ústě L

Pro s tomý 
$$\Delta E_{ns} = \frac{8Z^4}{n^3} \frac{\alpha^3}{3\pi} R_\infty \left( \ln \frac{m c^2}{k_0(m, 0)} - \ln \left( 1 + \frac{\alpha}{n} - \frac{\alpha^2}{5} \right) \right)$$

Pro g s 
$$g_s = 2 \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} - 2025 \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right) = 2,0011614$$

## Merění magnetických momentů.

Elementární částice - elektron, pozitron, proton, neutron mají vlastní magnetický moment.

Bohrov magneton  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$  - pro elektron

Jaderný magneton  $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$  - pro proton

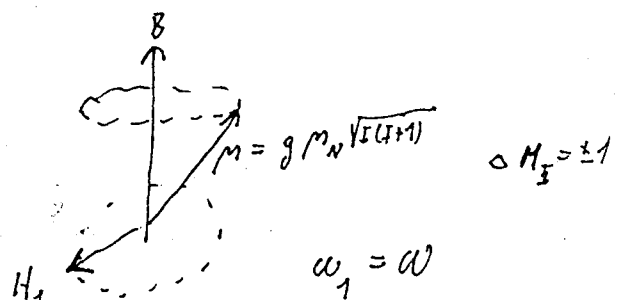
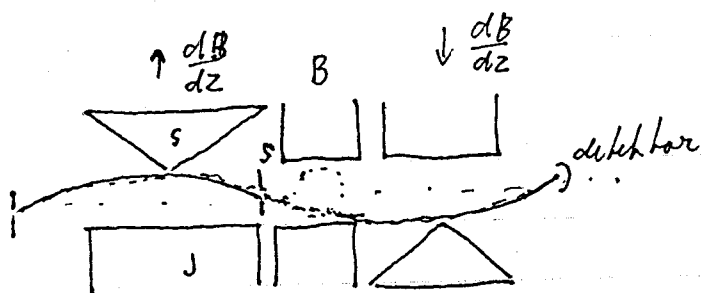
Existuje rovnice spin, který je pro elektron, pozitron, proton a neutron roven  $\frac{1}{2}$ . Deuteron má  $s=1$ , jádro helia  ${}^4\text{He}$  má  $s=0$ , jádro manganu  ${}^{55}\text{Mn}$  má  $s=5/2$ .

Poměr ráporně vrátito magnetického momentu v jednotkách Bohrova magnetonu k mechanickému momentu v jednotkách  $\hbar$  je  $-g$  (gyromagnetický faktor).

## Rabiho metoda měření jaderných momentů.

Je to již radiofrekvencí metoda využívající svazku jader a nehomogenních mag. poli (1939) jde o obdobu Stern-gerlachova experimentu.

Kvůli, že frekvence Larmorovy precese je  $\omega = g \frac{eB}{2m}$

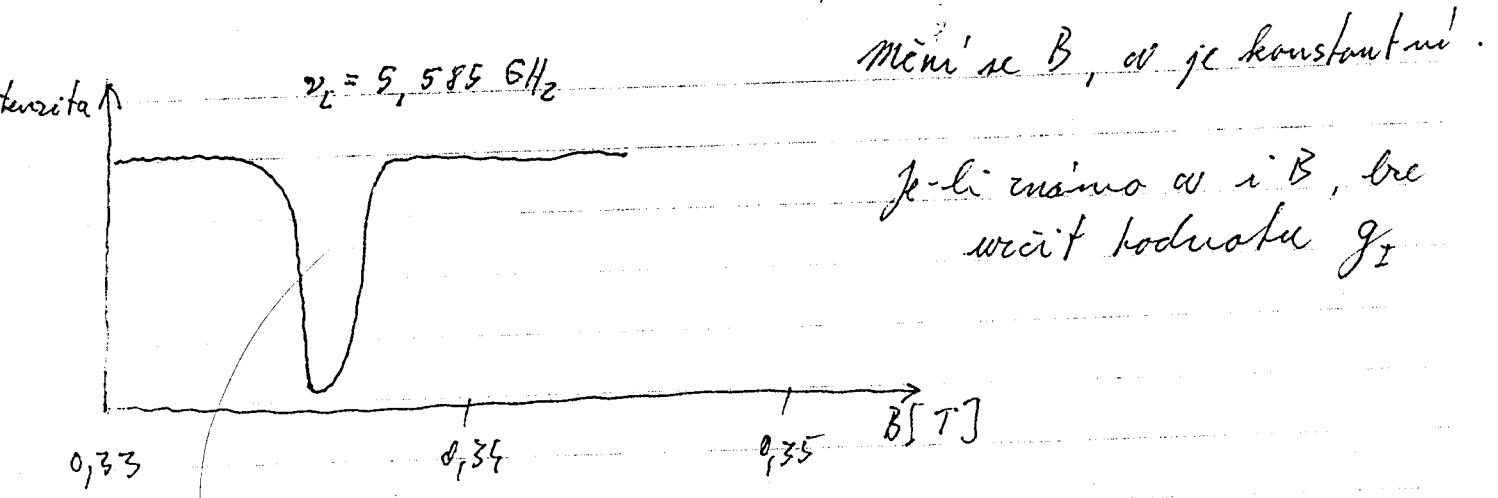


$$F = -\mu_z \frac{\partial B}{\partial z}$$

$B$  - konstantní úroveň frekvence Larmorovy precese

V rezonanci se  $\mu_z$  změni v důsledku instekovaných přechodů a nedopadne do detektoru

Je nutno odabroit vliv mag. momentu elektronů, proto se součívají molekulové svazky s kompenzovanými momenty.



Byly změřeny magnetické momenty celé řady jader

	$g$	spin	$M$ [ $M_N$ ]
neutron	3,826	$1/2$	-1,930
deuteron	0,856	1	0,856
proton	5,58491	$1/2$	2,7896

Výsledky ukazují nejen na prováděpodobnou strukturu nukleonů, ale i na to, že výsledné mg. momenty nejsou aditivní

$\sigma(h\nu)$  je u přechodů  $\sigma M_I$  při  $B$  rovnou křivicele  $0,1 \text{ T}$  rovná několika MHz až zhruba MHz.

K elektronům je to  $\sigma$  asi tisíckrát větší tj. v poměru Bohrova a jaderného magnetonu.

Přesná měření P. Kuske Rabioho metodou vedla k systematické odchylce  $(\frac{g_s}{g_L} = 2)$  od této hodnoty asi o 0,1%

Tato měření měla rovněž principiální význam.

Bylo  $g_s/g_L = 2 \cdot (1,001168 \pm 0,000005)$

Vysvětlí jako u Lambova posuvu. Ze Diracových rovnic je nutno dodat další člen, vyjadřující vyjádření vlastního mg. momentu vlivem interakce elektronu s „kulovými“ kmity slab. pole.

Dneš  $g_s = 2 \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} - 0,328 \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right) + 0,13 \cdot \frac{\alpha^3}{\pi^3} (\alpha^3 e^6)$   $\alpha = \frac{e^2}{hc}$



# Rabiho metoda.

El. nabitá částice, která má mechanický moment musí mít i moment magnetický.

Pro proton očekáváme mg. moment řádu  $M_p = \frac{e\hbar}{2m_p}$

tj. asi 2000x menší než u elektronu. Ani při zdokonaleném Stern-Gerlachově experimentu:

( $\frac{\partial B}{\partial z} = 20 \text{ T/cm}$ ) se nepodařilo jaderné momenty

měřit.

$$M_{el} = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)}; \quad M_{spin} = 2 \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{s(s+1)}$$

$$\frac{e\hbar}{2m} = M_B$$

$$M_J = g_L M_B \sqrt{J(J+1)}$$

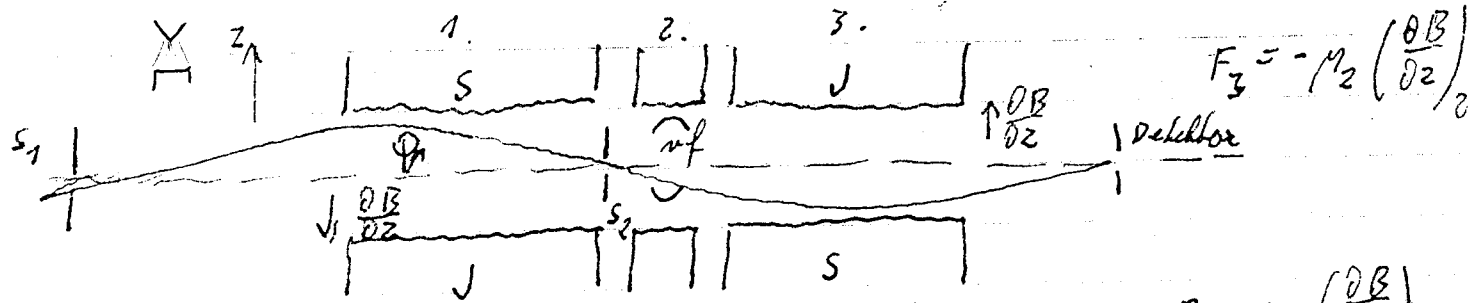
$$M_{prot} = g_p M_B \frac{1}{1836} \sqrt{I(I+1)}$$

I-spin jádra

Larmorova precese  $\nu = g \frac{e}{4\pi M_p} B$

I jaderný moment vyhovává Larmorovu precesi

Rabi rovinnou metodu měření na záhladci rezonance.

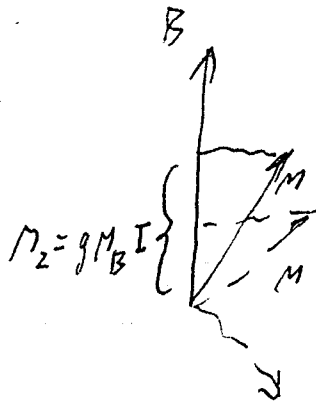
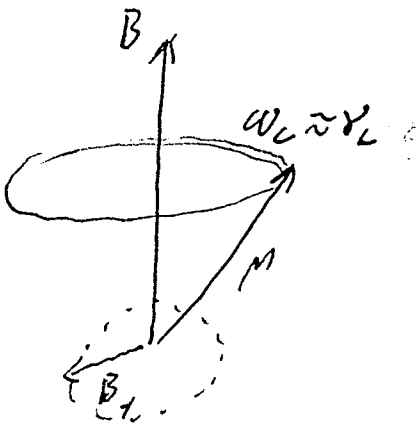
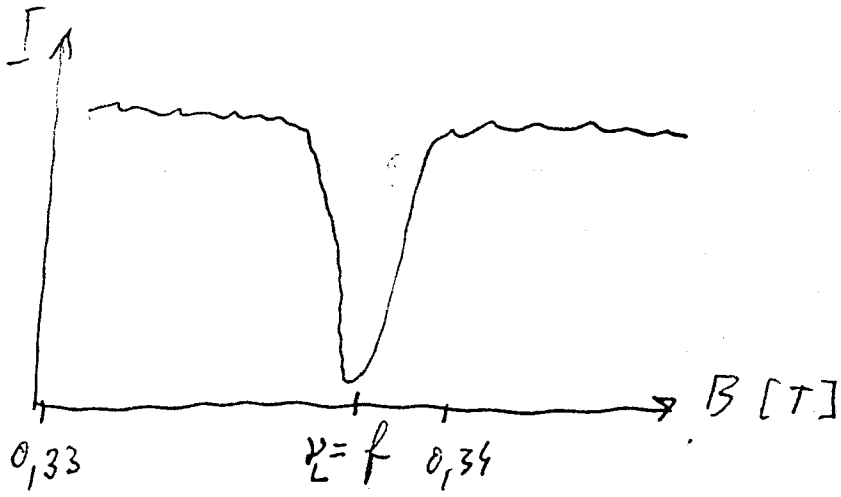


$$F_1 = M_z \left( \frac{\partial B}{\partial z} \right)_1$$

$$F_2 = -M_z \left( \frac{\partial B}{\partial z} \right)_2$$

1. a 3. magnet se silně nehomogenním polem
  2. silně homogenní mg. pole + rf. pole s  $B_1$  kolmým na  $B_2$
- Molekulární paprsek vstupuje do nehomogenního pole 1.

Při frekvenci  $f = \nu$  Larmorova nastávají přesboby absorpcí i stimulované a  $M_z$  se v sekci [2] zvímí a nedopadne do detektoru. Tím se měří Larmorova frekvence a při znalosti I lze určit  $M_p$ .



$$g_P = 5,5791$$

$$m_P = 2,7896 \text{ } M_B \text{ Jord.}$$

$$g_N = 3,860$$

$$m_N = -1,91 \text{ } M_B \text{ Jord}$$

## Kuščova měření magn. momentu elektronu.

1955 Nobelova cena spoji s Lambem  
s pohybem nabité částice je spojen rovněž mag. pole, které  
charakterizujeme magn. momentem.

Ze Schröd. rov. a r. h. měření bylo dokázáno jako  
jednoduchou přirozenost mezi magn. a mech.  
momentem.

$$\vec{M}_L = \frac{e}{2mc} \vec{P}_L \quad 1.$$

Uvedená rovnice platí pro dráhový moment  $P_L$ ,  
ale ve výpočtu se neovládá je dráh pohyb.

Proto platí také moment spinový:

$$\vec{M}_S = \frac{e}{2mc} \vec{P}_S; \quad P_S = \hbar s; \quad \vec{M}_S = \frac{e}{2mc} \hbar s = \mu_B s$$

Dosaďme-li za  $s = \frac{1}{2}$  dostaneme  $\mu_S = \frac{1}{2} \mu_B = \mu_B$  - Boh. magn.  
avšak Boh. magneton je roven  $\mu_B = \mu_S$

Tedy spin by měl mít magnetický moment rovný polovině  
Bohrova magnetonu

Měření Stern-Gerlach, Einsteina a de Haase překázala, že  
tamní tak není.

Uvědomme-li magn. moment spinu dle Diracovy rovnice  
dostaneme, že spin je roven skutečné Bohrovi magnetonu,  
ale tedy rovnice 1. zůstala v platnosti zavedeme do ní  
faktor  $g$  (gyromagnetický faktor) a ten je pro  $l = 2$ .

$$\underline{M = g \frac{e}{2mc} \vec{P}}$$

Kušč provedl měření poměrem  $g$ -faktoru spinového  
a  $g$ -faktoru orbitálního metodou Lamba.

Veše. hodnota dle Diraca  $\frac{g_S}{g_L} = 2$

Měření magn. momentů částic záviselo k novému objevu  
dynamického magnetického momentu.

Tento objev byl umožněn tím, že radiometrické  
metody využily rozlišovací schopnost měří energií  
částic. Optické metody mají možnost rozlišit  
rozdílly energií hladin.

$10^{-8}$  erg röntgen spektra  $10^3$  eV

$10^{-17}$  erg optická 1 eV

$10^{-15}$  or  $10^{-20}$  erg radiospektra  $10^{-3} - 10^{-8}$  eV

To záviselo tím k objevu hyperjemné struktury hladiny  
 $1S_{1/2}$  u vodíku, která se špejí podobně jako hladiny  
Na při spinové částici  $D_2$  a  $D_3$ .

Tedy energie spinu děláteanu plus spinu jádra s para-  
lelním nebo antiparalelním spinem jádra vodíku špejí  
kto hladinu pro  $F=0$  a  $F=1$

$$\frac{1-1}{2} \quad \frac{1+1}{2} \rightarrow \text{proton} \\ \rightarrow d.$$

Přechod mezi těmito hladinami dává frekvenci

$(1.420, 4057 - 0,0004) \text{ MHz}$ . což odpovídá vlnové délce 21 cm.  
Tato část hyperjemného přechodu byla určena jako první  
vysokefektivně částou spontánní emise vodíku.

U byla rušena již dříve při přijmu soustavy radiolok  
a se měřila ~~rozdílnost~~ měřítkem měřícího  
prostoru. Ede na 1 cm<sup>3</sup> připadá jeden atom vodíku  
a k přesnějším měřím atomy dochází se řada let.

První měření bylo toto spektrum získáno u vodíku  
u letech 1954 - 1956.

Exp. value  $\frac{g_F}{g_V} = 2(1,00127 \pm 0,00005)$

Tento se zdá být svědkem stejného jevu  
jako Lambertův posun vlnkové délky - interakce  
elektronů s neutrinami pomocí gravit. pole vakua.

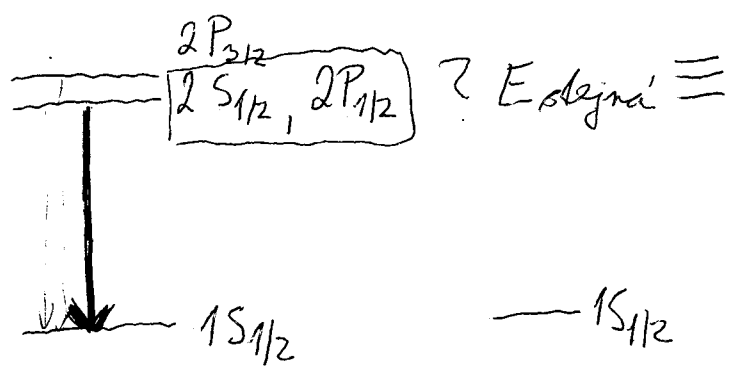
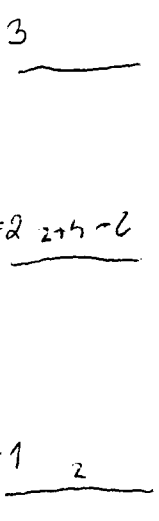
Da Diracovy rovnice musíme přidat další člen zahrnu-  
jící tyto levičáky a pak dostaneme  
výsledky byly všechny jisté obitve.

BOHR

SOMER + DIRAC + spin

$E = f(n, j)$

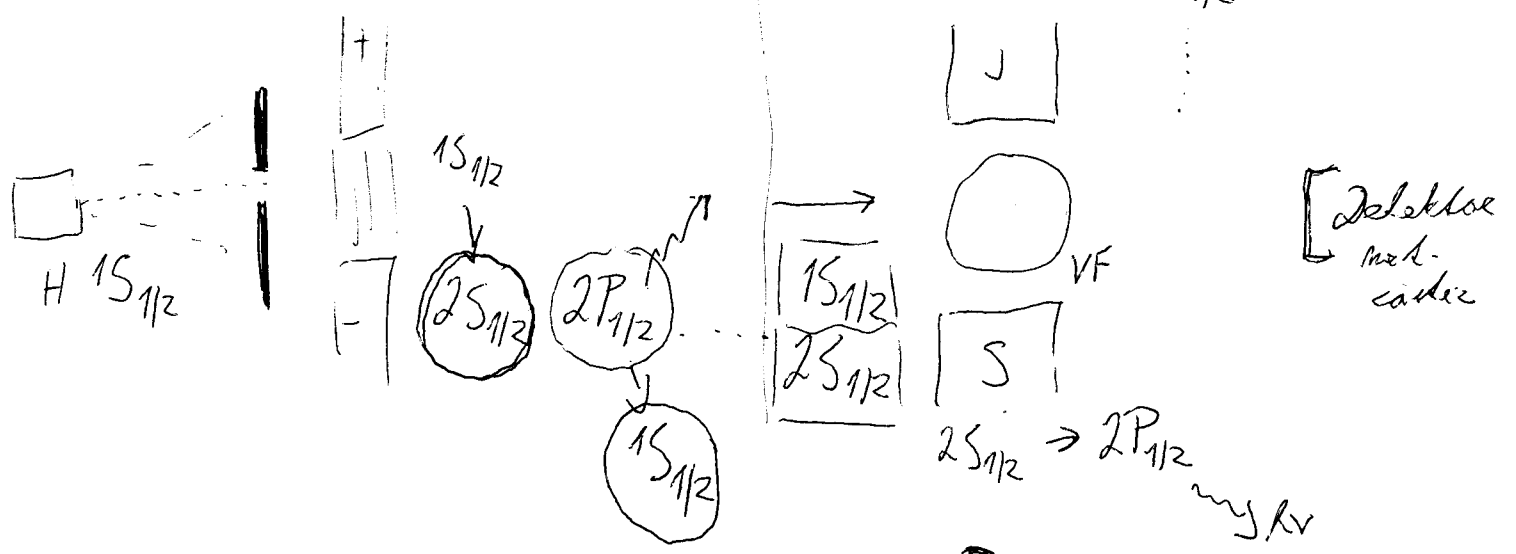
$E = f(n, j, l, s)$



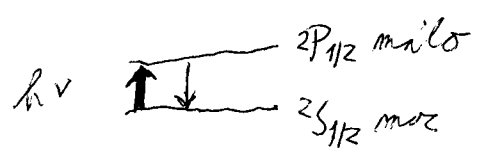
n	l	j	g
1	0	1/2	2
2	0	1/2	2
	1	1/2, 3/2	6
3	0	1/2	2
	1	1/2, 3/2	6
	2	3/2, 5/2	10

$l = 0, 1, 2, 3$  S, P, D

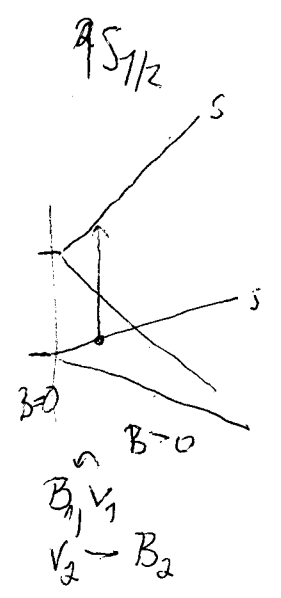
- 1 S<sub>1/2</sub>
- 2 S<sub>1/2</sub>
- 2 P<sub>1/2, 3/2</sub>
- 3 S<sub>1/2</sub>



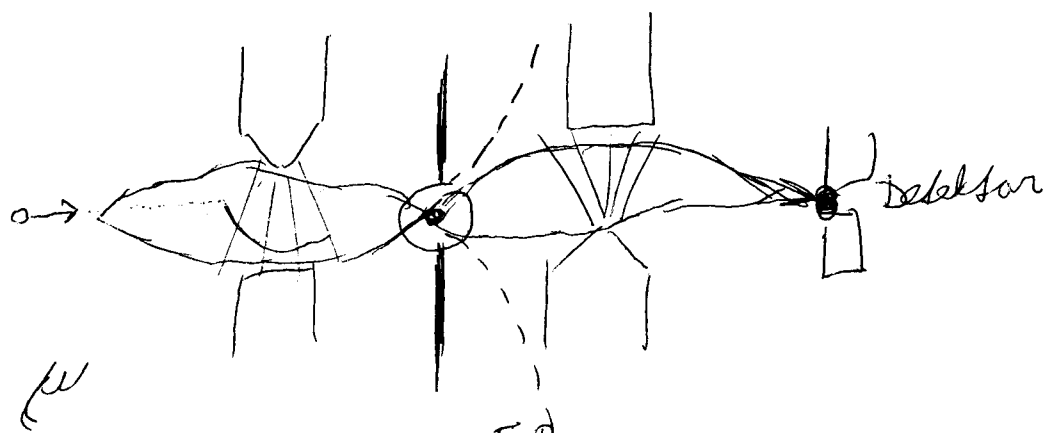
$\Delta E \sim B g_L$



$2S_{1/2} \quad g_L = 2$   
 $2P_{1/2} \quad g_L = 1/3$



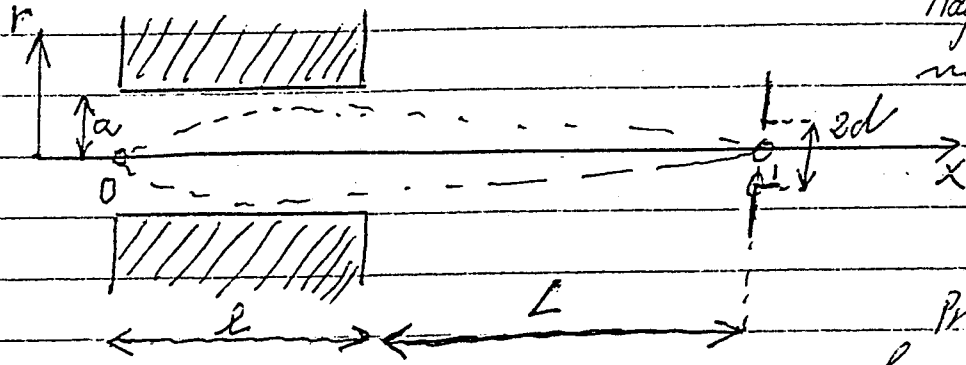
Praktická metoda měření moy. momentu  
 $\omega = f(\mu)$



$$\omega = \frac{E B}{R^2} \left[ \omega_L \right]$$



Mějme situaci podobnou jako u Rabiho metody měření magnetických momentů. Svazek částic charakterizovaný magnetickým momentem jedné částice  $\mu$  vstupuje do nehomogenního mg. pole. Svazek má být fokusován na osu zařízení ve vzdálenosti  $L$  za magnetem. Pod jakým úhlem vstupující částice do zařízení jsou zachyceny v místě fokusace dle obrázku. Zboj je bodový a nalízá se na okraji magnetu.



Magnetické pole se mění následovně  $B = B_0 \left(\frac{z}{a}\right)^2$

Energie, mg. momen  
v mg. poli  $W = -\mu B$   
Pro částice v jednotlivých  
kvantových stavech platí  
 $M = -|\mu|$  v termínu  
stava

$$\frac{|\mu| B_0}{kT} \approx 10^{-3}; \quad a = 0,5 \text{ cm}$$

$$l = 40 \text{ cm}, \quad d = 0,1 \text{ cm}.$$

Vypočítejte v jaké vzdálenosti od magnetu ( $L$ ) je nutno umístit šterbinu, aby do otvoru šterbiny dopadaly částice s nejpravidelnější rychlostí

Pohyb částic v mg. poli je dán gradientem mg. po  
Radiální síla  $F_r = -\frac{\partial W}{\partial r} = -|\mu| \frac{2r}{a^2} B_0$  pro částici ve  
vyšším energetickém stavu

Pohybová rovnice potom bude mít tvar

$$m \ddot{r} = F_r = -\frac{2|\mu| B_0}{a^2} r$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + k_1^2 r = 0; \quad k_1 = \sqrt{\frac{2|\mu| B_0}{m a^2}}$$



- Řešením této jednoduché rovnice bude

$$r = A \cos k_1 t + B \sin k_1 t$$

Konstanty A a B určíme z počátečních podmínek  
 $t=0$ :  $r=0$ ,  $\frac{dr}{dt} = v_0$ .

$$\text{Odkud } A=0; \quad B = \frac{v_0}{k_1}$$

Výsledné řešení tedy bude:

$$r = \frac{v_0}{k_1} \sin k_1 t$$

Pohyb podél osy x probíhá s konstantní rychlostí. Proto  $t = \frac{x}{v} \approx \frac{x}{v_x}$  ( $v_x \approx v$ ).

Z geometrie experimentu plyne že úhel měření  $\alpha$  je velmi malý a proto lze  $v \approx v_x$ .

Potom  $r = v_0 \sin kx$ , kde  $v_0 = \frac{v_0}{k_1}$ ;  $k = \frac{k_1}{v}$

Potom dle shora uvedeného záhonu dráhy bude částice na výstupu z magnetu vzdálena od osy x - r,  
Rychlost radiální na výstupu z magnetu bude

$$\left. \frac{dr}{dx} \right|_{x=l} = r'_1;$$

$$r_1 = v_0 \sin kl; \quad r'_1 = v_0 k \cos kl$$

Po výstupu z magnetu se již částice pohybuje rovnoměrně přímočaře. Když na výstupu z magnetu  $r_1 < 0$  potom musí po určitém čase probouknout osu x.

Je zřejmé, že k tomuto problému osy  $x$  chystá, když

$$r_2(x) = r_1 + \left. \frac{\partial r}{\partial x} \right|_{x=l} (x-l) = r_0 [\sin k_0 l + (x-l) k_0 \cos k_0 l] \text{ kde}$$

rovno nule.

Experiment však vedeme tak, aby do bodu  $O'$  (střed štítníka) dopadalo co nejvíce částic, tj. ty částice kterých je ve svarku nejvíce, tj. částice s nejvyšší podobnější rychlostí -  $v_0$ .

Těto rychlosti odpovídající  $k = k_0$ .

Potom z podmínky  $r_2(l+L) = 0$  dostaneme

$$\sin k_0 l + L k_0 \cos k_0 l = 0$$

$$\underline{\text{tj. } k_0 l = -L k_0}$$

Velikost úhlu vychycení částic určíme z podmínky, že částice (aby prošly otvorem ve štítníku) nemuse projít přesně bodem  $O'$ , ale mohou se odchýlit v kolmém směru  $\pm d$ .

Máme nyní dvě proměnné -  $v_0$  a úhel vstupní, potom

$$\pm d = \Delta r_2 = \left. \frac{\partial r_2}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial r_2}{\partial v_0} \Delta v_0 \right|_{\substack{k=k_0 \\ x=l+L}} =$$

$$= r_0 l \cos k_0 l \cdot \Delta k + r_0 L \cos k_0 l \cdot \Delta k - r_0 L k_0 l \sin k_0 l \cdot \Delta k$$

$$\underline{[\sin k_0 l + L k_0 \cos k_0 l] \Delta r_0}$$

= 0 se škara uvedené podmínky

$$\underline{\pm d = \Delta k r_0 [(l+L) \cos k_0 l - k_0 l L \sin k_0 l]}$$

Nyní vyderivujeme novou drůve zavedenou relací  $k = \frac{k_1}{v}$

$$\text{Odtud plyne } \Delta k = -k_1 \frac{\Delta v}{v_0^2}$$

Pro zjednodušení si zavedeme označení

$$[(l+L) \cos k_0 l - k_0 l \sin k_0 l] = K$$

Když si nyní uvědomíme, že  $v_r = v_0 \sin \Theta \approx v_0 \Theta$

dostaneme z poslední podmínkové rovnice

$$\pm d = \Delta k v_0 K ; \quad v_0 = \frac{v_r}{k_1} ; \quad \Delta k = -k_1 \frac{\Delta v}{v_0^2} ; \quad \Theta = \frac{v_r}{v_0}$$

$$\pm d = - \frac{\Delta v}{v_0^2} \frac{v_r}{k_1} K = - K \frac{\Delta v}{v_0^2} \frac{\Theta v_0}{1}$$

$$\Theta = \frac{d}{K \left[ \pm \frac{\Delta v}{v_0} \right]}$$

Tento vztah určuje vztah mezi úhlem zachycení  $\Theta$  a intervalem rychlosti v oblasti okolo  $v = v_0$

Uměření na úhel zachycení vyžaduje rovněž splnění podmínky aby kinetická energie v radiálním směru byla menší než je energie vzájemného působení částice s mg. polem. V opačném případě dopadne částice na polový nástavec magnetu a je pro další nenávratně ztracena. Proto  $\frac{m v_r^2}{2} \leq |M| B_0 \Rightarrow v_r \leq \sqrt{\frac{|M| B_0 \cdot 2}{m}}$

$$\text{Tedy } \sin \Theta_{\max} = \sqrt{\frac{2|M| B_0}{m v^2}} \sim \frac{1}{v}$$

Víme již, že pro nejpravděpodobnější rychlost v případě Maxwellova rozdělení rychlosti platí

$$v_0^2 = \frac{3}{2} \left( \frac{2kT}{m} \right)$$

# 2 dríve uvedeních relací

$$k_1 = \sqrt{\frac{2|M|B_0}{ma^2}} \quad k_0 = \frac{k_1}{v_0} \quad \text{plyne}$$

$$k_0 = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2|M|B_0}{m v_0^2}} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2|M|B_0}{3kT}} \quad ; \quad \text{Bylo radíno} \quad \frac{|M|B_0}{kT} \approx 10^{-3} \quad \text{pro } a = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

My spočítáme  $k_0$  pro vodík (proton) a 300 K,  $l = 0,4 \text{ m}$

$$M_p = 2,7896 \text{ } \mu_B \quad ; \quad \mu_B = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1} \quad a = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$B_0 = 1 \text{ T} \quad , \quad M_p = g_p \mu_B \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \text{přímět } \frac{1}{2}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$k_0 = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \sqrt{\frac{2 \cdot 2,7896 \cdot \frac{1}{1836} \cdot 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ J T}^{-1}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \text{ J K}^{-1}}}$$

$$k_0 = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \sqrt{\frac{51,7775 \cdot 10^{-1}}{0,760104}} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \sqrt{6,777 \cdot 10^{-1}}$$

$$k_0 = \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} \approx 0,5 \quad k_0 l = 0,2 \text{ radiánů} \approx 11,5^\circ$$

Potom ze vztahu  $\text{tg } k_0 l = -L k_0$

$$0,2 = -L \cdot 0,5$$

$$L = 0,4 \text{ m}$$

$$K = 0,9 \cdot 0,98 - 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,196 = 0,88 - 0,0196 = 0,86$$

$$\frac{d}{A} = \frac{10^{-3}}{0,86} = 1,162 \cdot 10^{-3}$$

Ze vztahu pro  $\sin \theta_{\text{max}}$  v případě, že  $n = n_0$  dostaneme

$$\sin \theta_{\text{max}} = \theta_{\text{max}} \text{ pro malé úhly}$$

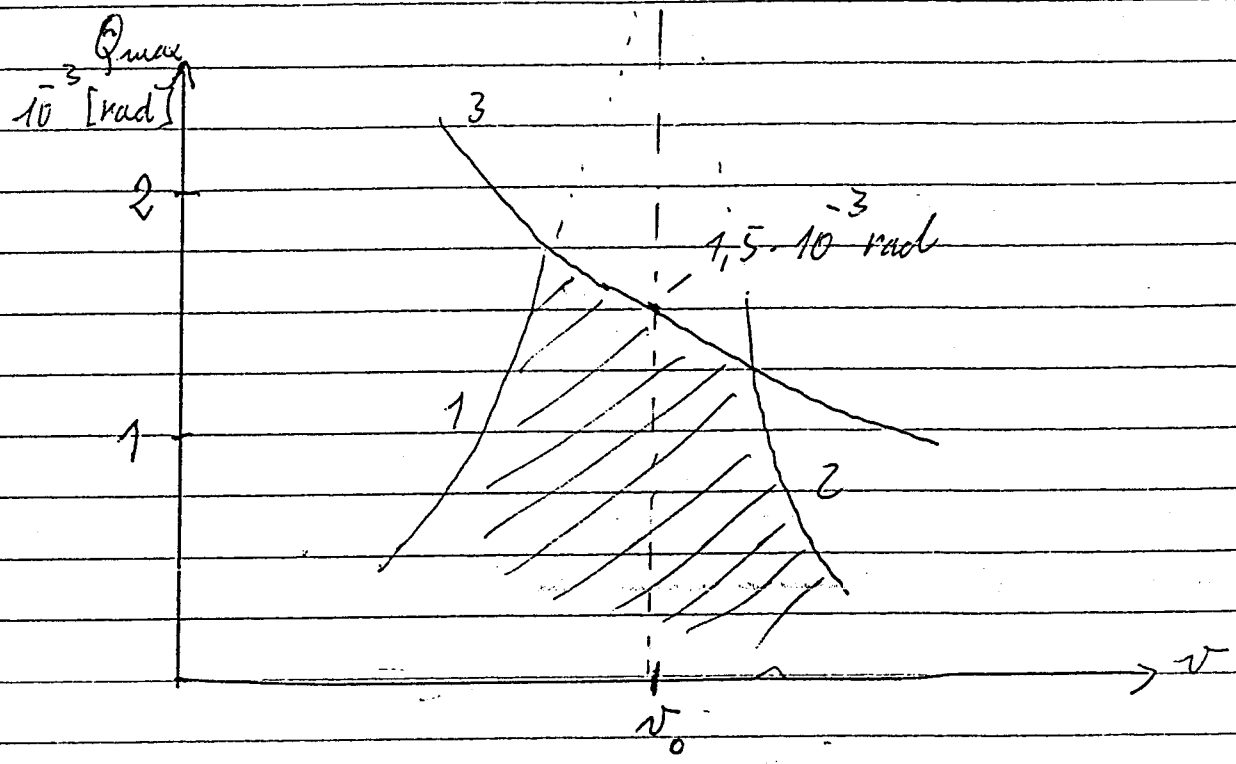
$B_0 = 1T$

$m \cdot v_0^{-2} = 3kT ; \quad \Theta \approx \sqrt{\frac{2}{3} \frac{1M B_0}{kT}}$

$\Theta_{max} = \left( \frac{2}{3} \frac{2,7896 \cdot 10^{-24}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \right)^{1/2} = \left( \frac{51,77 \cdot 10^{-1}}{2,28 \cdot 10^6} \right)^{1/2} =$

$\Theta_{max} = (22,7 \cdot 10^{-7})^{1/2} = (2,27 \cdot 10^{-6})^{1/2} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$

$\Theta_{max} = 0,0382^\circ$



Křivky 1 a 2 jsou dány formulí  $\Theta = \frac{d}{A \cdot 1 \pm \frac{v}{v_0}}$

Křivka 3 je určena formulí  $\Theta_{max} = \sqrt{\frac{2/1M B_0}{m \cdot v^2}}$

Planck svice elektrony.

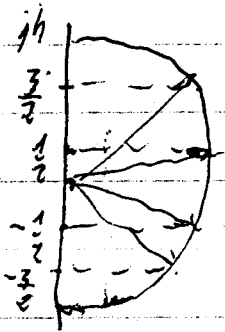
Veľkosť charakteristického momentu atómu sa mení v závislosti od intenzity svetla. Vzniká polarizácia svetla v závislosti od uhla pohľadu na polárnu os atómu.

V opačnom prípade vzniká polarizácia svetla. Je to spôsobené tým, že svetlo vzniká v dôsledku pohybu elektrónov.

z kvant. mech. plyne  $p_j = \sqrt{j(j+1)} \hbar$   
 $p_{zj} = j \hbar$

Z týchto dvoch rovníc odvodíme vektory 'obvahu'.

- a.) polárny  $p_j$  opisujeme (jako kružnicu)
- b.) projekcie  $p_{zj}$  do osy z v jednotkách  $\hbar$  sa musia líšiť o jednotku kv. čísla  $j$ .



Stav elektrónu: v atóme je určen (hru vektore) natoľko, akou má energiu, kv. čísla

$n, l, s, m_j$   
 $j = l \pm s$

Hladina elektrónu: Každá je  $j$  stejne a mení sa jen  $m_j$  potom skupinu týchto stavů říkáme hladina označeni -  $n, L, S$

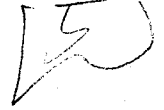
Term Soubor všech hladin, které mají stejné  $n, L$  a  $S$  říkáme term.

Tedy term je skupina hladin, které se liší jen kvantovým číslem  $j$ .

Označení termu  $^{2S+1}L$

Toto označení je Russell-Saundersovo.

### 3 Tržbi



Příklad: Uvězte všechny termy, které přísluší atomu s jedním elektronem, který se nachází na druhé vršné úrovni.  $n = 3$

Pro  $n = 3$  l má maxima hodnot  $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$

Tedy 0 1 2  
S P D

$S = \frac{1}{2} \Rightarrow 2S + 1 = 1 + 1 = 2$  termy jsou  ${}^2S, {}^2P, {}^2D$

Nyní uveďte všechny hladiny

${}^2S$   ${}^2S_{1/2}$   
 ${}^2P$   ${}^2P_{1/2}, {}^2P_{3/2}$   
 ${}^2D$   ${}^2D_{3/2}, {}^2D_{5/2}$

Uveďte všechny stony jednoduchých hladin

${}^2S_{1/2}$   ${}^2S_{1/2}$   ${}^2S_{-1/2}$   
 ${}^2P_{3/2}$   ${}^2P_{3/2}$   ${}^2P_{1/2}$   ${}^2P_{1/2}$   ${}^2P_{-3/2}$   
 ${}^2D_{5/2}$   ${}^2D_{5/2}$   ${}^2D_{3/2}$   ${}^2D_{3/2}$   ${}^2D_{1/2}$   ${}^2D_{-1/2}$   ${}^2D_{-3/2}$   ${}^2D_{-5/2}$

Podobně se postupuje u atomů se dvěma elektrony.

Obvykle u jedné konfiguraci patří obvykle několik termů  
na prv. k konfiguraci  $sp$  patří termy  ${}^1P, {}^3P$

Jestliže atom se 2 val. el. má tyto el. na drabách se stejnými lev. ústly  $n$  a  $l$  nebo n obě kladka Pauliho prvního par. mají všechny termy nahubetřit na prv. konfiguraci  $ns, ns$  odpovídají termy  ${}^1S, {}^3S$ , ale konfiguraci  $ns^2$  jen jeden term  ${}^1S$  (obovně el. naryjáme elektrony (radioizotopy)

$$A_{nm} = \frac{64\pi^3 \nu^3}{3hc} \frac{1}{g_m} S_{nm}$$

$S_{nm}$  - síla přechodu.

Toto, ale bylo jen omezením na el. dipól. Pro spouštěcí kvantový stav řešení.

	1	2	3	4	5
Spektre	K	Ca	Sc	Ti	V

(10)

(4)

Nyní vrátíme el. stavy atomu redukovaného elektrony korigované el. hrdou nahrazeny. Jedním je na oba  $2p$

	$2p$	$3d$					
	$l_1$	$l_2$	$L = 3, 2, 1$	$S = 1 \rightarrow$	$3F$	$3D$	$3P$
	$S$	$\frac{1}{2}$	$S = 1, 0$	$S = 0$	$1F$	$1D$	$1P$

$3F \rightarrow 3F_4, 3F_3, 3F_2$  nyní ještě degenerace  $2l+1$  a malými různými stavy.

$3F_3 \rightarrow 3F_3, 3F_2, 3F_1, 3F_0, 3F_{-1}, 3F_{-2}, 3F_{-3}$  v magn. poli

$2p$	$3d$	$1p$
$2p$	$3d$	$1F$
$2p$	$3d$	$3D$

$2p$   $3d$  termy jsou křivé  
 $3p$   $4d$  dokonce sled termů.

$2p$   $5d$

3 elektrony na dvaceti  $S P d$

	$s$	$p$		
$l$	$0$	$1$	$L = 1, 0, P$	$3P$
$s$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$S = 1, 0$	$1P$
$l$	$d$	$3P$	$L = 1, S = 1, 0$	$1P$
$s$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$	$L = 3, 2, 1$	$L = 3, 2, 1$
			$S = \frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}$	$S = \frac{1}{2}$

nyní přidáme křivky el.



Tedy: 3P → 4F 4D 4P  
2F 2D 2P

1P - 4F 4D 4P

Pr. 13D

1-21 $\frac{3}{2}$

12-37

4D

1 =  $\frac{2}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

Sudí a lichí termy.

Někdy se termy rozlišují podle toho zda součet kv. čísel vedlejších  $l_1 + l_2$  je lichí nebo sudý.

Takt termy lichí se psak označují indexem vpravo nebo  $l_1$  0 (rank odd) nebo  $n - \text{ungrade}$

Pr. npnd  $3D^0$  nebo  $3D^n$  je lichý  
 $3D$  je sudý

U lichí konfigurace nacházíme termy, které mají stejný  $l$  jak je třeba tyto termy rozlišit.

To provádíme přidáním malých písmen před term. Na pr. u atomu železa existuje šestkrát  $F$  celkem 5 krát.

proto jej označíme  $a^5F, e^5F, r^5F, y^5F$

Uly se snadno poznalo, je-li přechod mezi dvěma rozdílnými termy připisuje se k termu symbol označí zda-li term je sudý nebo lichý.

Multiplet - je soubare čar a to všech možných čar, které vznikají přechody mezi dvěma hladinami 2 různých termů.

Na pr. při rozvěvě LS jsou možné přechody jen s termů označených stejnou multiplikací.

my máme termy  $3F - 3D$

my máme termy  $3F - 3D$

hladina	$3D_3$	$3D_2$	$3D_1$
$3F_4$	x		
$3F_3$	x	x	
$3F_2$	x	x	x

$\Delta l = \pm 1, 0$

multiplet má v tomto případě 6 čar.

9

Supermultiplet: je to soubor všech částí, které vznikají přechodem mezi dvěma polyadami.

Ke každé polyadě je definována jako skupina termů, které jsou odvozeny z téže výchozího <sup>termu</sup> iontu, je třeba dle něčí některý multiplet přičíst k supermultipletu, ovšem právě ke stejnému termu iontu.

Při LS vázání platí, pro supermultiplety výše uvedené pravidlo (tedy i pro částí tohoto supermultipletu)

Jsou odvozeny jen ty supermultiplety, které vznikají přechodem mezi dvěma polyadami, které jsou odvozeny z téže výchozího termu iontu.

Pozn.  U částí multipletu se liší se liší jen kv. číslo J. proto jsou částí ve stejném multipletu.

U částí supermultipletu jsou však skupiny částí v jednom multipletu vedlejší částí druhého multipletu, prověradbi se v supermultipletu liší v kv. č. J.

Supermultiplet nezabývá všechny možné přechody, které mohou nastat mezi dvěma konfiguracemi elektronů v atomu, ale jen ty, které vznikly z téže výchozího termu iontu - při vázání LS.

10

Polyada - je skupina termů, které 1) mají stejné multipletní číslo 2.) jsou odvozeny ze stejného výchozího termu iontu 3. skupina není však vázená diada, triada, kvadrada atd.

Příklad návrh: Které jediné konfigurace elektronu v atomu odpovídá několik poljad.

Kvůli poljada má několik různých termů,  
Každý term má několik hladin,  
Kvůli hladina má několik různých stavů.

Konkrétně si všimno na příkladu atomu hélium  $0I$ .

Pro provedení studie existuje u tohoto atomu konfigurace

$2p^3 3p \dots$  konfigurace

$l_1=1, l_2=1$   
 $L=2, 1, 0$   
 $s=0, 1$   
 $l_3=1$   
 $L=3, 2, 1, 0$   
 $s=3/2, 1/2$

u vycharitka iontu  $0II$   $2p^3$  má tyto označení příslušné termů  $^4S, ^2P, ^2D, ^4F$  a  $^3P, ^3D, ^3F$   
poljada jeden term t.j. na pří.  $^2D$   
z tohoto termu lze odvodit příslušné iontu  $2p^3$  elektron svítící  $3p$  a dostaneme tyto termy.

$^3P, ^3D, ^3F, ^1P, ^1D, ^1F$

Sonivadi poljada musí mít stejnou multiplacititu je poljadou na pří. skupina  $^3P, ^3D, ^3F$

Tedy poljada je složena z několika termů

Každý výše uvedený term v práci je ale složen z několika různých energií stavů. Na pří. term  $^3P$  obsahuje stavy, které se liší lev. číslem  $J = 2, 1, 0$ .

Tedy k  $^3P$  patří tyto hladiny  $^3P_2, ^3P_1, ^3P_0$ .

Kvůli hladina je však degenerována, neboť výsl. veličina má různé orientace  $M_j = +J, \dots, -J$

(P)

Poljada: Máme termů jedné multiplacitity, které dostaneme z LS termu původní el. konfigurace při dodání ještě jednoho elektronu naryvámne poljadou

Příklad  $n p \ n' p \ [^3P] \ p ; \ ^2S, ^2P, ^2D,$  tedy 2 různé poljady.  
 $n p \ n' p \ [^3P] \ p ; \ ^4S, ^4P, ^4D,$

Sudí a liché čísla:

Čísla se v podstatě ještě rozdělují na čísla sudí a čísla liché.

Term se nazývá sudím když  $Z$  (pro všechny elektrony) je rovna sudému číslu. V opačném případě je term lichým. Liché čísla se označují u termového písmene uprostřed malou  $P, F$ .

Rozšíření spektrálních čar vlivem spin-orbitální vazby.

Uvažujeme-li si na pr. atom se dvěma valencními elektrony je nutno věnovat tyto efekty:

- 1) Vzájemné působení magnetického momentu každého elektronu a polem ostatních ~~elektronů~~ působením jejich orbitálních orbitálních momentů v tomto poli (spin-orbitální vazba)
- 2) Vzájemné působení magnetických momentů valencních elektronů mezi sebou
- 3) Vzájemné působení magn. momentů jednotlivých elektronů s momentem dráhy valencního elektronu.

Jsou sestaveny vrstvy pro změny energií pro jednotlivé části jemné struktury.

Naboreni dvou elektronů. Ekvivalentní elektrony.

Dozvíme se rády vati případem, kdy pouze jeden z valencních elektronů je naboren. V opačném případě bude situace složitější, respektive se zde jedná o pojem ekvivalentní elektrony.

Vektorové schéma v případě naboreni dvou elektronů bude v podstatě stejné, pouze princip Pauliho vztahů stony uplatní.

Jsou-li nabuřeny dva elektrony bude celkový spin  $S=0, S=1$   
 a vznikají tedy jednotlivé singulety, dvojné triplety.  
 Jejich hlavní orbitální kvantové číslo mají dva hodnot  
 $L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|$

V tabulce ní níže nymocíme možná stavy atomu se dvěma elektrony přičemž oba jsou nabuřeny.

Na obr. 1. el. 1 je stále ve stavu  $l_1 = 1$

Na obr. 2 el. 1 - tk  $l_1 = 2$

Obr. 1

$S = 0, 1, J = L + S, L, L - S, \underline{l_1 = 1}$

Obr. 2  $\underline{l_1 = 2}$

$l_2$	L	0	1	2	3	4	5
0			$P^0$				
1	S		$P^{11}$	D			
2			$P^0$	$D^0$	$F^0$		
3				D	F	G	
4					$F^0$	$G^0$	$H^0$
5							

$l_2$	L	0	1	2	3	4	5	6
0				D				
1			$P^0$	$D^0$	$F^0$			
2	S		P	D	F	G		
3			$P^0$	$D^0$	$F^0$	$G^0$	$H^0$	
4				D	F	G	H	I
5								

Ze schémata je vidět, že na pr. dvěma elektrony se může jeden je v p a druhý v d stavu odpovídají tyto možné stavy:

${}^1P_1, {}^1D_2, {}^1F_3, {}^3P_{0,1,2}, {}^3D_{1,2,3}, {}^3F_{2,3}$  tedy celkem

12 stavů. Dvěma p-elektrony odpovídají stavy:

${}^1S_0, {}^1P_1, {}^1D_2, {}^3S_1, {}^3P_{0,1,2}, {}^3D_{1,2,3}$

ale všech těchto dvanáct stavů se skutečně provede tehdy, když hlavní kvantová čísla budou odlišná

jestliže jsou jejich hlavní kvantová čísla stejná, potom tvoří grupu ekvivalentních elektronů a Pauliho princip musí být aplikován.

Tedy azpani jedno ze kvantovych cisel  $n, l, j, m_j$  musi byt ruzne ma-li byt stav dovolen.

Ukazje se ze stavist navon formulaci Pauliho principu

misto kvantovych cisel  $j$  a  $m_j$ , uvedeme cisla  $m_l$  a  $m_s$ , které urcuji projekce momentu  $p_l$  a  $p_s$  do obou smeru  
 $m_l = l, l-1, \dots, -l$        $m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

Potom ctvrtice  $n, l, m_l, m_s$  musi byt ruzna ma-li nastat jeden ze stavu

Podobne lze rekonstruovat projekce celkovych momentu:

$$M_L = \sum_i m_{l_i} ; M_S = \sum_i m_{s_i}$$

$$M_L = L, L-1, \dots, -L ; M_S = S, S-1, \dots, -S$$

Prostak misme rici, ze hodnoty  $M_L$  a  $M_S$  urcene stava uvedenyimi prvky odpovidaji jednomu stavu utvoren charakterizovanimu cisly  $L$  a  $S$ .

Na pr. skupine hodnot  $M_L = 1, 0, -1$ ,  $M_S = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$  odpovida stav  $L=1$  a  $S=\frac{1}{2}$  tedy 2P stav.

V pripadi divalentnich elektronu se vyber stavu, které neodporuji Pauliho principu provadi nasledovni:

Sestovime nacthy  $m_{l_1}, m_{l_2}$  a vysledve  $M_L$

Ponivadi ty stavy které vzniknu jen priskycenim (zmeimou), elektroni jsou podle principu nerozliitelnosti stejne musime je uvazovat pouze jednou.

tabulka 12

$m_{l_2} \backslash m_{l_1}$	1	0	-1
1	(2)	1	0
0	$\lambda$	(0)	-1
-1	0	-1	(-2)

Pod hlavní diagonálou jsou vlastní strany vnitřní rovnice a proto je třeba nemusíme uvádět.

Když  $m_{l_1} \neq m_{l_2}$  vnitřní by měly být nad přímkou

Když je  $m_{l_1} = m_{l_2}$  - musíme vyložit by strany kelle  
 $m_{l_1} = m_{l_2}$

Když v našem případě  $M_L = +2, +1, 0, -1, -2$

$M_L = 0$

to mu odpovídá  $L=2$  a  $L=0$

$^1S_0$   $^1D_2$

tyto strany jsou možné jen když  $m_{l_1} \neq m_{l_2}$  když  $S=0$

Když  $S \neq 0$  potom potom strany v rovnici odpovídají.  
 $m_{l_1} = m_{l_2}$

Potom dostaneme  $M_L = 1, 0, -1$  a když  $L=1$

dostaneme tripalebný term  $\left[ \begin{matrix} 3P \\ 1D \\ 012 \end{matrix} \right]$  triplet

Tedy máme termíny buclou:

$^1S_0, ^1D_2, ^3P_1, ^3P_2, ^3P_0$

$^3P$   
 $^2P$   
 doublet  
 $^1P$  singlet



Bohmův  
Enrichův termín:

Současné nahrazení dvou elektronů ve všech vrstvách  
stabilitních stavů atomu a odpovídajících jim termínů,  
kromě stavů a termínů normálních.

Neměly by jít všechny vrstvy těchto termínů jsou varjovány  
anomalně (částečně) dnes i matematicky.

Když jsou nahrazeny dva el. potom vybitové pravidlo  
dává následovně:

jestliže pro první elektron platí  $l_1 = \pm 1$   
potom pro druhé elektron platí  $l_2 = 0, \pm 2$

přičemž  $l = 0, \pm 1$ , ale  $l = 0$  je možná když  $l_1 = l_2 = 0$ .

Obecné pravidlo:  $\sum l_i =$  liché číslo;  $l = 0, \pm 1$

Laporteovo pravidlo

Tedy sudé termíny se kombinují jen s lichými a naopak.

Stavy atomů s ekvivalentními elektrony.

Kolik může být ekvivalentních elektronů maximálně  
pro daném  $l$ .

Váše	je	s	elektronů	je	maximálně	2
						6
$2(2l+1)$	$s$	-		-		10
	$p$	-		-		14

Grupa elektronů ustávající n maximálně možného  
množství ekvivalentních elektronů (pr.  $3^2, 4^6, \dots$ )  
je charakterisována tím, že resultující momenty  
 $P_L, P_S, P_J$  jsou rovny nule. Taková grupa se varjvá  
anomalně a odpovídá jí jediní normální termín  $1S_0$

Stav grupy s pocetkem el.  $Z > \frac{1}{2} Z_{max} = 2l + 1$  mure  
 byt popsam wutim stavu elektronu, kteri do maxi-  
 malneho poctu schazeji.

Tedy stav grupy se ~~4p~~  $p^2$  elektrony jsou stejne jako stav  
 grupy s  $p^2$  elektrony.

Pr. Pro tri ekvivalentni  $p$ -elektrony kvantove cislo  $M_s = \sum_{i=1}^3 m_{s_i} =$   
 $= \pm \frac{1}{2}$  nebo  $\pm \frac{3}{2}$ .

Njebine rozceme pripad  $M_s = \pm \frac{1}{2}$  potom dva elektrony  
 maji stejny spin. Oddelime tyto dva elektrony se stejnym  
 spinem jako podgrupu (↑↑)↓

Pro do podgrupy oddelene elektrony oznaime kvantova  
 cisla  $m_{l_1} + m_{l_2}$  jako  $M_L$ , a pro treti elektron oznaime  
 kvantove cislo  $m_{l_3}$  jako  $M_L''$

Potom vyzledne  $M_L = M_L + M_L''$

V uvařovanem pripadu tvori grupu dva ekvivalentni  
 $p$  elektrony se stejnym spinem a tedy podle minimalneho  
 pravidla

$$M_L = +1, 0, -1$$

proci  $M_L'' = +1, 0, -1$ ,  
 ma'sledujici schema.

$M_L'' \backslash M_L$	1	0	-1
1	2	1	0
0	1	0	-1
-1	0	-1	-2

Pro valence  $M_L$  dostaneme

Vylouime ty hodnoty  $M_L$ , kteri  
 nemohou ravnimou elektronu.  
 Tedy je situace slozitejsi, prave  
 se shtadi i kvantove cislo  
 grupy elektronu ( $M_L$ )

Stavy  $M_L = 1$  a  $M_L'' = 0$ ;

$M_L = 0$  a  $M_L'' = -1$ , ravnimou  
 zachovany.

3.  
Prove  $M_L = 1$  a  $M_L = -1$  vynecháme součtově se jedná  
jen o směr směřu o  $180^\circ$ .

Potom dostaneme následující skupiny pro kv. číslo  $M_L$

$$M_L = +2, +1, 0, -1, -2$$

$$M_L = +1, 0, -1$$

Tedy  $L = 2, 1$ . Součtově  $|M_L| = \frac{1}{2}$  dostaneme dublety  
 ${}^2D, {}^2P$ .

Když  $M_S = \pm \frac{3}{2}$  ( $m_{s_1} = m_{s_2} = m_{s_3}$ ). Potom podle

principu Pauliho  $m_{l_1} \neq m_{l_2} \neq m_{l_3}$ . Součtově

každé z daných  $m_{l_i}$  může nabývat jen hodnot  
 $+1, 0, -1$  bude  $M_L = m_{l_1} + m_{l_2} + m_{l_3} = 0$

a jako výsledek máme jeden kvartetový term  ${}^4S$

Tedy třem ekvivalentním p-elektronům odpovídají  
stavy  ${}^2P, {}^2D, {}^3S$ .

Pro konfiguraci složenou z několika ekvivalentních  
elektronů má největší term největší multi-  
plicitu a největší moment (při dané multipli-  
citu) číslo  $L$  (Hundovo pravidlo)

Když má (pr. Fe) lze porovnat i odchylky  
od Hundova pravidla.

Jiné typy vavř.

$(j_1, j_2)$  - vavř... Víme již v čem spočívá a jak vytváří výsledné  $J$ . Osvědčení pomocí role však bude jiné.

Přidáme si konfiguraci složenou z jednoho  $p$  a jednoho  $d$ -elektronu  
 $p: j_1 = 1 \pm \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$   
 $d: j_2 = 2 \pm \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$

Pro různými náech hodnot  $J$  dostaneme tyto kombinace

$j_2 = \frac{3}{2}, j_1 = \frac{1}{2}$	$j_2 = \frac{3}{2}, j_1 = \frac{3}{2}$	$j_2 = \frac{5}{2}, j_1 = \frac{1}{2}$	$j_2 = \frac{5}{2}, j_1 = \frac{3}{2}$
$J = 1, 2$	$J = 0, 1, 2, 3$	$J = 2, 3$	$J = 1, 2, 3, 4$

Tedy existuje 12 rozličných stavů.

Každý stav bude označen symbolem  $[j_1, j_2]_J$ .

Tedy  $[\frac{3}{2}, \frac{1}{2}]_1$  ;  $[\frac{3}{2}, \frac{1}{2}]_2$

Existují ještě i jiné typy vavř (některé jsou jen přechodné)  
 Tyto typy se uplatňují zejména u inertních plynů.  
 Tyto typy vavř vznikají díky tomu, že v atomu valentní vrájemě na sebe působí podskupiny elektronů.

U inertních je to podskupina pěti  $p$ -elektronů, které působí vrájemě na ústř v  $s$ -elektron.

Podskupině 5-ekvivalentních  $p$ -elektronů odpovídají stavy

$^2P_{1/2}, ^2P_{3/2}$  (t. j.  $J = \frac{1}{2}$  a  $\frac{3}{2}$ )

U přírodní přechodného typu vlny má moment  $P_j$ ,  
 když se vrátíme vlně s momentem  $P_L$  - obvyklého elektronu.  
 Tento typ vlny se označuje  $[l', l]$

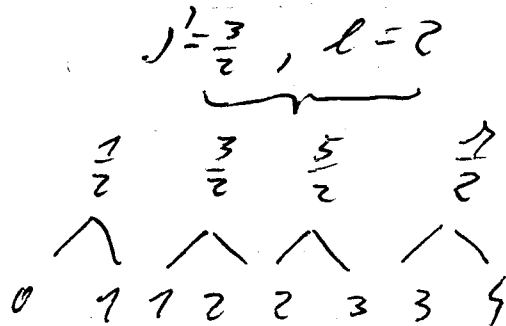
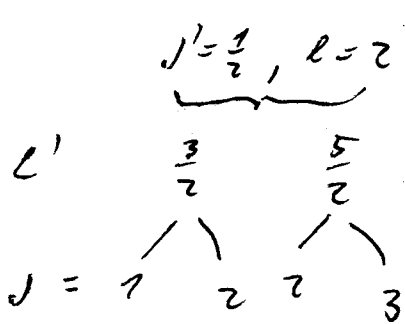
Na rozdíl k této vlně vzniká řada kvantových čísel  
 $L'$  a nabývají hodnot  $J'+l, J'+l-1, \dots, |J'-l|$ .

u x-elektron má dvě možné orientace spinu  
 proto každý ze stavů  $[l', l]$  se rozpadne na dva

a následně  $J = L' \pm \frac{1}{2}$

Př. Konfigurace  $p^5$  md

$J' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \quad l = 2$



Postupem 12 stavů, které se označují symboly.

$[\frac{1}{2}, 2]_{1,2}$  ;  $[\frac{3}{2}, 2]_{2,3}$  ; atd celkem 12 stavů

Při všech různých typech vln dostaneme stejný počet  
 stavů ( $p^5$  md je ekvivalentní s  $p^d$  - 12 stavů)

to je následek principu t. ro. adiabatické invariance

kvantové číslo  $J$  zachovává svoji hodnotu při různých  
 typech vlny.

Spektra atomů s rovinnou valencí slupkou.

Právně slupky atomů Ne I, Ar I, Kr I, Xe I a Rn I jsou charakterisovány rovinnou slupkou elektronů  $s^2 p^6$ .

Tamto základní stavn odpovídá termu  $^1S_0$ , který je stejný u všech inertních plynů.

Je-li jeden elektron nabaven nrukové konfigurace  $s^2 p^5 nx$ .

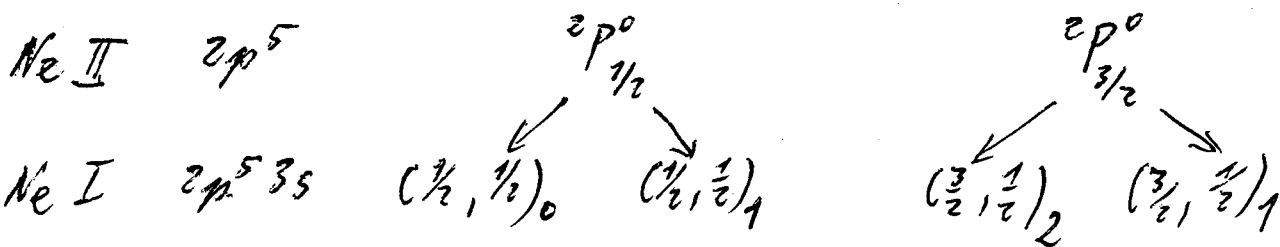
Konfigurace iontu  $s^2 p^5$  dáva vznik dvěma termům  $^2P_{3/2}^0, ^2P_{1/2}^0$

První stavn  $^2P_{3/2}^0$  leží hlouběji.

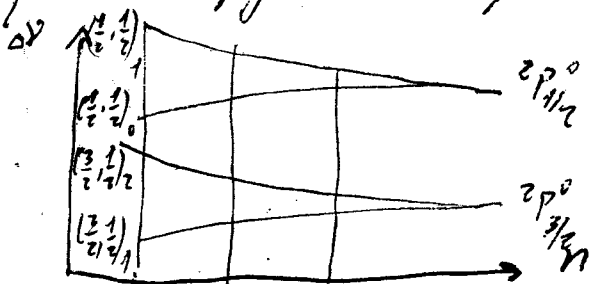
Když je dodán další elektron dostaneme termy neutrální atomů, které se blíží k dvěma limitním termům  $^2P_{3/2}^0, ^2P_{1/2}^0$

LS-vazba je u inertních plynů silně narušena. Rovněž intenzita interkombinačních čar je značná. Označení termů podle LS-vazby zde ztrácí smysl

Případ (j,j) vazby u Ne I.

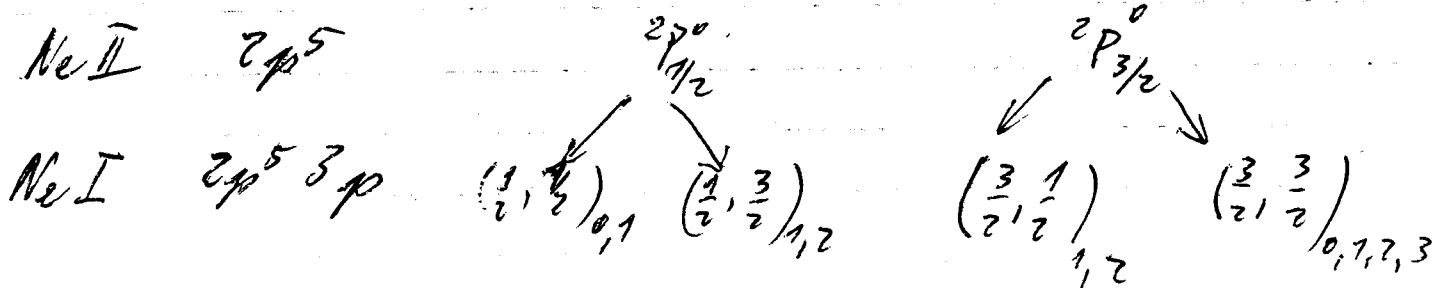


Tedy tyto konfigurace odpovídají čtyřem různým stavům



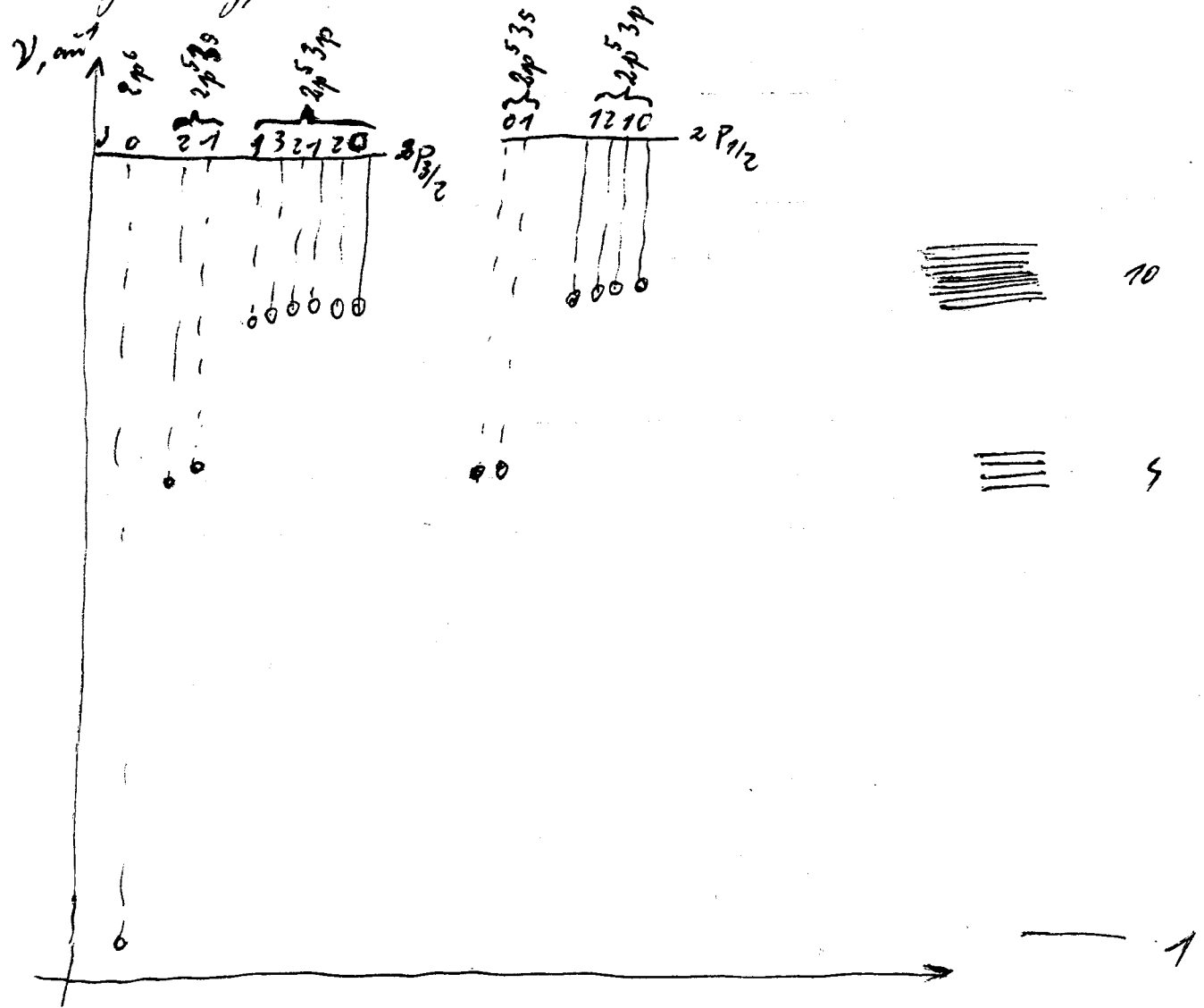
mají složitou strukturu a dvě limity.

Pr) Skijny' pripod Ne I, ale jeden elektron je naburen do stavu p



Tedy zde vzniká 10 rozličných termínů charakterizovaných  $J = 0, 1, 1, 2, 1, 0, 1, 2, 3$

Jak vypadá schéma hladin Ne I:



Dále je možno popsat termny Ne a jiných inertních plynů.  
na základě přechodné vlny  $[J, l]$

Symbohy odpovídající elektronové konfiguraci  
 $2p^5 3p$  budou následující

$$[\frac{1}{2}, 1]_{0,1}, [\frac{1}{2}, 1]_{1,2}, [\frac{3}{2}, 1]_{0,1}, [\frac{3}{2}, 1]_{1,2}, [\frac{3}{2}, 1]_{2,3}$$

Někdy jsou uváděny i jiné zápisy  $[J, l]$  vlny. Před  
zámkou  $[ ]$  je uveden symbol valenčního elektronu  
a na zámkách jsou mořné hodnoty  $J$  a  $l$ .

Potom konfiguraci  $2p^5 3p$  odpovídají stavy:  
 $2p^5$   
 $2p_{3/2}^0$

Racah  
 $3p [\frac{1}{2}]_{0,1}, 3p [\frac{1}{2}]_{1,2}$  a  $3p [2\frac{1}{2}]_{2,3}$

a konfiguraci  $2p^5 3p$  :  $3p [\frac{1}{2}]_{1,2}, 3p [\frac{1}{2}]_{0,1}$ .  
 $2p^5$   
 $2p_{1/2}^0$

Průhled označení u neonu Ne I:

Podle Pascheva	Elektronová konfigurace	$[L, S]$	$[J, J]$	Racah $[J], l$
$1s_5$	$2p^5 (2p_{3/2}^0) 3s$	$3p^0$	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})_2$	$3s [1\frac{1}{2}]_2^0$
$1s_4$	- - -	$3p^0$	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})_1$	$3s [1\frac{1}{2}]_1^0$
$1s_3$	$2p^5 (2p_{1/2}^0) 3s$	$3p^0$	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_0$	$3s [1/2]_0^0$
$1s_2$	- - -	$3p^0$	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_1$	$3s [1/2]_1^0$

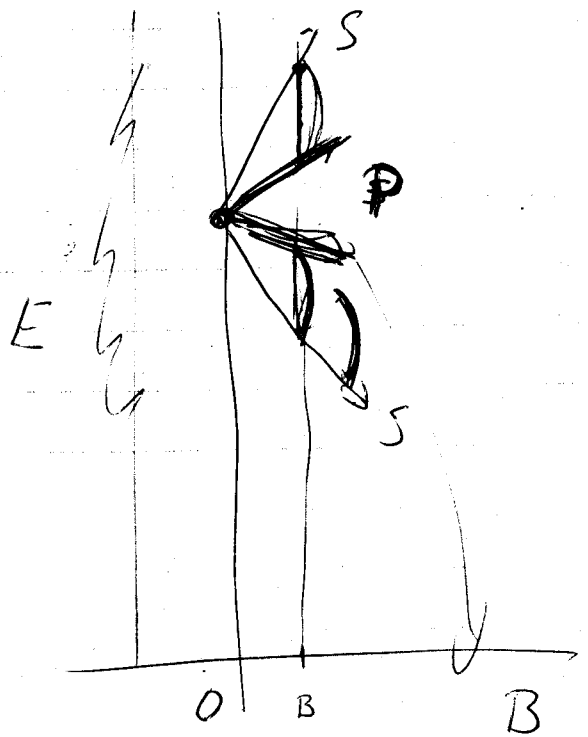


V r. 1964 Prochorov, Basov, Townes Nobelova cena

Kvantová elektronika vznikla koncem r. 1954 a začátkem r. 1955. Byl vytvořen první MASER pracující na stimulované emisi předpověděné v r. 1917 Einsteinem.

Za II. světové války nastal rozvoj radiofrekvenčních metod

Dnes GPS (geographic positioning system)  $\pm 30\text{m}$  místo na zemi.



### Isotopický efekt

$$\frac{1}{\lambda_H} = R_H \left( \frac{1}{z^2} - \frac{1}{\xi^2} \right) \quad ; \quad \frac{1}{\lambda_D} = R_D \left( \frac{1}{z^2} - \frac{1}{\xi^2} \right)$$

Tudíž  $\frac{\lambda_D}{\lambda_H} = \frac{R_H}{R_D}$

$$\frac{\lambda_D}{\lambda_H} - \frac{\lambda_H}{\lambda_H} = \frac{R_H}{R_D} - 1$$

$$\Delta \lambda = - \lambda_H \left( \frac{R_D - R_H}{R_D} \right) \quad \text{malý efekt}$$

Mnohé případy isotopického posunu však nejsou tak jednoduché jako pro H a D.

Pro prvky vzácných zemí a těžší atomy kloumá případně ke isotopickému posunu není rozdíl v hmotkách, ale je výsledek oddělení nukleárního magnetického pole od čisté coulombového.

Některé atomy mají jen jeden izotop, ale mají rovněž hyperjemnou strukturu (Bi).

Bi čára 4722 Å má šest hyperjemných komponent. Největší nukleární spin je 1. (Pauli 1922)

Nukleární drabový moment  $\sqrt{I(I+1)} \hbar$

$I$  pro H se rovná  $\frac{1}{2}$  pro D = 1

Když jádro nemá spin ( $I=0$ ) nebo  $I=\frac{1}{2}$  potom náboj jádra má sférickou symetrii (rozložení) když je  $I > \frac{1}{2}$ , potom rozložení náboje je elipsoidální.

Magnetický nukleární moment  $\mu_I$  bude

$$\mu_I = \frac{e}{2m_p c} \beta_I$$

$$\beta_I = \sqrt{I(I+1)} \frac{h}{2\pi}$$

spin protonu =  $\frac{1}{2}$   
 $g$  protonu = 5,5891

(4)

$$\mu_I = \frac{e}{2m_p c} \frac{h}{2\pi} \sqrt{I(I+1)}$$

$$\beta = \frac{e h}{4\pi m_p c}$$

je nukleární magneton

magnetický moment protonu je roven 2,7896 jaderného magnetonu, neutroni -1,91 jad. magneton.

Experimentální výsledky však ukazují, že magnetický moment je větší než plyne ze starých úvah jejich vztahů. Musí být proto zaveden nukleární  $g$ -faktor ( $g_I$ )

Výsledky elektronový orbitální moment se vztá s nukleárním momentem.

Tato vztah nastává skrze magnetický moment orbitální a nukleární.

Resultující kvantové číslo  $F$  bude nabývat hodnot

$$F = J+I, J+I-1, \dots, |J-I|$$

Potom když  $I > J$  máme  $2J+1$  hodnot  $F$   
 -"-  $J > I$  -"-  $2I+1$  -"- -"-

Nukleární spinový moment může nabývat různých orientací vzhledem k výslednému elektronovému orbitálnímu momentu, a pro každou orientaci je energie jiná.

K danému  $J$  rozštěpení energetické hladiny přísluší ke různým hodnotám  $F$  je dáno rovnice

$$E_F = \frac{A}{2} \{ F(F+1) - I(I+1) - J(J+1) \}$$

$A$  - je interakční konstanta

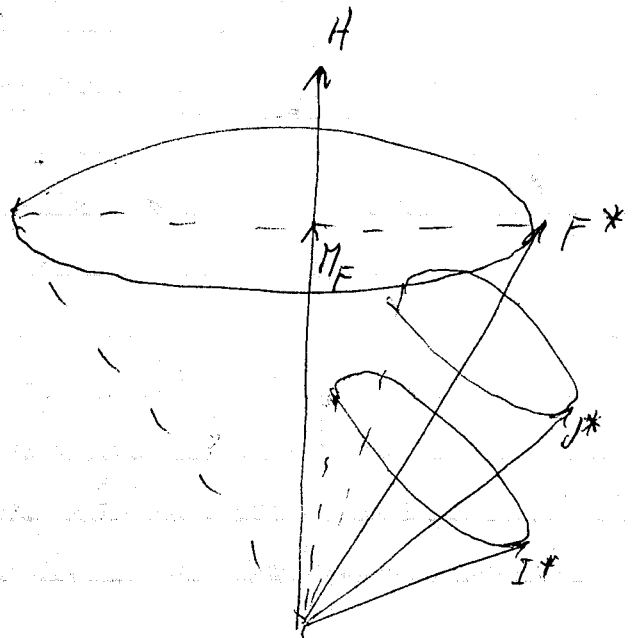
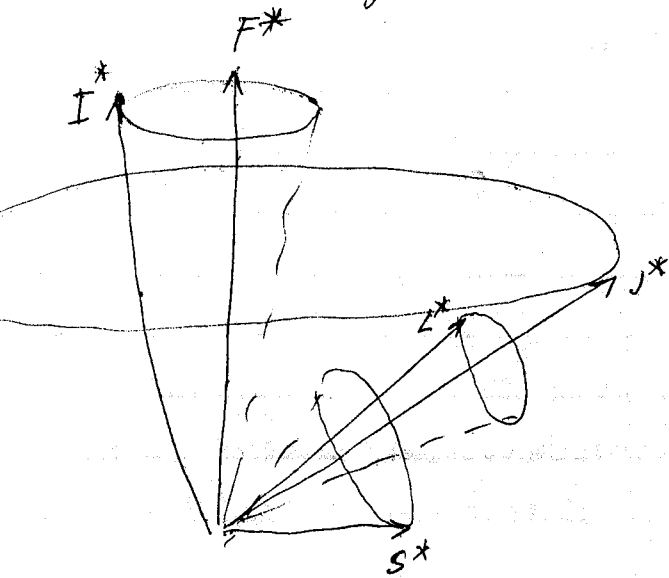
$E_F$  - interakční energie

$\times 3$  (4)  
 Výběrové pravidlo pro  $F$  mezi hyperjazykami hladinami  
 $F = 0, \pm 1$   $F' = 0 \rightarrow \bar{F} = 0$  je zakázaná.

### Zeemanův efekt hyperjazykové struktury

V  $\mu$  magnetickém poli platí prostorové kvantování  
 pro  $F^*$  stejně jako pro  $J$ .

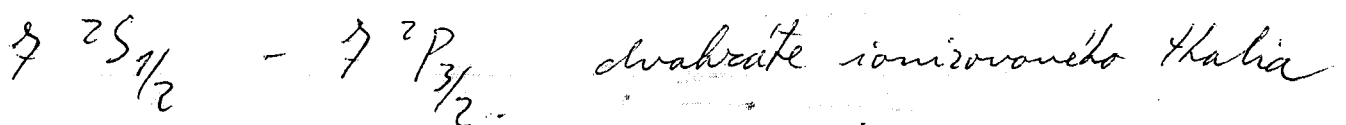
$J^*$  a  $I$  precesují kolem  $F$  a  $F$  precesuje kolem  
 směru magnetického pole



Průjeďte  $F^*$  do směru magn. pole dáva hodnoty

$$M_F = \frac{h}{2\pi} ; \text{ je jich celkem } (2F+1)$$

Pro ilustraci prostorového kvantování  $F^*$   
 ve velmi slabém poli uvažujme příboud



Witkin mohutné rozlišovací schopnosti sloužíme ke záznamu že čára je v magn. poli složené se tří čar. Při vboché intenzitě magnetického pole se čary dále rozpadají na symetrický jev podobný anomálnímu Zeemanovu efektu.

Energový diagram  $Tb^{III}$  pro  $7^3S_{3/2}$  a  $7^3P_{3/2}$

$J' = \frac{3}{2}$        $J'' = \frac{1}{2}$       Nukleární spin je zde  $\frac{1}{2}$

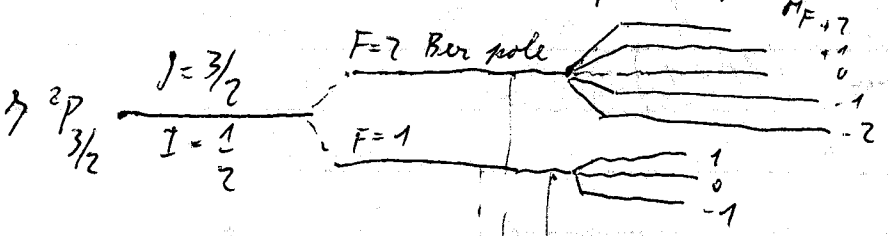
Tedy hodnoty F v horním slovu jsou 2 a 1 zatímco v dolním 1 a 0.

stav	F hodnoty	$M_F$ hodnoty
Horní	2	2 1 0 -1 -2
	1	1 0 -1
Dolní	1	1 0 -1
	0	0

Výběrová pravidla pro hyperjemnou strukturu jsou analogická s pravidly pro jemnou strukturu

Když porovnáme halmo le magn. poli potom

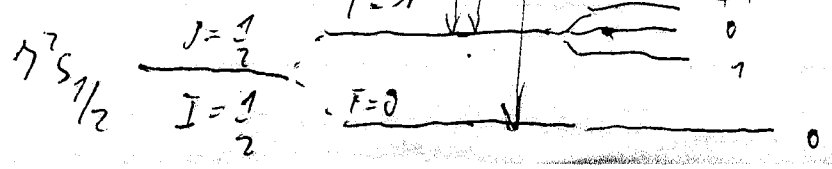
- $\Delta M_F = \pm 1$  pro  $\sigma$  komponenty
- $\Delta M_F = 0$  pro  $\pi$  komponenty



ve slabším poli

400 G

aby se uzavřela vlna



1.10.2006

1

### Dipólové záření

Klasická teorie záření vychází z teorie kl. rw. zářeního dipólu. Budeme nyní vycházet z výsledků klasické teorie záření a podleji na základě principu invariance mezi klasickou a kvantovou teorií dojdeme k předpokladům kvantových přechodů.

Některé náboj  $\pm e$  ( $e$  - abs. hodnota náboje) vykonává lineární harmonické kmity s amplitudou  $a$  a kruhovou frekvencí  $\omega = 2\pi\nu$  kolem rovinné polohy  $r_0$ .

$q = a \cos(\omega t + \varphi)$ , kde  $\varphi$  - je počáteční fáze  
Odpovídající dipólový moment je roven

$$P = \pm eq = \pm ea \cos(\omega t + \varphi) = P_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad [1]$$

Jednotlivé složky dipól. momentu jsou:  $p_x = ex$ ;  $p_y = ey$ ;  $p_z = ez$

Výpočet dlouhého pole kmitajícího dipólu se provádí pomocí Maxwellových rovnic (Larmor).

Dlouhé záření jak je známo je pak charakterizováno vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$ , které jsou navzájem kolmé. Hustota záření pak číselně  $\rho = \frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2)$ . V případě, že  $\vec{E} = \vec{H}$  dostaneme

$$\rho = \frac{1}{4\pi} E^2 \quad \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3} \right] \quad [2]$$

Protože se pole kmitajícího dipólu šíří rychlostí  $c$  proudí každým čtvercivím centimetrem ve směru normály  $R$

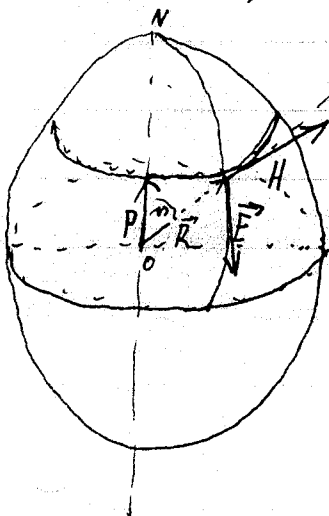
na každou úhlovou mmarstvu energie  $S$

$$\text{dávě určeném } S = \rho c = c \frac{E^2}{4\pi} \quad \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2} \right] \quad [3]$$

S je tedy hodnota toku energie procházejícího daným bodem. Tato energie máre být vyjádřena též jako hodnota vektoru Poyntingova

$$S = |\vec{S}| = \frac{c}{4\pi} |(\vec{E} \times \vec{H})| = \frac{c}{4\pi} EH \sin(\angle E, H) \quad [4]$$

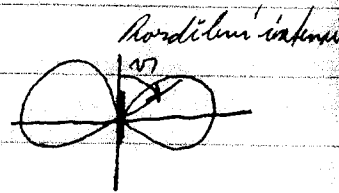
Pro  $E \perp H$  bude plyne  $S = \frac{c}{4\pi} E^2$



S - hustota  
 P - difúze  
 f - proudění

Maxwell. rovnice pro  $|E|=|H| = \frac{\ddot{p}(t-\frac{R}{c})}{c^2 R} \sin \vartheta$   
 tedy dosazením do vzorce pro  $S$  dostaneme

$$[5] \quad S = \frac{\ddot{p}^2}{4\pi \epsilon_0 R^2} \sin^2 \vartheta = \frac{e^2 \ddot{r}^2}{4\pi \epsilon_0 R^2} \sin^2 \vartheta$$



Tento vzorec je jen pro malé rychlosti el.

Sammerfeld odvodil vzorec pro větší rychlosti  $\beta = \frac{v}{c} = \frac{1}{3,14}$ ;

$$[6] \quad S = \frac{\ddot{p}^2}{4\pi \epsilon_0 R^2} \frac{\sin^2 \vartheta}{(1-\beta \cos \vartheta)^6}$$

Nyní vypočítáme úhrnné množství energie vyzařované oscila-  
 torem za jednotku času. Musíme tedy najít hodnotu

$$[7] \quad \text{integrálu } I = \int S dV \quad - \text{integrujeme přes plochu koule}$$

oproti ro bodu  $O$ .

$$\text{element } dV = R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$$

$$I = \iint \frac{\ddot{p}^2}{4\pi \epsilon_0 R^2} \sin^2 \vartheta \cdot R^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \frac{\ddot{p}^2}{4\pi \epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta =$$

$$= \frac{\ddot{p}^2}{2\epsilon_0} \int_0^\pi \sin^3 \vartheta d\vartheta = \frac{\ddot{p}^2}{2\epsilon_0} \int_0^\pi (1 - \cos^2 \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta$$

Pro výpočet tohoto integrálu zavedeme novou proměnnou

$$\xi = \cos \vartheta \quad - \text{mezi } +1, -1$$

$$\int_{-1}^{+1} (1 - \xi^2) d\xi = \frac{4}{3}$$

$$\text{Tedy výsledkem je } I = \frac{2\ddot{p}^2}{3\epsilon_0} = \frac{2e^2 \ddot{r}^2}{3\epsilon_0}$$

$$\text{Pro střední hodnotu dostaneme } \bar{I} = \frac{2\ddot{p}^2}{3\epsilon_0}$$

Jak jsme měli na raiátce, mění se dipólový moment podle  
 řádova harm. kmitů

$$p = p_0 \cos \omega t = p_0 \cos \omega \tau t$$

$$I = \frac{2\omega^4}{3\epsilon_0} p_0^2 \cos^2 \omega t$$

$$\text{a jelikož } \overline{\cos^2 \omega t} = \frac{1}{2}$$

doslovneme  $\bar{I} = \frac{\omega^4}{3c^3} P_0^2 = \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{x}^2$   $x = a \cos \omega t$

$$\bar{I} = \frac{\omega^4 e^2 a^2}{3c^3} = \frac{16\pi^4 \nu^4 e^2 a^2}{3c^3} = \frac{16\pi^4}{3c^3} \nu^4 |P_0|^2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad [8]$$

Tento vzorec platí jen pro jednu náboj. Pro systém nabojů můžeme psát  $P = \sum_i \dot{d}_i \cdot r_i$

Můžeme hledat náboje u molekul  $P = e \sum_{\lambda} z_{\lambda} R_{\lambda} - e \sum_{\kappa} r_{\kappa}$

$R_{\lambda}$  a  $r_{\kappa}$  zde jsou radius vektory jader a el. vzhledem k těžišti molekuly  
 $z_{\lambda}$  - nábojové číslo jádra

Počet fotonů vyzařovaných při energii záření

$\bar{W} \equiv \bar{I}$  činní

$$\frac{\bar{W}}{h\nu} = \frac{16\pi^4}{3hc^3} |P_0|^2 \nu^3 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad [9]$$

Správná hodnota vyzařovaných fotonů se objeví když k rovnici vložíme amplitudu  $P_0$  vlničinnou  $e P_{ik}$ , kde  $P_{ik}$  je dipólový moment přechodu charakterizující daný přechod a závisí na vlastnostech kombinujících se hladin. (Tato hodnota nám změřit nepůjde kv. mech.)

Počet fotonů frekvence  $\nu = \nu_{ik}$  vyzařovaný za jednotku času (počet fotonů na jednu vzbuzenou částici) předstovuje pravděpodobnost  $A_{ik}$  spontánního přechodu s hladiny  $E_i$  na  $E_k$

$$A_{ik} = \frac{W_{ik}}{h\nu} = \frac{64\pi^4}{3hc^3} \nu^3 |P_{ik}|^2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad [10]$$

Tento vzorec je základním vzorcem určujícím pravděpodobnost spontánních přechodů.



Zarinn' dipol'u v sl.

$$\vec{E} = - \frac{k^2}{4\pi\epsilon_0} \vec{R}_0 \times (\vec{R}_0 \times \vec{p}) \frac{e^{-i\omega t}}{R}$$

nebo

$$\vec{E} = \frac{e^{ikR}}{4\pi\epsilon_0 R} [(\vec{p} \times \vec{k}) \times \vec{k}]$$

Magn. indu.

$$\vec{H} = \frac{\omega k}{4\pi} (\vec{R}_0 \times \vec{p}) \frac{e^{-i\omega t}}{R}$$

nebo

$$\vec{H} = \frac{\omega e^{ikR}}{4\pi R} (\vec{p} \times \vec{k})$$

Poyimlingiv' nektar  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$

$$E = - \frac{\pi 4\pi^2}{4\pi\epsilon_0 \lambda^2} p_0 \sin \nu \cdot \frac{e^{-i\omega t}}{R} = - \frac{\pi \nu^2}{\epsilon_0 4\pi^2} p_0 \sin \nu \frac{e^{-i\omega t}}{R} = - \frac{\nu^2}{4\pi\epsilon_0} p_0 \sin \nu \frac{e^{-i\omega t}}{R}$$

$$E = - \frac{\pi}{\epsilon_0 \lambda^2} p_0 \cdot \frac{e^{-i\omega t}}{R} \sin \nu = - \frac{\pi \nu^2}{\epsilon_0 c^2 R} p_0 e^{-i\omega t} \sin \nu$$

$$E = - \frac{\omega^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 R} p_0 e^{-i\omega t} \sin \nu$$

$$H = \frac{\omega 2\pi}{2 4\pi \lambda} p_0 \sin \nu \cdot \frac{e^{-i\omega t}}{R} = \frac{\omega \nu}{2 \cdot c} p_0 \sin \nu \frac{e^{-i\omega t}}{R} =$$

$$= \frac{\omega^2}{4\pi c R} p_0 e^{-i\omega t} \sin \nu = \frac{u^2}{4\pi c R} p_0 \sin \nu \cos \omega t$$

$$S = \frac{\omega^4 p_0^2}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2} e^{-i2\omega t} \sin^2 \nu = \cos^2 \omega t$$

$$dV = R^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\omega^4 p_0^2 e^{-i\omega t}}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 R^2} \sin^2 \theta R^2 \sin \theta d\theta d\phi = \frac{4}{3} \cdot \frac{\omega^4 p_0^2 e^{-i\omega t}}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{\omega^4 p_0^2 e^{-i\omega t}}{12\pi^2 \epsilon_0 c^3} \cdot 2\pi = \frac{\omega^4 p_0^2 e^{-i\omega t}}{6\pi \epsilon_0 c^3} \cos \omega t$$

střední hodnota  $\frac{e^{-i\omega t} \cos \omega t}{\cos \omega t}$  od 0 do  $2\pi = \frac{1}{2}$

$$\bar{I} = \frac{\omega^4 p_0^2}{12\pi \epsilon_0 c^3} = \frac{16\pi^2 \nu^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} |p_0|^2 = \frac{4}{3} \pi^2 \frac{\nu^4}{\epsilon_0 c^3} |p_0|^2$$

$$\bar{I} = \frac{\omega^4 p_0^2}{3 c^3 4\pi \epsilon_0}$$

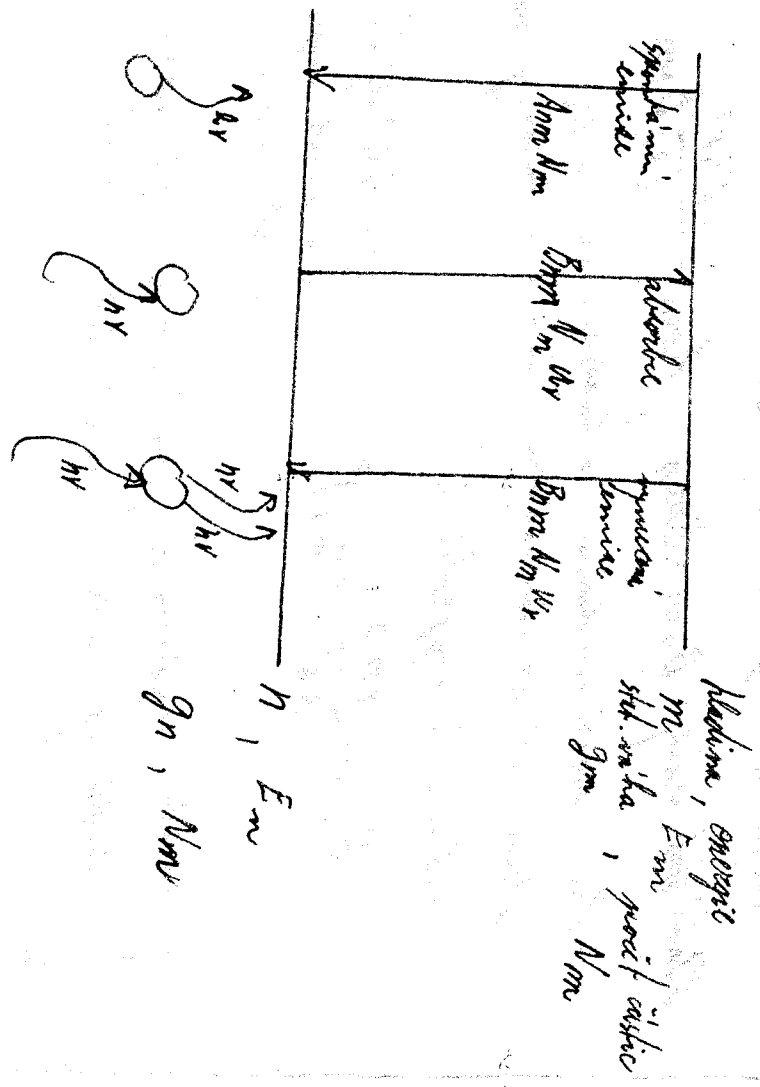
$$\bar{I} = \frac{16\pi^2 \nu^4}{3 c^3} |p_0|^2 \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

$$\bar{S} = \frac{1}{r} \operatorname{Re} (E \cdot H^*)$$

Atomová stavba: stavby jader a stavby  
 Zbuduje.

Světelné a termické záření:

Podstaty a mechanismy atomové interakce.  
 Všechno je, jakým způsobem at. se jedná  
 k sobě. Vlastní na atomové interakce  
 to je podstaty. Světelné záření, světelné  
 a interakce mezi atomovými jádry.



Atomová spektrální čára.

Energie vyzařovaná se lze je vlnová délka světla  
 záření

$$I_{nm} = A_{nm} N_m N_n \cdot \frac{1}{4\pi r^2} \quad [17]$$

Průběh světelné záření atomu z emisí  
 k absorpci světla a to je záření m. Světlo k sobě  
 přitahuje je minimální počet  $N_m$  atomů ve  
 vyzařování světla a světlo je absorbováno  
 vlnou  $N_m$  atomů. Maximální počet  
 aby se pro maximální počet atomů  
 světelné vlny. Světlo k sobě absorpce  
 světla se absorbuje je  $B_{nm} N_m N_n$ . [2]

Pro vyzařování světla je rovněž  $A_{nm}$  pro  
 absorpci světla. Světlo k sobě absorpce  
 světla je rovněž  $A_{nm}$  pro absorpci světla  
 atomů světla. Světlo je světlo, ale je světlo  
 atomů světla a absorpce světla.

Podstaty atomu a světla je  $A_{nm}$   
 je atom a světelné světlo světlo světlo  
 světlo světlo světlo světlo světlo světlo  
 světlo světlo světlo světlo světlo světlo  
 světlo světlo světlo světlo světlo světlo

$$B_{nm} N_m N_n$$

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

$$(A_{11} + B_{11} P_1) M_1 = B_{11} P_1 N_1 \quad [4]$$

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

$$\frac{N_{11}}{N_1} = \frac{P_{11}}{P_1} \cdot \frac{E_{11} - E_1}{E_1} = \frac{P_{11}}{P_1} \cdot \frac{h \nu}{kT} \quad [5]$$

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

$$P_1 = \frac{A_{11}}{\sum_{j=1}^n B_{1j} e^{-\frac{h \nu_j}{kT}} - B_{11}} \quad [6]$$

Einsteiny experimenty a jejich výsledek.

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

$$E_n \rightarrow E_m \text{ a } E_m \rightarrow E_n$$

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

$$A_{11} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} B_{11} P_{11}$$

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

$$B_{11} = \frac{8 \pi h \nu^3}{3 k^3 T^3} (P_{11})^2$$

Průtoky mají stejnou hodnotu. Průtoky oběma směry jsou stejné.

(všechny kladné)  $\rightarrow$   $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$  (metla s  $\nu$  rovenno do  $\nu_{max}$ )  
 Aby byl molaritním přechodem na klasickou teorii,  
 musí tento vztah pro  $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$  přejít na zákon  
 Rayleigh - Jeansův, pro součinitel v řádku musí  
 platit

$$g_r = \frac{A_{nm}}{\frac{g_n}{g_m} B_{mn} - B_{nm} + \frac{g_n}{g_m} B_{mn} \frac{h\nu}{kT}} \rightarrow \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad [7]$$

Převodem obou posledních v'razů [6] a [7]  
 dostaneme dobře v'ztah mezi převodovými  
 proveditelnostmi

$$g_m B_{nm} = g_n B_{mn} \quad [8]$$

$$A_{nm} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{g_n}{g_m} B_{mn} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{nm} \quad [9]$$

V některých případech je vhodné zavést  
 místo přechodové proveditelnosti t. zv.  
 sílu oscilátoru, která je definována  
 jako počet klasických oscilátorů nahrazují-  
 cích absorpci působení jednoho atomu  
 vektoru  $n$ . Správnou proveditelností

Hydrogen máme všechny přechody. Platí výběrová pravidla.

$\Delta L = \pm 1$      $\Delta J = 0, \pm 1$      $0 \nleftrightarrow 0$      $\Delta S = 0$  - ráťer inkubace max.

Stavy se stejných jsou zabírají přechody - metastabilní.

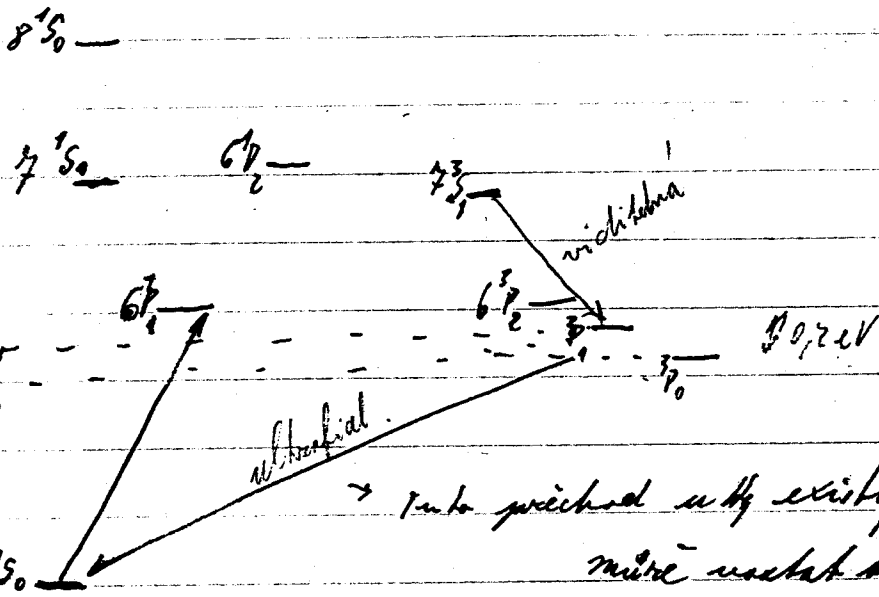
Hydrogen má v metastabilních stavech.

Energiové schéma H<sub>γ</sub>:

(3)

+

1S<sub>0</sub> 1P<sub>1</sub> 1D<sub>2</sub> 1F<sub>3</sub> | 3S<sub>1</sub> 3P<sub>2</sub> 3P<sub>1</sub> 3P<sub>0</sub> 3D<sub>3</sub> 3D<sub>2</sub> 3D<sub>1</sub> 3F<sub>4</sub> 3F<sub>3</sub> 3F<sub>2</sub>



Viděl jsem pro 1 balie

rovnice inkubace H<sub>γ</sub>  
 což se nachází  
 oblasti.

Superovnitě bavení.

→ tento přechod u H<sub>γ</sub> existuje - resonanční čísla 2536 Å  
 měří ucelat superovnitě bavení.

dobu života 10<sup>-7</sup> - 10<sup>-8</sup> sec. datativá vlna. Konci (P<sub>6</sub> (ionisace).

Výpočet výběrových pravidel.

Einsteinovy koeficienty pravděpodobnosti přechodu.

Koeficient vyvolání absorpce.

Koeficient spontánní emise.

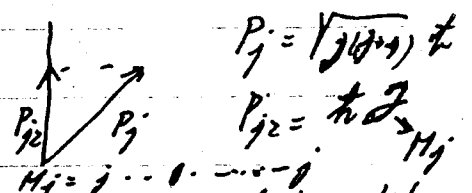
--- vynucení emise.

ψ(S, L, J, M<sub>J</sub>) vlnová funkce popisující stav el. na této hladině

ψ(S<sup>+</sup>, L<sup>+</sup>, J<sup>+</sup>, M<sub>J</sub><sup>+</sup>)

Einsteinův koeficient je tedy  
 funkcí všech těchto kvantových  
 čísel.

A (S, L, J, M<sub>J</sub> → S<sup>+</sup>, L<sup>+</sup>, J<sup>+</sup>, M<sub>J</sub><sup>+</sup>)



P<sub>12</sub> = √(3/4π) h

P<sub>21</sub> = h A<sub>21</sub>

úbytek atomů na negativní osi je:

$$\Delta N = -N \cdot A \Delta t$$

t. j. doba na kterou poklesne počet neutronů  $N_0 e^{-\lambda t}$ :

$$\frac{dN}{N} = -A dt$$

$$\ln N = -At + \ln N_0$$

$$N = N_0 e^{-At}$$

stejná doba života  $\tau = \frac{1}{A}$

$m \times s \times L \times M_j$

$m \times (s^2 L^2 J^2 M_j^2)$

$\tau_k^{-1} = \sum A_{ik} + G_{ik}$  (irradiation)

Intenzita vyzařování integrujeme:

$J = NA h \nu \frac{1}{4\pi r^2}$  (horní meze)  $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{16\pi^2 e^2 \nu^2}{3hc^3}} \frac{1}{4\pi r^2}$

nedá se to spočítat, ale chceme vědět, že vyjde

$$A = \frac{64\pi^4 \nu^3}{3hc^3} \left| \int \psi_m^* (s^2 L^2 J^2) \psi_n dt \right|^2 = \frac{16\pi^3 \nu^3}{3hc^3 \epsilon_0} \left| \int \psi_m^* (s^2 L^2 J^2) \psi_n dt \right|^2$$

dipólový moment

$$e R_{mn} = \left| \int \psi_m^* r \psi_n dt \right|^2 \rightarrow \text{t. j. stejná hodnota dipólového momentu přechodu}$$

Sváže me tedy dipólové momenty do matice

$\mu_{11}$	$\mu_{12}$	...	$\mu_{1n}$
$\mu_{21}$	$\mu_{22}$	...	$\mu_{2n}$
...	...	...	...
$\mu_{m1}$	$\mu_{m2}$	...	$\mu_{mn}$

tedy  $e R_{mn}$  - tvorí jednu maticovou formu

$$e^2 R_{mn}^2 = 4 e^2 \left| \int \psi_m^* r \psi_n dt \right|^2$$

My si tedy provedeme integraci dle  $\psi$  a dostaneme  $\int \psi^{(m-m')} \psi d\psi$   
 tento integrál je pak různý od nuly jen pro  $m' = m$   
 tedy  $\Delta m = 0$ , podobně lze ukázat ostatní vyběrová pravidla

Síla oscilačního přechodu

Einsteinův koef. přechodu je funkcí čtyř souř. hmotného stavu a čtyř dolního stavu. Pokud uvažujeme v magnetickém poli potom nám pro rovnání  $M_j$  vyjde stejné provedení.

Tedy potom provedeme podobnost přechodu relativní i na degeneraci, relativní na násobnosti dolní hladiny, ale i na degeneraci horního stavu

$$A[(s, l, j) \rightarrow (s^+ l^+ j^+)] = \sum_{M_j, M_j^+} A(M_j s l j \rightarrow M_j^+ s^+ l^+ j^+) \cdot \frac{1}{2s+1}$$

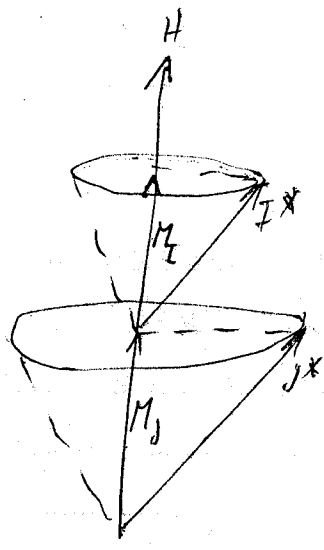
my si ale musíme uvědomit, že se skutečnosti el. přechod jev je jedná hmotného stavu tedy provedení musíme dělit počtem hmotných stavů. (statistickou váhou  $g = 2l+1$ )

Hodnota shora uvedeného součtu se nazývá síla přechodu.

Back - Gaudsmitův efekt

Když roste magnetické pole roste rychlost precese  $F^*$  okolo směru pole  $H$ . Když je  $H$  dostatečně silné rychlost precese  $F$  je toho samého řádu jako rychlost precese  $J^*$  a  $I^*$  okolo směru  $F^*$ ; v tomto případě  $J^*$  a  $I^*$  se roztáhnou a tyto se stávají nezávisle prostorově kvantovanými.

Pouze při interakční energii mezi  $J^*$  a  $I^*$  je malá, poměrně slabé magnetické pole (3000 Oe) způsobí shora popsaný efekt, který je znám pod názvem Back - Gaudsmitův efekt.



Hodnoty  $M_j$  a  $M_i$  ve směru pole mají hodnoty  
 a)  $M_j = j, j-1, \dots, -j$   $\parallel (2j+1)$   
 b)  $M_i = i, i-1, \dots, -i$   $\parallel (2i+1)$   
 kvch

g - faktory a efekty pravidelnosti intenzity magn. pole

Podobně jako u el. byl zaveden Landého korekční faktor  $g$  - faktor.

$$M_j = g_I \frac{e}{2mc} \frac{h}{2\pi} \frac{1}{1836} \sqrt{I(I+1)}$$

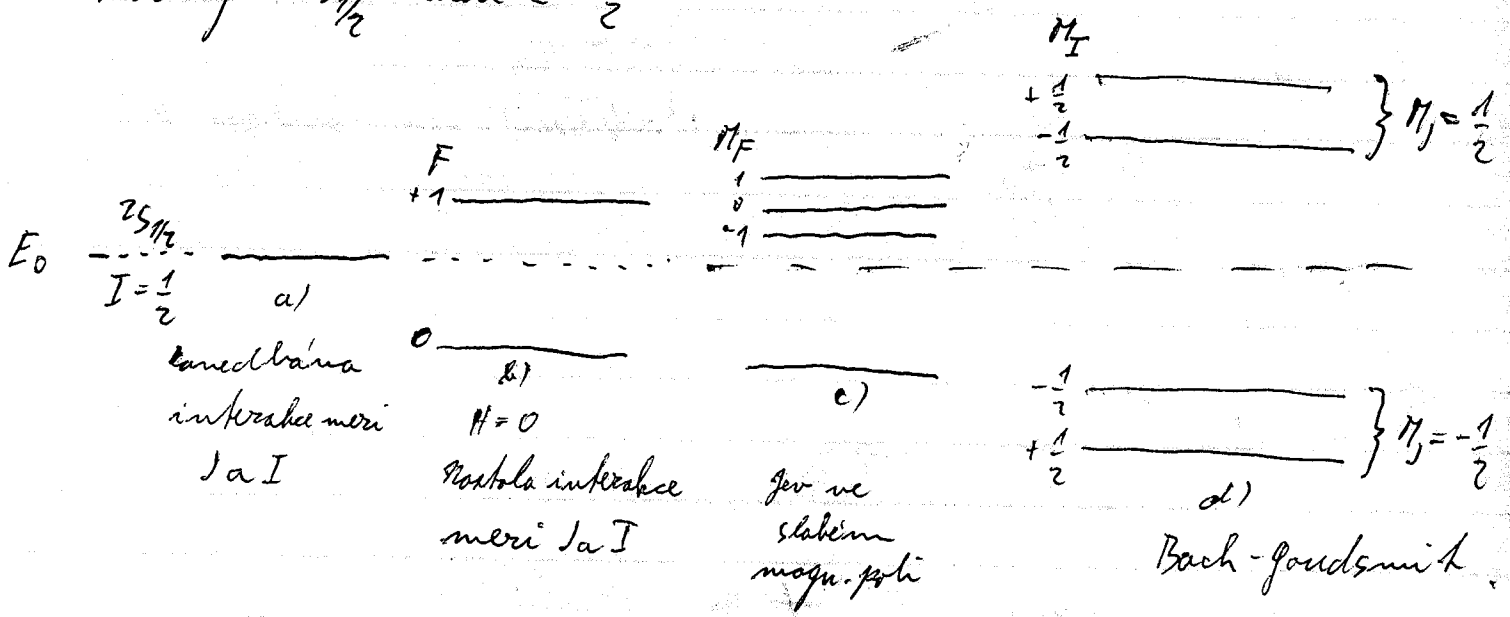
$g_I$  - nukleární g faktor

Když se některý  $J^*$  a  $I^*$  várou navzájem dávají svůj ledný moment  $F^*$  pro celý atom.

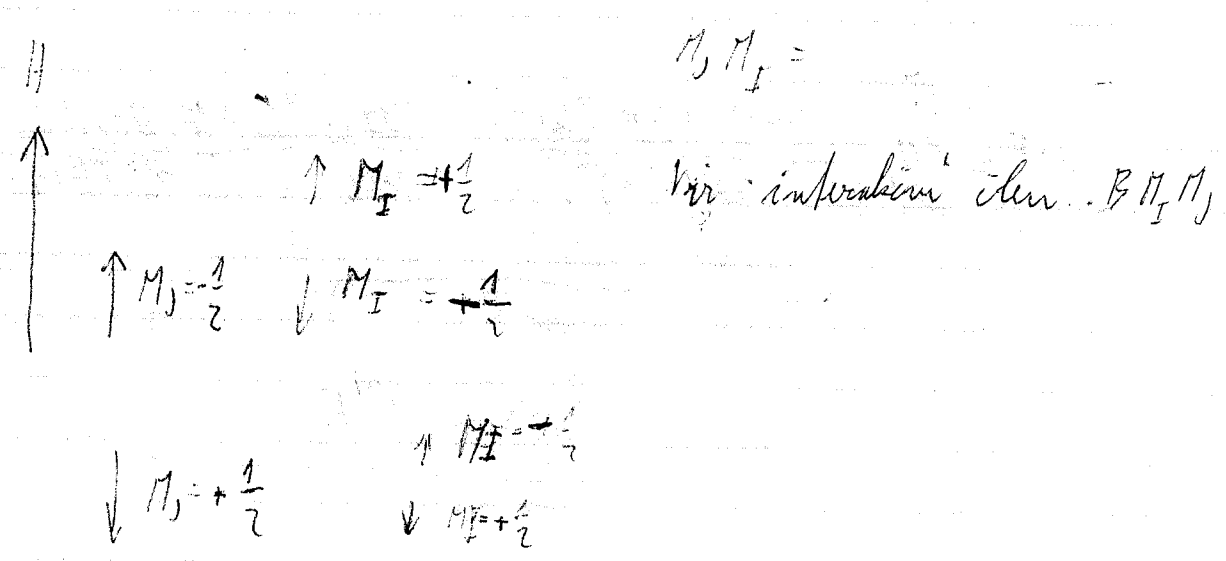
$$\frac{e}{2mc} \neq \frac{1}{1836} \Rightarrow \text{nukleární magneton}$$



Bach-Goudsmitsiv efekt ni bre simetričit na pŕi hlochu kladiŕy  $2S_{II}$  hodi  $I = \frac{1}{2}$



Vyhlásová pravidla pŕi Bach-Goudsmitsivov jern  $\Delta M_J = 0, \pm 1$   
 $\Delta M_I = 0$



protom  $g_F$  - faktor je roven  $\sqrt{F(F+1)}$  (5)

$$M_F = -g_F \beta \sqrt{F(F+1)}$$

Bohrův,  
 $\beta$  - nukleární magneton

Pak ale  $g_F$  lze vyjádřit pomocí  $J, F, I, g_J, g_I$

Základní rovnice bude

$$M_F = M_J \cos(J^* F^*) + M_I \cos(I^* F^*) \quad ?$$

po dosazení dostaneme

$$g_F = g_J \left\{ \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \right\} + \frac{g_I}{1836} \left\{ \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)} \right\}$$

dyťi Pasch-Joudermilk nastove:

Atom, když  $E_0$  je hodnota energie původní elektronové hladiny potom rozdíl energií

mezi vlastními  $J$  hladinami ( $E_H$ ) a původní u tomto

silném magnetickém poli bude (varba je přerušena Pasch-Joudermilk,

$$E_H - E_0 = g_J \beta M_J H - g_I \frac{\beta}{1836} M_I H + B M_I M_J$$

$$M_J = \sqrt{J^* J^*}$$

↓  
 tento člen je malý ve srovnání s 1 a 3.

2 člen je interakce nukleárního momentu s magnetickým polem.

3 člen je interakční energie nukleárního a orbitálního momentu.

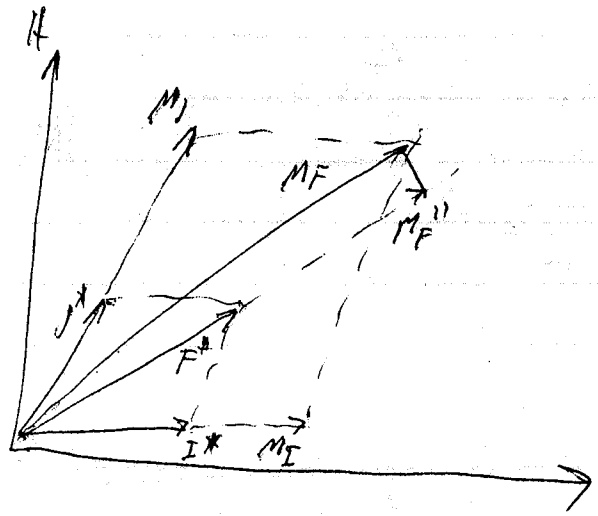
$M_J$  - magnet. kv. číslo  $J, J-1, \dots, -J$

$M_I$  - jaderné magn. kv. číslo  $I, I-1, \dots, -I$

Odvoreni:

$j_I$  má opoivni moment, ale i opoivni smer rotace, ale musi ceslabovat pole B v materialu, tj. musi byt vektor Larmorovy precese namirten jakeho elektronu opoivni k B.

$$j^* = \sqrt{J(J+1)}$$



$$M_F'' = M_J \cos(j^* F^*) + M_I \cos(I^* F^*)$$

$$\cos(j^* F^*) = \frac{j^{*2} F^{*2} - I^{*2}}{2j^* F^*}$$

$$\cos(I^* F^*) = \frac{F^{*2} + I^{*2} - j^{*2}}{2I^* F^*}$$

$$I^{*2} = j^{*2} + F^{*2} - 2j^* F^* \cos(j^* F^*)$$

$$M_J = g_J j^* M_B$$

$$M_I = -g_I I^* \frac{M_B}{1836}$$

$$M_F'' = M_B g_F$$

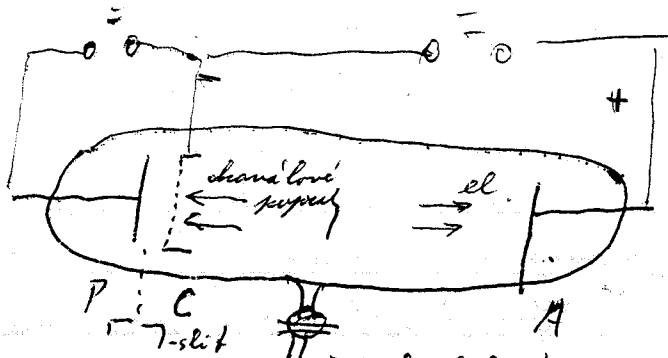
$$M_F'' = \left\{ g_J \left( \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \right) + \frac{g_I}{1836} \left( \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)} \right) \right\} M_B$$

$$g_F = \frac{1}{2(F+1)}$$

$$M_F$$

Normální Starkův efekt

Stach 1913 - 100 000 V/cm



$P \leftrightarrow C - 3\text{mm}$

Tlak křemíku aly Crookesův křemíkový proudek byl asi několik centimetrů dlouhý (t.j. oblast energie kdy energie je menší než rychlost ionisace).

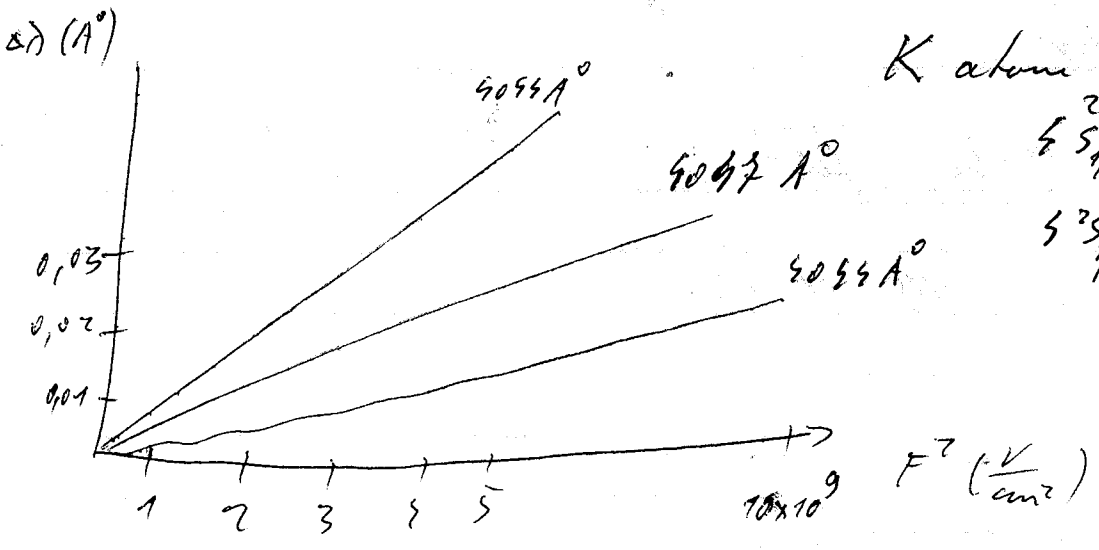
Mezi elektrodou P a katodou C je velmi vysoký potenciál ale výboj velmi umírněný (stř. volná dráha iontů je větší vzdálenost CA (3mm))

El. pole nemůže interagovat s magnet. momentem křemíku je v el. polarizaci; el. pole působí na křemíku křemíku pozitivního a negativního náboje - vzniká indukovaný el. dipól moment. Intenzita separace závisí na intenzitě pole  $F$ . Indukovaný moment může interagovat s polem  $F$ . Indukovaný dipól moment způsobuje přechod momentu  $\propto \frac{1}{\omega}$  do směru el. pole.

změna energie je  $\Delta E = \mu_F F$   $\mu_F$  - indukovaný el. moment

Poněvadž  $\mu_F$  je přímo úměrné  $F$  bude  $\Delta E \propto F^2$

tedy  $\propto F^2$



Pravidel' mozi Zeemana a Starckem je v tom, ze kazdy par kladin  $M_j = +1, M_j = -1$  vznikajici z dvoch kladiny ma presne tu istu energii v el. poli, ale rozdilnou v poli magnetickem.

Vysvetleni' je nasledujici'.

Elektron prechadza rovnosne alebo nerovnosne orbitálnu spolobnu.

Potom rozdil' energi'.

$$E_{M_j} - E_0 = \mu_B H \cos \theta \quad E_{M_j} - E_0 = -\mu_B H \cos \theta$$

Jelihar je  $(2l+1)$  orientacia a ked i  $\cos \theta$  a ked i i interakci'.

Mechanismus interakcia <sup>elektr.</sup> el. poli je iste elektrostaticky.

Koholiv degeneracia cim  $2l+1$ , degeneracia v el. poli bude jen  $(l+\frac{1}{2})$  je-li  $l$  polovina,  $\frac{3}{2}$  a toh  $(l+1)$  je-li  $l$  celocisne.

Na prv. kladina  $l = \frac{3}{2}$  misto sest komponent ma jen tri vektor el. dipoloveho momentu nemeni svetle

Výběrová pravidla jsou identická.

Při porovnání ve směru kolmém k magnet. poli:

$\Delta M_j = 0, \pm 1$

čáry s  $\Delta M_j = \pm 1$  jsou polarizovány sed. vektorem kolmým ke směru pole.

$\Delta M_j = 0$  el. vektor  $\parallel$  se směrem pole.

Při porovnání paralelně s polem:

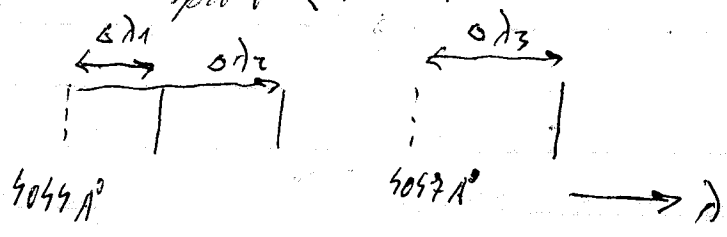
$\Delta M_j = \pm 1$  a čáry nejsou polarizovány.

Ve skutečnosti je teorie Starkova jevu mnohem více komplikována.

E - intenzita el. pole

$\Delta T = A E + B E^2 + C E^3$

1. řádek: Starkův efekt 1. řádku pro  $E < 100\ 000$  V/cm  
2. řádek: pro náš případ, který jsme uvažovali.



pro 100 000 V/cm se uplatní jen koeficient A

V silném poli je rozptřena úroveň L S  
jev potom závisí je  $n_e$ .

El. pole polarizuje atom - vzniká el. dipól. Tenže el. dipól již interaguje s vnějším el. polem. Nastává opět přesně kolmý směru pole.  $\Delta W = \mu_F E$ ,  $\mu_F$  je indukovaný dipolový moment

[11. 10. 2006]

- 1 -

⑥

Kvantová teorie zářiví. (Nestacionární teorie poruch)  
Zářivý přechod spojený s vysláním kvanta se stje následkem interakce atomu s elektromagnetickým polem.

Když tato interakce neexistuje bude energie atomu a pole, kvadratická zvlášť, přísným integrálem pohybu. Vlastní hodnota energie v počátečním stavu je  $E_1$ .  
 $E_1$  je rovná od stavu počátečního (resp. zářivého)

Hamiltonián bude  $\hat{H} = \hat{H}^0 + \hat{H}^{(1)}$

$\hat{H}^{(2)}$  je interakční poruchový člen (v našem případě na čas závislý)

$\hat{H}^0$  je Hamiltonián nerpouze soustavy

$\hat{H}^{(1)}$  je malá porucha, která měří vyvolat kvantový přechod.

Hledáme nyní pravděpodobnost s jakou tento přechod nastane.

Vlastní fce operátoru  $\hat{H}^0$  jsou dány Schrödingerovou rovnicí

$$i\hbar \frac{\partial \psi_m^{(0)}}{\partial t} = \hat{H}^0 \psi_m^{(0)} \quad (1)$$

Vlnová fce porušené soustavy splňuje rovnici

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\hat{H}^0 + \hat{H}^{(1)}) \psi \quad (2)$$

Předpokládáme-li  $\hat{H}^{(1)}$  za dostatečně malou, lze vlnovou fci  $\psi$  napsat ve tvaru

$$\psi = \psi_m^{(0)} + \psi^{(1)} \quad \psi = \psi_m^{(0)} + \psi^{(1)} \quad (3)$$

Součin  $\hat{H}^{(1)} \psi^{(1)}$  lze jako malou veličinu zanedbat

pro  $\psi^{(1)}$  potom dostaneme nehomogenní rovnici

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\psi^{(0)} + \psi^{(1)}) = (\hat{H}^0 + \hat{H}^{(1)}) (\psi^{(0)} + \psi^{(1)})$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi^{(0)}}{\partial t} + i\hbar \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial t} = \hat{H}^0 \psi^{(0)} + \hat{H}^{(1)} \psi^{(0)} + \hat{H}^0 \psi^{(1)} + \hat{H}^{(1)} \psi^{(1)}$$

*Q. mali*

$$i\hbar \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial t} = \hat{H}^{(1)} \psi^{(0)} + \hat{H}^0 \psi^{(1)}$$

$$\psi^{(0)} = u_1^{(0)} e^{-iE_1 t / \hbar}$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial t} = E_1 \psi^{(1)} = \hat{H}^0 \psi^{(1)}$$



$$i\hbar \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial t} - \hat{H}^0 \psi^{(1)} = \hat{H}^{(1)} \psi^{(0)} \quad (4)$$

Ďalším určením  $\psi^{(1)}$  budeme hľadať vo tvare rady rovinných podľa vlastných fci operátora  $\hat{H}^0$

$$\psi^{(1)} = \sum_m C_m(t) \psi_m^{(0)} \quad (5)$$

Kvôli fci  $\psi_m^{(0)}$  splňuje prírodnú homogennú Schrödingrovú rovnicu.

Je nutno si uvědomiť, že koeficienty  $C_m(t)$  závisia na čase.

$$\text{Funkcia } \psi_m^{(0)} = u_m^{(0)} e^{-\frac{i E_m t}{\hbar}} \quad (6)$$

Poradíme -li prvý do nehomogénnej rovnice dostaneme a využijeme -li vlastnosti fci  $\psi_m^{(0)}$ , dostaneme ľ rovnici

$$i\hbar \sum_m \frac{\partial C_m}{\partial t} \psi_m^{(0)} + i\hbar \sum_m C_m(t) \underbrace{\frac{\partial \psi_m^{(0)}}{\partial t}} - \hat{H}^0 \sum_m C_m(t) \psi_m^{(0)} = \hat{H}^{(1)} \psi^{(0)}$$

Rovnica  $\| i\hbar \sum_m \frac{\partial C_m}{\partial t} \psi_m^{(0)} = \hat{H}^{(1)} \psi^{(0)} \| \quad (7)$

Odtiaľ by sme mohli koeficienty  $C_m$  užijeme -li vlastnosti funkcie  $\psi_m^{(0)}$ . Vynásobíme obe strany rovnice  $\psi_m^{(0)*}$  a integrujeme pres celý priestor.

Nalevo vznikne  $i\hbar \sum_m \frac{\partial C_m}{\partial t} \delta_{mn}$  ;  $\int \psi_m^{(0)*} \psi_n^{(0)} dV = \delta_{mn}$

Ďalej  $\| i\hbar \frac{\partial C_m}{\partial t} = \int \psi_m^{(0)*} \hat{H}^{(1)} \psi^{(0)} dV \| \quad (8)$

Abychom mohli túto rovnicu integrovať, musíme mať časovú závislosť jej pravej strany. Časový faktor  $e^{-\frac{i E_m t}{\hbar}}$  je však rovnaký a preto ho môžeme zosúlť

Průběh problému, ře operátor  $\hat{H}^{(1)}$  ratiem neda'visi explicitne na case (9)

$$\int \psi_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} \psi_1^{(0)} dV = e^{-i \frac{E_1 - E_n}{\hbar} t} \int u_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} u_1^{(0)} dV,$$

rdel jiv' integrat' na prave' strane neda'visi na case.

Zvolime-li vy'ni po'at'ecni podminky takove, re v case  $t=0$  byla soustava ve stavu s energi'  $E_1$  a kdy  $|c_1(0)| = 1$ ,  $c_{n \neq 1} = 0$ . Pakom ma' nosi rovnici r'šení

$$i \hbar c_n = \int u_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} u_1^{(0)} dV \int_0^t e^{-i \frac{(E_1 - E_n)}{\hbar} t} dt$$

$$i \hbar c_n = \int u_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} u_1^{(0)} dV \frac{\hbar [e^{-i \frac{(E_1 - E_n)}{\hbar} t} - 1]}{-i (E_1 - E_n)} \quad [10]$$

Enasobime-li prislusny'ni casovy'ni cily sa integrovanim' znamenkem dostaneme

$$c_n(t) = \frac{1 - e^{-i \frac{(E_1 - E_n)}{\hbar} t}}{i (E_1 - E_n)} \int \psi_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} \psi_1^{(0)} dV \quad [11]$$

Tedy pravdepodobnost, re v case  $t$  bude soustava ve stavu popsanem' vlnovou' fci  $\psi_n^{(0)}$  je rovna

$$W_n(t) = |c_n(t)|^2 = \frac{1 - e^{-i \frac{(E_1 - E_n)}{\hbar} t}}{(E_1 - E_n)^2} \left| \int \psi_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} \psi_1^{(0)} dV \right|^2 =$$

$$= \frac{(1 - \cos x - i \sin x)(1 - \cos x + i \sin x)}{(E_1 - E_n)^2} \left| \int \dots dV \right|^2 =$$

$$\frac{2(E_1 - E_n)t = x}{\hbar} \left| \int \frac{1 - \cos x + i \sin x - \cos x + i \sin x - i \cos x \sin x - i \sin x + i \cos x \sin x + \sin^2 x}{(E_1 - E_n)^2} dV \right|^2$$

$$W_n(t) = \left[ 2 - 2 \cos \frac{(E_1 - E_n)t}{\hbar} \right] \frac{\left| \int \psi_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} \psi_1^{(0)} dV \right|^2}{(E_1 - E_n)^2} \quad [12]$$

je vidět že pravděpodobnost závisí na

maticovém elementu  $\left| \int \psi_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} \psi_1^{(0)} dV \right|^2$

$$W_n(t) = 4 \sin^2 \frac{(E_1 - E_n)t}{2\hbar} \frac{\left| \int \psi_n^{(0)*} \hat{H}^{(1)} \psi_1^{(0)} dV \right|^2}{(E_1 - E_n)^2} \quad [13]$$

Pravděpodobnosti přechodu do spojitého spektra (případ ionizace). Energetické spektrum slab. pole je spojité, protože může obsahovat kvanta s libovolnou frekvencí  $\omega$ .

Pabí-li stav  $n$  do spojitého spektra, lze určit pravděpodobnost přechodu do libovolného stavu s energií  $E_n$ , tj. malý integrál  $W_n(t)$  integrovat podle  $dE_n$ .

Energií  $E_n$  označíme nyní jako  $E$ . V intervalu energií  $E, E+dE$  je potom  $dN(E)$  stavů.

$$dN(E) = Z(E)dE ; \quad Z(E) \text{ počet stavů s energií } E$$

$$W = \int W(E_1, E) dN(E) = \int \frac{4 \sin^2 \frac{(E-E_1)t}{2\hbar}}{|E_1 - E|^2} \left| \hat{H}^{(1)}(E_1, E) \right|^2 Z(E) dE \quad [14]$$

$(E_1 - E)^2 = \frac{4\hbar^2 \xi^2}{t^2}$

argument  $\sin$  označíme  $\frac{E-E_1}{2\hbar} t \equiv \xi$   $dE = 2 d\xi \frac{\hbar}{t}$

zaujmeme-li  $\xi$  jako integrační proměnnou dostaneme:

$$W = \frac{2t}{\hbar} \int \frac{\sin^2 \xi}{\xi^2} \left| \hat{H}^{(1)}(E_1, E_1 + \frac{2\hbar\xi}{t}) \right|^2 Z(E_1 + \frac{2\hbar\xi}{t}) d\xi \quad [15]$$

Funkce  $\frac{\sin^2 \xi}{\xi^2}$  má maximum při  $\xi = 0$ .

Její další maximum má již  $\pi \times$  menší hodnotu. Největší příspěvek k integrálu dávají hodnoty  $\xi$  rovné řádově jedné. Potom je vidět, že máme možnost vybrat dobu  $t$  tak, že  $\frac{2\hbar\xi}{t}$  je nějaké menší množství  $E_1$ . To znamená, že v argumentu fce  $H^{(1)}(E_1, E)$  a  $\rho(E)$  lze prostě zaměnit  $E$  za  $E_1$  a dát křivčiny před integrací znaménko. Tím jsme sice už ukázali, že je-li doba přechodu  $t$  z  $E_1$  na  $E$  dostatečně dlouhá, je energie počátečního a konečného stavu  $E_1$  a  $E$  víceméně stejná, takže se bude pohybovat kolem sebe rovně. Zároveň zachování energie přitom platí stále, ale při malé hodnotě  $t$  malé energii konečného stavu není přesně, neboť vztah neurčitosti má pro tento případ tvar  $(E_1 - E)t \approx \hbar$ . Když  $t \rightarrow \infty$  je  $E = E_1$ .

Poněvadž fce  $\frac{\sin^2 \xi}{\xi^2}$  klesá s rostoucím  $\xi$ , lze nyní pro  $W$  integrovat od  $-\infty$  do  $+\infty$ . Poněvadž ostatní veličiny jsou před integrací znaménkem lze integrál spočítat.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \xi}{\xi^2} d\xi = \pi \quad [16]$$

$$\text{Je tedy } W = \frac{2\pi}{\hbar} |\tilde{H}^{(1)}(E_1, E=E_1)|^2 \rho(E_1) t$$

a pravděpodobnost přechodu za jednotku doby

$$\frac{dW}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |\tilde{H}^{(1)}(E_1, E=E_1)|^2 \rho(E_1) \quad [17]$$

Pravý argument je třeba  $E = E_1$  proto, abychom uvěřili, že stav  $\psi(E)$  souhlasí s  $\psi(E_1)$  pokud se týká energie.

### Absorpce a emise světla. (Kramérovská porucha)

Necht na atom působí přesně monochromatická, lineárně polarizovaná vlna v osi  $x$ , která se šíří ve směru osy  $z$ .

Elektrické pole této vlny působí na ~~na~~ elektron silou

$$\vec{F} = e \vec{E}_0 \cos 2\pi \left( \nu t - \frac{z}{\lambda} \right) \quad [18] \quad 9$$

Účinek magnetické složky vlny je  $\frac{v}{c} \times$  menší a lze jej proto zanedbat

Kamery atomu jsou rádově  $10^8$  cm, vlnová délka  $\lambda$  v optickém oboru je  $10^4 - 10^5$  cm. Proto lze zanedbat  $\frac{z}{\lambda}$  v celé oblasti atomu zanedbat a uvažovat vlnu se stejnou fází v celém atomu interakce.

Potom  $x$ -složka síly bude  $\vec{F}_x = e \vec{E}_0 \cos 2\pi \nu t$  [19] 10

Tato síla přísluší interakčnímu potenciálu (porucha)

$$F = -\psi_{,i} \quad U(x,t) = -e E_0 x \cos 2\pi \nu t \quad [20] \quad 11$$

Hamiltonián  $\hat{H} = \hat{H}^0 + U(x,t)$

Víme již jak řešit tuto úlohu. Aplikací přibližného postupu na náš případ dostaneme pro koeficienty rozvoje vlnové funkce (8) plyne

$$\frac{dc_n}{dt} = - \frac{i}{\hbar} \int \psi_n^{(0)*} U \psi_m^{(0)} dV \quad [21]$$

Postupným podáním  $n=1, 2, 3 \dots$  dostaneme vztahy pro všechny koeficienty  $c_1, c_2 \dots$  to je první přiblížení. V druhém přiblížení dosadíme nynější koeficienty do rovnice (21) a znovu integrovat. 12

číslicové označení:

$$\frac{E_n - E_m}{h} = \nu_{nm} \quad ; \quad \int \psi_m^{(0)*} \mathcal{H} \psi_n^{(0)} dV = \mathcal{H}_{nm} \quad [22]$$

Dovůdění  $\psi_n^* = \psi_n^{(0)*} \exp(i \frac{E_n t}{h})$ ;  $\psi_m = \psi_m^{(0)} \exp(-i \frac{E_m t}{h})$ .

Pochopíme předcházející relaci ve tvaru

$$\frac{dc_n}{dt} = -\frac{i}{h} \exp(i \pi \nu_{nm} t) \mathcal{H}_{nm} \quad [23]$$

Těchto rovnic využijeme při výpočtu pravděpodobnosti přechodů.

necht v čase  $t=0$  je valenční elektron, který náh  
zejména ve stacionárním stavu  $E_m$ . Vlivem  
poruchy nastane přechod přechod do jiného stavu.

Dovůdění pro  $t > 0$  mohou být všechny koeficienty  
 $c_n$  různé od nuly, nemůžeme říci, do kterého  
stacionárního stavu přechod nastal. Lze  
pouze tvrdit, že provedeme-li v nějakém  
období  $t > 0$  měření energie, dostaneme  
hodnotu  $E_n$  s pravděpodobností rovnou  
 $c_m^* c_n \equiv |c_n|^2$ . ukáže-li se  $|c_n|^2 = 0$ , potom je přechod

$E_m \rightarrow E_n$  nemožný. Tak tedy  $|c_n|^2$  udává pravdě-  
podobnost přechodu  $E_m \rightarrow E_n$  v časovém inter-  
valu  $0-t$ .

V dalším se tedy budeme zabývat konkrétním  
výpočtem této pravděpodobnosti.

Víme již, že 
$$W(x,t) = -ex E_y^0 \cos \pi vt \quad [24]$$

Potom 
$$W_{mm} = -e E_y^0 \cos \pi vt \int \psi_m^{(0)*} x \psi_m^{(0)} dV \quad [25]$$

Ornámme ještě 
$$e \int \psi_m^{(0)*} x \psi_m^{(0)} dV = ex_{mm} \quad [26]$$

Po dosazení přejde  $W_{mm}$  na tvar

$$W_{mm} = -ex_{mm} E_y^0 \cos \pi vt \quad [27]$$

Hodnotu  $x_{mm}$  lze objasnit následovně. Součin  $ex$  je stavíka dipólového momentu, je-li jeden  $e$  nábojů v počátku souřadnic. Střední hodnota dipólového momentu v některém určitém stacionárním stavu s vlastní fce  $\psi_m^{(0)}$  bude

$$\bar{ex} = e \int \psi_m^{(0)*} x \psi_m^{(0)} dV \quad [28]$$

Podobný vztah nahore se od tohoto výrazu liší jen tím, že je v něm fce, která nepopisuje jen jeden stav  $\psi_m$ , ale dva stavy  $\psi_n$  a  $\psi_m$ .

Podle analogie však výraz  $ex_{nm}$  budeme nazývat středním dipólovým momentem přechodu  $m \rightarrow n$ . Hodnoty  $x_{nm}$  lze vyčíslit pro všechny možné kombinace stacionárních stavů předešlých (jovu-li různé vlastní fce). Tváří matici

$$\begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mm} \end{vmatrix}$$

hde  $x_{jk} = \int \psi_j^{(0)*} x \psi_k^{(0)} dV$   
maticový prvek

Výpočet koeficientů  $c_n$ :

Posadíme-li výraz pro  $U_{nm}$  [27] do rovnice [23] dostaneme:

$$\frac{dc_n}{dt} = \frac{i}{2h} E_\nu^0 e x_{nm} \exp[i 2\pi \nu_{nm} t] \cos 2\pi \nu t \quad [29]$$

Pro usnadnění dalších výpočtů rozepíšeme  $\cos 2\pi \nu t$  polovičním součtem exponenciálních párů

$$\frac{dc_n}{dt} = \frac{i}{2h} E_\nu^0 e x_{nm} \exp[i 2\pi \nu_{nm} t] \cdot [\exp(i 2\pi \nu t) + \exp(-i 2\pi \nu t)]$$

Odtud přímou integrací od 0 do  $t$  dostaneme

$$c_n = \frac{i}{2h} E_\nu^0 e x_{nm} \left\{ \int_0^t \exp[i 2\pi (\nu_{nm} + \nu) t] dt + \int_0^t \exp[i 2\pi (\nu_{nm} - \nu) t] dt \right\}$$

$$c_n = \frac{1}{2h} E_\nu^0 e x_{nm} \left\{ \frac{\exp[i 2\pi (\nu_{nm} + \nu) t] - 1}{\nu_{nm} + \nu} + \frac{\exp[i 2\pi (\nu_{nm} - \nu) t] - 1}{\nu_{nm} - \nu} \right\} \quad [30]$$

Přechody, které v atomech nastávají vlivem pole záření, mohou být dvojího rádu. Je-li  $E_n > E_m$  jedná se o absorpci; je-li  $E_m > E_n$  nastává vynucené záření. V prvním případě v souladu s označením [22] je  $\nu_{nm}$  kladné, v druhém případě je záporné. Je ovšem jasné, že ve výrazu [30] jeden z dvou výrazů v závorce rovnobát jak v prvním, tak i v druhém případě. Poněvadž  $|\nu_{nm} + \nu|$  je dostatečně velké číslo, lze v případě absorpce rovnobát první člen, v případě stimulované emise člen druhý.



Nyní si probereme případ absorpce, tj. raneobráme první člen. Pokud jde o druhý člen, je obecně blízký nule pro všechny hodnoty  $\nu$  s výjimkou případu, kdy  $\nu$  je velmi blízké  $\nu_{nm}$ . V tomto případě dostaneme

$$c_m = \frac{E_\nu^0}{2h} e^{i\chi_{nm}} \frac{\exp[i2\pi(\nu_{nm}-\nu)t] - 1}{\nu_{nm}-\nu} \quad \begin{matrix} 22 \\ [31] \end{matrix}$$

Čtverec modulu  $c_n$  udávající pravděpodobnost přechodu potom bude

$$\begin{aligned} |c_m|^2 = c_m^* c_m &= \frac{(E_\nu^0)^2 e^2 |\chi_{nm}|^2 \cdot 2 [1 - \cos 2\pi(\nu_{nm}-\nu)t]}{4h^2 (\nu_{nm}-\nu)^2} = \\ &= \frac{(E_\nu^0)^2 e^2 |\chi_{nm}|^2}{h^2} \cdot \frac{\sin^2 \pi(\nu_{nm}-\nu)t}{(\nu_{nm}-\nu)^2} \quad \begin{matrix} 23 \\ [32] \end{matrix} \end{aligned}$$

Tento vztah má principiální význam.

Pravděpodobnost přechodu je úměrná čtverci amplitudy intenzity elmg. pole interakční vlny, tj. intenzitě vlny. Pále je pravděpodobnost úměrná čtverci dipólového momentu  $|\chi_{nm}|^2$  což je podobné jako v klasické teorii dipólového záření.

Kdybychom sestavili graf zobrazující závislost  $|c_m|^2$  na frekvenci  $\nu$  podle vzorce [32] v libovolný časový okamžik, dostaneme obří maximum pro  $\nu = \nu_{nm}$ . Vlna bude na el. v atomu působit pouze tehdy, kdyby její frekvence splňují

$$\text{podmínku } \nu_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h}$$

V jednom směru je náš výsledek neuspokojivý. Pípišme formálně relaci [32] následovně

$$|C_{nm}|^2 = \frac{\pi^2}{h^2} (E_\nu^0)^2 e^2 |x_{nm}|^2 t^2 \left[ \frac{\sin \pi(\nu_{nm} - \nu)t}{\pi(\nu_{nm} - \nu)t} \right]^2 \quad [33]$$

24  
 $\frac{\sin^2 \xi}{\xi^2} = \infty \rightarrow \xi = 0$

Vidíme, že pro malé časové intervaly je  $|C_{nm}|^2$ , tj. výraz pro pravděpodobnost přechodu za  $t$  sekund, úměrný čtverci času a tedy pravděpodobnost přechodu za jednotku času  $\frac{d}{dt}|C_{nm}|^2$  je úměrná času. Což je v rozporu s běžnými názory na proces absorpce.

Tento nepohodlivý výsledek jsme získali předpokladem absorpce přesně monochromatického záření a zcela přesných hodnot energie  $E_m$  a  $E_n$ .

Ve skutečnosti má každá spektrální čára určitou šířku a kvantá energetická hladina je rovněž charakterizována určitou šířkou.

Abychom dostali úplnou pravděpodobnost přechodu musíme výraz [32] integrovat podle frekvencí v merid. šířky čáry. Integrace je usnadněna tím, že pravá strana rovnice [32] vyharazuje ostré maximum pro  $\nu = \nu_{nm}$  a proto integrací můžeme rozšířit od  $-\infty$  do  $+\infty$  a  $E_\nu^0$  uvažovat jako konstantu:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |C_{nl}|^2 d\nu = \frac{(E_\nu^0)^2 e^2 |x_{nm}|^2}{h^2} t^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \pi(\nu_{nm} - \nu)t}{(\nu_{nm} - \nu)^2} d\nu$$

Zavedeme-li novou proměnnou  $\pi(\nu_{nm} - \nu)t = \xi$   
 $d\xi = -\pi t d\nu$  dostaneme

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |C_{nl}|^2 d\nu = \frac{(E_\nu^0)^2 e^2 |x_{nm}|^2}{h^2} \pi t \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \xi}{\xi^2} d\xi$$

$(\nu_{nm} - \nu)^2 = \frac{\xi^2}{\pi^2 t^2}$   
 $d\xi = -\pi t d\nu$   
 $d\nu = -\frac{d\xi}{\pi t}$

Potom konečný výsledek dostaneme ve tvaru

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |C_n|^2 d\nu = \frac{(E_0^0)^2 e^2 |k_{nm}|^2}{h^2} \pi^2 t$$

25  
[34]

Vidíme tedy, že úplná pravděpodobnost přechodu za  $t$  sekund je úměrná času a proto pravděpodobnost přechodu za jednotku času nezávisí na čase, jak se dalo očekávat.

### Výpočet Einsteinových koeficientů.

Víme již, že při  $g_n = g_m = 1$

$$B_{mn} = B_{nm} \quad A_{nm} = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} B_{nm}$$

Hustota energ. pole v dutině

SI

$$w_\nu = \frac{1}{8\pi} (\overline{E_\nu^2} + \overline{H_\nu^2}) = \frac{1}{4\pi} \overline{E_\nu^2} \quad w_\nu = \epsilon_0 \overline{E_\nu^2}$$

$$\overline{w_\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \overline{E_\nu^2} + \frac{1}{2} \mu_0 \overline{H_\nu^2}$$

Vzhledem ke úplné izotropii záření v dutině

$$\overline{E_{\nu x}^2} = \overline{E_{\nu y}^2} = \overline{E_{\nu z}^2} = \frac{1}{3} \overline{E_\nu^2}$$

$$w_\nu = \frac{3}{4\pi} \overline{E_{\nu x}^2}$$

$$w_\nu = 3\epsilon_0 \overline{E_{\nu x}^2}$$

$$\overline{E_{\nu x}^2} = (E_{\nu x}^0)^2 \cos^2 2\pi \nu t = \frac{1}{2} (E_{\nu x}^0)^2$$

$$\text{Potom } w_\nu = \frac{3}{8\pi} (E_{\nu x}^0)^2$$

$$w_\nu = \frac{3}{2} \epsilon_0 \overline{E_{\nu x}^2}$$

Stará uvedený vztah [34] udává pravděpodobnost přechodu za  $t$  sekund účinkem záření polarizovaného v rovině osy  $x$ .

$$\overline{E_{\nu x}^2} = \frac{2}{3} \frac{w_\nu}{\epsilon_0}$$

Při nepolarizovaném zářiví bucle provádějí podobnost přechodu účinkem sládky x pole

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |C_n|^2 dt = \frac{(E_{yx}^0)^2 e^2 |x_{nm}|^2}{h^2} \pi^2 t \quad (E_{yx}^0)^2 = \frac{2}{3} \frac{W}{\epsilon_0}$$

Vyjděme-li  $|E_{yx}^0|^2$  pomocí hustoty  $u_\nu$  dostaneme

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |C_n|^2 dt = \frac{8\pi^3 e^2}{3h^2} |x_{nm}|^2 u_\nu \cdot t \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{2\pi^2 e^2}{3\epsilon_0 h^2} |x_{nm}|^2 u_\nu t$$

Pro prováděpodobnosti přechodu vlivem ostatních dvou sládk pole dostaneme obdobné výrazy.

Uplná prováděpodobnost přechodu za jednotku času účinkem nepolarizovaného světla bude

$$\frac{2\pi^2 e^2}{3h^2 \epsilon_0} \rightarrow \frac{8\pi^3 e^2}{3h^2} (|x_{nm}|^2 + |y_{nm}|^2 + |z_{nm}|^2) u_\nu,$$

nebo zvedeme-li rovnici

$$|x_{nm}|^2 + |y_{nm}|^2 + |z_{nm}|^2 = |r_{nm}|^2$$

dostaneme  $\frac{2\pi^2 e^2}{3h^2 \epsilon_0} \cdot \frac{8\pi^3}{3h^2} |r_{nm}|^2 u_\nu = \frac{8\pi^3}{3h^2} |e r_{nm}|^2 u_\nu \cdot \frac{2\pi^2}{3h^2 \epsilon_0}$

Dříve jsme měli  $B_{nm} u_\nu$  pro tutíž prováděpodobnost

Potom  $B_{nm} = \frac{8\pi^3}{3h^2} |e r_{nm}|^2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$   $B_{nm} = \frac{2\pi^2}{3h^2 \epsilon_0} |e r_{nm}|^2$

Pro prováděpodobnost spontánního přechodu potom dostaneme

$$A_{nm} = \frac{64\pi^3 \nu_{nm}^3}{3hc^3 \cdot 4\pi\epsilon_0} |e r_{nm}|^2$$

Potom energie vyzařovaná na frekvenci  $\nu_{mn}$  do prost-  
storového úhlu  $d\Omega$  bude

$$A_{mn} h\nu_{mn} \frac{d\omega}{4\pi} = \frac{16\pi^2 \nu_{mn}^4}{3c^3} |e_{mn}|^2 d\omega \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

velikost kvantového stavu  
 dipólového momentu  
 který závisí na pozicích  
 elektronů stavu a  
 na  
 konco-  
 vln,  
 elektron  
 stavu

Pro intenzitu klasického dipólu jsme získali určitou

$$I = \frac{16\pi^2 \nu^4}{3c^3} (er)^2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Pro nepolarizované záření to bude dvojnásobek.

0

Einsteinův koef. provodip. přechodu.

Provodip. přechodu z vyšší horní hladiny je dána lev. čísly  $SLJM_j$  do nižších stovů dolní hladiny vyšší lev. čísly  $S'L'J'$  je pro každé lev. číslo  $M_j$  tato stova jímá a tedy alkalová provodip. ze stovu  $SLJM_j$  do libovolného stovu hladiny  $S'L'J'$  je dána součtem všech provodipodobnosti

$$\sum_{M_j'} A(SLJM_j \rightarrow S'L'J'M_j')$$

Kv. čísla v závorce označují  
že  $A$  je funkce těchto čísel

Uvažujme nyní jaká je provodip. přechodu ze lev. stovu horní hladiny. Horní hladina má  $M_j$  kvant. číslo, které nabývá hodnot od  $-J$  do  $+J$  tedy celkem  $g = 2J + 1$

Musíme tedy uvažovat součet provodipodobnosti z každé hladiny horního stovu do všech hladin dolního stovu.

$$\begin{aligned} \sum_{M_j'} A(SLJM_j \rightarrow S'L'J'M_j') + \sum_{M_j'} A(SLJM_j - SL'J'M_j') + \dots \\ = \sum_{M_j M_j'} A(SLJM_j - S'L'J'M_j') \end{aligned}$$

což označíme uvedeným symbolem dvojitý součet

Ukolem, ale je vyšší provodipodobnost přechodu pouze ze jediného stovu horní hladiny.

Průměrnou hodnotu dostaneme tak, že dvojitý součet budeme dělit počtem stovů horní hladiny t. j.  $g = 2J + 1$ .

Takže atom, když rádii se nachází pouze v jediném stovu horní hladiny (nejme-li v magn. poli nemá  $M_j$  pro vyzařovanou energii určenou) avšak může přejít do všech stovů dolní hladiny.

Tedy proudk. přechodu z lib. stavu horní hladiny do dolní hladiny je

$$A(SLJ - SL'J') = \frac{1}{2J+1} \sum_{M_j, M_j'} A(SLJM_j - SL'J'M_j') =$$

$$= \frac{16\pi^3}{3hc^3\epsilon_0} \frac{1}{2J+1} \sum_{M_j, M_j'} \left| \int \psi^*(SLJM_j) e^{i\vec{r}} \psi(SL'J'M_j') d\tau \right|^2$$

Výsledek  $\sum_{M_j, M_j'} \left| \int \psi^*(SLJM_j) e^{i\vec{r}} \psi(SL'J'M_j') d\tau \right|^2 = S_{nm}$

se nazývá síla přechodu mezi hladinami  $SLJ$  a  $SL'J'$ .

Einsteinův koef. přechodu mezi hladinami  $m$  a  $n$  (v. ústřed.  $SL, J$  - horní hladina;  $n$  a lev. ústřed.  $S'L', J'$  - dolní hladina) je tedy dán posledním uvedeným výrazem, který má je-li zkrácených indexů  $m$  a  $n$  je.

$$A_{nm} = \frac{16\pi^3}{3hc^3\epsilon_0} \frac{1}{g_m} S_{nm} \quad (\text{sec}^{-1})$$

$S_{nm}$  - síla přechodu;  $g_m$  je statistická váha horní hladiny  
 $g = 2J+1$  pro  $g_m$  obdržíme 1 pro horní hladinu.

Poznámka Tedy a  $S_{nm}$  se liší Einsteinův koef. od ~~klasického~~ spíše ných pro klasický dipól.

$S_{nm}$  se udává v atomových jednotkách  $(ea_0)^2$   
 $a_0$  - Bohrův poloměr

(2)

Návrham síly přechodu si ukážíme na příkladě jak lze stanoviti se experimentálně určitého poměru intenzit dvou spektr. čar. kyseloba souboru atomů, které jsou v termodynamické rovnováze.

Absolutní hodnota síly přechodu různých atomů je dána vztahem

$$S_{nm}^a = \frac{S_{nm}}{\sum_{mult} S_{nm}} \cdot \frac{M_r}{\sum_{super} M_r} (2J+1)(2L_0+1) l (4l^2-1) \delta^2$$

↓  
to vyhověho iavbu

super  $S_{nm}$  ... síla supermultipletu

$\sum_{mult} S_{nm}$  je síla multipletu

$M_r$  ... je relativní síla multipletu ... uvá se v těchto znacích v tabulce ale náhradou kv. čísel dle následující tabulky.

$\sum_{super} M_r$  je relativní síla supermultipletu.

- $\delta$  ... předpokladem integrací
- konstanta stejná pro všechny přechody mezi dvěma konfiguracemi
- $l$  ... je někdy roven noll, rovněž čísel.

Síla multipletu: je důležitý pojem pro určeni síly přechodu pro čí-  
 ry, které nepatří k témuž multipletu.  
 Síla multipletu je dána součtem všech sil přechodu  
 jeho multipletu  $\sum_{mult} S_{nm}$

Pro relativní síly multipletu uvníbí téhož supermultipletu  
 relati. hypér. marce - joi jsou uvedeny v tabulce  
 v nich však musíme nahradit kv. čísla  $(2J+1)(2L+1)$   
 kvantovým číslem  $l_0, l, l, l'$



## Sily oscilátorů

Vzájemný vztah mezi klasickým režimem oscilátoru a kvantově mechanickým provedením přechodů, umožňuje nám rovněž pro charakteristiku kvantových přechodů vlastní veličinu - sílu oscilátoru.

Silou sil oscilátorů mohou být vyjádřeny provedení přechodů a tím přirozeně vzniká spektrálních čar.

Velký oscilátor nepřetržitě kradí svoji energii - tlumí se. Zaujmeme se nyní touto otázkou podrobněji. Máme-li oscilátor

s počáteční energií  $U_0 = \frac{1}{2} m \omega^2 a_0^2$   $a_0$  - původní amplituda potom v případě tlumění se amplituda zmenšuje:

$$a = a_0 e^{-\frac{\gamma_0}{2} t} \quad \gamma_0 - \text{koef. tlumění} \quad [1]$$

Potom energie po čase  $t$  bude rovna

$$U = \frac{1}{2} m \omega^2 a^2 = U_0 e^{-\gamma_0 t} \quad [2]$$

Koeficient tlumění nezávisí na velikosti původní amplitudy, ale jak ukazuje přesný výpočet

$$\gamma_0 = \frac{8\pi^2 e^2 v^2}{3m_e c^3} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{hmotná náboje a hmotnost } m_e \quad [3]$$

Pro určitou frekvenci má  $\gamma_0$  určitou hodnotu a má rozměr  $[\frac{1}{\text{čas}}]$ .

$$\gamma_0 = 0,22 \left(\frac{v}{c}\right)^2 \text{ sec}^{-1} = 2,95 \cdot 10^{-22} v^2 \text{ sec}^{-1}$$

$$\text{Pro } \lambda = 5000 \text{ \AA} \quad \gamma_0 = 0,88 \cdot 10^8 \text{ sec}^{-1}$$

Rovnice pro  $\gamma_0$  se odvodí snadno:

$$-\frac{dU}{dt} = \bar{W} = \bar{I} = \frac{e^2}{3c^3} \omega^4 a^2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{dipólové záření} \quad \text{uvádějící rov. [2] dostaneme} \quad [4]$$

$$-\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_e \omega^2 a^2 \right) = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3} \frac{\omega^2}{m_e} \cdot \frac{1}{2} m_e \omega^2 a^2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad \text{to jsme prvnou stranu [2] dělili a násobili U}$$

$$-\frac{dU}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \omega^2}{c^3 m_e} U \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$U = U_0 e^{-\gamma_0 t}$$

vypočet  $\gamma_0$ .

particly v čase  $t=0$  existovaloa  $N_0$  oscilatori s energií  $N_0 U$   
 bude tato celková energie ubývat se zákonem

[5] 
$$N_0 U = N_0 U_0 e^{-\gamma_0 t}$$

Nyní zrovnáme tuto výsledek s výsledky kvantové mechaniky  
 pro případ, že je možný pouze jeden přechod z hladiny  
 $E_2$  na  $E_1$  potom počet narušených částic  $N_0$  bude ubývat  
 podle zákona ( $N = N_1, N_0 = N_{10}, A = A_1 = A_{21}$ )

[6] 
$$N = N_0 e^{-At}$$

celková energie se bude zmenšovat podle zákona

[7] 
$$N h \nu = N_0 h \nu e^{-At}$$
 zrovnáním [5] a [7] vidíme,

že zákon o ubývání energie je v podstatě stejný

kdysi položíme  $A = \gamma_0$  a při  $U_0 = h \nu N_0$

šardi' méri klasickým oscilátorem a skutečnosti je v tom, že  
 klasický 'zář' nepřetržitě, kolikto skutečný po hranách  $h \nu$ .

Koeficient klumení  $\gamma_0$  s kvantového zářaru potvrděného  
 pakemem určuje proveditelnost přechodu s danou  
 frekvencí  $\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$ . Hodnotu proveditelnosti  
 přechodu odpovídající koeficientu klumení  $\gamma_0$  klasického  
 oscilátoru označujeme  $A_0$

CP7 
$$A_0 = \gamma_0 = \frac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{3 m e c^3} \cdot \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$
 rovnice  $A_0 \gamma_0$  je  
 stejný

Skutečná proveditelnost  $A_{ik}$  přechodu s frekvencí  
 $\nu_{ik} = \nu$  se obecně odchyluje od  $A_0$ . To vyplývá z toho  
 že v případě dipólového záření se provedip. přech  
 určuje ve z formule

[9] 
$$\frac{\bar{W}}{h \nu} = \frac{16 \pi^3}{3 h c^3} \nu^3 |P_0|^2$$
 ale z formule  $A_{ik} = \frac{W_{ik}}{h \nu} = \frac{64 \pi^4}{3 h c^3 \epsilon_0} \nu^3 |P_{ik}|^2$

Nyní sílu oscilátoru definujeme pro daný přechod =  $f_{ik}$   
jako poměr skutečné pravděpodobnosti přechodu  
 $A_{ik}$  k  $A_0$

$$f_{ik} = \frac{A_{ik}}{A_0} = \frac{A_{ik}}{g_0} = \frac{g_i}{g_k} \quad [10]$$

$$A_{ik} = f_{ik} A_0 = f_{ik} g_0 = g_i \quad [11]$$

Pro  $f_{ik} = 1$  platí tedy, že  $A_{ik} = A_0 \rightarrow$  to se děje u čistě  
spontánních přechodů

obecně:

$$f_{ik} = \frac{3me^3 \omega_{ik}^3}{8\pi^2 \epsilon^2 \nu^2} A_{ik} \quad ; \quad A_{ik} = \frac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{3me^3 \omega_{ik}^3} f_{ik} \quad [12]$$

Na rozdíl od  $A_{ik}$  je  $f_{ik}$  bezrozměrné.

$f_{ik}$  dává čísto hbelováno - dělitele pro intenzitu  
spektrálních čar.

Pro dipólové přechody platí  $f_{ik}^{dip} = \frac{8\pi^2 me}{hc^2} \nu |P_{ik}|^2 \quad [13]$

toto platí jen pro nede degenerované hladiny.

Pro degenerované

$$S_{ik}^{dip} = \sum_{\alpha, \beta} |P_{i\alpha, k\beta}|^2 \quad - \text{ síla přechodu} \quad [14]$$

Je nutno být rozlišovat síly oscilátoru pro emisi  $f_{ik}$ , kde  
 $S_{ik}$  se dělí  $g_i$ , a absorpci  $f_{ki}$  kde  $S_{ki}$  dělíme  $g_k$ .  
Pro  $f_{ik} < 0$  drabě  $f_{ki} > 0$ .

Platí  $f_{ki} = -\frac{g_i}{g_k} f_{ik} \quad [15]$

$$B_{ik} = \frac{\pi e^2}{3hmc \nu} f_{ki} \quad [16]$$

Potom  $f_{ik} = \frac{8\pi^2 me}{hc^2} \nu_{ik} \frac{S_{ik}}{g_i} \quad S_{ik} - \text{ síla přechodu}$

Pro dipólové záření lze odhadnout velmi důležitý pravidlo  
pro sumu sil oscilátorů

Suma sil oscilátorů odpovídající všem možným přechodům s dané hladiny  $E_j$  na druhé hladiny  $E_k$ , vypočtená na jedné stupni volnosti elektronu se rovná 1.

$$\sum_l f_{jl} = 1$$

To platí pro lineární oscilátor. Ten má 1 stupni volnosti.  
V obecním případě volného atomu odpovídají pohybu el. 3 stupně volnosti - rovinné střední síly oscilátoru

$$\underline{f_{\text{fix}}^{\text{dip.}} = \frac{1}{3} f_{\text{fix}}^{\text{dip.}}}$$

absorpt  $f_{i \rightarrow k} < 0$ ,  $f_{k \rightarrow i} > 0$ ;  $\nu = \frac{E_i - E_k}{h}$  for  
linearity  
-positiv

$$B_{hi} = \frac{c^3}{8\pi h \nu^3} \frac{g_i}{g_k} A_{ik} = -\frac{c^3}{8\pi h \nu^3} \frac{g_i}{g_k} \frac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{3mc^3 \cdot 4\pi\epsilon_0} f_{i \rightarrow k} =$$

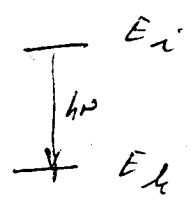
$$= -\frac{\pi e^2}{3h m \nu} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{g_i}{g_k} f_{i \rightarrow k}$$

Kladune  $f_{k \rightarrow i} = -\frac{g_i}{g_k} f_{i \rightarrow k}$

$$B_{k \rightarrow i} = \frac{\pi e^2}{3h m \nu} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} f_{k \rightarrow i}$$

$$\nu_{ik} = -\nu_{ki}$$

$$\nu_{ik} = \frac{E_k - E_i}{h}$$



$$f_{i \rightarrow k} = \sigma \tau^2$$

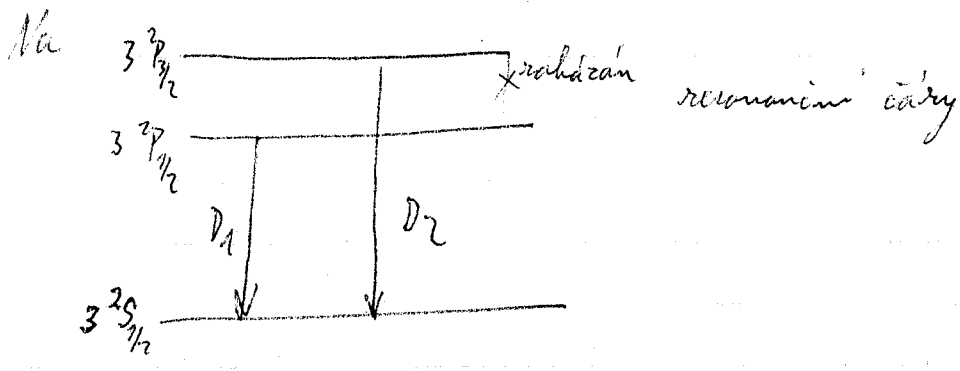
$$f_{i \rightarrow k} = \frac{3mc^3}{8\pi^2 e^2 \nu^2} A_{ik} = \frac{3mc^3}{8\pi^2 e^2 \nu^2} \frac{64\pi^4 \nu^3}{3hc^3} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{S_{ik}}{g_i}$$

$$A_{ik} = \frac{64\pi^4}{3hc^3} \nu^3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{S_{ik}}{g_i}$$

$$f_{i \rightarrow k} = \frac{8\pi^2 m}{hc^2} \nu_{ik} \frac{S_{ik}}{g_i}$$

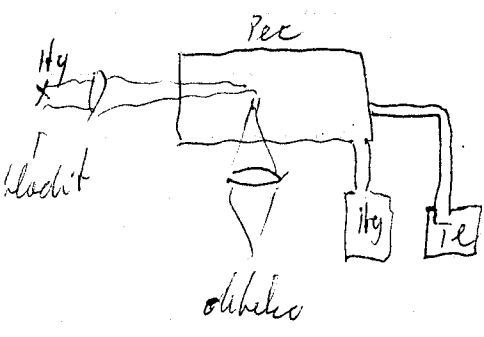
$$f_{k \rightarrow i} = \frac{8\pi^2 m}{hc^2} \nu_{ki} \frac{S_{ik}}{g_k}$$

1) Resonanin fluorescencia



Stupniovite' shuren'

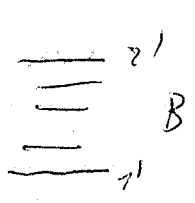
Sensibilizovana' fluorescencia



je li Hg  
 vyuzivame  
 Te meraci  
 Hg absorbuje A  
 cary 2533A

(jevs svit' obrubito obruku)

Hg, Thallium



$E_2 \gg E_2'$

Velik' del energie se emituje na krasnu svetlost a vzejde Pasplecovskijm rozsvicovanim

metastabilni stav

instuji stav s dlouhou dobou zivota

Kybirone' pravitel'  $l = 1$

Zobrazovanim je v prvodi podlebu ostech prechodu, ktora' je prochopovaj' prechod svit' od nuly jir je-li splnena pro raven' elektrou tato podminka. Polstato takto jir je vate' povetnad' hlubsi'

Parita stova

v kvantove' mechanice je vlastnost symetrie stova, oznacena pojmem parita

Fyzikalni fakta (energie soustoy castic, hamiltonian)

se nemohou zmenit' zmeni-li se soucasne znameni savoracnic vsech castic. (Prechod z kvantove' do pravo

znameni-li souhom savoracnic h-te' castice jako  $r_k$  a naprizenie vlastnost invariancnosti hamiltonianu vzhledem k inverzi ve tvaru

$H(-r_k) = H(r_k)$  (1)

pro tomu předpokládáme, že změnímme znamení souřadnic nejen h-te částice, ale všech částic současně

Definujeme operátor inverse I.

Nyní se přesvědčíme, že podmínka (9) je rovnocenná tomu, že operátor I je komutativní s operátorem energie

$$I H(r_k) \psi(r_k) = H(-r_k) \psi(-r_k)$$

$$H(r_k) I \psi(r_k) = H(r_k) \psi(-r_k)$$

Platí-li (1) jsou si právě ekvivalentní rovnice

$$\underline{IH = HI}$$

Nyní najdeme vlastní hodnoty operátoru inverse.

Dvojnasobné použití operátoru I dvakrát změni znaménka souřadnic

$$I^2 \psi(r_k) = \lambda^2 \psi(r_k) = \psi(r_k)$$

čili  $\lambda^2 = 1$   $\lambda = \pm 1$  vlastní hodnoty jsou  $\pm 1$

$$I \psi(r_k) = \pm \psi(r_k)$$

Změní-li funkce znaménko je funkce sudou  
mění " " " " " " " " lichou

Nyní vyjádříme stavu jedné částice, kteráž má moment impulzu l. Transformace inverse ráčí ve změně souřadnic x, y, z na souřadnice -x, -y, -z; pomocí vlastní transformace polárních souřadnic

$$\vartheta \rightarrow \pi - \vartheta$$

$$\varphi \rightarrow \pi + \varphi$$

Příchod je reálný, když provedeme matici disjunktivních příchodů je roven 0. Tato prvek matice integrálu přes celý prostor  $\int_{-\infty}^{\infty} F(x, y, z) dt$

Integrál bude roven nule je-li  $F(x, y, z)$  funkce lichá.

Prvek matice dipólového momentu je

$$e_{lmn} = \int e r_{mn} \psi_m^* \psi_n dt$$

Když je součet dvou lichých nebo sudých funkcí je funkce sudá

ale  $e r$  je sudou funkcí lichá, proto bude prvek matice různý od nuly jen tehdy bude-li  $\psi_m^* \psi_n$  také funkcí lichá.

Potom ale musí být  $\psi_m$  a  $\psi_n$  jedna lichá a druhá sudá.

Tedy disjunktivní příchod mezi dvěma sudými nebo lichými stavy je vždy reálný.

Protože parita stavu je dána paritou momentu impulzu a pro disjunktivní rozření jsou příchody s  $l=0$  reálný podobně  $\pm 1$ .

U kvadrupólového momentu

$e Q_{mn}$  - zázvisí kvadraticky na souřadnicích je sudou funkcí. Potom  $\psi_m$  a  $\psi_n$  musí být obě sudé nebo obě liché.

Wassertova pravidlo:

Term je sudý je-li aritmetický součet kvantových čísel  $l$  jednotlivých elektronů číslo sudé. Počáteční lichý term.



Lineární parita termu určuje aritmetický součet kvantových čísel  $l$  všech elektronů atomu, závisí parita jak na kvantových číslech elektronů tak i na jejich počtu.

Dípolové přechody jsou možně mezi sudými a lichými termy a jsou zakázané při kombinacích termů stejné parity.

U kvadrupolových je to opakem

Dalším pravidlem je  $sJ = 0, \pm 1$ .

Kromě těchto výše uvedených pravidel existují ještě speciální výhřivová pravidla, která musí být splněna jinam někdy, kdy je přesně splněna normální varba vektorů  $L$  a  $S$ .

Tato pravidla rálejší v tom že  $L$  se mění jen o  $\pm 1$  a  $S$  se nemní měnit. Protože na  $S$  závisí multiplicita - je to pravidlo zakazu interkombinací

Tato pravidla jsou však v praxi často porušována. Výhřivová pravidla jsou nejčastěji porušována při buzení nárazem a v přítomnosti silných el. a magn. polí.

Metastabilní stavy u  $^{119}\text{Ag}$   $6^3P_0$

Zakázané pro

② Spektra vodíku podobných atomů:

Jedná se o liny alkaliických remini.

Pro Li, Na, K by jistě byly tři dobře rozlišitelné serie

- principal  $\gamma = 2S - nP$
- okraj  $\gamma = 2P - nS$
- difuzní  $\gamma = 2D - nD$
- fundamental  $\gamma = 3D - nF$
- ráčladní

Jemná struktura multipletů. Jednána vlnou  $1S, 11$   
 X Spektrální čáry alk. kovů sestávají z dubletů.

Pro vlnu  $11$  ( $j=1$ ) ~~atom, kde by vlny neměly~~  
 specifikován  $l$  a  $S$  ustává neurčito.

a tedy i rybcerová pravidla ztrácí smysl.  
 $[ \Delta S = 0, \Delta l = 0, \pm 1 ]$  platí jen  $\Delta J = 0, \pm 1, \Delta j = 0, \pm 1$ .

Zabírané přechody:

$\Delta S = 0$  platí rybcerově jen pro lehčí atomy  
 když roste atomové číslo ( $1S$ ) vlna se mění na ( $j=1$ )

Na př. C, Si mají i s touto ( $1S$ ) vlnou, zatímco  
 jirí ve 4. skupě Ge, Pb, Sn, stále více těžkou kypu  
 vlny ( $j=1$ ) s rostoucím atom. číslem.

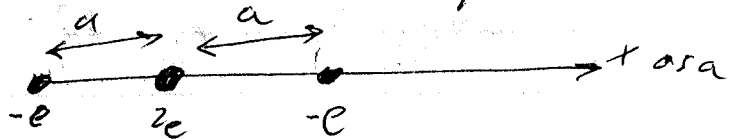
Čistá ( $j=1$ ) vlna je dosti řídká ale dosahují jí některé  
 elektronové stavy těžších atomů jako olovo a thalium

Obecně různé spektrální čáry vznikají, když jsou interakci elektrického dipólu s elektrickým nebo magnetickým dipólem. A to je nejčastěji uvažovaný případ.

Dříve však musíme uvést rovnice jako výsledek magnetického dipólu a elektrického kvadrupólu.

Přiblížíme si nyní význam slova kvadrupólový moment.

V systému nábojů



suma součinů  $\sum e_i x_i$  (kde suma součinů beru podíl osy  $x$ , kde jsou náboje lokalizovány) bude rovna nule

$\sum e_i x_i$  je elektrický dipól-moment systému.

I když tento soubor má nulový dipól-moment, pokud je el. pole vůči systému a skinto pole je spojen pojem kvadrupólového momentu.

Tato pole je mnohem slabší než pole dipólu. Potenciál el. kvadrupólu resp. dipólu klesá  $\propto \frac{1}{r^3}$  resp.  $\frac{1}{r^2}$ .

Kvadrupólový moment musí být uvažován když studujeme celý soubor nábojů.

V našem případě kvadrupólový moment  $\sum e_i x_i^2$  a není jím roven nule.

Pravidelnosti magnetických dipólůch přechodů a kvadrupólových přechodů jsou  $10^5$  a  $10^{-8}$  hodnot dipólůch.

Vibrona' provida:

	El. dipol	El. quadrupol	Magnetic dipol
$\Delta J$	$0, \pm 1$	$0, \pm 1, \pm 2$	$0, \pm 1$
$\Delta L$	$0, \pm 1$	$0, \pm 1, \pm 2$	$0, \pm 1$
$\Delta S$	0	0	0

$\bar{\nu}_L = \frac{\nu_H}{2\pi c}$  - harmonova precese meravidi' na u'llu meri sa H

③ Zakázané přechody.

Přechody z metastabilních stavů zejména kvadrupólové přechody, nejsou absolutně "zakázané", ale mají jenom malou provoděpodobnost

v přírodě byly tyto jevy pozorovány ve drůvech v polární záři směrem k červené čáře  $\lambda = 5577 \text{ \AA}$ . podobně v mlhovinách tyto záře jsou pocházející přechody z metastabilních hladin. na př. O I - kvadrupólový přechod 1S - 7D.

Vysvětlení si přečti v rámci zakázaných čar.

Intenzita spektrální záře je  $h\nu \cdot N \cdot \chi$   $\chi$  - počet fotonů na 1 sec.  
 $h\nu \cdot$  počet fotonů

Abychom získali přehled o vlnách působících na N protonůve rozbore měření jeví.

Zakázaný <sup>atom</sup> čar emituje čarou která má rajina - provoděpodobnost  $A_1$

Volný atom může vyžárat i jiné čar - "  $A_2, A_3, A_4, \dots$

Může provolat vlnku trubku, je excitován - " - B

- " - " - trubku, přijde ke zářím - " - C

N - počet atomů uvolňovaných za 1 sec na danou hladinu

$$\text{Potom intenzita } I = A_1 h\nu \frac{N}{A_1 + A_2 + \dots + B + C}$$

Číslo představuje střední počet atomů, kteří jsou uvolněny při rovnováze v dané hladině - n

$$\frac{N}{A_1 + A_2 + \dots + B + C} = n$$

$$\text{Potom vrací pro intenzitu } \underline{I = n A_1 h\nu}$$

Je vrací je vidět, že existuje-li zakázaný (kvadrupólový) přech  $A_1$  v dané hladině a zároveň dovolený přechod

dipolový  $A_2$  potom intenzita rakažového prechodu je  $\approx 0$  pretože  $A_2 = 10^6 A_1$

$$\frac{A_1}{A_2 + A_3 + \dots} = 0 \quad , \quad \text{tedy rakažové prechody možno}$$

winitat hlavne u metastabilních stavů kde prvodivodabnosti  $A_2, A_3, \dots$  jsou stejného řádu jako  $A_1$  nebo menší.

B a C musí být malé tedy i hustota látky musí být malá - mlhoviny, horní atmosféra.

25.10.2006 (1) [1c.]

## Absorpce, emise a zesílené záření.

vedt na soustavu přisobí záření hustoty  $J_{mn}$ .  
Provodí podobnou pobízení kvanta při přechodu  
 $n \rightarrow m$  je rovna  $B_{nm} J_{mn}$ . Energie paprsků  
při tomto přechodu za jednotku času bude

$$B_{nm} J_{mn} N_n h\nu$$

Absorpce a smí spojené zesílené záření je však  
neakutivnosti menší považovat v soustavě do-  
chází rovnou se stimulované emise při přechodu  
 $n \rightarrow m$ . Energie emitovaná stimulací bude

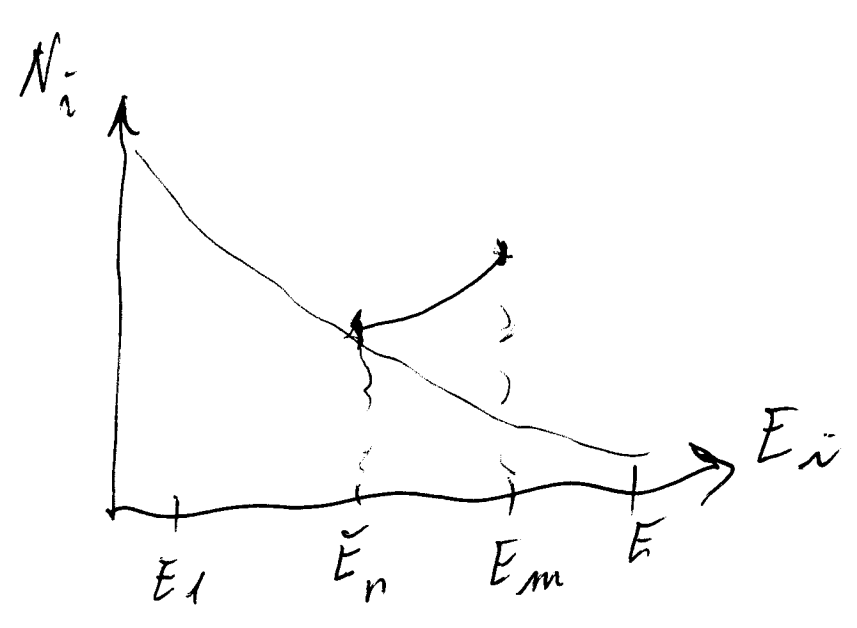
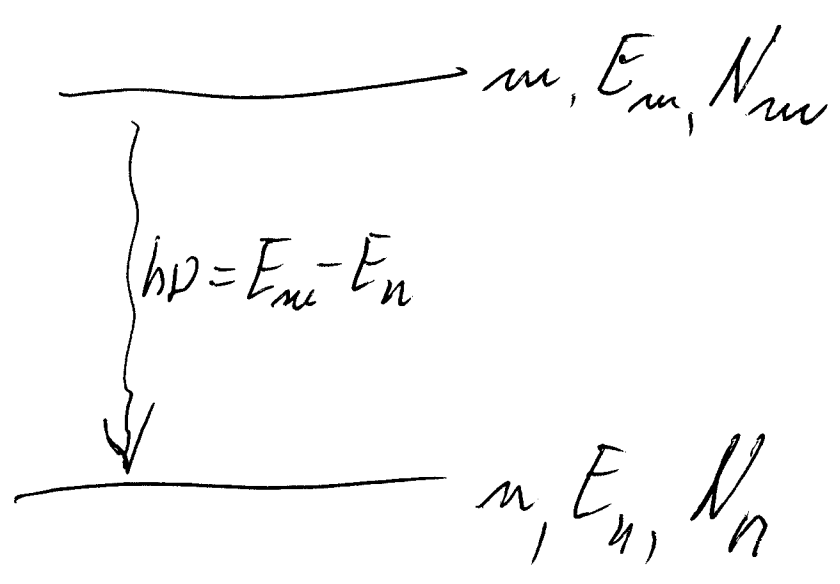
$$B_{mn} J_{mn} h\nu N_m$$

Tak záření stimulovaného světla se šíří v tomto  
směru a se stejnou fází i rovinnou polarizací  
jako světlo dopadající. Stimulovaná emise nám  
tedy částečně nebo úplně kompenzuje škody způsobené  
absorpcí. Stimulovaná emise hraje roli  
záporné absorpce.

Tedy celková absorpce energie bude rovna

$$W_{nm}^{abs} = B_{nm} J_{mn} N_n h\nu - B_{mn} J_{mn} h\nu N_m = B_{nm} J_{mn} h\nu \left( N_n - \frac{g_n}{g_m} N_m \right)$$

$$N_m = N_0 \frac{e^{-\frac{E_m}{kT}}}{\sigma}$$





Je vidět, že absorbovaná energie může být jak kladná tak záporná a závisí na absorpci energetických hladin.

Je-li  $N_m g_m > N_n g_n$  je  $W_{mn}^{abs} < 0$  při libovolné hustotě dopadajícího záření a soustava se stává excitovaným zářením.

Zavedeme nyní koeficient absorpce  $k_{\nu}$ . Světlo má lumenůvek  $\nu, \nu+d\nu$  a šíří se vztvou atomů absorpčními rovinami  $x, x+dx$ . Rychlost světla v látce je  $v = \frac{c}{n}$ .

Trouška  $dx$  projde cípou vlny za čas  $dt = \frac{dx}{v}$

Nept na hladině  $n$  je excitováno  $N_n$  atomů  $\text{cm}^{-3}$ , ale pouze  $N_{n\nu}$  se účastní absorpce na lumenůvku  $\nu, \nu+d\nu$ .

Na hladině  $m$  je  $N_m$  atomů  $(\text{cm}^{-3})$ , ale jen  $N_{m\nu}$  se účastní emise v této spektrální oblasti.

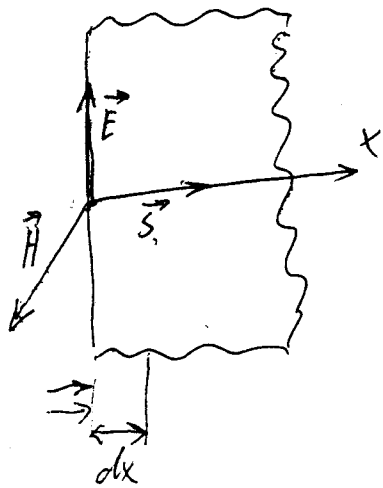
Na dílce  $x, \rightarrow x+dx$  se energie paprsky emise následovně

$$\frac{dN_{m\nu}}{dx} = k_{\nu} \frac{I_{\nu}}{v} \quad N_{m\nu} d\nu = dN_{m\nu}$$

$$-d(I_{\nu} d\nu) = h\nu (B_{nm} dN_{m\nu} - B_{mn} dN_{n\nu}) I_0 \frac{dx}{c}$$

$$I = I_0 e^{-kx} \quad \text{nebo} \quad I_0 - I = I_0 - I_0 e^{-kx} = I_0 (1 - e^{-kx}) = I_0 kx$$

# Resilní ráčení pomocí kvantových systémů:



Vraťme se rovinná vlna se šíří podél osy  $x$ , potom pro intenzitu signálu psát

$$(1) \quad I(\omega) = I_0(\omega) e^{-k(\omega)x}$$

$$I_0(\omega) = I(\omega)_{x=0} \quad k(\omega) - \text{koef. absorpce}$$

V rovinném stavu je  $k(\omega)$  vždy kladné - absorpce  
 V nerovinném stavu (inverze) stává se  $k(\omega)$  záporným a zesílení je možné.

Integrační efekt stavu popsaného jeva měří být potvrzen elementárním výpočtem, tvarujeme látku, která z kvantového hlediska představuje dvouhladinový systém.

Nechť původní chvz. vlna zabírající původně úzký pás frekvencí mezi  $\omega_{21}$  a  $\omega_{21} + d\omega$  dopadá kolmo na povrch látky a šíří se ve směru osy  $x$ . Vlna má rychlost  $v = \frac{c}{n}$ .

Potom vrstva o tloušťce  $dx$  projde vlna za čas  $dt = \frac{dx}{v}$   
 Počet aktivních částic (atomů, molekul), které se nacházejí na hladinách 1 a 2 bude  $N_1$  a  $N_2$  a v tenké vrstvě  $dx$  to bude  $dN_1$  a  $dN_2$ .

Při průchodu vlny se ve vzdálenosti  $dx$  změní intenzita na hodnotu

$$(2) \quad -d[I(\omega)d\omega] = hc\omega_{21} (B_{12}dN_1 - B_{21}dN_2) I(\omega_{21}) \frac{dx}{v}$$

Spontánní záření se zde neuvazuje, protože je nezávislé na signálu a nemá vliv na náš výpočet.

z předcházející rovnice dostaneme:

$$(3) \quad -\frac{1}{I(\omega)} \frac{dI(\omega)}{dx} d\omega = \frac{h\omega n}{c} (B_{12} dN_1 - B_{21} dN_2)$$

zůstanou  $I(\omega) = I^0(\omega) e^{-k(\omega)x}$  plyne pro absorbované záření

$$dI(\omega) = I^0(\omega) - I(\omega) = I^0(\omega) [1 - e^{-k(\omega)x}] = -I^0(\omega) k(\omega) dx$$

$$-\frac{dI(\omega)}{I^0(\omega) dx} = k(\omega)$$

osměáme tedy 
$$-\frac{I}{I(\omega)} \frac{dI(\omega)}{dx} d\omega = k(\omega) d\omega$$

a posléze integrujeme obě části rovnice (3) v mezích od  $\omega_0 - \omega$  do  $\omega_0 + \omega$

Potom 
$$K = \int_{\omega_0 - \omega}^{\omega_0 + \omega} k(\omega) d\omega = \frac{h\omega n}{c} (B_{12} N_1 - B_{21} N_2)$$

Níže jirí ale, se v podstatě

$$B_{21} = B_{12} ; \quad A_{21} = \frac{\omega^3 h}{\pi^2 c^3} B_{21}$$

Potom 
$$k = \frac{\pi c^2 A_{21}}{2\omega_0^2 n^2} (N_1 - N_2) = \underbrace{\pi c^2 A_{21}}_{\text{const.} = \mathcal{K}} (N_1 - N_2)$$

(3.)

Podmínkou celkového efektu může být vyjádřen integrální koeficientem

$$k = \mathcal{K}(N_1 - N_2)$$

1.) Normální rovnovážný stav  $N_1 > N_2$  -

$$k > 0; \quad I(x) = I_0 e^{-kx} < I_0 \quad \text{signál se zeslabuje}$$

2.)  $\frac{N_1}{g_1} < \frac{N_2}{g_2}$  inverzní stav

$$k < 0; \quad I(x) = I_0 e^{+kx} > I_0 \quad \text{ zesílení}$$

$k$  - je potom koeficient zesílení.

3.) Když  $\frac{N_1}{g_1} = \frac{N_2}{g_2}$  prostředí je průsvitné

v rovnovážném stavu obvykle  $N_1 \gg N_2$

$$I_{\text{trav}} \approx \mathcal{K}N$$

$N$  - počet atomů (molekul) v daném stavu

$\mathcal{K}$  - integrální <sup>absorpční</sup> účinný <sup>obor</sup> průřez atomu.

Existuje několik ekvivalentních způsobů formulace prahu generace stimulovaného záření jako nepřibývání generaci záření.

Když, než jako zesílení je nutno splnit  $\frac{N_2}{g_2} > \frac{N_1}{g_1}$   $z \rightarrow 1$

Hustota atomů v nižším stavu  $\uparrow$  odpovídá podmínice

$$-dI = -I_p dx = h\nu \left( B_{nm} dN_{nv} - B_{mn} dN_{mv} \right) I_0 \frac{dx}{v}$$

U rovnoběžného svazku  $I_p = \frac{I}{v}$  i  $v = \frac{c}{n}$  i  $\left\{ dN_{nv} = N dv \right\}$   
 Snovnejke s tvorením absorpčného záhona:

$$I = I_0 e^{-kx} = I_0 (1 - kx) \quad k - \text{koef. absorpcie}$$

$$I_0 - I = I_0 (1 - 1 + kx) = I_0 kx \quad ;$$

$$k = \frac{I_0 - I}{I_0 x} \quad \text{resp.} \quad k = \frac{dI}{I_0 dx}$$

$$\frac{dI}{I_0 dx} = \frac{h\nu n}{c} \left( B_{nm} dN_{nv} - B_{mn} dN_{mv} \right)$$

Po integrácii přes celý profil spektrálního zář.  
 $\nu + d\nu$

$$\int_{\nu} k_{\nu} d\nu = \frac{h\nu n}{c} \left( B_{nm} N_n - B_{mn} N_m \right)$$

$$g_n B_{n \rightarrow m} = g_m B_{m \rightarrow n}$$

$$\int_{\nu} k_{\nu} d\nu = \frac{A_{nm} c^2}{8\pi\nu^2 n^2} \frac{g_m}{g_n} \left( N_n - \frac{g_n}{g_m} N_m \right)$$

$$\int_{\nu} k_{\nu} d\nu = \text{konst} \left( N_n - \frac{g_n}{g_m} N_m \right)$$

$$\frac{N_m}{g_m} > \frac{N_n}{g_n}$$

Podmínka inverze!

$$\frac{N_n}{g_n} > \frac{N_m}{g_m} - \text{přesaruje ekvilibria}$$

Daném systému probíhají přechody z níže do výše a naopak.  
 Při termodynamické rovnováze je počet přechodů  
 $m \rightarrow n$  roven počtu přechodů  $n \rightarrow m$ .

Průvodičovitost nerovinných přechodů označíme  $D_{mn}, P_{nm}$   
 (v stavu termodynamické rovnováhy systém je izolován)  
 pro celkové průvodičovitosti dostaneme

$$P_{m \rightarrow n}^0 = A_{m \rightarrow n} + B_{m \rightarrow n} \rho_0 + D_{m \rightarrow n}$$

$$P_{n \rightarrow m}^0 = B_{n \rightarrow m} \rho_0 + D_{n \rightarrow m}$$

Pod vlivem vnějšího působení (př. tok záření) se termodyna-  
 mická rovnováha naruší, soustava se dostane do nerovno-  
 vážného stavu, ale ~~lze~~ nastanou v ní procesy, které  
 budou napomáhat ustoupení původního stavu.  
 Ještě vnější působení brvá dosti dlouho ustoupení se  
 v některém obouřičku stacionární režim.

dváříme nyní soustavu ve stacionárním stavu.  
 Sústava sestává z  $N_0$  částic (atomů molekul). Každý  
 hmotný atom má  $N$  energetických hladin. Každá na náš  
 systém působí vnější záření hustoty  $\rho_{mn}$

Potom

$$P_{m \rightarrow n} = A_{m \rightarrow n} + B_{m \rightarrow n} \rho_0 + D_{m \rightarrow n} + B_{m \rightarrow n} \rho_{mn} = P_{m \rightarrow n}^0 + B_{m \rightarrow n} \rho_{mn}$$

$$P_{n \rightarrow m} = B_{n \rightarrow m} \rho_0 + D_{n \rightarrow m} + B_{n \rightarrow m} \rho_{mn} = P_{n \rightarrow m}^0 + B_{n \rightarrow m} \rho_{mn}$$

Při stacionárním stavu je  $N_n, N_m = \text{const}$ .

Potom dostaneme systém rovnic

$$\textcircled{1} \quad N_m \sum_{m \neq n}^N P_{mn} - \sum_{m \neq n}^N N_n P_{nm} = 0; \quad \text{přičemž} \quad \sum_{n=1}^N N_n = N_0 \quad \textcircled{2}$$

Systém rovnic  $\textcircled{1}$  obsahuje  $N-1$  nezávislých rovnic. Souvzdáči libovolnou z nich lze nahradit podmínkou  $\textcircled{2}$ .

Vypustíme tedy na pr. poslední rovnici a nahradíme ji podmínkou  $\textcircled{2}$ . Potom determinant soustavy bude roven

$$D = \begin{vmatrix} \sum_{i \neq 1}^N P_{1i} & -P_{21} & -P_{31} & \dots & -P_{(N-1)1} & -P_{N1} \\ -P_{12} & \sum_{i \neq 2}^N P_{2i} & & & & -P_{N2} \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ -P_{1(N-1)} & -P_{2(N-1)} & & & \sum_{i \neq (N-1)}^N P_{(N-1)i} & -P_{N(N-1)} \\ 1 & 1 & & & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Podle Cramerova pravidla potom

$$N_n = \frac{A_n}{D}, \quad \text{kde } A_n \text{ je determinant, který}$$

dostaneme z  $D$  zaměnou  $n$ -tého sloupce pravostrannou soustavou.

Rovinně-li však  $|A_n|$  podle  $n$ -tého sloupce dostaneme

$$N_n = N_0 \frac{D_n}{D}$$

hde  $D_n$  - je algebraický doplněk prvku  $a_{nn}$  determinantu  $D$

$$D_n = (-1)^{N+n} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N p_{ii} & \dots & -p_{(n-1)1} & -p_{(n+1)1} & \dots & -p_{N1} \\ -p_{12} & \dots & -p_{(n-1)2} & -p_{(n+1)2} & \dots & -p_{N2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -p_{1(N-1)} & \dots & -p_{(n-1)(N-1)} & -p_{(n+1)(N-1)} & \dots & -p_{N(N-1)} \end{pmatrix}$$

Ukážeme si jak se vyřeší obsazení klasických dvoubladinové soustavy. Systém rovnic (1) bude mít tvar

$$\begin{cases} N_2 p_{21} - N_1 p_{12} = 0 \\ N_1 p_{12} - N_2 p_{21} = 0 \\ N_1 + N_2 = N_0 \end{cases} \text{ lin. rovnice}$$

$$|D| = \begin{vmatrix} p_{21} & -p_{12} \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Algebraické doplňky mají tvar

$$D_1 = p_{21} \quad ; \quad D_2 = p_{12}$$

$$\text{Pokud } N_1 = N_0 \frac{p_{21}}{p_{12} + p_{21}} = N_0 \frac{A_{21} + B_{21}(p_{21} + p_0) + D_{21}}{A_{21} + (B_{12} + B_{21})(p_{21} + p_0) + D_{12} + D_{21}}$$

$$N_2 = N_0 \frac{p_{12}}{p_{21} + p_{12}} = N_0 \frac{B_{12}(p_{21} + p_0) + D_{12}}{A_{21} + (B_{12} + B_{21})(p_{21} + p_0) + D_{12} + D_{21}}$$

$$N_2 \leq N_1$$



Pro kühlinnen systeme abstrahieren

$$N_1 = \frac{N_0}{D} (P_{31}P_{21} + P_{31}P_{23} + P_{32}P_{21})$$

$$N_2 = \frac{N_0}{D} (P_{32}P_{12} + P_{32}P_{13} + P_{31}P_{12})$$

$$N_3 = \frac{N_0}{D} (P_{13}P_{21} + P_{13}P_{23} + P_{11} + P_{23})$$

holl

$$D = \begin{vmatrix} P_{12} + P_{13} & -P_{21} & -P_{31} \\ -P_{12} & P_{21} + P_{23} & -P_{32} \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

---

Dosaření inverze ve vícehladinových systémech.

Vzájemně si dvouhladinového systému. Pro jednoduchost předpokládáme ( $g_2 = g_1$ ). Podmínkou inverze bude  $N_2 > N_1$ , což vzhledem k druhé odvozením vztahům dává  $p_{12} > p_{21}$  nebo též (zanedbáme-li nezávislé přechody)

$$B_{12}(p_{11} + S_0) > A_{21} + (B_{12} + B_{11})(p_{11} + S_0)$$

Poněvadž  $A_{21} \geq 0$ , nemůže být tato nerovnost splněna cizí znamena, že nemůžeme dosáhnout inverze v dvouhladinové soustavě inverze (vztahuje se však pouze na optické buzení)

Tedy systém se dvěma hladinami není vhodný jako aktivní látka pro laser s optickým buzením.

Dvouhladinový systém není vhodný, protože není splněna ~~pr~~ podmínka pro pravděpodobnosti přechodu.

Tříhladinový systém:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{p_{32}p_{12} + p_{32}p_{13} + p_{31}p_{12}}{p_{31}p_{21} + p_{23}p_{31} + p_{32}p_{21}}$$

Vybereme takové hladiny, kde platí  $p_{32} \gg p_{21}, p_{12}, p_{31}, p_{13}, p_{23}$

$$\text{Pakom } \frac{N_2}{N_1} = \frac{p_{32}p_{12} + p_{32}p_{13}}{p_{32}p_{21}} = \frac{p_{12} + p_{13}}{p_{21}}$$

7a)

nejednotlivěji se uvádí případ, kdy  $P_{13} > P_{21}$ .

Pro libovolnou vícevládňovou soustav je možno napsat obecné vztahy.

Jestliže vnější vstřední kmitočtu  $\omega_{mn}$  indukují přechody mezi hladinami  $m \geq n$ , pak diferenciální rovnice  $D$  a  $D_n$  můžeme zpravidla psát lineárně závisle na  $f_{mn}$  a můžeme je vyjádřit ve tvaru

$$D = D(f_{mn}=0) + \Delta_{mn} B_{mn} f_{mn} = D(f_{mn}=0) [1 + \alpha_{mn} f_{mn}]$$

$$D_n = D_n(f_{mn}=0) + l_n f_{mn}$$

tedy

$$\alpha_{mn} = \frac{\Delta_{mn} B_{mn}}{D(f_{mn}=0)}$$

$$\Delta_{mn} = 0 \text{ pro } m = n$$

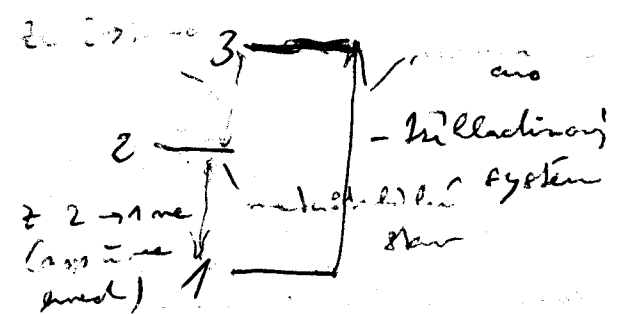
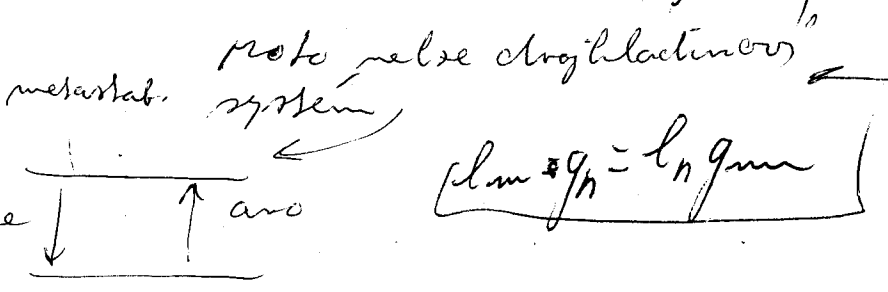
$$\Delta_{mn} = 1 \text{ pro } m \neq n$$

$\alpha_{mn}$  - je t. rv. parametrem nelinearity:

$$N_m = \frac{N_m(f_{mn}=0) + l_m f_{mn}}{1 + \alpha_{mn} f_{mn}}$$

$$N_m(f_{mn}=0) = N_0 \frac{D_n(f_{mn}=0)}{D(f_{mn}=0)}$$

Tyto vztahy  
definují obecné  
vládny



Inverze nutná k dosažení generace záření  
 (Podmínka pravové inverze)

Z předšlého výkladu je zřejmé, že se musí ustálit takové podmínky, aby energie stimulované emise přesahovala rychlost pohlcování energií v důsledku ztrát.

Časový průběh ztrát energie je exponenciální

$$E_0 = E_0 e^{-kt} \quad \text{nebo}$$

$$E = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\tau$  - (obrátní doba života)  
 neb relaxační doba  
 (vlastní doba odumírání energií v soustavě)

$$E = E_0 (1 - kt)$$

ztráty  
 $\frac{dE}{dt} \leftarrow E_0 - E = E_0 - E_0 + E_0 kt = \frac{E_0}{\tau} t$

Rychlost pohlcování  $Z = \frac{E_0}{\tau}$  ztrátovými procesy

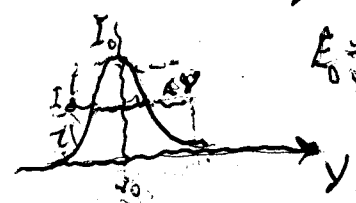
Tedy energie stimulované emise, která přání si energii pohlcovanou bude ( $g_m = g_n$ )  $W_{st}$ .

$$W_{st} = h\nu_{mn} B_{mn} \rho(\nu) (N_m - N_n)$$

$\rho(\nu)$  - je hustota záření soustředěná do emisní čáry

$\nu_{mn}$  - efektivní šířka  $\nu$ . potom  $\rho(\nu) = \frac{E_0}{2\nu V}$

kde  $V$  - je objem soustavy



(2b.)

All energie stimulační emise  $W_{st}$  musí být větší než rychlost ztrát v soustavě (neradiativní přechody, jiné typy přechodů atd.)

Tedy  $W_{st} \geq \frac{E_0}{\tau}$

Podm  $\frac{h\nu_{mn} B_{mn} E_0 (N_m - N_n)}{20V \cdot V} \geq \frac{E_0}{\tau}$

Uvažeme, že  $B_{mn} = A_{mn} \frac{c^3}{8\pi h\nu_{mn}^3}$  ;  $A_{mn} = \frac{1}{\tau_{mn}}$  - dominování spontánní emise

po dosazení

$$\frac{h\nu_{mn} c^3 (N_m - N_n)}{160V V \tau_{mn} h\nu_{mn}^3 \pi} \geq \frac{1}{\tau}$$

oddělení

Schawlow  
Townes

$$\frac{N_m - N_n}{V} \geq \frac{160V \tau_{mn} \nu_{21}^2}{c^3} \cdot \frac{1}{\tau}$$

na nyní ještě vyjádříme faktor  $\frac{1}{\tau}$  vyjádříme ztráty v rezonátoru, které jsou způsobeny neúplnou absorpcí, neúplnou odrazem a difrakcí.

Podm  $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{abs}} + \frac{1}{\tau_{dif}} + \frac{1}{\tau_{ref}}$

Koeficient vlnatní absorpce jsme označovali  $\sigma$

$$E = E_0 e^{-\sigma d} = E_0 e^{-\sigma c t} \quad d - \text{délka, rozměry rezonátoru}$$

$$\frac{1}{\tau_{\text{abs}}} = \sigma c$$

Zbraň odrazem jsou vyjádřeny koeficientem odrazu, který se však pro dokonale vlnodivící plochy blíží 1.

$$R = 1 - \alpha \quad ; \quad \alpha \ll 1$$

Při jednom odrazu energie klesne na  $E = E_0 R = E_0 (1 - \alpha)$ .

Ča vlnění se odrazí seprvek pohybující se rychlostí  $c$  musí vlnodiv rezonátoru vřdát lenijmí  $n = L$ ,  $n$ -krát;

$$\text{kde } n = \frac{c t}{L}$$

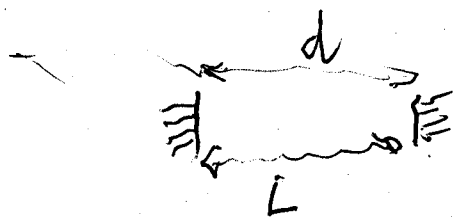
Počítání energie klesne na hodnotu

$$E = E_0 (1 - \alpha)^{\frac{c t}{L}} = E_0 \left( 1 - \frac{\alpha c t}{L} + \dots \right)$$

$$\text{tedy } \frac{1}{\tau_{\text{refl.}}} = \left( \frac{L}{\alpha c} \right)^{-1} = \left( \frac{L}{c(1-R)} \right)^{-1}$$

Zbraň difrakce jsou zanedbatelne' a tedy pro  $\frac{1}{\tau}$  dostáváme

$$\frac{1}{\tau} = \sigma c + \frac{c(1-R)}{L} = c \left( \frac{1-R}{L} + \sigma \right)$$



(4.b.)

po dosazení do vztahu pro probíhovou inverzi dostaneme

$$\frac{N_m - N_n}{V} \geq \frac{16 \Delta \nu T_{mn} \lambda_{mn}^2 c}{c^3} \left( \delta + \frac{1-R}{L} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

$$\left( \frac{N_m - N_n}{V} \geq \frac{16 \Delta \nu T_{mn}}{\lambda_{mn}^2} \left( \frac{1-R}{L} + \delta \right) \right) \quad \frac{T_{mn}}{\tau_2}$$

Hodnota součinu  $\Delta \nu T_{mn}$  (ať ve vlnkách

Relax. doba ztrát u iontových krystalů při  $d = 1 \mu m$  od  $2 \cdot 10^{-6}$  ( $CaF_2: Sm^{2+}$ ) po  $3 \cdot 10^{-2}$  (rubín)

a plynné fáze  $10^{-9} - 10^{-10}$  (He-Ne) a  $10^{-4}$  pro (Cl<sub>2</sub>)

Disperzní ztráty  $\tau_2$  u krystalových laserů, kde ztráty disperzní převládají ztráty rezonátoru  $\delta > \frac{1-R}{L}$

u plynných laserů je ztráty rezonátoru  $\delta > \frac{1-R}{L}$

činní  $\tau_2: 10^{-9} - 10^{-10}$  s.  
u plynných laserů je ztráty rezonátoru  $\delta > \frac{1-R}{L}$   
kromě delší - až  $10^{-7}$  s.

$$\delta c \dots \frac{c \nu}{\delta} \text{ ať } = \delta^{-1}$$

Je třeba správně volit parametry

3

Koeficient rezistenční kvantového generátoru.

Pouze jsme zatím kvantitativně charakterizovali jeho hustotu  $g_\nu$ .

$$\frac{g_{\nu_0} \frac{c}{\nu_0}}{f_{\text{opt}} - \nu_0} = \frac{2 \cdot 2}{c \nu_0} = \frac{2 \cdot 2}{c \nu_0}$$

Intenzita záření  $\tilde{I}(\nu) = \frac{c P_\nu}{h \nu}$

Je to počet kvant v intervalu frekvencí  $\langle \nu, \nu + d\nu \rangle$  procházejících jednotkou plochy za jednotku času.

$\tilde{I} = \int \tilde{I}(\nu) d\nu$  - celková (integrální) intenzita záření

Když se monochromatická vlna o intenzitě  $\tilde{I}$  šíří aktivním prostředím podél osy z. Potom změna intenzity bude

$d\tilde{I} = G \tilde{I} dz$  | koeficient  $G dz = \frac{h\nu}{c} n B_{mn} (N_m - N_n) dz$

G - koef. kvant. rezistenční (gain - risk)

$G dz = \frac{2 A_{mn}}{4\pi r^2} \frac{g_m}{g_n} (N_m - \frac{g_m}{g_n} N_n)$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$   
 $\nu = \frac{c}{\lambda}$

inf. absorpce na 1 atom

Winnův "průměrný průřez" procesů vyvolaných zářením a absorpcí  $\sigma(\nu)$  nebo  $\sigma_{mn}(\nu)$  u ~~stacionárních~~ dvouúrovňových systémů  $\sigma_{mn}(\nu)$  - absorpce [m<sup>2</sup>]

Průměrný průřez spojuje proudění, přechodu a intenzitu  $\tilde{I}(\nu)$ .

Průch. kvant ex. (ex. ind. záření)

Induk. zář. proud  $dW_{mn}(\nu) = \sigma_{mn}(\nu) \tilde{I}(\nu) dz$

Po integraci  $W_{mn} = \int \sigma_{mn}(\nu) \tilde{I}(\nu) dz$

Jestliže je čára velmi úzká  $\sigma_{mn}(\nu) = \sigma_{mn}(\nu_0) \cdot \delta_{\nu_0}$

$W_{mn} = \sigma_{mn}(\nu_0) \tilde{I}$

Koef. kvant. rezistenční lze potom vyjádřit následovně

$G(\nu) = \sigma_{mn}(\nu) (N_m - \frac{g_m}{g_n} N_n)$

$G(\nu)$  má rozměr [m<sup>-1</sup>] [m<sup>2</sup>]



U systému ovšem existují ztráty charakterizované  
koeff. reálnosti (ztrát)  $G_z$

$$d\tilde{I} = -G_z \tilde{I} dz$$

Celkem tedy  $d\tilde{I} = (G - G_z) \tilde{I} dz$

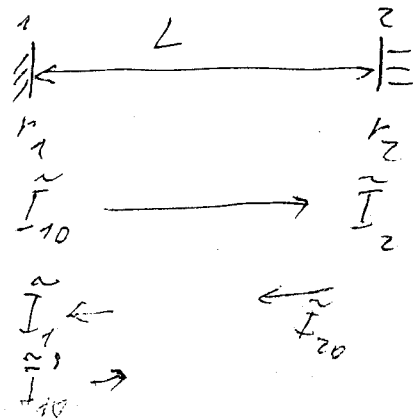
$$I = I_0 e^{(G-G_z)z}$$

Uzivení systému je možno zvětšit použitím systému  
s blokovou zpětnou vazbou.

Spočívá v tom, že část rezidenčního signálu znovu  
a znovu prochází aktivním prostředím a dále  
se zesiluje. Systému s blokovou zpětnou vazbou  
se dosahuje pomocí rezonátorů.

Samonabuzení generátoru:

Optický optický rezonátor



$$\tilde{I}_2 = \tilde{I}_{10} e^{(G-G_z)L}$$

$$\tilde{I}_{20} = \tilde{I}_2 r_2 = r_2 \tilde{I}_{10} e^{(G-G_z)L}$$

$$\tilde{I}_1 = \tilde{I}_{20} e^{(G-G_z)L}$$

$$\tilde{I}_1 = r_2 \tilde{I}_{10} e^{2(G-G_z)L}$$

$$\tilde{I}_{10}' = r_1 \tilde{I}_1 = \tilde{I}_{10} r_1 r_2 e^{2(G-G_z)L}$$

Plná se bude sama generovat a přetrvávat ztráty, tedy

$$\tilde{I}_{10}' = \tilde{I}_{10}$$

$$r_1 r_2 e^{2(G-G_z)L} = 1$$

$$G - G_z = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r_1 r_2} \Rightarrow G_{prahové} = G_z + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{r_1 r_2}$$

Počet rezonančních módů v rezonátoru

Stojaté vlnění v rezonátoru musí splňovat podmínky

$$n \lambda' = 2L \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$\lambda'$  - délka vlny v aktivní látce  
 $\lambda$  - délka vlny ve vákuu  
 $L$  - délka rezonátoru

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n_i} \quad n_i - \text{index lomu}$$

V případě rovinného laseru má hodnot rádové číslice

Vypočítáme, o čí se liší vlnové délky dvou sousedních módů

$$n \frac{\lambda}{n_i} = 2L \quad (n+1) \frac{\lambda}{n_i} = 2L \quad \frac{1}{\lambda_1} = \frac{n}{n_i 2L}$$

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{n}{2L n_i} \quad \text{vlnové délky dvou sousedních módů} \quad \frac{1}{\lambda_2} = \frac{n+1}{2L n_i}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} = \Delta \left( \frac{1}{\lambda} \right) = \frac{1}{2L n_i}$$

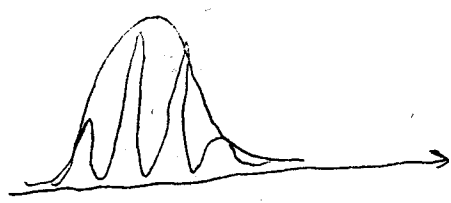
se liší o  $\Delta \left( \frac{1}{\lambda} \right) = \frac{1}{2L n_i}$

$$\Delta \nu = \frac{c}{2L n_i}$$

*řádové číslo  
vlnové délky  
má  
dvě mody*

a tedy  $\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{1}{n}$  ; vzhledem k velkým hodnotám  $n$

je tento poměr nepatrný (zanedbatelný). To znamená, že sousední mody jsou polarizovány tak blízko u sebe, že umocnění z nich se nacházejí uvnitř spektrálních čar různých atomů.



$$\lambda' = \frac{\lambda}{n_i} = \frac{2L}{n} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{n}{2L}$$

$$n \frac{c}{\nu n_i} = 2L \quad \nu = \frac{nc}{2L n_i}$$

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{\frac{c}{2L n_i}}{\frac{nc}{2L n_i}} = \frac{1}{n}$$

$$\Delta \nu = \frac{c}{2L} \Delta \lambda, \quad \nu = \frac{c}{\lambda} \quad \frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda \cdot \frac{\lambda}{c} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

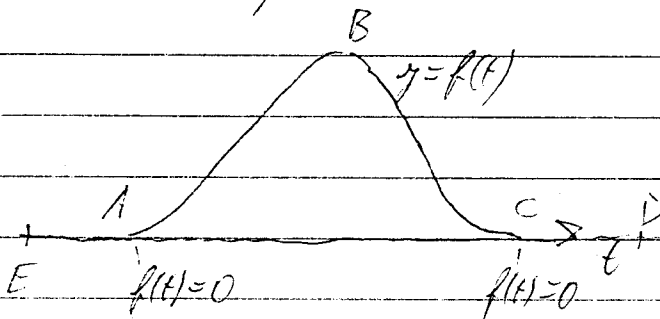
Fourierova řada spektrální čáry.

Konkrétní oscilátoru jsou jak jsme viděli. Konkrétně tj. ústřední periodický pohyb je narušen. Děj začíná se v  $\omega$  a běží do  $\infty$ , ale jen v intervalu  $(0, \infty)$ . Jedná se tedy o nepravidelný děj.

Je <sup>libovolně</sup> snáze řešit nepravidelný děj lze rozložit na Fourierovu řadu čistě periodických. Smutná  $2\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$  kde  $\omega_0 = \frac{1}{T}$  a  $T$  je základní perioda rozkladu.

Tedy spektrální rozklad periodického děje má tvar čárové spektrum.

Mějme nějakou funkci  $f(t)$ , která je v intervalu  $AC$  zobrazena křivkou  $ABC$  a na obzoru intervalu je rovna nule. Tato  $f(t)$  zřejmě zobrazuje nepravidelný děj.



Můžeme tedy i tuto  $f(t)$  rozložit na Fourierovu řadu s <sup>základní</sup> periodou  $T = AC$ .

Veroveme-li dostatečný počet členů, dostaneme spíšový

průběh  $f(t)$  v intervalu  $AC$ . Naše řešení, ale dle oliv od  $A$  a vpravo od  $C$  periodické opakování křivky. Nyní, ale můžeme náš interval rozšířit na  $E, D$ , ale v úsecích  $EA$  a  $CD$  musíme přidělat  $f(t)$  nulovou hodnotu. Znovu můžeme provést Fourierův rozklad s periodou  $T = ED$ . Je zřejmé, že nyní můžeme interval rozkladu neomezeně rozšířit <sup>prostorově</sup> - li  $E$  a  $D$  do nekonečna, potom  $T$  bude neomezeně vzrůstat a  $\omega_0 = \frac{1}{T}$  neomezeně klesat. Tím budeme argumenty po sobě následujících členů Fourierovy řady  $\exp(i n \omega_0 t)$  při srovnání se  $x$  mít stále méně <sup>průběhů</sup> <sup>průběhů</sup>. Pro obzvat se při takovém neomezeném rozšiřování základního intervalu přijde řada v integrálu od  $-\infty$  do  $+\infty$ .

Chceme zvlášť nyní provedeme na příkladu.

Mějme neprerodickou funkci  $f(t)$ , kterou v konečném intervalu od  $-\frac{T}{2}$  do  $+\frac{T}{2}$  rozložíme v Fourierovu řadu.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp(i2\pi n \nu_0 t); \nu_0 = \frac{1}{T}; A_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \exp(-i2\pi n \nu_0 t) dt \quad (1)$$

Změníme-li nyní na čas označení  $t$  za  $\alpha$  a uvádíme, že základní frekvence  $\nu_0 = \frac{1}{T}$ , lze náš vzorec přepsat ve tvaru.

$$A_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(\alpha) \exp(-i2\pi \frac{n}{T} \alpha) d\alpha \quad (2)$$

Tento vzorec můžeme dosadit do řady (1), která potom bude

$$f(t) = \frac{1}{T} \sum_n \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(\alpha) \exp(-i2\pi \frac{n}{T} \alpha) d\alpha \right\} \exp(i2\pi \frac{n}{T} t) \quad (3)$$

Označíme nyní  $\frac{n}{T}$  jako  $\nu$ . Protože  $n$  je celé číslo, mění se frekvence po konečných skocích  $\Delta\nu = \frac{n+1}{T} - \frac{n}{T} = \frac{1}{T}$ .

Vzhledem k tomu lze (3) vyjádřit ve tvaru:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(\alpha) \exp(-i2\pi \nu \alpha) d\alpha \right\} \exp(i2\pi \nu t) \cdot \Delta\nu \quad (4)$$

Nyní provedeme limitní přechod v intervalu  $(-\frac{T}{2}, +\frac{T}{2})$  na  $(-\infty, +\infty)$  a součet na první straně přejde na tvar

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha) \exp(-i2\pi \nu \alpha) d\alpha \right\} \exp(i2\pi \nu t) d\nu \quad \text{což lze napsat}$$

$$\text{jako} \quad f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(\nu) \exp(i2\pi \nu t) d\nu; \quad a(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha) \exp(-i2\pi \nu \alpha) d\alpha \quad (5)$$

Krátíme-li se od  $\alpha$  k  $t$  dostaneme:

$$(6) \quad \left[ a(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-i2\pi \nu t) dt \right] \text{ což je vzorec vyjadřující}$$

závislost součinitele rozkladu na frekvenci.

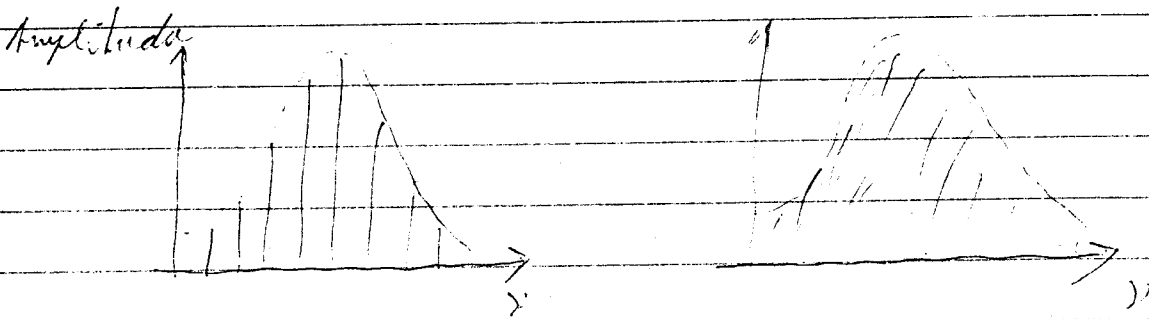
Vzorce (5) a (6) umožňují provést spektrální rozklad neprerodických procesů a vlastně klamných limitů.

§ fyzikálního hlediska je podstatný rozdíl mezi rozkladem periodické fce ve Fourierova řádu a rozkladem neperiodické fce ve Fourierově integrálu.

Fourierova řada se skládá z členů obsahujících jednoduché periodické fce s diskontinuálně měnícími frekvencemi  $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0$ .

Ve Fourierově integrálu u integrace podle frekvence tj. předpokládá se, že se frekvence mění spojitě.

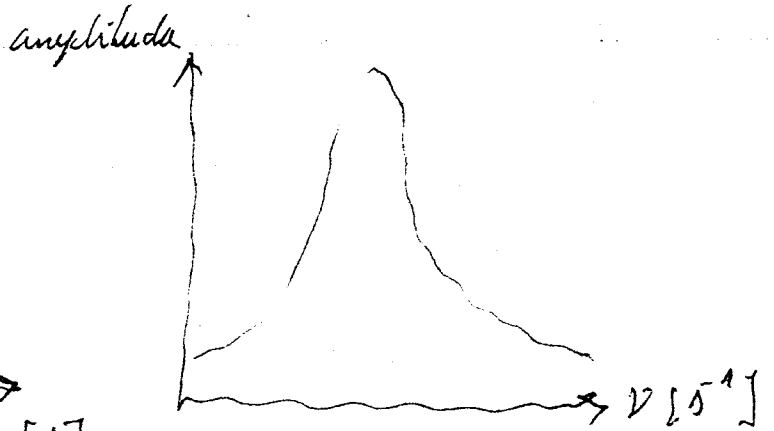
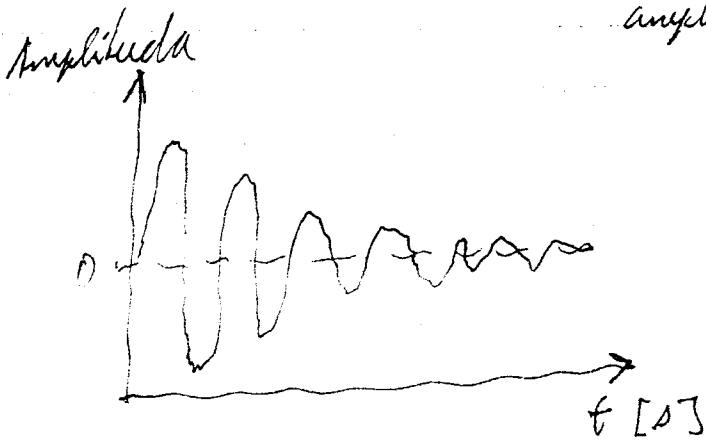
V prvním případě jde o rozklad "čárové" spektrum a druhém případě ve spektrum spojitě.



u spektrálního čáry

$$f(t) = 0 \text{ pro } t \leq 0$$

$$= g_0 e^{-\alpha t} \text{ pro } t \geq 0$$



# Lorentzovský tvar (přikrvená síťka)

Klasický oscilátor se klamí následovně  $q = q_0 e^{-\frac{\gamma_0}{2}t} e^{i\omega_0 t}$

$$q_0 = \frac{a_0}{z}, \quad \omega_0 = 2\pi\nu_{km} \quad q = a \cos 2\pi\nu_0 t = a_0 e^{-\frac{\gamma_0}{2}t} \cos 2\pi\nu_0 t$$

Použijeme-li Fourierovy transformace  $f(t) = 0$  při  $t \leq 0$

$$q = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{q}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \text{hde}$$

$$\begin{aligned} d\omega &= 2\pi d\nu \\ d\nu &= \frac{d\omega}{2\pi} \end{aligned}$$

$$\tilde{q}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-i\omega t} \frac{q}{z} dt = \frac{q_0}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{i(\omega_0 - \omega)t} e^{-\frac{\gamma_0}{2}t} dt$$

Po integraci posledního úvahu dostaneme

$$\tilde{q}(\omega) = \frac{q_0}{2\pi} \frac{-1}{i(\omega_0 - \omega) - \frac{\gamma_0}{2}} \quad ; \quad \omega = \omega_0 \quad \tilde{q}(\omega_0) = \frac{q_0}{2\pi} \left( + \frac{z}{\gamma_0} \right)$$

$$|\tilde{q}(\omega_0)|^2 \cdot \left( \frac{\gamma_0}{z} \right)^2 = \frac{q_0^2}{4\pi^2} z^2 = \frac{q_0^2}{4\pi^2} z^2$$

tedy

$$|\tilde{q}(\omega)|^2 = \frac{q_0^2}{4\pi^2} \frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\gamma_0^2}{4}}$$

Podobně

$$|\tilde{q}(\omega)|^2 = |\tilde{q}(\omega_0)|^2 \left( \frac{\gamma_0}{z} \right)^2 \frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\gamma_0^2}{4}}$$

Prostředí amplitud odpovídá intenzitě vyzařované spektrální čarou

$$W(\nu) = W(\nu_0) \left( \frac{\gamma_0}{z} \right)^2 \frac{1}{4\pi^2 \left( \frac{\nu_0 - \nu}{z} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_0}{z} \right)^2}$$

Intenzita čar se zmenší na  $\frac{W(\nu_0)}{2}$  pro  $4\pi^2 \left( \frac{\nu_0 - \nu}{z} \right)^2 = \left( \frac{\gamma_0}{z} \right)^2$

$$\text{Pro } \nu - \nu_0 = \pm \frac{\gamma_0}{4\pi} = \Delta\nu \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\Delta\nu = z \frac{\gamma_0}{4\pi} = \frac{\gamma_0}{2\pi}}$$

povírnka

$\Delta\nu = 0,000116 \text{ Å}$  rozlišení

$$2\pi \Delta\nu L = \Delta\omega_L = \gamma_0$$

$$I(\nu) = I(\nu_0) \frac{\left(\frac{\nu_0}{2}\right)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\nu_0}{2}\right)^2} = I(\nu_0) \frac{1}{1 + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\left(\frac{\nu_0}{2}\right)^2}} = I(\nu_0) \frac{1}{1 + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\Delta\omega_L^2}}$$

Nyní je třeba funkci normovat  $\int_{-\infty}^{\infty} I(\nu) d\nu = 1$

Panemodbi se jedná o symetrickou funkci okolo  $\omega_0$

$$\text{bude } 1 = 2 \int_0^{\infty} I(\nu) d\nu$$

$$\text{položíme } \omega - \omega_0 = x \quad d\omega = dx \quad \frac{\Delta\omega_L}{2} = a$$

$$1 = I(\nu_0) \cdot 2 \int_0^{\infty} \frac{1}{a^2 + x^2} dx = 2a^2 I(\nu_0) \cdot \frac{1}{a} \left[ \arctan \frac{x}{a} \right]_0^{\infty} =$$

$$= 2a I(\nu_0) \left[ \frac{\pi}{2} - 0 \right] = a\pi I(\nu_0)$$

$$\boxed{\text{odtud } I(\nu_0) = \frac{2}{\pi \Delta\omega_L}}$$

tvar Lorentzského profilu tedy bude

$$I(\omega) = \frac{2}{\pi \Delta\omega_L} \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\frac{\Delta\omega_L}{2}}\right)^2}$$

$$\Delta\omega_L = \nu_0 = \Gamma$$

$$I(\omega) = \frac{2}{\pi \Delta\nu_L} \frac{\frac{\Delta\nu_L^2}{4}}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_L}{2}\right)^2}$$

$$I(\nu) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Delta\nu}{(\nu - \nu_0)^2 + \Delta\nu^2}$$

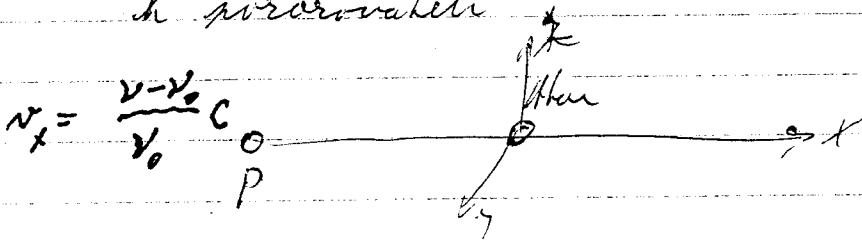
$\Delta\nu$  je poloviřka  
 $\Delta\nu_{1/2}$

Lorentzův form faktor spektrální čáry

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = 1$$

$v = v_0 + \frac{v_x}{c} v_0$  To je frekvence registrovaná  
 pravoúhelníkem v blízkosti, (zářivní od atomu s projekcí  
 v na osu x. tj. směr od zářivního atomu  
 k pozorovateli



$$dv = \frac{dv_x}{c} v_0$$

$$dv_y = \frac{c}{v_0} dv$$

Pravidelnost, že frekvence zářivní podne do intervalu  
 od  $v$  do  $v+dv$  je rovna pravidelnosti toho, že  $v_x$  podne  
 do intervalu  $\frac{v-v_0}{v_0} c$  do  $\frac{v+dv-v_0}{v_0} c$ ;  $g(v)dv = f(v_x)dv_x$

Tato pravidelnost lze nalézt pomocí Maxwellovy  
 rozdělovací fce

$$\left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m}{2kT} (v_y^2 + v_z^2)} dv_y dv_z = e^{-\frac{m}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2} (v-v_0)^2} \left( \frac{c}{v_0} \right) dv$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m v_y^2}{2kT}} dv_y = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{m v_z^2}{2kT}} dv_z = 2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{m v_y^2}{2kT}} dv_y = 2 \int_0^{\infty} e^{-x^2} \sqrt{\frac{2kT}{m}} dx = 2 \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\frac{m v_y^2}{2kT} = x^2 \quad ; \quad v_y = \sqrt{\frac{2kT}{m}} x$$

$$2 \frac{m}{2kT} v_y dv_y = dx \quad \rightarrow \quad 2 \frac{m}{2kT}$$

$$dv_y = \frac{x}{v_y} dx \frac{2kT}{m}$$

$$dv_y = \sqrt{\frac{m}{2kT}} \frac{2kT}{m} dx$$

$$\left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{m}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2} (v-v_0)^2} \cdot \left( \frac{c}{v_0} \right) dv = g(v-v_0) dv$$

$$\frac{c^2}{v_0^2} \frac{m}{2kT} = \frac{4 \ln 2}{\Delta v_0^2}$$

$$\frac{c}{v_0} \sqrt{\frac{m}{2kT}} = 2 \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \frac{1}{\Delta v_0}$$



To je normovaná (gaussovská) fce (poměrky) čísel  
 šířka na poloviční intenzitě u maximum.

$$\Delta \nu_D = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2}, \quad \Delta \nu_D^2 = 4\nu_0^2 \cdot \frac{2kT}{mc^2} \ln 2$$

Řešení

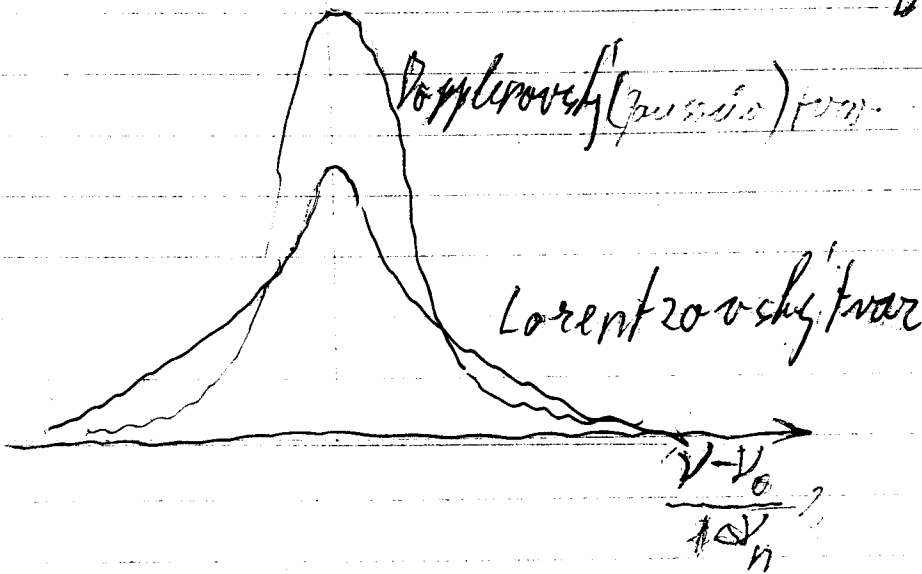
$$g(\nu - \nu_0) = \frac{2 \sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi} \Delta \nu_D} e^{-\frac{4(\ln 2)(\nu - \nu_0)^2}{\Delta \nu_D^2}}$$

gaussovská fce  
 spektrální šířka

Když  $\nu = \nu_0$   $g(0) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \frac{c}{\nu_0}$

Pro  $\Delta \nu_D$   $\frac{1}{2} = c \cdot \frac{m}{2\pi kT} \cdot \frac{1}{\nu_0} \cdot \Delta \nu_D^2 \Rightarrow \Delta \nu_D = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2}$

$$\Delta \omega_D = 4\pi \omega_0 \quad -||-$$



Pro gaussov tvar  
 plati

$$g(0) = 0,939 \cdot \frac{1}{\Delta \omega_D} = \frac{(\ln 2)^{1/2} \cdot 2}{\sqrt{\pi} \Delta \omega_D}$$

Pro Lorentzian

$$g_L(0) = 0,637 \cdot \frac{1}{\Delta \omega_L} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{1}{\Delta \omega_L} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\Delta \omega_L}$$

U Dopplerova profila je maximum normovaná fce (poměrky) šířka na poloviční intenzitě u maximum.

$$\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{mv}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2} (v-v_0)^2} \cdot \left(\frac{c}{v_0}\right) dv = g(v-v_0) dv$$

Koeffizient  $v=v_0$

$$\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \frac{c}{v_0} = g(v_0)$$

$$g(v) = g(v_0) e^{-\frac{m}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2} (v-v_0)^2}$$

$$g(v-v_0) = \frac{1}{2} g(v_0)$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{m}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2} \Delta v_{1/2}^2}$$

$$\lg 2 = \frac{m}{2kT} \frac{c^2}{v_0^2} \Delta v_{1/2}^2$$

$$\Delta v_D = 2 \Delta v_{1/2} = 2 \Delta v_{1/2}$$

$$2v_0 \cdot \sqrt{\frac{2kT}{m c^2} \lg 2} = \Delta v_{Doppl.}$$

$$\frac{2v_0}{c} \sqrt{kT} \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2} = \Delta v_D$$

$$\left(\frac{m}{2kT}\right)^{1/2} = \frac{2v_0}{c} \frac{1}{\Delta v_D}$$

Schon  $\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \frac{c}{v_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{v_0}{c} \frac{2v_0}{\Delta v_D} \frac{\sqrt{kT}}{c} = \frac{2\sqrt{kT}}{\sqrt{\pi} \Delta v_D}$

$\downarrow$   
 $g(v_0)$

verwandeln

$$\frac{m}{2kT} \frac{c^2}{v_0} = \frac{4v_0^2}{c^2} \frac{\sqrt{kT}}{\Delta v_D} \frac{c^2}{v_0^2} = \frac{4\sqrt{kT}}{\Delta v_D^2}$$

$$g(v_0) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \frac{c}{v_0} \quad ; \quad \Delta v_D = 2v_0 \sqrt{\lg 2} \frac{1}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{kT}}{\sqrt{\pi} \Delta v_D} = \frac{2v_0 \sqrt{\lg 2}}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

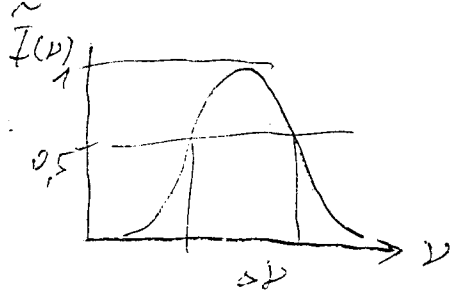
$$g(v_0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{2\sqrt{\lg 2}}{\Delta v_D} = 0,939 \frac{1}{\Delta v_D}$$

$\Delta v_D = 2v_0 \sqrt{\lg 2} \frac{1}{c} \sqrt{\frac{2kT}{m}}$

5

25.10.2006

Tvar a šířka spektrální čáry. Rozšíření homogenní, nehomogenní



$g(\nu)$  - formule fukbar čáry

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\nu) d\nu = 1$$

Normovací podmínka

Pomali jsme již konstanta tlumění  $\gamma = \frac{1}{\Delta t}$

$$\Gamma = \gamma_{mn} + \gamma_k$$

Lorentzovy tvar čáry

$$g(\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\Gamma^{2k}}{(\omega_{km}^2 - \omega^2)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Šířka této čáry

$$\Delta\omega = \Gamma$$

$$\Delta\nu = \frac{\Gamma}{2\pi}$$

Tedy šířka čáry rovisi na šířce energ. úrovně mezi nimiž nastává přechod.

Čára byla rozšířena Dopplerovým jevem václer  $\omega = \omega_0 \frac{v}{c}$  kdy se jedná o plyn kde částice mají Maxwellovo rozdělení, čímž posílíba tabla rozšířené čáry

$$\frac{\Delta\omega_{Dop}}{\omega} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \omega_0 \frac{v_0}{c}, \quad v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Ponevadže i pravděp. přechoda závisí na frekvenci lze psát  $A_{mn}(\nu) = A_{mn} g(\nu)$

$$A_{mn} = \int_{-\infty}^{\infty} A_{mn}(\nu) d\nu$$

Podobně  $B_{mn}(\nu) = B_{mn} g(\nu)$

Potom zrovnáním drůbejších vztahů

$$G(\nu) = \frac{h\nu}{c} B_{mn} g(\nu) \left( N_m - \frac{g_m}{g_n} N_n \right) \quad \text{[unit]}$$

Potom pro plynné prostředí:

$$G(\nu_{mn}) = 2 \underbrace{\left[ \frac{\ln 2}{\pi} \frac{c^2 A_{mn}}{8\pi \nu_{mn}^2 \Delta\nu_{Dopl.}} \right]}_{\downarrow} \left( N_m - \frac{g_m}{g_n} N_n \right) \cdot \exp \left[ - \frac{4(\ln 2) (\nu - \nu_{mn})^2}{\Delta\nu_{Dopl.}^2} \right]$$

To je maximum pro  $\nu = \nu_{mn}$

Experimentálně pozorované spektr. čáry jsou rozšířeny superparici meteoritika jvii.

$$g(\omega) d\omega = f(\omega) d\nu \quad - \text{ráčví na rost. funkci}$$

$$\omega = \omega_0 + \frac{\nu}{c} \omega_0 \quad \rightarrow \quad \nu = c \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}, \quad d\nu = c \frac{d\omega}{\omega_0}$$

$$\text{Potom } g(\omega) d\omega = f\left( c \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right) c \frac{d\omega}{\omega_0}$$

Pro Maxwellovské rozdělení  $f(\nu) d\nu = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left[ - \left( \frac{\nu}{\nu_0} \right)^2 \right] \frac{d\nu}{\nu_0}$

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad \text{Potom } g(\omega) d\omega = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \left[ - \left( \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega_D} \right)^2 \right] \frac{d\omega}{\Delta\omega_D}$$

Dopplerovský form faktor

$$\frac{\Delta\omega_{Dopl.}}{2} = \sqrt{\ln 2} \Delta\omega_D$$

$$f(\nu) d\nu = \frac{4\nu^2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\nu_0^3} \exp \left[ - \left( \frac{\nu}{\nu_0} \right)^2 \right] \frac{d\nu}{\nu_0}$$

$$\Delta\omega_D = \omega_0 \frac{\nu_0}{c}$$

$$\nu_0 = \frac{\Delta\omega_D c}{\omega_0}$$

Typy rezonátorů používané v laseru.

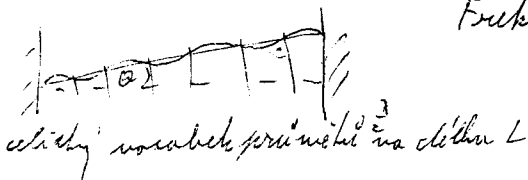
V podstatě se používá otevřených rezonátorů

Frekvencemi určuje vzdálenost mřížkovaného mody  $\nu = \frac{c}{2L}$

Eprouďka nás zajímají podobné (axiální) typy kmitů

Když svíra' vlnový vektor nějaký úhel s osou rezonátoru,

potom  $L \cos \theta = n \frac{\lambda}{2}$  To jsou vlny příčné (Příčné mody)



Frekvence této stojaté vlny

$$\nu = \frac{cn}{2L \cos \theta}$$

$$L \sin \theta = n \frac{\lambda}{2}$$

$$L \cos \theta = m \frac{\lambda}{2}$$

První mod podobný má stejnou frekvenci pro určitou vlnovou délku frekvenci  $\nu_0$  ( $\theta = 0$ ) pro  $(m)$

První příčný mod je  $\nu_1$  ale  $\nu_0 \approx \nu_1$  ( $\theta = \theta_1$ ) kde  $(m-1)$

Pa dosazení do vztahu

$$\begin{aligned} \nu_0: & L = n \frac{\lambda}{2} \\ \nu_1: & L \cos \theta_1 = (n-1) \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \Rightarrow \frac{L}{n} = \frac{L \cos \theta_1}{(n-1)}$$

$$\cos \theta_1 = \frac{n-1}{n} \Rightarrow \sin^2 \theta_1 = \frac{n^2 - 2n + 1}{n^2} = \frac{n^2 - 2n + 1}{n^2}$$

$$\theta_1 \approx \sin \theta_1 = \sqrt{1 - \cos^2 \theta_1} = \sqrt{\frac{2n-1}{n^2}} \approx \sqrt{\frac{2}{n}} \quad ; \quad 1 \ll n$$

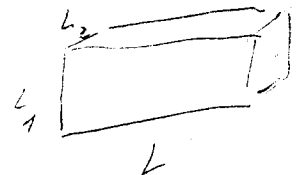
$$\theta_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{L}}$$

$$\vdots$$

$$\theta_m = \sqrt{m \frac{\lambda}{L}} \quad \underline{m \ll n}$$

U nepravoúhelného rezonátoru platí vztah:

$$\frac{1}{\lambda_{mng}} = \sqrt{\left(\frac{m}{2L_1}\right)^2 + \left(\frac{n}{2L_2}\right)^2 + \left(\frac{g}{2L}\right)^2}$$



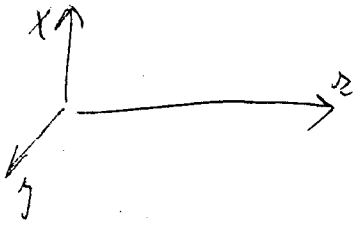
El. pole  $E_{mng}$  a  $H_{mng}$ , TEM<sub>mng</sub>

U otevřených rezonátorů je  $L \gg m, n$  a nepíše se

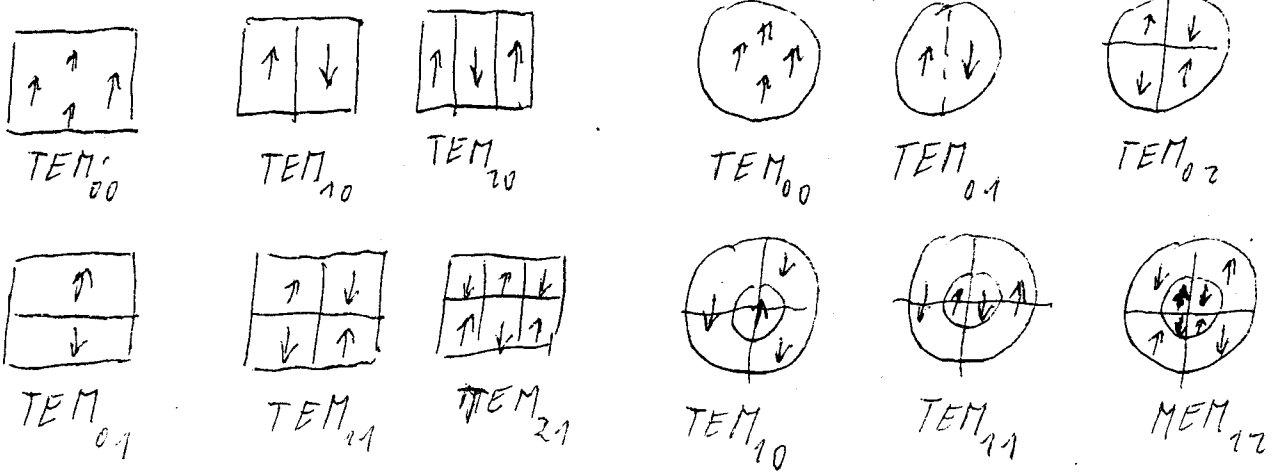
U válcových rezonátorů

$m$  - směna směru pole radiálně  
 $n$  - směna -||- ||- azimutálně

Při: Když se vlny šíří v pláči xz  $E_{m0z}, H_{n0z}$



Struktura el. pole u nejednodušších módu



Kvalita a počet uhášených módů rezonátoru

$Q$  - kvalita rezonátoru.  
 $U$  - energie typem kmitů v rezonátoru

$$U = U_0 \exp\left(-\frac{\omega}{Q} t\right);$$

žebříka  $U_0 - U = U_0 \left(1 - 1 + \frac{\omega}{Q} t\right)$   
 $\frac{dU}{dt} = U \frac{\omega}{Q}$

$$dU = -U \frac{\omega}{Q} dt;$$

Vyjadřujeme nyní kvalitu pro optický rezonátor se zrcadly o reflexivitě  $r$ . Propustnost  $1-r$ .

Ničtí nyní rovinná vlna jdoucí od jednoho zrcadla ke druhému má energii  $\frac{U}{2}$  a odrazem část energie  $\frac{U}{2}(1-r)$  odchází na zrcadlo.

Doba běhu vlny od odrazu k odrazu činní  $\Delta t = \frac{L}{c}$   
Při každém odrazu vlna ztratí energii  $-\frac{u}{2}(1-r)$

Potom střední energie, kterou vlna ztratí za jednotku času bude

$$-\frac{u(1-r)}{2\omega t} = -\frac{u(1-r)c}{2L}$$

Poněvadž se jedná o stojatí vlnění běží vždy dvě vlny proti sobě a tedy ztráty energie celkové jsou 2x větší

$$-\frac{u(1-r)c}{L}$$

Potom  $dM = -\frac{u(1-r)c}{L} dt$

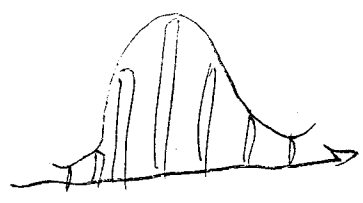
Potom rovnáním se vztahy pro kvantitu plyne

$$Q = \frac{L\omega}{c(1-r)} = \frac{2\pi L}{\lambda(1-r)}$$

U rubinového lasera je v jedné části při pokojové teplotě asi 200 modů jednotlivých typů a měří si mi ještě množství přechů.

Při inverzi těsně nad prahovou jsou vyhovující jen módy v okolí maxima.

Při velké inverzi se čára rozšiřuje



$$\tau_{rez} = \frac{Q}{\omega}$$

$$\tau_{rez} = \frac{L}{c(1-r)}$$

# Teorie činnosti optického kvantového generátora

v režimu pulsné generácie rešenií.

• Keďže nás budú zaujímať tieto parametre:

- 1.) Práh generácie rešenií
- 2.) Počet podilných (typů kmitů) na ktorých nastáva generácia

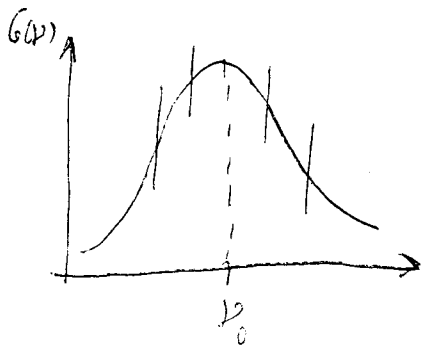
Koeficient kvantového rešenií pre Lorentzovský tvar spektrálnej čáry je sme jiri odviedli drívne.

$$\Delta\nu_{1/2} = \frac{\delta\nu_L}{2}$$

$$G = \frac{c^2 A_{mn} g_m}{8\pi^2 \nu^2 \Delta\nu} \left( \frac{N_m}{g_m} - \frac{N_m}{g_m} \right) \frac{1}{1 + \left( \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_{1/2}} \right)^2}; \text{ kde } \Delta\nu_{1/2} \text{ je šírka pásma}$$

Toto plynie z  $G(\nu) = \frac{c^2 A_{mn}}{8\pi^2 \nu^2} g(\nu) \left( N_m - \frac{g_m}{g_n} N_n \right)$

Pre Lorentzovský tvar  $\rightarrow g(\nu) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$  ;  $\Delta\nu_L = \frac{\Gamma}{2\pi}$   
šírka línie



Keďže frekvencia niektorého typu rešitovaných kmitů je skýna' jako  $\nu_0$  potom  $\nu_1 = \nu_0$

Dva druhé typy kmitů se od prvého lišit o frekvence  $\pm \delta\nu$ , kde  $\delta\nu = \frac{c}{2Ln}$ ; stále se lišit o  $\pm 2\delta\nu, \pm 3\delta\nu, \dots$

Potom každé kmitů s číslem  $(i+1)$  je vzdálen od ských čáry o  $\pm i\delta\nu$

Vitah meri riskem  $G$  [cm<sup>-1</sup>] a  $\tau_{rez}$  [s]

$$c\tau_{rez} = \frac{1}{G_2}$$

$$G c \tau_{rez} \geq 1$$

$$\frac{G}{G_2} \geq 1$$



Potom je vidět, že koef. rozdělení pro libovolný typ limitní s paračkovým číslem  $(i+1)$  bude, pro Lorenzův tvar

$$G_{i+1} = \frac{c^2 A_{m+1} g_m}{8\pi^3 r^2 \omega V} \left( \frac{N_m}{g_m} - \frac{N_m}{g_m} \right) \frac{1}{1 + i^2 \left( \frac{\delta V}{\omega V} \right)^2}$$

$$\delta V = \frac{\omega V}{2}$$

$$G_{i+1} = \sum_{-1} C_1 \omega N \frac{1}{1 + i^2 \left( \frac{\delta V}{\omega V} \right)^2}$$

Nyní bychom dospěli do kinetických rovnic v rezonátoru (rovinná i na svalitě rezonátoru)

Předpokládáme-li rozdělení pole sinusové (u periodických typů)

$$U_m(z) = \sin \frac{2\pi}{L} z$$

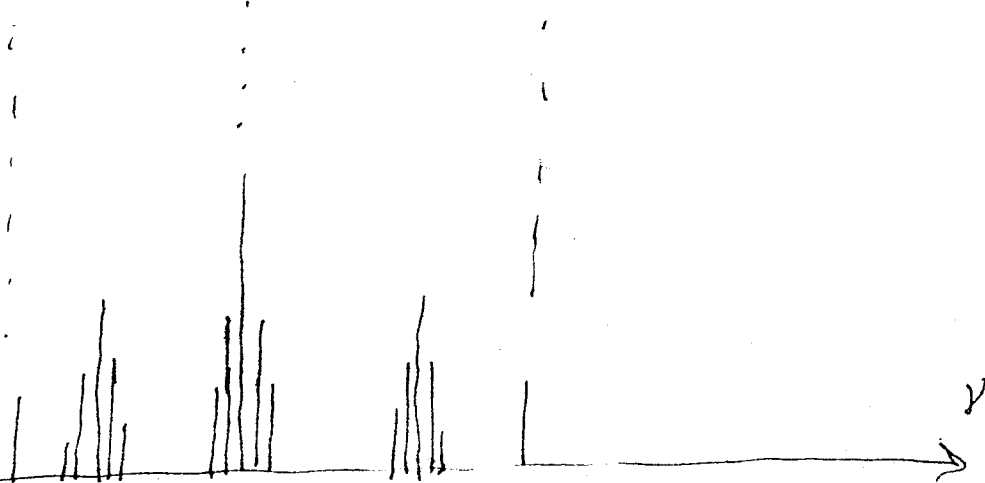
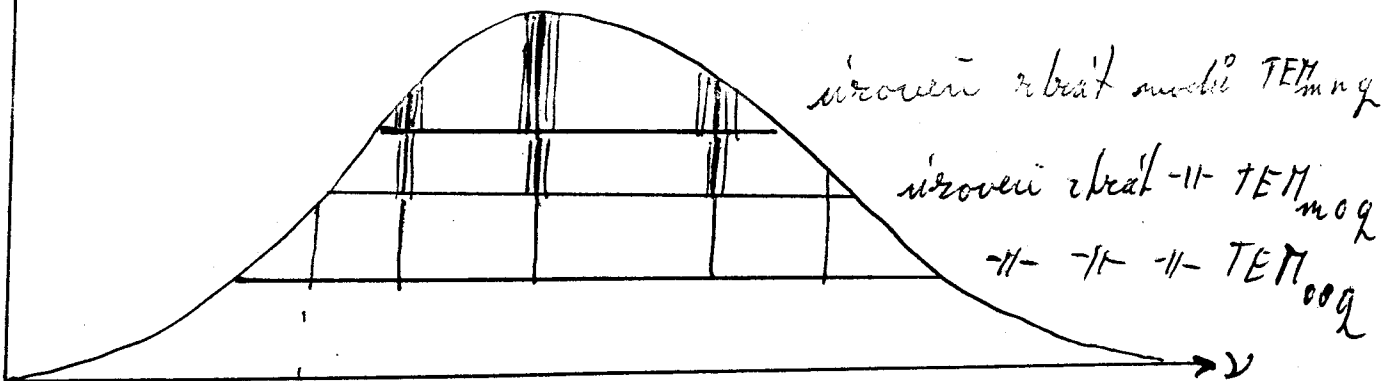
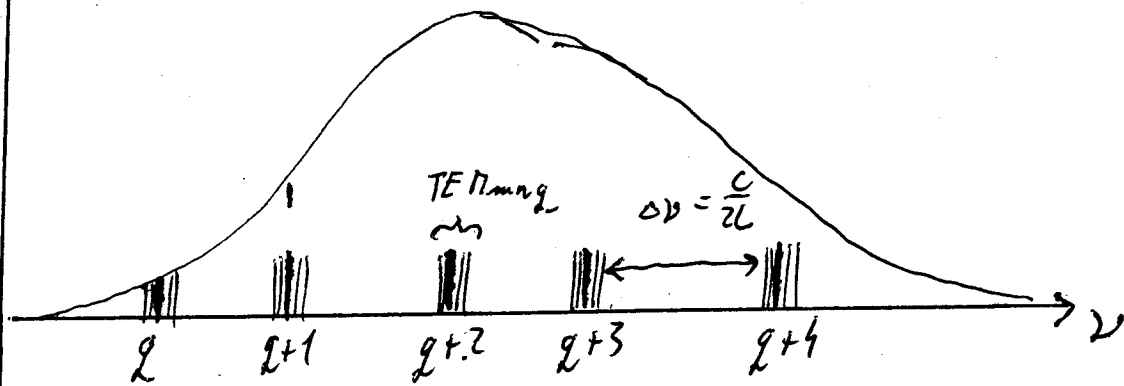
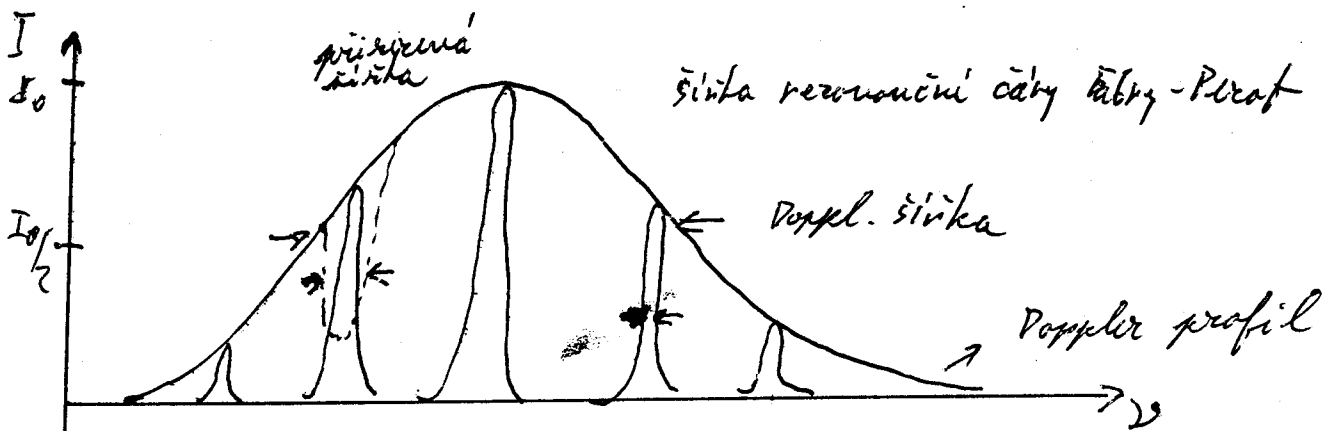
Dostaneme nakonec podmínku pro souhrnné laseru ve tvaru

$$C_1 c \omega N_0 T_{\text{rez}} = 1 \quad \text{pro } i_1 = 0$$

$$T_{\text{rez}} = \frac{Q}{\omega}$$

$$\omega N_0 = \frac{1}{C_1 c T_{\text{rez}}} \quad - \text{práhová inverze}$$

Záření plynového laseru. Resonátor Fabry-Pérot.  
 Dopplerovský rozšíření čáry.



### Optické rezonátory.

Podle teorie Helmholtze a Kirchhoffa je elektromagnetický vlnění v některém bodě P prostoru tvořeno superpozicí elementárních vln jejichž zdroje se nacházejí v nějaké rovině S, která odděluje bod P od skupciného zdroje.

Přesně lze intenzitu záření v bodě P spočítat pouze v případě že-li máme analytický signál - el. pole světelné vlny, na uzavřené ploše S. (viz Born-Volf).

Formule Born-Volfa má tvar

(zifracijní Kirchhoffův integrál)

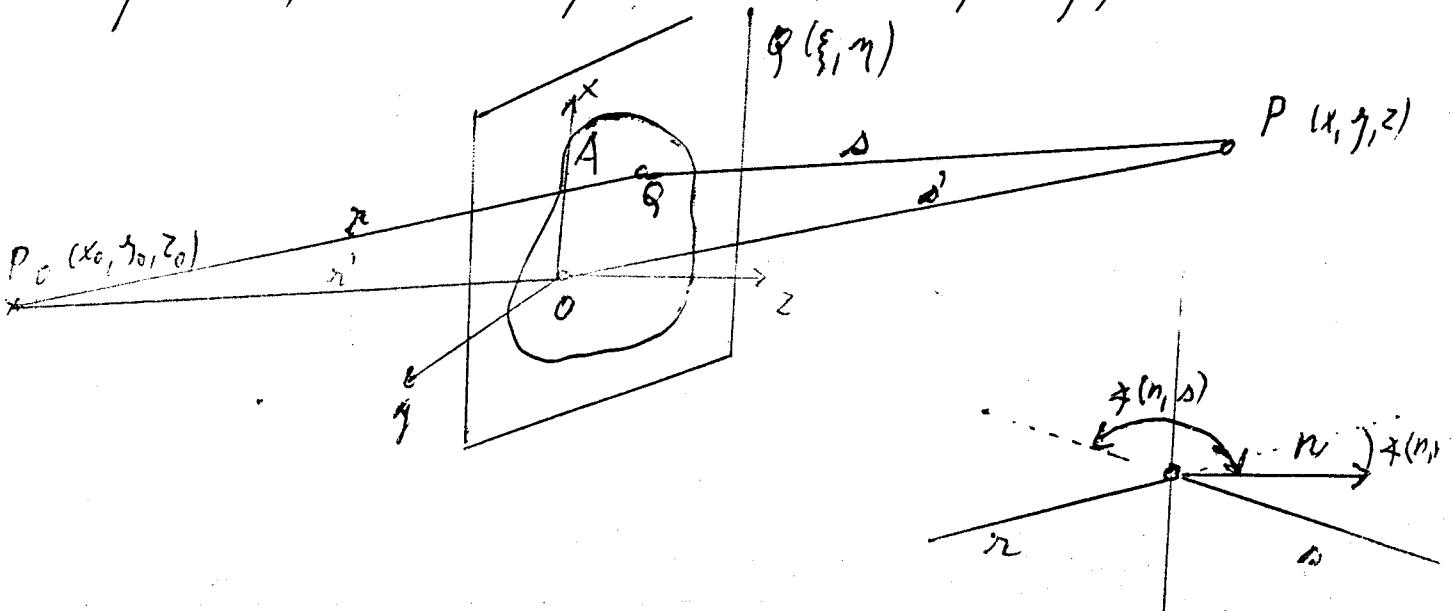
$$u(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[ (-u) \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-iks}}{s} \right) + \frac{e^{-iks}}{s} \frac{\partial u}{\partial n} \right] dS$$

kde u je funkce závisící pouze na souřadnicích

S - uzavřená plocha, s je vzdálenost nějakého bodu plochy S od bodu P, n - vnější normála k ploše, Funkce u musí vyhovovat vlnové rovnici

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\nabla^2 + k^2)u = 0$$

Nechť nyní plocha S tvoří otvor A ve stěnitku a bude zdrojem elmag. vln, které osvětlují bod P. Skutečný zdroj je v bodě P<sub>0</sub>.



jestli jsou rozměry otvoru velké oproti  $\lambda$ , ale malé oproti  $ra$  s  
 lze předcházející formuli přepsat ve tvaru

$$u(P) = \frac{i}{2\lambda} \iint_A \left( \frac{K e^{i k r}}{r} - \frac{e^{-i k s}}{s} [\cos(n, r) - \cos(n, s)] \right) dS$$

hde  $\frac{K e^{i k r}}{r}$  je optický signál na ploše  $A$  (analytický tvar)

Když optický signál na ploše  $A$  označíme jako  $u(\xi, \eta)$   
 dostaneme

$$u(P) = \frac{i k}{4\pi} \iint_A u(\xi, \eta) e^{-\frac{i k s}{s}} (1 + \cos\theta) dS$$

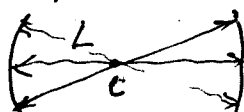
hde úhel  $(n, s)$  je roven  $180^\circ - \theta$ . Jméno vztah se  
 nazývá integrální formulí Fresnel-Kirchhoffovou.

### Druhy rezonátorů.

a) Planoparalelní rezonátor typu Fabry-Perot.

Teorii pro tenký proužek Foé a Li  $L = n \frac{\lambda}{2}$   
 zde se jedná o rovinné vlnoplochy.

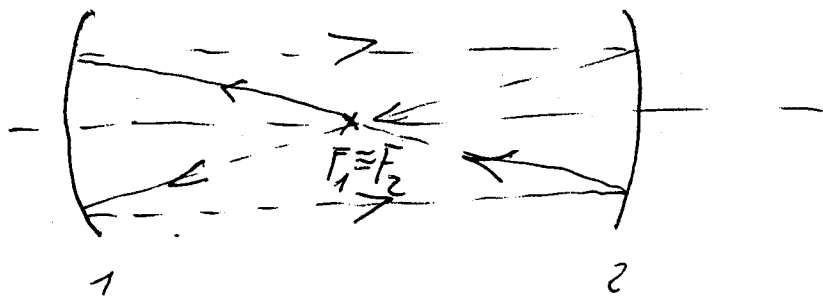
b) Koncentrický (sférický) rezonátor. Dva stejné poloměry křivosti

$R$ ,  $L = 2R$   - chod paprsků

mody rezonátoru tvoří superpozici dvou sférických vln  
 vycházejících z bodu  $C$  a šířící se v opačném směru.

c) Konfokální rezonátor

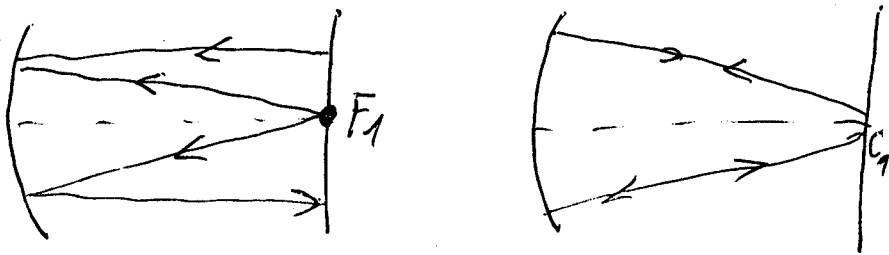
Dvě sférická zrcadla o stejném poloměru křivosti  
 Průsečík ohniska zrcadel se nachází ve stejném  
 bodě  $L = R$



Tedy středky křivosti  
leží na povrchu  
obou zrcadla.

Zde není na první pohled jasné jak to má  
všechné moody. Vypočty ukáží, že konfigurace  
mod není popsána ani rovinnou ani sférickou  
vlnou

d) Koroátory tvořené plochým a sférickým zrcadlem.  
Polokoufáhlí Polosférický



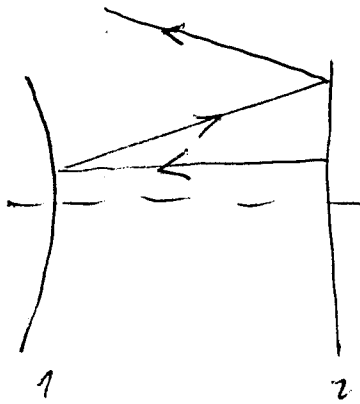
Často i dvě sférická zrcadla vzdálená  $R < L < 2R$

U těchto typů rezonátorů popřesky stále kopírují  
stejně obrátí i po několikanásobném průchodu  
rezonátorem.

Všichy tyto rezonátory lze uvážit jako speciální  
případy obecného rezonátoru tvořené dvěma  
sférickými zrcadly (konvexními nebo konkávními)  
vzdálenými o  $L$ .

Tyto rezonátory se rozdělují na  $\left\{ \begin{array}{l} \text{stabilní} \\ \text{nestabilní} \end{array} \right.$

U nestabilních se paprsek neuvěříme vzdaluje od osy rezona-  
toru.

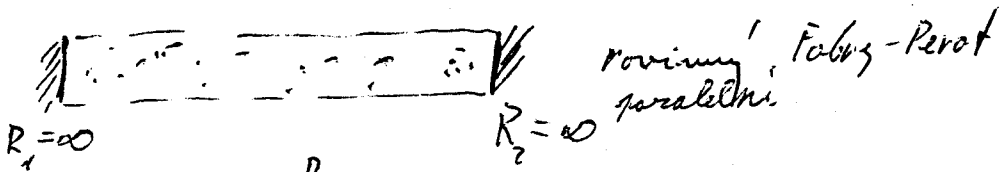


nestabilní  
rezonátor

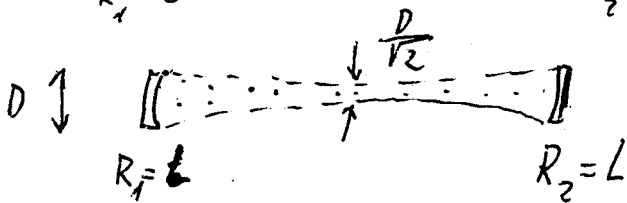
U stabilních rezonátorů se paprsek odrazí v kroužcích symetrické oblasti.

U rezonátorů je třeba vypočítat podmínky stability tj. určit oblasti stability.

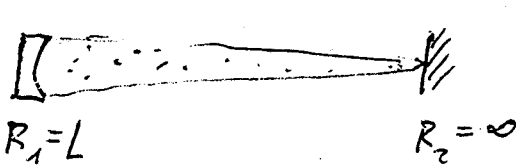
Tvor světelného pole u pěti nejčastěji užívaných rezonátorů.



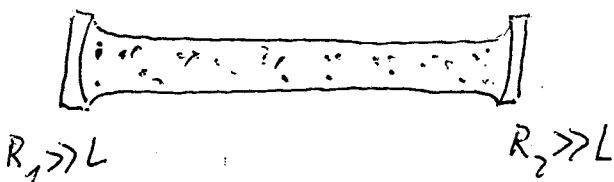
rovinný Fabry-Pérot  
paralelní



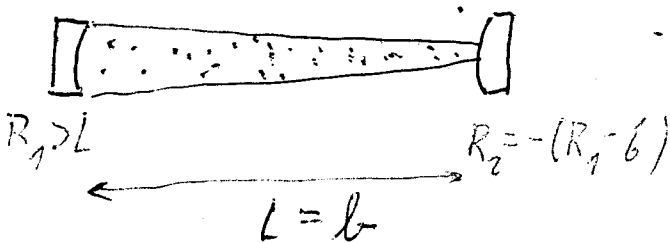
Konfokální



Plosférický



Bližky k rovinnému  
paralelnímu



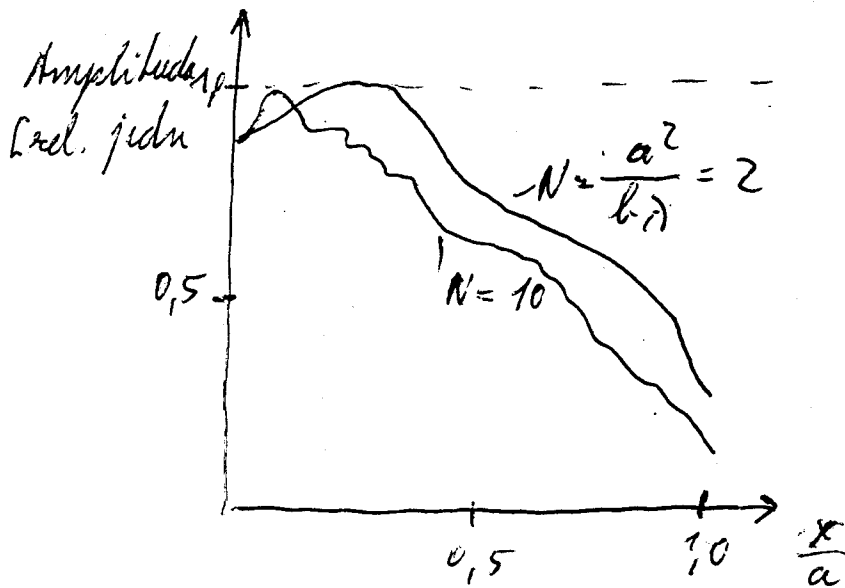
Koncentrovaně - koulečkový

Fox a Li provedli výpočty rozdělení pole na zrcadlech různých typů.

U rezonátoru Fabry-Perot (plochy) je rozdělení amplitud, i fáze na zrcadlech oběma kruhovou symetrií.

Na obr. je oběma rozdělení pole pro módus  $TE_{100}$  v rávistiosti na vzdálenosti od osy rezonátoru.

Poloměr zrcadla -  $a$

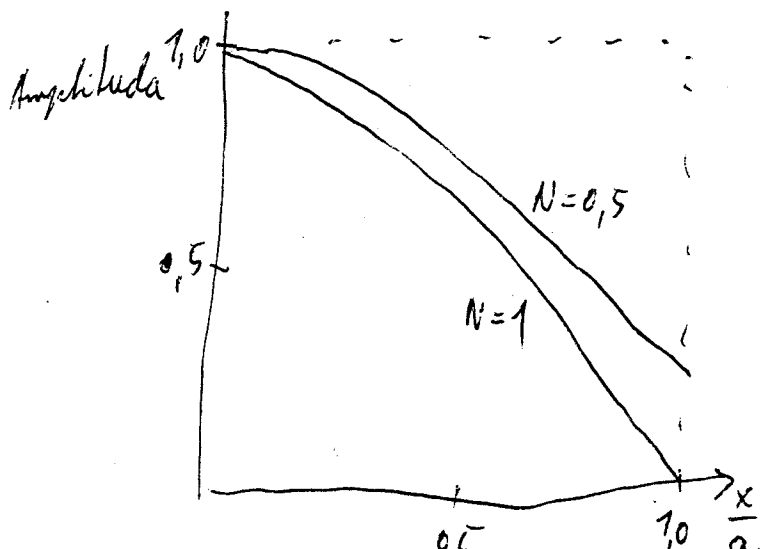


$N$  - Fresnelovo číslo

$$b = L$$

Výpočty tohoto typu jsou pro konfokální rezonátor složitější. U tohoto rezonátoru je pole rovnoměrnější a více koncentrováno do osy rezonátoru. Ve srovnání s plochými zrcadly je rovinné zrcadlo totožné se rovinnou plochou stejné fáze a nevznikají tedy kmity fáze na zrcadle. Rovněž zbraň jsou menší.

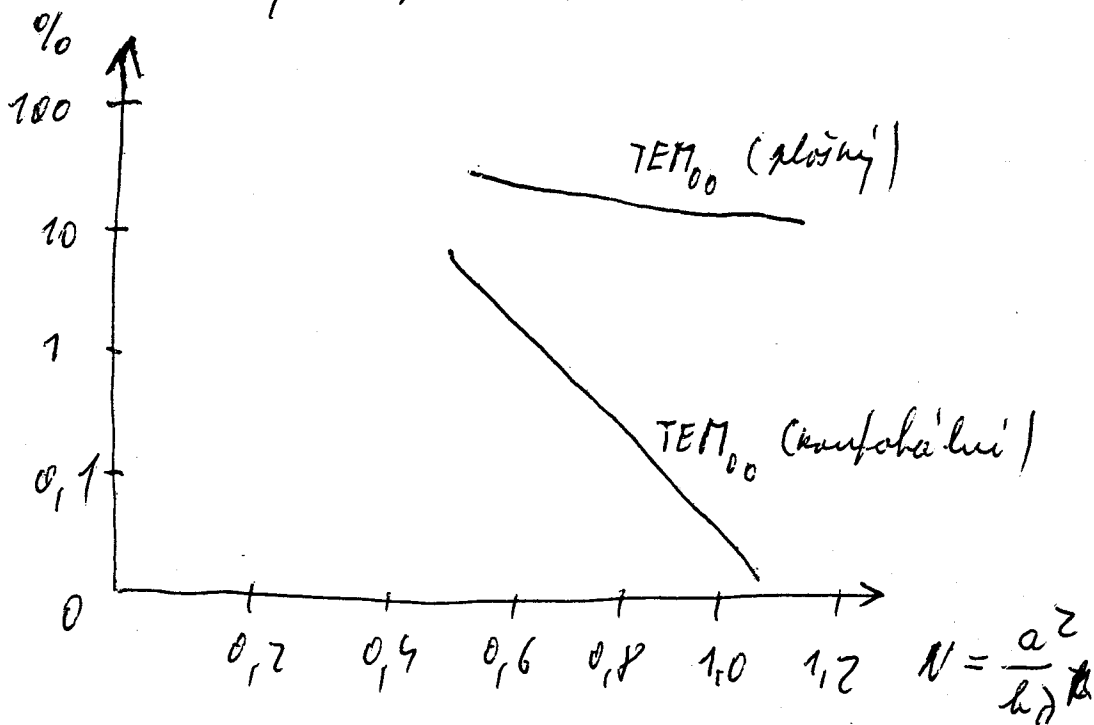
Nevýhodou je divergentní svazek



zejména zbraň jsou u konfokálního, podstatně menší

viz obr. 1.

# Škály na jedné půlnoci reovátorem



Fresnelovo číslo je bezrozměrná veličina. Interpretace.  
 Difrakční úhel v arbitrární rovině vlny s průměrným  
 rozměrem  $z$  je roven  $\theta_d \approx \frac{\lambda}{2a}$   
 $a$  vzděl polovina úhlu  $\theta_g$ , pod kterým je jedno světlo  
 vidět ve směru směru  $\theta_g = \frac{a}{L}$ . Odtud plyne, že  
 Fresnelovo číslo  $N = \frac{\theta_g}{2\theta_d}$

Veliká čísla  $N$  znamenají, že úhel difrakční divergence  
 je malý ve srovnání s úhlem úhlem.

$$N = \frac{\frac{a}{L}}{2 \frac{\lambda}{2a}} = \frac{a^2}{\lambda L}$$



# Kinetická rovnice Einsteinova:

Relaxační procesy spin-phononové relaxace.

Uvažujeme dvě hladiny, Provedlíp. přechody  $w_{12}, w_{21}$   
Koncentrace  $n_1$  a  $n_2$

$$\text{Přímá} \quad \frac{dn_1}{dt} = -w_{12}n_1 + w_{21}n_2$$

$$\frac{dn_2}{dt} = w_{12}n_1 - w_{21}n_2$$

$$n_1 + n_2 = N$$

$$\frac{d(n_1 + n_2)}{dt} = 0$$

V tepelné rovnováze by měla být

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$$

V tepelné rovnováze  $n_1 = N_1$  a  $n_2 = N_2$

$$\frac{w_{12}}{w_{21}} = \frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$$

V tepelné rovnováze  $w_{21} \gg w_{12}$

Uvažujeme diferenci  $\Delta n = n_1 - n_2$

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = 2(w_{21}n_2 - w_{12}n_1)$$

$$\text{Můžeme} \begin{cases} N_1 + N_2 = N \\ n_1 + n_2 = N \\ \frac{w_{21}}{w_{12}} = \frac{N_2}{N_1} \\ \Delta N = N_1 - N_2 \end{cases}$$

Bez této rovnice přepsat následovně

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = w_{21}n_2 - w_{12}n_1 + w_{21}n_2 - w_{12}n_1 =$$

$$= w_{21}(N - n_1) - w_{12}n_1 + w_{21}n_2 - w_{12}(N - n_2) =$$

$$= w_{21}N - n_1(w_{21} + w_{12}) + (w_{21} + w_{12})n_2 - w_{12}N =$$

$$= -\Delta n(w_{12} + w_{21}) + w_{21}(N_1 + N_2) - w_{12}(N_1 + N_2) =$$

$$= -\Delta n(w_{12} + w_{21}) + w_{21}N_1 + w_{21}N_2 - w_{12}N_1 - w_{12}N_2 =$$

$$= -\Delta n(w_{12} + w_{21}) + w_{21}N_1 + w_{12}N_1 - w_{21}N_2 - w_{12}N_2 =$$

$$= -\Delta n(w_{12} + w_{21}) + N_1(w_{12} + w_{21}) - N_2(w_{12} + w_{21}) = (-\Delta n + \Delta N)(w_{12} + w_{21})$$

$$\frac{d(\Delta n)}{dt} = (-\Delta n + \Delta N)(w_{12} + w_{21})$$

což je dif. rovnice.  
lineární

$$y' + y(P(x)) + Q(x) = 0 \quad \text{Řešení } y = e^{-\int P(x) dx} \left[ -\int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx + C \right]$$

$$\Delta n(t) = e^{-(\omega_{12} + \omega_{21})t} \left[ \Delta n(\omega_{12} + \omega_{21}) e^{(\omega_{12} + \omega_{21})t} + C \right]$$

$$\Delta n(t) = e^{-(\omega_{12} + \omega_{21})t} \left[ \Delta n e^{(\omega_{12} + \omega_{21})t} + C \right]$$

$$\Delta n(t) = \Delta n + e^{-(\omega_{12} + \omega_{21})t} C$$

$$t=0 \quad \Delta n(0) = \Delta n + C \quad \Rightarrow \quad C = \Delta n_0 - \Delta n$$

$$\boxed{\Delta n(t) = \Delta n + (\Delta n_0 - \Delta n) e^{-(\omega_{12} + \omega_{21})t}}$$

Řešení ukazuje, že systém relaxuje do rovnovážného stavu exponenciálně s relaxační dobou

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_{12} + \omega_{21}}$$

$\tau_1$  - velmi závisí na teplotě krystalové mřížky.

Pro práci laserových generátorů musíme co nejdříve udělat inverzi (nerovnovážný stav) t.j.  $\tau_1$  musí být co nejdelší.

Kinetická rovnice za účasti vnějšího pole.

Zatím máme vyřešen jen abychyjn' relaxační proces. Řešíme však nyní problém, kdy náš systém je vystaven působení vnějšího elmag. pole o frekvenci  $\omega$ , která je rovna nebo velmi blízká frekvenci přechodu  $\omega_{21}$ . Potom existují významné přechody charakterizované proudícími  $W_{12}, W_{21}$ . Rovnice rovinných budou mít tvar:

$$\frac{dn_1}{dt} = -w_{12} n_1 + w_{21} n_2 - W_{12} n_1 + W_{21} n_2 + A_{10} n_1$$

$$\frac{dn_2}{dt} = w_{12} n_1 - w_{21} n_2 + W_{12} n_1 - W_{21} n_2 - A_{20} n_2$$

Kladouce  $W_{12} = W_{21}$  a vzhledem předtím jeho odvození dostaneme

$$\frac{d(\delta n)}{dt} = -(\delta n - \delta N)(w_{12} + w_{21}) - 2W_{12} \delta n$$

Vrátíme-li ještě spontánní přechody

$$\frac{d(\delta n)}{dt} = -(\delta n - \delta N)(w_{12} + w_{21}) - 2W_{12} \delta n + 2A_{21} \delta n$$

relaxační proces      významné přechody      kuta čím je větší rovnoběžný

Při silných pulzech elmag. záření bude hustota reální signálu  $n(\omega)$  značně velká. Víme, že  $W_{12} = \mu(\omega) B_{12}$

Při silných signálech  $W_{12} \gg w_{12} + w_{21}$  a rovnice  $n_1$  a  $n_2$  se budou vyrovnávat. Relaxace se však bude snažit nastavit stav  $\delta n$ .

Ode tyto rovnice jsou jasné a správného smyslu.

V dynamické rovnováze  $\frac{d\Delta n}{dt} = 0$   
Při splnění podmínky

$$\Delta n_{stoc.} = \frac{\Delta N}{1 + 2W_{12} \tau_1}$$

$$\Delta n \left[ (w_{12} + w_{21}) + 2W_{12} \right] = \Delta N (w_{12} + w_{21})$$

$$\Delta n_{stoc.} = \frac{\Delta N}{1 + \frac{2W_{12}}{w_{12} + w_{21}}}$$

$$\tau_1 = \frac{1}{w_{12} + w_{21}}$$

Při slabých signálech  
 $\Delta n_{stoc.} = \Delta N$

Při velmi silných signálech kdy  $W_{12} \gg \frac{1}{\tau_1}$  vznikne  
stav nasycení  $\Delta n_{stoc.} \rightarrow 0$  t.j.  $N_1 = N_2$

System v tomto stavu je systémem nasyceným.

Existuje jen ještě spin spinová relaxace. Spin není jen ve vnějším magn. poli B ale i ve lokálním který je tvořen magnetickými momenty sousedů.

Pro oslabení tohoto vlivu relaxace se užívá t.ř. magnetické zředění. Do aktivní látky je vnesen nemagnetický materiál, který vzdaluje spiny od sebe

Příkladem je  $Al_2O_3$  kde  $Cr^{3+}$  čini tento efekt

ztlumením světla

$$\Delta P = h\nu \Delta n \cdot W_{12}$$

$$\Delta P = h\nu \Delta N \frac{W_{12}}{1 + 2W_{12} \tau_1}$$

$$W_{12} \tau_1 \gg 1$$

$$\Delta P_{sat} = h\nu \frac{\Delta N}{2\tau_1}$$

## Saturace.

Uvažujeme dvouúrovňový systém.  $E_2 - E_1 = \omega_0$ .  
Na tento systém působí silná monochromatická vlna s intenzitou  $I$  a frekvencí  $\omega \approx \omega_0$ .  
Víme již, že populace  $N_1$  a  $N_2$  se budou vyrovnávat.

## Saturace homogenně rozšířené čáry. Saturace absorpce.

(Saturace absorpce)  $N_1, N_2$  - populace atomů v předchozí kapitole  
Původně  $N_1 > N_2$ , nyní uvažujeme již i spon-  
tánní a vynucené záření.  $\tau$  - zahrnuje i spont. přechody  
- pro děj probíhající

$$N_1 + N_2 = N_t; \quad \frac{dN_2}{dt} = -W(N_2 - N_1) - N_2/\tau$$

$$\Delta N = N_1 - N_2 \quad \frac{d\Delta N}{dt} = W(N_2 - N_1) + N_2/\tau$$

$$\frac{dN_1}{dt} - \frac{dN_2}{dt} = \frac{d\Delta N}{dt} = W(N_2 - N_1) + \frac{N_2}{\tau} + W(N_2 - N_1) + \frac{N_2}{\tau}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta N}{dt} &= -\Delta N \cdot W \cdot 2 + 2 \frac{N_2}{\tau} = \\ &= -2W\Delta N + \frac{N_t - N_1}{\tau} + \frac{N_2}{\tau} = \\ &= -\Delta N \left( 2W + \frac{1}{\tau} \right) + \frac{N_t}{\tau} \end{aligned}$$

$$\frac{d\Delta N}{dt} = 0 \text{ pro stac. případ; } \Delta N = \frac{N_t}{1 + 2W\tau}$$

s systémem I se provádějí vynucených přechodů rovnicí  
a při  $W\tau \gg 1 \Rightarrow \Delta N = 0$ .

$$N_1 = N_2 = \frac{N_t}{2} \text{ pro } I \rightarrow \infty$$

Aby se v prostřích udržela nerovnovážná populace  
kladná -  $\Delta N$  musí být jednováková objemem

absorbovaná energie ( $g_1 = g_2$ )

$$\frac{dP}{dV} = h\nu W \Delta N = h\nu N_t W \cdot \frac{1}{1+2W\tau}$$

Tato rovnice v případě saturace  $W\tau \gg 1$  bude mít tvar

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_{sat} = h\nu N_t \frac{1}{2\tau} \quad \text{- saturační výkon}$$

To je očekávaný výsledek - saturační výkon musí raketovitě raketově relaxačním procesem.

Někdy se provádí podobnost  $W$  da' najít pomocí účinných průřezů

$$W = \frac{\sigma I}{h\nu} \quad \sigma - \text{účiný průřez absorpce}$$

Potom lze naše vztahy přepsat následovně

$$\left[ \begin{array}{l} \text{absorpce} \quad I = + h\nu W (N_1 - N_2) dx \quad ; \quad dI = + \alpha I dx \\ \sigma = \frac{\alpha}{N_1 - N_2} \quad \text{- koef. absorpce na 1 atom} \\ \frac{I}{h\nu} = \tilde{I} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} I = I_0 e^{-\alpha x} \\ I_0 - I = I_0(1 - e^{-\alpha x}) = I_0 \alpha x \\ I = I_0 e^{-\alpha x} \end{array}$$

$$\Delta N = \frac{N_t}{1+2W\tau} \quad \text{pro } I = I_{sat} \quad \Delta N = \frac{N_t}{2} \quad \text{pro } W\tau \gg 1$$

$$\frac{N_t}{2} = \frac{N_t}{1+2 \frac{\sigma I_{sat}}{h\nu}} \Rightarrow I_{sat} = \frac{h\nu}{2\sigma\tau} \quad I_{sat} - \text{intenzita saturace}$$

Potom

$$\Delta N = \frac{N_t}{1+2W\tau} = \frac{N_t}{1 + \frac{2\sigma I I_{sat}}{h\nu}}$$

$$\Delta N = \frac{N_t}{1 + \frac{\sigma I I_{sat}}{h\nu}}$$

$N_2$  - horní stav

$N_1$  - dolní stav

$$\frac{\Delta N}{N_t} = \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}$$

Pro  $I \rightarrow 0$

$$\frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} = 1$$

$$\begin{array}{l} I = I_{sat} \quad \underline{N_1 = N_2} \\ \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} = \frac{1}{2} \quad \uparrow \\ 2N_1 - 2N_2 = N_1 + N_2 \end{array}$$

Napětí (saturace)  $\Delta N$  byla v prostředí udržena dána inverze <sup>populace</sup>  $\Delta N$  musí být v jednotce objemu absorbována dostatečná energie -  $\frac{dP}{dV}$

čímto výkon  $\frac{dP}{dV}$  je dán vztahem  $W = W_1 = W_2$

$$\frac{dP}{dV} = h\nu \Delta N \sigma_A = h\nu \frac{N W}{1 + 2W\tau}$$

$N = N_1 + N_2$   
 $\tau = \tau_1$   
 $\Delta N_{stat.} = N$

v případě saturace tj. když  $W\tau \gg 1$  dostaneme

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_{sat} = \frac{h\nu N}{2\tau}$$

číslo je vidět, že výkon,

který je nutno vyšívat chodit je stejný jako výkon absorbovaný v důsledku relaxace vrchního stavu.

Základní vztah  $\Delta N = \frac{N}{1 + 2W\tau}$  lze rovněž napsat v alternativní formě

svodivodivost  $W$  lze vyjádřit následovně

$$W = \sigma I / h\nu$$

$I = \int \dots dx$  - intenzita dopadajícího světla  
 $\sigma$  - účinný průřez absorpce daného prostředí  
 $\frac{I}{h\nu} = \tilde{N}$  - úč. absorpce  
 $b = \frac{\sigma}{N_1 - N_2} \rightarrow$  úč. absorpce na táhnu

Rovnici těchto vztahů lze vztahy pro saturaci populací  $\Delta N$  a výkon  $\left(\frac{dP}{dV}\right)_{sat}$  napsat ve tvaru

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{1 + 2W\tau} = \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{sat}}} \quad \left| \quad 2W\tau = \frac{2\sigma I \tau}{h\nu} = \frac{I}{I_{sat}} \right.$$

Podobně:

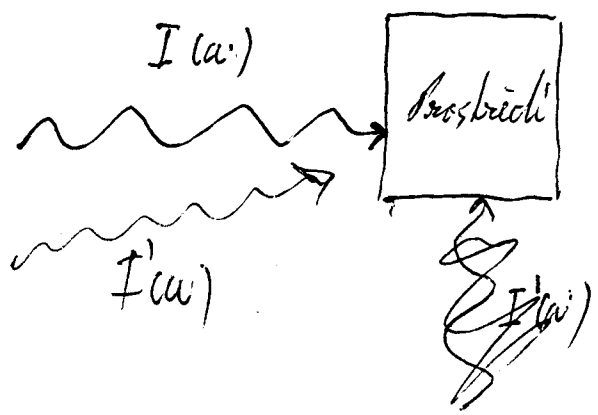
$$\frac{dP}{dV} = \frac{h\nu \Delta N}{1 + 2W\tau} = \frac{6I}{(1 + 2W\tau)} = \frac{1}{1 + 2W\tau} \cdot \frac{2\sigma I \tau}{h\nu} = \frac{I}{I_{sat} \left(1 + \frac{I}{I_{sat}}\right)}$$

žde  $I_{sat} = \frac{h\omega}{26\tau}$  je parametrem závislým na vlastnostech prostředí a frekvenci dopadající vlny.

Smysl  $I_{sat}$  je jasný hned: při  $I_{sat} = I$  dostaneme  $\Delta N = N/2$  když  $\omega = \omega_0$ .  $I_{sat}$  je tedy intenzitou saturace.

saturace.

\* Ukážeme si nyní jak se mění tvar absorpční čáry s růstem intenzity  $I$  dopadajícího monochromatického záření. Použijeme zjednodušené experimentu.



V tomto případě budeme měřit absorpci pomocí signálu  $\omega'$  o intenzitě  $I'$ , která je dostatečně malá takže tento signál nepůsobí v prostředí žádné paraly  $I(\omega) \gg I'(\omega)$

když je spektrální čára ~~symetrická~~ homogenní rozšířená potom lze pro koeficient absorpce použít oběma odhady vztah

obrázíme koef. rozšíření

$$\alpha \sim (N_1 - N_2) g(\omega)$$

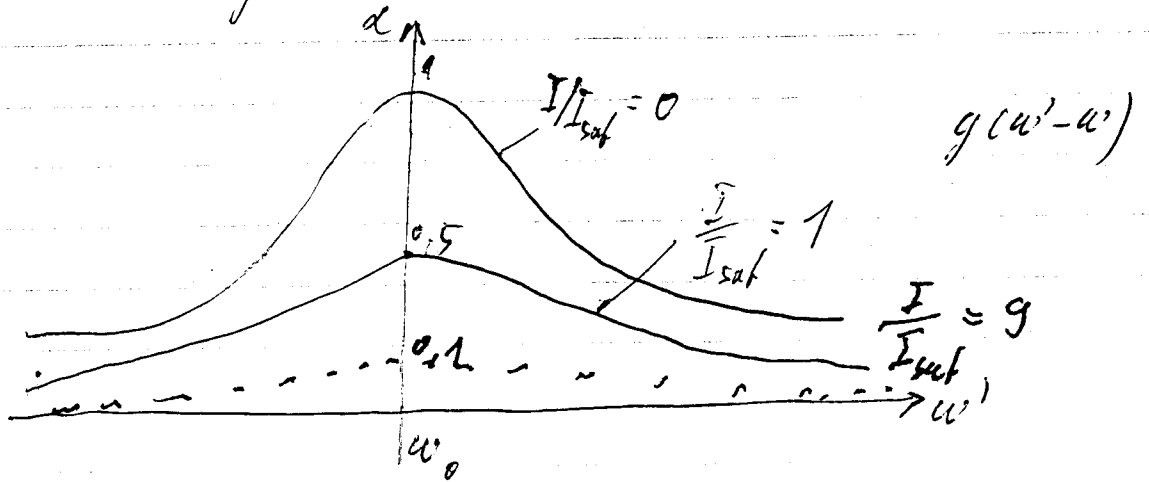
form faktor spektrální čáry pro  $\beta(\omega)$

Rozdíl populací je ovšem dán shora uvedeným vztahem pro  $\Delta N$ . Pakom i  $\alpha \approx \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}$

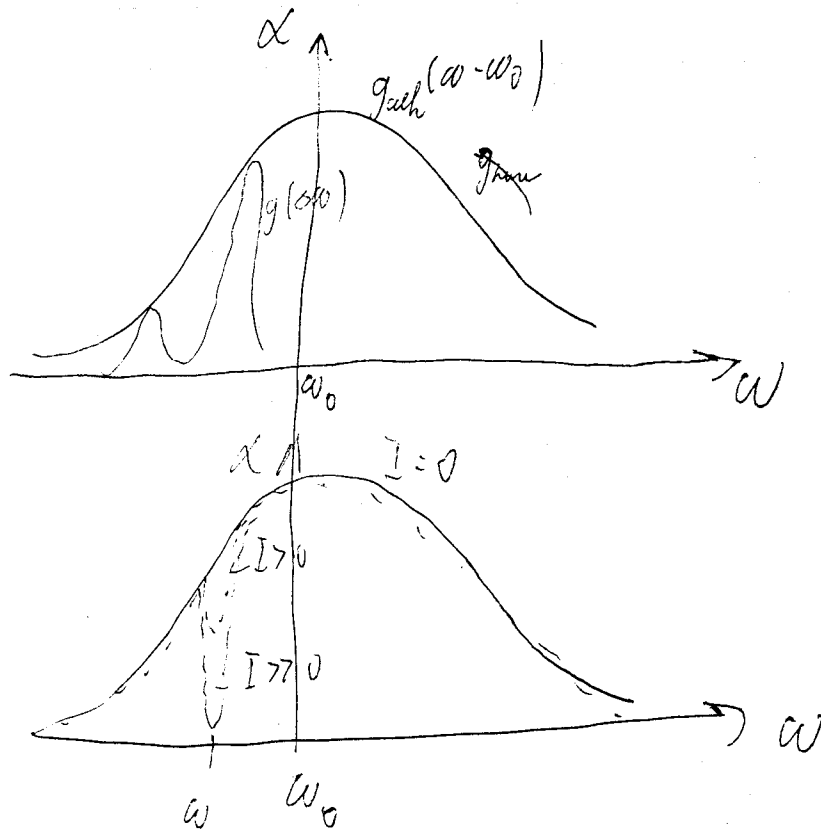
nebo  $\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}$ , kde  $\alpha_0$  je koef. absorpce v případě, když vlna nějaká napětí saturaci na frekvenci  $\omega$  nepůsobí. ( $I=0$ )



je tedy vidět, že při roztáčení I se d zmenšuje, ale tvar spektrální čáry se nemění



V případě nehomogenního rozšíření čáry je situace mnohem složitější. Obvykle se kombinuje rozšíření homogenní s nehomogenním.



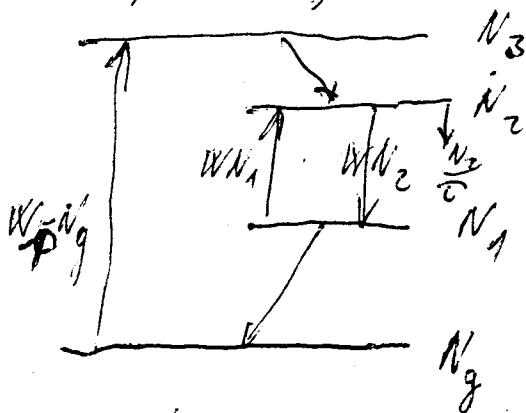
$$\frac{\left(\frac{dP}{dV}\right)}{\left(\frac{dP}{dV}\right)_{\text{sat}}} = \frac{\frac{h\nu N_2 W}{1 + 2W\tau}}{\frac{h\nu N_2}{2\tau}} = \frac{\frac{\delta I}{1 + 2W\tau}}{\frac{h\nu}{2\tau}} = \frac{1}{1 + 2W\tau} \cdot \frac{2\delta I\tau}{h\nu} =$$

$$= \frac{I}{I_{\text{sat}}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}}}$$

\* Vlasta 1

Saturace rezilenci.

Krok přechod  $E_2 - E_1$ , rezilence záření a nepřítomně jej. Předpokládáme, že prostřední se chová jako čtyřúhelník rovinný



Přechody  $3 \rightarrow 2$  a  $1 \rightarrow 0$  jsou tak rychlé, že  $N_3, N_1 = 0$   
 $N_0 = N_2 - N_3$

potom

$$\frac{dN_2}{dt} = W_p(N_0 - N_2) - W_{N_2} - N_2 \frac{1}{\tau}$$

$W_p$  - účinná pumpa

ve stoc. stavu  $\frac{dN_2}{dt} = 0$

$$0 = W_p N_0 - N_2 (W_p + W + \frac{1}{\tau}) = W_p N_0 - N_2 (W_p + W + \frac{1}{\tau})$$

$0 = W_p N_0 - N_2 (W_p + W + \frac{1}{\tau}) \Rightarrow N_2 = \frac{W_p N_0 \tau}{1 + W\tau}$

Když  $W_p \tau \ll 1$  u laserů splňuje,

Když předp.  $W_p \tau \ll 1$

$$N_2 = \frac{W_p N_0 \tau}{1 + W\tau} = \frac{W_p N_0 \tau}{1 + \frac{\delta I I}{h\nu}}$$

Když  $W = \frac{\delta I}{h\nu}$

$I_{\text{sat}} = \frac{h\nu}{\delta I}$

$$N_2 = N_{20} \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}}}$$

$N_{70}$  je populace  $N_2$  při  $I=0$   $N_{70} = W_p N_2 \tau$

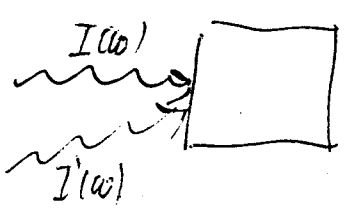
Koef. zesílení  $G = -\alpha = \sigma (N_2 - N_1)$

Pakom  $G = G_0 \frac{1}{1 + \frac{I}{I_{sat}}}$

$G_0 = \sigma N_{70}$  - koef. zesílení když je nasycená zářivost neexistuje

Při  $I = I_{sat}$  klisá  $G = \frac{G_0}{2}$

Je nutné si všimnout, že při stejných podmínkách tj. stejné  $hw$ ,  $\sigma \tau$  je intenzita nasycení v čtyřúhelníkovém systému 2x větší než u obouhlaví nového.

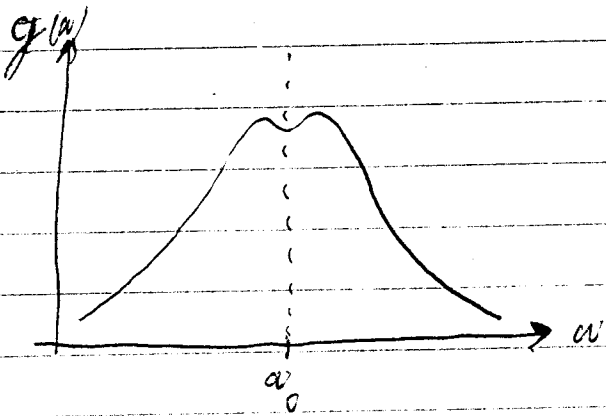


$\omega \neq \omega_0$   
 v tomto experimentu nyní bude paprsek  $I(\omega)$  se koeficient absorpce, ale koeficient zesílení.

Je nutné pro  $G$  je vidět, že s rostoucí intenzitou  $I$  klisá koef. zesílení, ale forma čáry se nemění.

# Lambertovská prohlubění

Vzniká u slyvných laserů. Byl předpovězen Karstickým Lambertem v r. 1964.



U jednomodového laseru s  
délkou rezonátoru 15-20 cm

kvůli šířce míří být  
namířena u jednomodového  
laseru při slyvném laseru  
rezonátoru (umění obilky)

Umění páru a vzdálenost mezi dvěma sousedními  
mody. Takže má  $\omega_0$  se zdá být pravidelní.

Pro vysvětlení tohoto jevu uvažujeme generaci na  
frekvenci  $\omega \neq \omega_0$  (např.  $\omega < \omega_0$ ). Při této frekvenci  
budou laserové záření interagovat jen s těmi  
atomy jejich rychlost je optima než šířka světla.

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 \pm \frac{v}{c}}$$

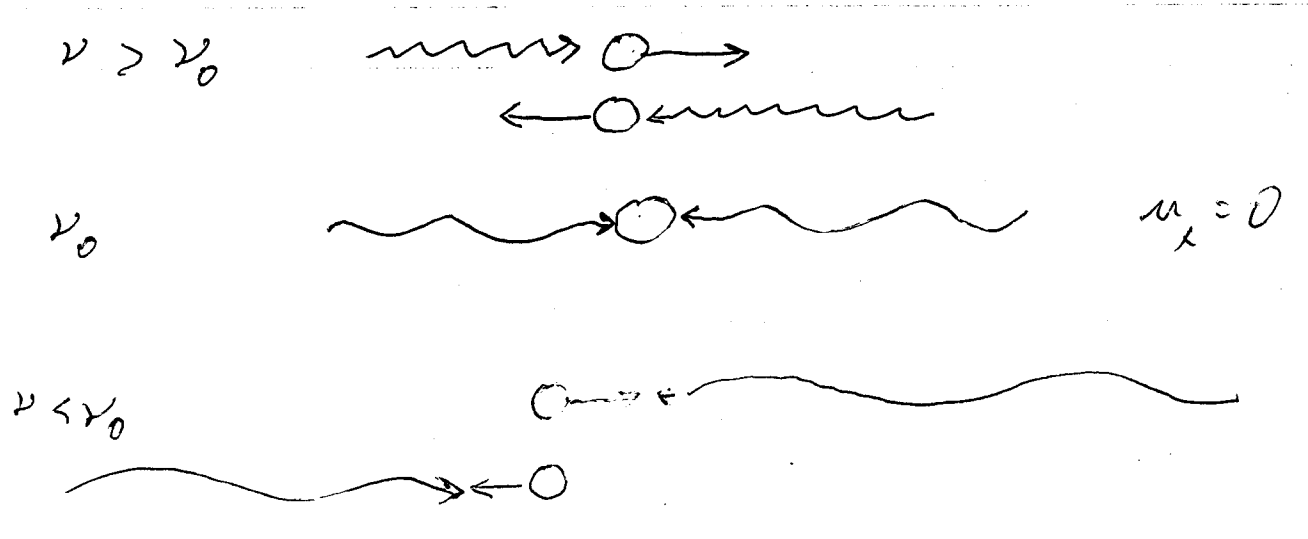
U  $v$  rezonátoru jsou stojaté vlny,  
které reprezentují dvě vlny běžící  
proti sobě.

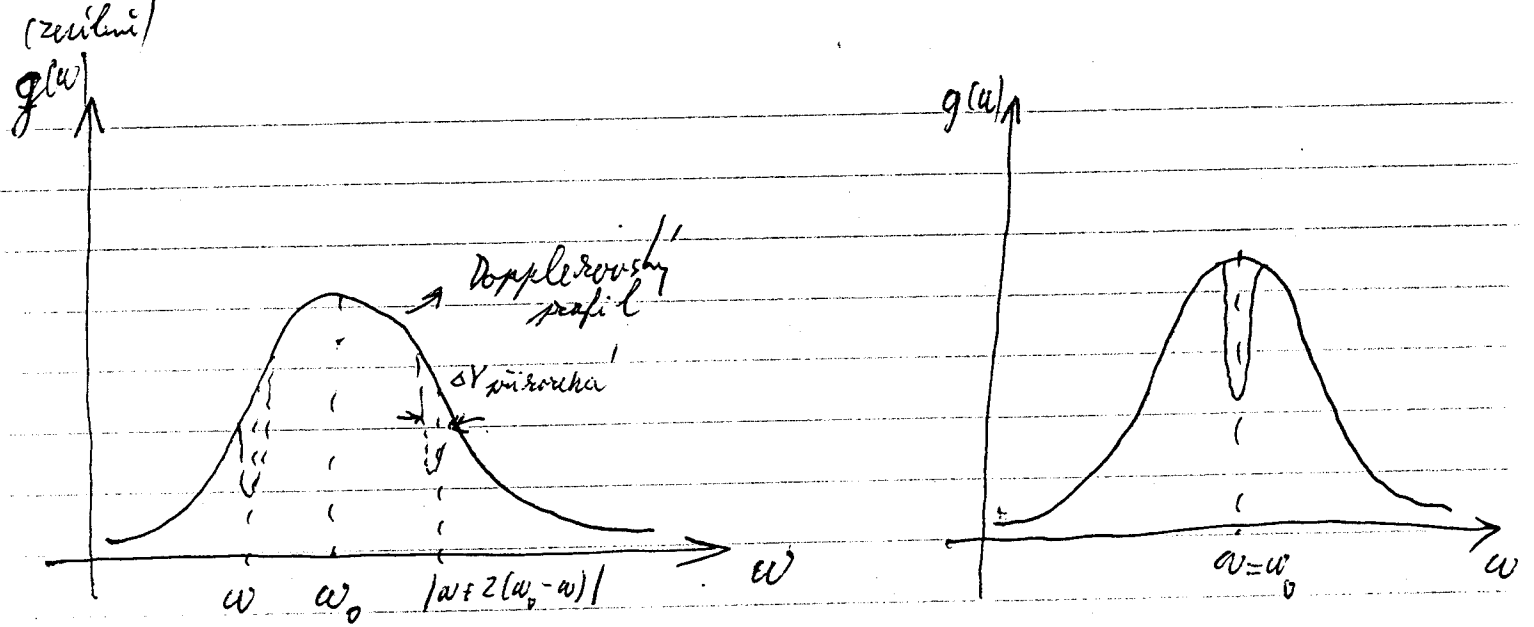
Tedy vlna běžící vpravo interaguje s atomy, která  
běžící vpravo a naopak.  
Tedy laserové záření bude interagovat s atomy  
s rychlostí  $+v$  a  $-v$ . Tedy rezonující vlny  
budou interagovat s atomy s rychlostech  $\pm v$  což  
povede k saturaci atomů s těmito rychlostmi.  
Na obou stranách se vyskytí dvě vlny o původní šířce vlny  
při  $\omega = \omega_0$  interaguje světelné záření s atomy  $v=0$   
a obě vlny se slévají v jednu. Tento efekt  
je vlastně zabránění a vede k Lambově prohlubě.

→  
→  
→

Výstupem úhlová délka laseru je určena aktivním prostředím je srovnání (v rovinnosti dopplerovské šířky čáry), přesněji pohyb ladi-  
ním laserového rezonátoru. Změnou vlnové délky měří koncovým  
zrcadly ke laseru přeladit v oboru frekvencí, pro níž rezonance  
postacuje se přípravami srovnání. Očekávalo by se, že ve srovnání  
atomové čáry <sup>byla by</sup> bude risk největší bude i rychlou laseru  
největší. Lomť přičtením ve srovnání čáry zářít.

V rezonátoru se světelné vlny pohybují oběma směry.  
Ve srovnání čáry stimulují oba směry by též atomy, kteří by,  
kterí mají nulovou rychlost. Při vlnění na jádro atomu  
jinou frekvencí interagují světelné vlny s těmi atomy  
jejich rychlost počítá s dopplerovským posuvem způsobeným  
tím, aby světlo bylo v rezonanci. Jsou tedy dvě skupiny  
atomů se stejnou rychlostí v obou směrech, kteří mohou  
být stimulováni a přispívat také k rychlému laseru

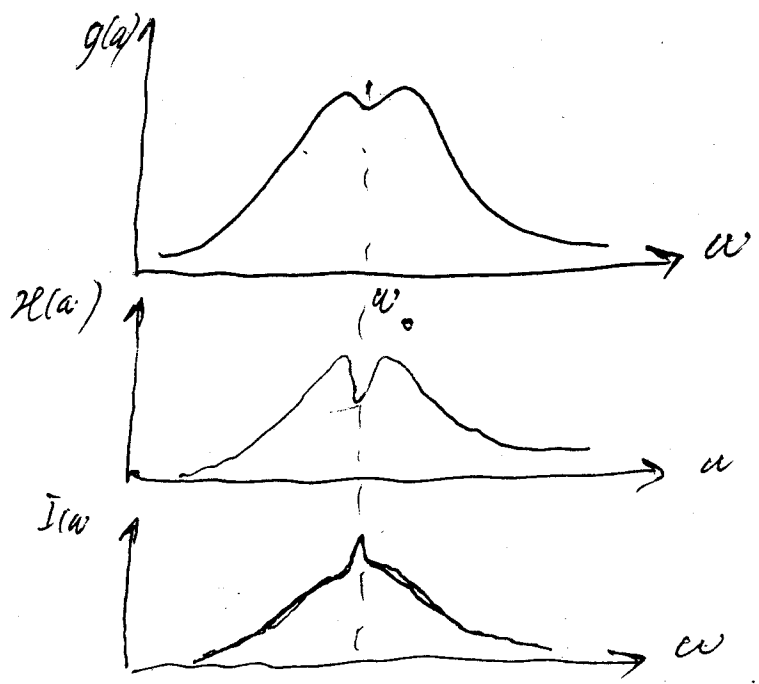




Parouí lambdová průvaha lze efektivně stabilizovat laser  
 u He-Ne laseru tak bylo dosaženo stability frekvence  
 řádku  $10^{-9}$ .

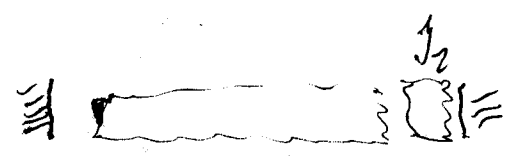
Vhodnější stabilizace lze dosáhnout metodou analogickou  
 lambdové průvahu. Do rezonátoru se vloží kyvka s  
 látkou <sup>(plynem)</sup> typičtě absorpční čára se přesně kryje s  $\lambda_0$  čárou  
 rezonanční laseru.

absorbující plyn uhybně vyharuje tzv. obrácený  
 lambdův efekt. Paroujeme tedy minimum absorpce  
 při  $\omega = \omega_0$ . Když byto obrácený jev přerývá  
 jev průvaha lambdová polehu lze říkat nepatrné  
 maximum v profilu čary.



Tak lze dosáhnout  
 stability  $10^{-12} - 10^{-13}$

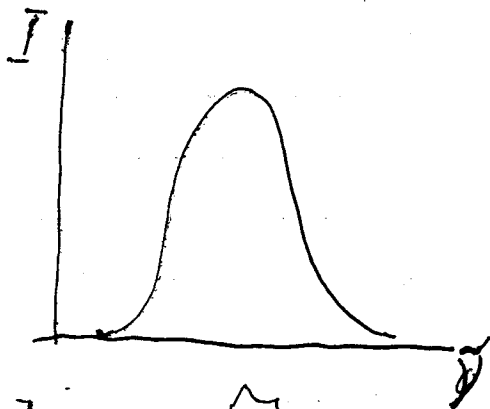
Pro He-Ne se užívá  
 $I_2$   
<sup>12.9</sup>



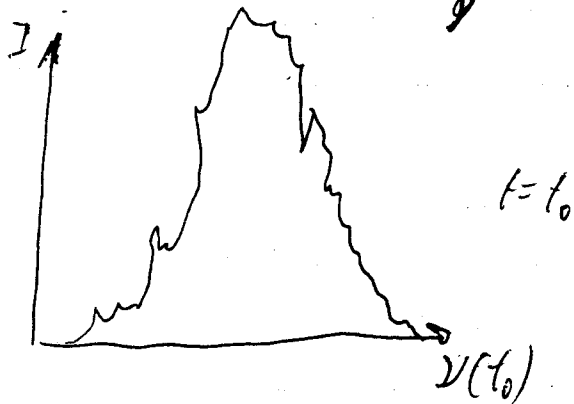


Funkce korelace:

Kvůli režimní emitorové a nejednotlivého termického roztaje lze považovat za kvazimonochromatické. Šířka emitorové čáry nechtě je  $\Delta \nu$  a režimní intenzity podle obr.



Tato křivka však udává pouze časový průměr skutečných průběhů viz. obr.



Časově proměnnou intenzitu el. pole lze popsat vlnovou funkcí  $V(r, t)$ . Tato funkce je reálná a lze ji rozvíjet pomocí Fourierova integrálu na soubor jednotlivých mono- chromatických složek.

$$V(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(r, \nu) e^{-2\pi i \nu t} d\nu$$

Složeb  $V(r, t)$  je reálná a obor rázových frekvencí nemá vlnašedni fyzikální smysl, lze psát

$$V(r, t) = \int_0^{\infty} v(r, \nu) e^{-i \omega t} d\nu$$

Velikost  $V(r, t)$  není možno přímo měřit na dvou sloupcích (limitovat v optickém oboru čími  $10^{15} \text{ Hz}$  a my bychom měli  $V(r, t)$  měřovat s časově lepším rozlišením než  $10^{-15} \text{ sec}$ ). (důležitý režimní rozsah intenzity  $\propto \{ \text{Re}[V(r, t)] \}^2$ ). Skutečný průběh funkce  $V(r, t)$  nelze ověřit a proto se volí tento postup.

Musíme se tedy omeřit na studium korelace světelného pole v různých prostorově časových bodech pomocí interference.



Výslednime dva svietelné svazky z dvoch rôznych bodů  $r_1$  a  $r_2$  a spojíme je tak aby interferovali a na skríničku vytvářaly interferenčné obrazce. V tomto prípade budú ultra slabo dopadajúce na skríničku dáva rovnakým vln príchádzajúcich z bodů  $r_1$  a  $r_2$  dáva rovnakým vln z obou bodů

$$U(r, t) = A_1 V(r_1, t-t_1) + A_2 V(r_2, t-t_2)$$

kde  $A_1, A_2$  jsou faktory zodpovídající intenzitě svazků (veličnost obvykle)  
 $t_1 = \frac{d_1}{v}$ ,  $t_2 = \frac{d_2}{v}$

Obomřitá intenzita osvětlení na skríničku  $I(r, t)$  v bodě  $r$  je  $I(r, t) = U(r, t) U^*(r, t)$

potom

$$I(r, t) = [A_1 V(r_1, t-t_1) + A_2 V(r_2, t-t_2)] [A_1^* V^*(r_1, t-t_1) + A_2^* V^*(r_2, t-t_2)]$$

$$I(r, t) = |A_1|^2 I_1(r_1, t-t_1) + |A_2|^2 I_2(r_2, t-t_2) + 2 \operatorname{Re} \{A_1 A_2^* V(r_1, t-t_1) V^*(r_2, t-t_2)\}$$

K intenzitě však mēříme vzhledem k velké neprůhlednosti detektorů svět jen časový průměr za dlouhou dobu  $\tau T$ .

$$I(r) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau T} \int_{-T}^T I(r, t) dt \quad \text{pro dosazení dostaneme}$$

$$I(r) = |A_1|^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau T} \int_{-T}^T I_1(r_1, t-t_1) dt + |A_2|^2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau T} \int_{-T}^T I_2(r_2, t-t_2) dt + 2 \operatorname{Re} \{A_1 A_2^* \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau T} \int_{-T}^T V(r_1, t-t_1) V^*(r_2, t-t_2) dt\}$$

Porovnáme dva výrazy odpovídající stacionárním průměrným intenzitám z bodů  $r_1$  a  $r_2$ . Když  $A_1 = A_2$  zachováme o interferenční výraz:

$$F(r_1, r_2, t_1, t_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau T} \int_{-T}^T V(r_1, t-t_1) V^*(r_2, t-t_2) dt$$

Funkci  $F(r_1, r_2, \tau)$  kde  $\tau = t_1 - t_2$  říkáme korelační funkce.  
Podmínkou pro inkohérenci je aby  $F(r_1, r_2, \tau) \neq 0$  alespoň  
pro některé hodnoty  $\tau$ .

Převodě v prostě se rovnávají míry koherence různých polí  
a koherence jednoho pole rovná se t. zv. míra vzájemné  
koherence  $\gamma(r_1, r_2, \tau)$ .

$$\begin{aligned} \gamma(r_1, r_2, \tau) &= \frac{F(r_1, r_2, \tau)}{[F(r_1, r_1, 0)]^{1/2} [F(r_2, r_2, 0)]^{1/2}} = \\ &= \frac{F(r_1, r_2, \tau)}{[I(r_1)]^{1/2} [I(r_2)]^{1/2}} \end{aligned}$$

Pro  $\gamma(r_1, r_2, \tau)$  platí, že  $0 \leq |\gamma| \leq 1$

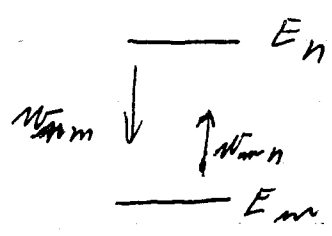
Když pro dva studované svazky  $|\gamma| = 1$  říkáme, že jsou  
dokonale koherentní, pro  $|\gamma| = 0$  - nekoherentní svazky.

Časová koherence je charakterizována funkcí  
 $\gamma(r_1, r_1, \tau)$  a  $\gamma(r_2, r_2, \tau)$ .

Prostorová koherence je charakterizována vyjádřením  
 $\gamma(r_1, r_2, 0)$ .

Inverze obsazení energetických stavů při bavení světlem.

a.) Kromě rázových přechodů mezi dvěma energetickými stavy existují t. rv. relaxační přechody, které jsou vyvolány nejprůběžnějšími interakcemi mechanismy v kvantovém systému (srážky, relaxace na stěnách, interakce s fonony krystalové mřížky). Uvažujeme dvě hladiny  $m$  a  $n$ .



Platí t. rv. princip detailní rovnováhy - t. j. počet přechodů nabarven se rovná počtu přechodů dolů

$$W_{mn} \cdot N_0 g_m e^{-\frac{E_m}{kT}} = W_{nm} \cdot N_0 g_n e^{-\frac{E_n}{kT}}$$

$$W_{mn} = W_{nm} \frac{g_n}{g_m} e^{\frac{E_n - E_m}{kT}} ; E_n - E_m = h\nu$$

$W_{mn}$  - pravděpodobnost  $m \rightarrow n$ ;  
 $W_{nm}$  - " " " "  $n \rightarrow m$ ;

$$W_{mn} = W_{nm} \frac{g_n}{g_m} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

Pro mikrovlnné přechody platí  $W_{mn} = W_{nm} (1 - \frac{h\nu}{kT})$

b.) Uvažujeme tři hladinový systém. Mezi hladinami 1, 2 a 3 nastávají rázové a nerázové procesy ( $h\nu \ll kT$ ). Přechody mezi 1, 2 a 3 náleží do optické oblasti. Systém osvětluje světlem o frekvenci  $h\nu_{13} = E_3 - E_1$ . Pro podmínku rovnováhy stanovíme:

$$\frac{dN_3}{dt} = W_{13} N_1 + W_{23} N_2 - W_{31} N_3 - W_{32} N_3 + W_{13} N_1 + W_{23} N_2 - W_{31} N_3 - W_{32} N_3 - (A_{32} + A_{31}) N_3 =$$

$$= W_{13} (N_1 - \frac{g_1}{g_3} N_3) + W_{23} (\frac{g_3}{g_2} N_2 - N_3) + W_{13} [N_1 - \frac{g_1}{g_2} \exp(\frac{h\nu_{13}}{kT}) N_3] + W_{23} [N_2 - \frac{g_2}{g_3} \exp(\frac{h\nu_{23}}{kT}) N_3] - (A_{32} + A_{31}) N_3$$

Podobně lze vyjádřit  $\frac{dN_2}{dt}$ ,  $\frac{dN_1}{dt}$  přičemž  $N_1 + N_2 + N_3 = N$

$A_{32}, A_{31}$  - spontánní proud. přech.  
 $T_{32}, T_{31}$  - doby života

$W_{13}, W_{23}$  - absorpce, stimul. emise proud.  
 $w_{13}, w_{23}$  - nerázové přechody proud.  
 $T_{13}^*, T_{23}^*$  - " " relax. doby

Řešíme  $g_1 = g_2 = g_3$ , a vyjádříme pomocí relaxačních dob

konverzí  $N_1$   $\leftarrow$   $N_2$  a  $N_3$   $\leftarrow$  psát když  $W_{13} \gg W_{32}$

$$\frac{dN_3}{dt} = - \frac{N_3 - N_2 e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}}{T_{32}^*} - \frac{N_3 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{31}}{kT}}}{T_{31}^*} - \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_3}{\tau_{31}} - W_{31}(N_3 - N_1)$$

Podobně pro  $N_2$  dostaneme:

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3 - N_2 e^{-\frac{h\nu_{32}}{kT}}}{T_{32}^*} - \frac{N_2 - N_1 e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT}}}{T_{21}^*} - \frac{N_2}{\tau_{21}} + \frac{N_3}{\tau_{32}}$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = N$$

Tyto rovnice ovšem platí pro opticky tenké a rovnoměrně osvětlené prostředí. Řešení těchto rovnic dostaneme ve tvaru. (vůjeme-li  $\frac{1}{T_{rel}} = \frac{1}{T_{rel}^*} + \frac{1}{\tau_{rel}}$ )

$$N_1 = N \frac{W_{31} T_{31} T_{32} + T_{31} + T_{32}}{W_{31} (T_{21} + 2T_{32}) T_{31} + T_{31} + T_{32}} \quad (1)$$

$$N_2 = N \frac{W_{31} T_{31} T_{21}}{W_{31} (T_{21} + 2T_{32}) T_{31} + T_{31} + T_{32}} \quad (2)$$

$$N_3 = N \frac{W_{31} T_{31} T_{32}}{W_{31} (T_{21} + 2T_{32}) T_{31} + T_{31} + T_{32}} \quad (3)$$

Jako laser rovine systém pracovat, když  $N_2 > N_1$   
Užitím staré uvedených rovnic lze vypočítat při jedych podmínkách inverze vztome  
výkon publikovaný aktivním prostředím bude

$$P_{31} = W_{31} (N_1 - N_3) \frac{h\nu_{31}}{\Delta N} V_S$$

ovnáme - li  $N_2 - N_1 = N_{21}$  lze z rovnic (1) a (2) vypočítat  $W_{13}$  nebo  $W_{31}$ :

$$W_{31} = \frac{(N + N_{21}) (T_{31} + T_{32})}{N T_{31} (T_{21} - T_{32}) - N_{21} T_{31} (T_{21} + 2T_{32})}$$

Šahladní prahovou podmínkou bude  $N_{21} \ll N$   
 a  $N_{21} \neq 0$ . Můžeme si zjednodušit když  $N_{21} = 0$   
 potom 
$$W_{31} = \frac{T_{31} + T_{32}}{T_{31}(T_{21} - T_{32})}$$

z tohoto je vidět, že kritickým systémem bude ve  
 stavu se rovnou teplotou bude když, když  $T_{21} > T_{32}$   
 Chceme-li zjistit nejvýhodnější podmínky t.j. když  
 čerpa energie bude nejmenší, potom

$$T_{32} \ll T_{21} ; T_{31} \quad (A)$$

tedy platí tato nerovnost lze pro  $W_{31}$  psát  
 v minimální podmínky na převodě skané

$$W_{31} = \frac{N + N_{21}}{N - N_{21}} T_{21}^{-1}$$

nebo též 
$$W_{31} = T_{21}^{-1}$$

Lze si rovněž uvědomit, že splnění nerovnosti (A)  
 znamená  $N_3 \ll N_1$  a tedy systém pohlcovaný  
 systémem, aby platilo  $N_2 = N_1$  bude

$$P_{31} = \frac{1}{2} N h \omega_{31} T_{21}^{-1} V_s$$

Příl  $N = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$   $T_{31} = 25 \cdot 10^8 \text{ sec}$   $T_{32} = 5 \cdot 10^8 \text{ sec}$   
 $T_{21} = 5 \cdot 10^3 \text{ sec}$   $f_{31} = 6,6 \times 10^{14} \text{ Hz}$

potom  $P_{31} = 450 \frac{\text{W}}{\text{cm}^3}$

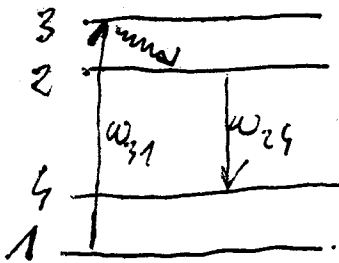
Tohle znamená, když polovina všech molekul (atomů)  
 byla v metastabilním stavu nepřetržitě udržována.  
 ověřme-li všech částí v systému bude tento  
 výkon čerpaní mnohem větší

Při impulsem provazu se nám situace pověhod zjednoduší. Objeví se tento systém charakterizujeme energií nutnou na jeden rábček. Aby hladina 2 - no stejného obsazení rábčků a metastabilního stavu za dobu  $t < T_{21}$  musel být poskytnut energie větší nebo rovna (alespoň)  $\frac{N h \omega_{31} h \nu}{2}$ .

V příkladu uvedeném buď tato energie či níže  $2,2 \frac{h}{cm^3}$ . Prakticky však na př. rubínový laser potřebuje na jeden rábček od 100 do několika tisíc fotonů což závisí na efektivnosti ozářování a vlastnostech rubínu.

Tyto velké ozářování měkky jsou nutné jen u krátkodobých laserů, kde je nutno zářiči neví polovinu atomů (molekul) převést do horního stavu.

Značnými přednostmi v této oblasti se vyznačují lasery čtyřhladinové



Hladina 4 je měří za 1 a laser zesiluje zář 2 → 4.

Při  $E_3 - E_1 \gg kT$  je stav 4 prakticky neobsazen a pro získání nutné inverze  $N_{24} = N_2 - N_4$  je nutno nabudít mnohem menší počet atomů (molekul).

Když daly rovota různých přechodů vytváří podmínkami

$$T_{32} \ll T_{31} \text{ i } T_{24} \text{ i } T_{21}$$

$$T_{41} \ll T_{24}$$

potom nás podrobný výpočet

přivede k formulě

$$W_{31} \approx \frac{N_{24}}{N} T_{24}^{-1}$$

Když bychom nyní tento vztah rovnali s výsledkem pro čtyřhladinový laser  $W_{31} = T_{21}^{-1}$  potom, jestliže

obaly rivotu metastabilni hladiny jsou prakticky stejive  
a trikladivovito i chytr hladinoveho masoru, dostaneme

$$\frac{\alpha_{31}^{chytr}}{K_{31}^{tri}} = a \frac{N_{24}}{N} \ll 1$$

YAG - aktivovany neodqymem  
 $Y_3Al_5O_{12} : Nd^{3+}$   
skvo-kimikj - gramat

tedy chytrivrovnanj loser je  $\frac{N}{N_{24}}$  x ekonomicejji

K vyčisleni pohlcovaneho vykonu při osvícení aktivní-  
ho prostředí lze dojít následovně.

Jednotka objemu ve vzdálenosti  $z$  od povrchu látky  
spaluje výkon

$$P_1 = \int_{\lambda} [I(\lambda, z) e^{-K(\lambda, z)z} - I(\lambda, z+1) e^{-K(\lambda, z+1)(z+1)}] d\lambda$$

$$I(\lambda, z) e^{-K(\lambda, z)z} (1 - e^{-K(\lambda, z+1)}) = I(\lambda, z) K(\lambda)$$

kde  $I(\lambda)$  je tok energie na jednotkový spektrální interval.

Kdy se předpokládá pohlcování dostatečně slabým  
tokem, t.j.  $I(\lambda, z) \cong I(\lambda, 0)$  není zatím dostatek pro  
celkový absorbovaný výkon

$$P = V_s \int_{\lambda} I(\lambda) K(\lambda) d\lambda$$

Reálnice hladiny 2 se uvádí pohlcováním výkonem  
z primárního osvětlení, kvantovým vyzařováním z nabruče  
stovu a dobou rivotu v tomto stovu.

Kvantový <sup>ústředek</sup>  $\eta$  je roven poměru počtu nabručených  
atomů v potřebném stovu ke počtu pohlcovaných fotonů.  
Násobením posledního vztahu pro  $P$   $\eta(\lambda)/h\nu$  dostaneme

1)  $\frac{\text{absorbovaný výkon}}{\text{potřebný výkon}} = \int_{\lambda} \frac{I(\lambda) K(\lambda) \eta(\lambda)}{h\nu} d\lambda = \frac{N_2}{N_{24}}$

Tato rovnice lze přepsat i pro střední hodnoty

$$\frac{\bar{I} \bar{K} \bar{\eta} \Delta \lambda}{\pm \omega_{31}} = \frac{N_2}{T_{31}}$$

odvodi  $\bar{I} \bar{K} \Delta \lambda = P_{31} / V_s$

$$P_{31} = N_2 \pm \omega_{31} V_s / T_{31} \eta$$

Tato formule přijde pro  $N_2 = \frac{1}{2} N$  a  $\eta = 1$  ve formuli odvozenou dříve pro  $P_{31}$ .

Tento způsob odvození je vhodný zvláště proto, že dovoluje rozbít libovolný konkrétní úsek spektra rozbaje pro čerpání a poté pro pohlcení systém.

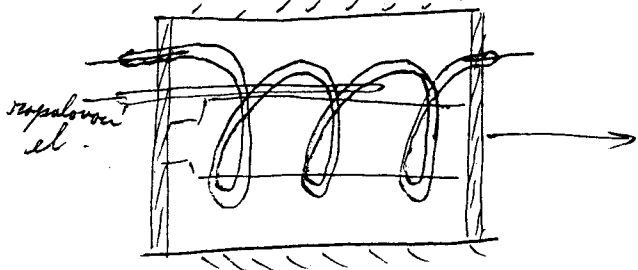
Ohledně se však v laserch užívají rozbaje světla - impulsní výbojky - které vyrábí specifické spektrum. Aby největší výtěžnost bylo efektivní je nutno povolit látky jejich absorpční pásy jsou statistické šířky (pevné látky). U plynu jsou absorpční čáry rovinné úzké. U plynu se optické čerpání užívá málo (čáry dříve azarové He výbojkou) - pak u jiné čáry je stejná s frekvencí jedné čáry He.



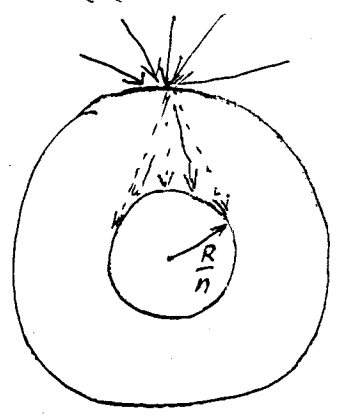
# Systémy osvětlování.

Většina laserových látek se osvětluje zářením viditelným nebo zářením z blízké oblasti infračerveného záření. Nejčastěji jsou využívány xenonové výbojky. Poněvadž laserující materiál má většinou tvar válce užívají se spirálové a válcové výbojky.

Prázdnin spirálovou výbojkou je rovinné a rovné rovnoběžné válce má fokální úhly



$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$   
 $\sin \beta = \frac{1}{n}$



Když  $n > 1$  je index lomu tváří lomení paprsky křivě s vrcholovým úhlem  $\alpha = 2 \arcsin \left( \frac{1}{n} \right)$

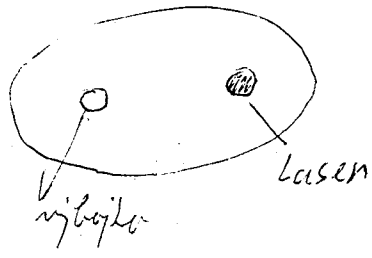
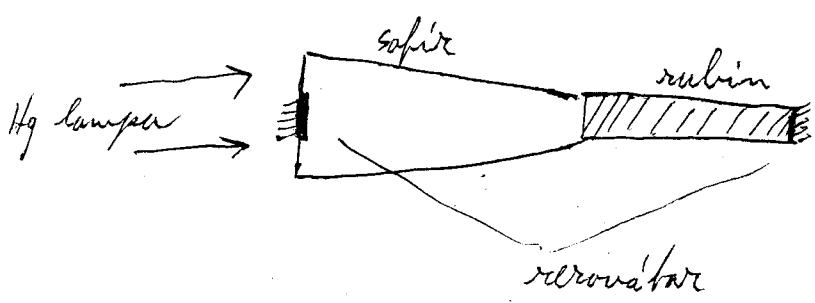
Obrazové paprsky procházejí ve vzdálenosti od středu  $\frac{R}{n}$ . Pokud oblast o poloměru  $\frac{R}{n}$  je intenzivně osvětlována.

Je výhodné uvést složené válečky jejichž střed tváří aktivní prostředí.

Krystal rubiň ( $Al_2O_3; Cr^{3+}$ ) je obalen safírem ( $Al_2O_3$ ); mají stejný index lomu. Safír rovněž dobře odvádí teplo. Nedostatkem spirálového osvětlení jsou velké ztráty energie.

Ekonomičtější jsou výbojky válcové. Ohřívají se několika těchto výbojek umístěných rovinně s aktivním materiálem a celý systém je uzavřen do rezonátoru optického reflektoru a jeho obniskem je daný materiál. Je to sice menší ztráta, ale roste se nehomogenita osvětlení. V mnoha případech je rovněž nutno chlazit celý systém (chladivové systémy s  $t_2 - t_1 \gg hT$ )

Typický systém osvětlování rubiňu



Excitace molekul plynu při srážkách s elektrony.

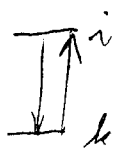
U plynu tvořících pracovní náplň lze rážcových kyslot dosáhnout pomocí srážkových procesů. Uvažujeme jen řídký plyn a elektrony. Energie elektronů nechtě je rozdělena podle Maxwellovy rozdělit. funkce s teplotou  $T_e$ ;  $N_e$  - koncentrace el. Uvažujeme tři hladiny (medgenerované). Bohud se "horčí" elektrony

- 3 —  $N_3, E_3$  nevyplývají se oborem jen stou  $E_1$  ( $E_i - E_1 \gg kT_e$ )
- 2 —  $N_2, E_2$  - to teplota neutro. plynu
- 1 —  $N_1, E_1$  rávat jeduak tyto a potom spontánní ráření

nechtě  $\sigma_{ik}$  je účinný průřez mezi stou  $i$  a  $k$   
 $v$  - relativní rychlost srážejících se částic  
 Pravidlo podobnost přechodu  $\Theta_{ik}^{-1}$  lze vyjádřit následovně

$$\Theta_{ik}^{-1} = N_e \overline{\sigma_{ik} v} = \int \sigma_{ik}(v) v f(v) dv \quad \Theta_{ik} - \text{relaxační doba}$$

Princip detailní rovnováhy  $\frac{\Theta_{ik}}{\Theta_{ki}} = e^{(E_k - E_i)/kT_e}$



Obsazení jednotlivých stavů lze vypočítat následovně pro stacionární stav.

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{N_1}{\Theta_{13}} + \frac{N_2}{\Theta_{23}} - N_3 \left( \frac{1}{\Theta_3} + \frac{1}{\tau_3} \right)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_1}{\Theta_{12}} - N_2 \left( \frac{1}{\Theta_2} + \frac{1}{\tau_2} \right) + N_3 \left( \frac{1}{\Theta_{32}} + \frac{1}{\tau_{32}} \right)$$

- $\Theta_i$  - doba života (relaxace) způsobená srážkami
- $\tau_i$  - " " - radiativními přechody

Přijme se přechody mezi neobvorenými stou příliš neuplatní při charakterizování stou celé soustou a proto lze psát.

$\frac{dN_3}{dt} = 0$ ;  $\frac{N_3}{N_1} = \frac{1/\Theta_{13}}{1/\Theta_{12} + 1/\tau_3}$  nebo obecně  $\frac{N_i}{N_1} = \frac{\Theta_{1i}}{\Theta_{1i} + \tau_i}$

V limitním případě když  $\frac{1}{\Theta_{i1}} \gg \frac{1}{T_i}$  se udává, že

$$\frac{N_i}{N_1} = \frac{\Theta_{i1}}{\Theta_{1i}} = e^{-(E_i - E_1)/kT_e}$$

$$\frac{N_3}{N_2} = e^{-(E_3 - E_2)/kT_e} \quad \text{t.j. obarvení je balckmannovské}$$

a teplotou  $T_e$

Jisté naději lze očekávat v obarvení rázových teplot při omezeném případě  $\frac{1}{\Theta_{i1}} \ll \frac{1}{T_i}$  t.j. když spontánní rozřívání bude podstatnou rolí při deexcitaci nabuzeného stavu.

Potom  $\frac{N_i}{N_1} = \frac{T_i}{\Theta_{1i}} = \frac{T_i}{\Theta_{i1}} e^{-(E_i - E_1)/kT_e} \Rightarrow \frac{N_3}{N_1} = \frac{T_3}{\Theta_{31}} e^{-(E_3 - E_1)/kT_e}$  i  $\frac{N_2}{N_1} = \frac{T_2}{\Theta_{21}} e^{-(E_2 - E_1)/kT_e}$

$$\frac{N_3}{N_2} = \frac{T_3 \Theta_{21}}{T_2 \Theta_{31}} e^{-(E_3 - E_2)/kT_e}$$

Při vhodných prouděpodobnostech lze dosáhnout  $\frac{N_3}{N_2} > 1$ .

Pr. He 3D a 2P  $\frac{T_3}{T_2} = 35$  ;  $\frac{\Theta_{31}}{\Theta_{21}} = 15$

V podstatě stále praktickému zvýšení brání normalost účinných průřezů  $\sigma_{ik}$  a často i prouděpodobnosti  $\frac{1}{\Theta_{ik}}$ .

Buzení se vybojí ra přítomnosti příměsí.

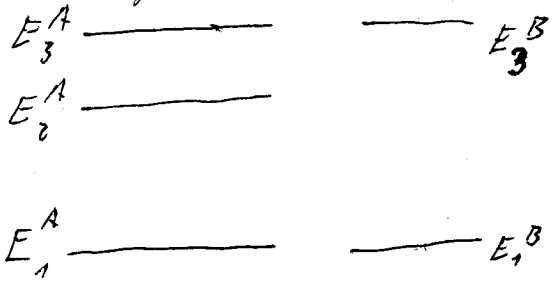
Částečně teploty lze mnohem snadněji dosáhnout, bude-li svět vybojí ve dvou-atomové směsi plynů. Přítom pro každý plyn existuje určitá vhodná příměs nebo několik vhodných příměsí.

He-Ne, He-Xe, Ne-O<sub>2</sub>, Ar-O<sub>2</sub>.

1. K selektivnímu obarvení hladin plynu A vedou sdířky buďto druhu s molekulami plynu B. Plyn B je excitován zářivkami s elektrony (nebo tím optickým čerpáním).
2. Jiná možnost zvýšívá excitaci molekul plynu A sdířkami s elektrony, přičemž příměs B působí na elektronovou kompenzaci plynu tak aby to bylo vhodné pro vznik inverze u plynu A.

3. Jako výsledek dvojí srážky  $A+B \rightarrow e$  vznikne molekulární iont který při rozpadu dává vznik atomu A nabruvenému do řádného stavu.
4. Nabruvený stav do kterého se molekula A dostane po nepružné srážce s B je nestabilní. Molekula disociuje, přičemž jeden z produktů rozpadu je nabruen do řádného stavu.

Předpokládejme následující systém úrovní pracovního a pomocného plynu



Vypodstatě nás zajímá funkce obsazení energiíových stavů u molekul typu A, pro které lze odvodit následující relace:

$$\frac{dN_3^A}{dt} = N_1^A \left( \frac{1}{\tau_{13}} + \frac{1}{\tau_{BA}} \right) - N_3^A \left( \frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_{AB}} + \frac{1}{\tau_3} \right) + N_2^A \frac{1}{\tau_{23}}$$

$$\frac{dN_2^A}{dt} = N_1^A \frac{1}{\tau_{12}} + N_3^A \left( \frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{32}} \right) - N_2^A \left( \frac{1}{\tau_{21}} + \frac{1}{\tau_{22}} + \frac{1}{\tau_{23}} \right)$$

Kde  $\frac{1}{\tau_{BA}} = N_3^B \overline{\sigma_{BA} v}$  - což je pravděpodobnost předání energie nabruení od molekuly B molekule A

$\frac{1}{\tau_{AB}} = N_1^B \overline{\sigma_{AB} v}$  - pravděpodobnost opačného procesu

Tato předávání energie mezi ka B má rezonanční charakter. Hlavní průřez je největší když  $\Delta E_{AB} = |E_3^B - E_3^A|$  je malové; ~~ale malý když  $\Delta E_{BA} \ll kT$~~  hlavní průřez je malý když  $\Delta E_{BA} \gg kT$ . Aby přiměřený plyn účinně přitabil na plyn pracovní je nutné aby  $|E_3^B - E_3^A| \leq kT$ . Ještě větší podmínka je splněna s rezervou můžeme položit  $\sigma_{AB} \approx \sigma_{BA}$

$$\tau_{BA} N_3^B = \tau_{AB} N_1^B \quad \tau_{AB} / \tau_{BA} = N_3^B / N_1^B$$

Jako v předchozím racionálném přechodu není nabízenými stavy plynu A. Systém stacionární stav je charakterizován následujícím vztahem pro poměr populací:

$$\frac{N_3^A}{N_2^A} = \frac{\left(\frac{1}{Q_{21}} + \frac{1}{\tau_2}\right) \left(\frac{1}{Q_{31}} + \frac{1}{\tau_3}\right)}{\frac{1}{Q_{12}} \left(\frac{1}{Q_{31}} + \frac{1}{\tau_3} + \frac{1}{\tau_{AB}}\right)}$$

$$\begin{cases} 0 = N_1^A \left(\frac{1}{Q_{13}} + \frac{1}{\tau_{BA}}\right) - N_3^A \left(\frac{1}{Q_{31}} + \frac{1}{\tau_{AB}} + \frac{1}{\tau_{31}}\right) \\ 0 = N_1^A \frac{1}{Q_{12}} - N_2^A \left(\frac{1}{Q_{21}} + \frac{1}{\tau_2}\right) \\ N_1^A = Q_{12} N_2^A \left(\frac{1}{Q_{21}} + \frac{1}{\tau_2}\right) \end{cases}$$

po dosazení vyjde vztah vlevo.

Ponevadž chceme dosáhnout inverze musíme předpokládat  $N_3^A/N_2^A > 1$ . Z předchozí rovnice však nalezneme,

že tato je možná tehdy:

a.)  $F < \frac{Q_{13}}{\tau_{BA}}$  při  $1 + \frac{Q_{21}}{\tau_2} > \frac{N_1^B}{N_3^B} e^{-(E_2-E_1)/kT_e}$

b.)  $F > \frac{Q_{13}}{\tau_{BA}}$  při  $1 + \frac{Q_{21}}{\tau_2} < \frac{N_1^B}{N_3^B} e^{-(E_2-E_1)/kT_e}$

při čísel

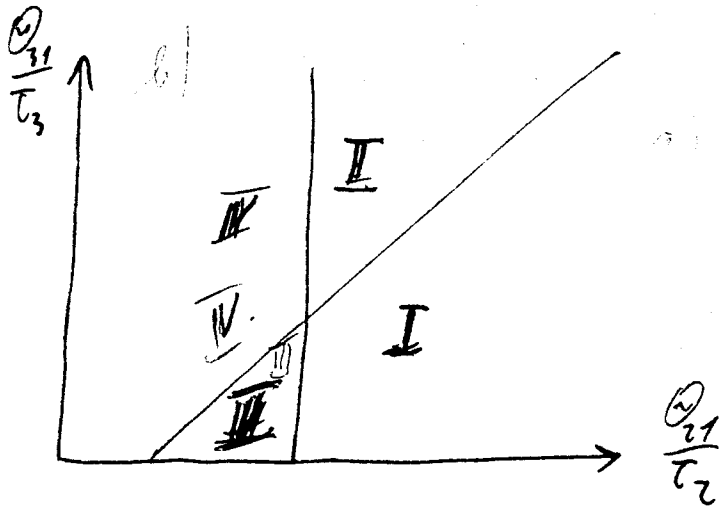
$$F = \frac{\left(\frac{Q_{31}}{\tau_{31}} + 1\right) e^{(E_3-E_2)/kT_e} - 1 - \frac{Q_{21}}{\tau_2}}{1 - \frac{N_1^B}{N_3^B} e^{-(E_2-E_1)/kT_e} + \frac{Q_{21}}{\tau_2}}$$

Podmínka pro jmenovatel rovní nule v prave části nerovnosti a) a b) dělí rovinnu  $\frac{Q_{31}}{\tau_3}$  a  $\frac{Q_{21}}{\tau_2}$  na dvě

části s rozdílnými fyzikálními vlastnostmi.

Když je  $\frac{N_1^B}{N_3^B}$  pevně daný parametrem systému, což je možné tehdy když pracovní plyn A nepůsobí reaktivně

na plyn B (tedy hlovně v případě  $N^A \ll N^B$ )  
 potom je kromě vertikální přímky



$$\frac{Q_{21}}{T_2} = \frac{N_1^B - (E_2 - E_1)/kT_e}{N_3^B} - 1$$

potom naprovo od této přímky se ráporná teploty dostanou, když platí nerovnost a.) t.j.

při dostatečně velké proudě  $\frac{1}{T_{BA}}$  (odtud plyne potřeba velkého  $N_3^B$ )  
 a rovnováhy teploty příměsího plynů).

Vlevo od přímky je situace opačná a plyn B zde hraje rápornou roli.

čitatel v nerovnostech a) a b) je roven nule když

$$\frac{Q_{31}}{T_3} = \frac{\frac{Q_{21}}{T_2} + 1 - e^{(E_3 - E_2)/kT_e}}{e^{(E_3 - E_2)/kT_e}}$$

Tato přímka nám opět vytváří dvě oblasti, které se liší opačnou rolí jáhou hráči v srážě el. s molekula mi plynem A.

V oblasti pod touto přímkou srážky molekul A s elektrony ulehčí usazení ráporné teploty, což přitom je tomu naopak.

celý prostor je rozdělen na 4 části

v I, II a III může existovat stav se rápornou teplotou (nejvhodnějším je oblač I.

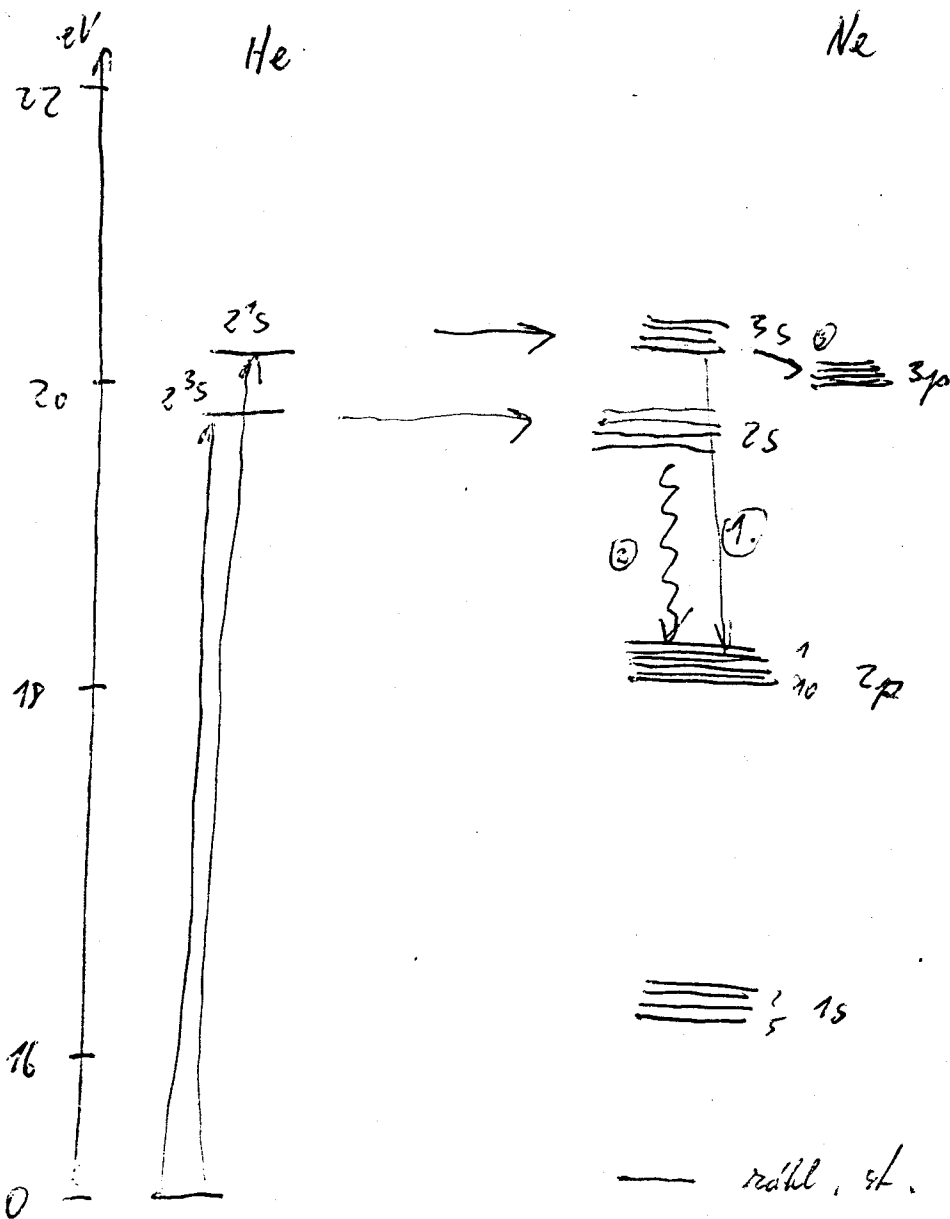
ve IV existují pouze chladné teploty.

Tato analýza nám umožňuje reformulovat několik parametrů týkajících se podmínek generace stimul. záření. Pracovní bod by měl být v grafu napravo od osi s přímkou, která je určena poměrem  $\frac{N_3}{N_2}$ . Když je tento poměr velkých (malých) bude plyn B kluzícím parametrem v systému.

aby srážky s elektrony normalizovaly rozdíly mezi  $N_3^A$  a  $N_2^A$  musí být pracovní bod v křivce I.

Tyto výpočty byly provedeny za určitých zjednodušených a speciálních podmínek a proto nelze jejich platnost považovat za univerzální.

He-Ne laser



## Lasery na bázi pevných látek.

Látky u kterých je možno pararovat intenzivní stimulovanou emisi musí splňovat několik předpokladů. V podstatě lze říci, že se jedná o to, aby vyzařovaný výkon byl co největší a výkon spotřebovávající na bariery co nejmenší.

- a.) Látko musí mít vhodný systém diskretních energetických hladin. Jedna z hladin musí být metastabilní. Přítomnost hladiny, na které elektrony z metastabilní hladiny podléhají ionizaci, musí mít poměrně krátkou dobu života.
- b.) Ionizováací prahová hustota aktivních molekul je přímo úměrná šířce spektrální zářky, musí být tato co možná nejmenší.
- c.) Látko musí být schopno v poměrně širokém rozsahu absorbovat energii. Metastabilní hladina se účinněji naplňuje přechody z hladin vyšších.
- d.) Základní charakteristikou je rovněž 1. rov. kvantový výstup (zisk) což je poměr <sup>maximální</sup> spotřebované vyzařované fotony ke absorbovaným fotonům při dané frekvenci.  
Kvantový zisk závisí na několika faktorech. Jak jsme viděli metastabilní hladina se naplňuje většinou pasivně. Přechod z hladiny nad metastab. existují dovolené přechody do nižších strom je část elektrony lze využít. Přechod z metastab. strom se děje radiativně nebo neradiativně přechodem. Tyto procesy jsou velmi



rovnice problému.

e.) Aby se resitovného řešení v době láte musí být minimální. Kloučí se meri kladinami (obvykle nabere-  
nými) vyžadova energetický rozdíl odpovídající  
resitované frekvenci.

Pro nás cíle je nejlepší uvítat přechody meri kladinami  
iontů, které se nacházejí jako příměsi v rákladině  
kryštalové mřížce látky. Nejčastěji jsou to ionty  
z přechodových skupin a prvky vzácných zemí.

Rákladinami látkami jsou nejčastěji

$Al_2O_3$  - korund  
 $CaF_2$  - fluorit  
 $CaWO_4$  - silit  
 $BaF_2$  -  
 $SrF_2$  -

Nečistoty  
skleněná matrice nebo  
+  $Y_3Al_5O_{12}$   
 $CaWO_4$  i  $Nd^{3+}$   
ve skleněné matrici hromadně  
ce  $Nd^{3+}$  asi 5%

nejčastěji je uvítán rubín ( $Al_2O_3$ ;  $Cr^{3+}$ ),

výborné mechanické a optické vlastnosti.

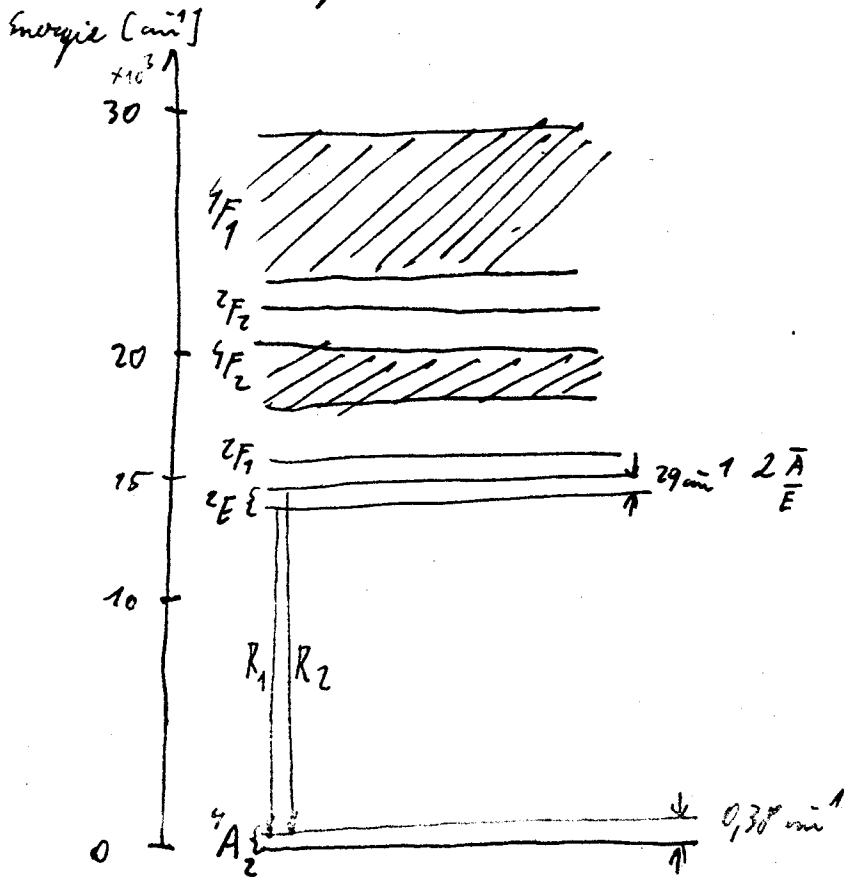
Rubín jako aktivní prostředí.

Má dokonalou kryštalovou strukturu zejména dle  
přípravovaného umělé. Při této přípravě může docházet  
rovnovážného rozložení iontů kromě a někdy může  
odstranit vnitřní prvky.

Užívá se ve formě <sup>tyčinky</sup> váleček s kruhovými nebo čtvercovými  
průřezem. Získání se lze ověřením absorpcí. Část se  
boční povrch má být, aby byly odlepeny šumy.  
Čelní povrch však musí být absolutně rovný, čistý a dobře  
obráběný. (nejčastěji se nabývá stříbro-leaf.  
obráběnosti (94-96)%)

V posledni dobe se rovinopi uvivat neholibovetove  
 interferencni dilkricke vrstky - hief. odrazu ar 99%.  
 Borcky musi byt opracovany s presnosti  $\frac{\lambda}{4}$  ar  $\frac{\lambda}{10}$ .  
 Paralelnost rezavatoru neni tak velka - stou ay by  
 paralelni s presnosti do 2'.

Hladiny energie ianku chromu v rubinu jsou  
 nasledujici:



V luminiscenčním spektru  
 rubinu lze pozorovat  
 dvě sirke intencivni čary.  
 Odpovídaji přechodu  ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$   
 stabilního stavu do neklidného  
 stavu - naryňuji se R čary.  
 Při 300°K je maximum

$\lambda_{R_1} = 6943 \text{ \AA}$     $\lambda_{R_2} = 6927 \text{ \AA}$   
 Při ochlazení krystalu  
 se čary posunují ke kratším  
 vlnovým délkaám

Nabuzení metostab. stavu redije prostřednictvím  
 širokých páseů  ${}^4F_1$  a  ${}^4F_2$  ze kterých jsou možné  
 nezářivé přechody do  ${}^2E$   
 Absorpční pás rubinu odpovídá přechodu  ${}^4A_2 \rightarrow {}^4F_2$ ,  
 který se nachází v zelené oblasti spektra  $\lambda = (5000 - 6000) \text{ \AA}$   
 Druhý absorpční pás je ve fialové oblasti  $\lambda = (3600 - 4600) \text{ \AA}$   
 Buzení fialovým světlem je nevyhovující prosvadit  
 bez nezářivých přechodů  ${}^4F_1 - {}^2E$  silně zabírají krystal.  
 Nejvhodněji je  ${}^4A_2 \rightarrow {}^4F_2 \rightarrow {}^2E$

Doba života pro  $T_{32} ({}^2E \rightarrow {}^4F_2) \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$   
 $T_{31} (\text{spontánní } {}^4F_2 \rightarrow {}^4A_2) \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$

Časová konstanta  $\tau_E$ ;  $T_{21} \approx (3-5) \mu s$

Populace ve stavech  $2\bar{A}$  a  $\bar{E}$  je dána Boltzmannovým rozdělením. Poněvadž rozdíl energií mezi stavy  $2\bar{A}$  a  $\bar{E}$  je jen  $29 \text{ cm}^{-1}$  dosahuje rozdíl v populaci 15%. Časová relaxace mezi  $\bar{E}$  a  $2\bar{A}$  je nejspíše velmi malá (menší než  $10^{-7} \text{ s}$ ). Proto je režim indukovaného stimulovaného rozptylu na čáře  $R_2$  prakticky nedostupitelný, poněvadž nejvyšší možnosti generace na  $R_1$  čáře a pravová populace ve stavu  $2\bar{A}$  se již prakticky nedosáhnou (existuje i měřicí metoda  $2\bar{A} \rightarrow 1\bar{E}$ )

Čára  $R_1$ : šířka čáry při  $300^\circ \text{K}$  činí  $10 \text{ cm}^{-1}$   
 Poněvadž základem stav je vinnou krystalového pole rozštěpen ( $38 \text{ cm}^{-1}$ ) dochází k posouvání  $R_1$  čáry (porovnávána s ní při  $77^\circ \text{K}$ )

Při  $T = 4,2^\circ \text{K}$  je šířka čáry  $0,07 \text{ cm}^{-1}$ .

Výkon vyzařovaný rubínem závisí na intenzitě zářivého pole. Maximální hodnota však je dána rozměry krystalu a jinými vlastnostmi krystalu.

Snížit se výkon 1 pulsu dosahuje výkonu až 100 joule s. j. desítky kV.

Účinnost rozptylu vyzařování rubínem je například 0,1-1% - pro světelnou vlnovku (5-6%).

9. 11. 2006

3

Teorie krystalového pole.

Paramagnetický ion je odklopen ostatními atomy energetické hladiny iontu jsou působením silného el. pole zcela rozštěpeny a posunuty.

Důležití jsou vlastnosti symetrie pole ve kterém se paramagnetický ion nachází.

Reprezentace group rotace je možno zveřejnit na reprezentace bodových group.

Rozklad  $D^4$  grupy

$L$	Term	označení Betheho	označení Mullikanova	Počet stavů
0	S	$\Gamma_1$	$A_1$	1
1	P	$\Gamma_4$	$T_1 \equiv F_1$	1
2	D	$\Gamma_3 + \Gamma_5$	$E + T_2 \equiv E + F_2$	2
3	F	$\Gamma_2 + \Gamma_4 + \Gamma_5$	$A_2 + T_1 + T_2 \equiv A_2 + F_1 + F_2$	3
4	G	$\Gamma_1 + \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5$	$A_1 + E + T_1 + T_2 \equiv$	4
5	H			
6	I			

Paramagnetické krystaly představují slaběkoncentrované první roztoky iontů prvků s nedokončeným vnějším orbitálním slupkami (grupa ředra a vápné řeminy) v krystalové mřížce dusičinů, soli atd.

9.11.2006

1

4

Atomy v kryštálovej mrieži a kvant. grupy.

Prímiesané atomy v kryšt. mrieži ( $Cr^{++}$  a rubín) jsou umístěny v určitých polohách v kryštálovej mrieži a tedy i v polích s vysokým stupněm symetrie. Tre tedy aplikovat kvant. grupy.

- 1. Definice grupy
  - a)  $a \cdot b = b \cdot a$  - v kři mrieži
  - b)  $(ab)c = a(bc)$
  - c)  $ae = a$
  - d)  $a \cdot a^{-1} = e$

Počet prvků grupy - řád grupy -  $h$

Podobnostní transformace  $\hat{c} a \hat{c}^{-1}$

Trída tvoří prvky přecházející při podob. transform. samy u sebe

2. Reprezentace grupy.

~~Homomorfismus~~

Prvek grupy  $G$  - prvek grupy  $G'$

2 prvky grupy  $G$   $a \cdot b \rightarrow$  prvky grupy  $G'$   $a' \cdot b'$

Reprezentace grupy je je lineární konečná grupa otvercových matic

matice prvku řádu  $\Gamma$ , obrátěto řádu  $\Gamma^{-1}$  atd.  $\Gamma$  - rozměr reprezentace (řád matice)

Reprezentace přecházející jedna v druhou při podob. transformaci se nazývají ekvivalentní

$\Gamma = \sum \Gamma_i$  - redukibilní reprezentace  
Irreducibilní reprezentace

Plati  $\sum \Gamma_i^2 = h$

Místo samostatných matic lze uvítat jenam charaktery matic ireducibilních reprezentací  
(Charakter - stopa matice - součet diagonálních prvků)

Některé důležité vlastnosti:

1. Počet ireducibilních reprezentací se rovná počtu tříd grupy
2. Součet čtverců rozměrů ireducibilních reprezentací grupy se rovná jistému rádku  $h$ : poněvadž  $h_j = \chi_j(E)$  platí  $\sum [\chi_j(E)]^2 = h$ .
3. Charaktery ireduc. reprezentací jsou ortogonální
 
$$\sum_R \chi_i(R) \chi_j(R) = 0 \quad (i \neq j)$$
4. Charaktery ireducibilních reprezentací jsou normalizovány
 
$$\sum_R [\chi_i(R)]^2 = h$$

Je nyní třeba charakterizovat ireduc. reprezentace takto.

Reprezentace o rozměru 1 (nedejenerované reprezentace) jsou označovány symboly  $A$  a  $B$  ( $A$ -symetrické vzhledem k restu kolem osy symetrie,  $B$ -antisymetrické). Indexy  $g$  a  $u$  značí symetrie vzhledem k osám členů podle směru symetrie.

Reprezentace o rozměru 2 (dvójnásobně degenеровané) se značí  $E$ .  
 - " - 3 (trojnásobně - " - 3) - " -  $T$ .

Teorie grup a kvantová mechanika:

Stav kvantové soustavy je plně popsán Schröd. rovnicí

$$\hat{H}\psi = E\psi.$$

Libovolná transformace  $R$  grupy symetrií transformuje soustavu stavů do jiné a vlnovou funkci  $\psi$  na jinou vlnovou funkci  $\psi'$ .

Schröd. rov. je invariantní vůči operacím symetrií a proto i nová vlnová funkce  $\psi' = R\psi$  bude patřit ke své vlastní hodnotě energie.

Měříme říci, že při operacích symetrií se vlastní funkce šarží energií. Klady transformují lineárně a matice

Každá transformace vytváří ireducibilní reprezentace, grupy a tedy každá energ. hladina a určitá vlnová funkce náleží k určité ireducibilní reprezentaci, přičemž rozměr reprezentace, jehož číselná hodnota je  $\chi(E)$  je roven stupni degenerace hladiny.

V ebením krystalovém poli je atom podroben poruchám dvou typů:

- a) výměnné interakci se sousedními atomy
- b) Elektrickým poli krystalu, způsobujícím Starkovo rozštěpení hladin.

U Starkova rozštěpení záleží jestli je el. pole silné nebo slabé tj. jestli rozštěpení je větší než vzdálenost mezi multiplety či nuleti.

Velmi často na př. se setkáváme s příměšovým iontem v centru oktaedru v jehož vrcholech se nacházejí diamagnetické ionty měřítky. Tento oktaedr může vykazovat různé druhy symetrie.

Jestliže nyní některá hladina volného iontu měla  $(2L+1)$  násobnou degeneraci potom  $(2L+1)$  vlnových funkcí získáme transformací pomocí ireducibilní reprezentace  $D^L$  grupy symetrie operátora  $H_0$ .

V případě krystalového pole jsou stony příměšového iontu popsány hamiltoniámem  $\hat{H} = H_0 + H_{kryst.}$ , který má symetrii tohoto pole což znamená, že vlastní vlnové funkce nového hamiltoniánu se transformují pomocí ireducibilních transformací grupy symetrie tohoto krystalového pole.

$D^L$  reprezentace matematická  $(2L+1)$  vlnovými funkcemi, která byla ireducibilní pro úplnou grupu rotací se může

uvažovat jako redukibilní pro bodové grupy symetrie, ke kterým se sčítáme v krystalovém poli. Tomu potom odpovídá rozštěpení odpovídající hladiny na určitý počet podúrovní.

Rozklad reprezentací grupy rotací na ireducibilní reprezentace bodových grup bylo již pro jednotlivé druhy krystalových polí provedeno.

Označení Betheho	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\Gamma_3$	$\Gamma_4$	$\Gamma_5$	$\Gamma_6$	$\Gamma_7$	$\Gamma_8$
Označení Mullikenovo	$A_1$	$A_2$	$E$	$T_1 \equiv F_1$	$T_2 \equiv F_2$	$E_{1/2}$	$E_{5/2}$	$G$
Degenerace	1	1	2	3	3	2	2	4

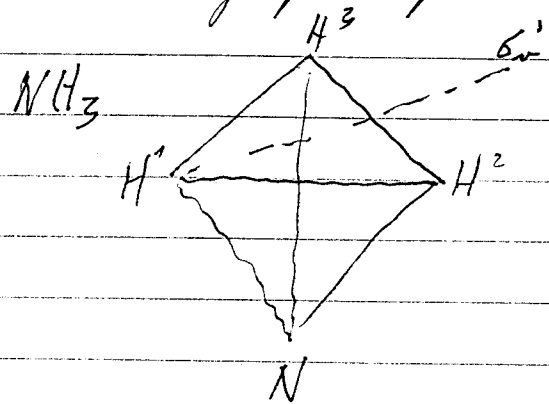
Rozklad reprezentací  $D^L$  - grupy na ireducibilní reprezentace kubické grupy symetrie.

L	Term	Označení Betheho	Označení Mullikenovo	Střet hladin
0	S	$\Gamma_1$	$A_1$	1
1	P	$\Gamma_4$	$T_1 \equiv F_1$	1
2	D	$\Gamma_3 + \Gamma_5$	$E + T_2 \equiv E + F_2$	2
3	$F_4$	$\Gamma_2 + \Gamma_4 + \Gamma_5$	$A_2 + T_1 + T_2 \equiv A_2 + F_1 + F_2$	3
4	G	$\Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_4 + \Gamma_5$	$A_1 + E + T_1 + T_2 \equiv A_1 + E + F_1 + F_2$	4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tedy sedmkrát degenerovaný F stav ( $L=3, 2L+1=7$ ) se v krystalovém poli kubické symetrie štěpí na jeden stav singulární ( $A_2$ ) a dva stavy tripletové ( $T_1$  a  $T_2$ ).



Tvaris grup a operace symetrie.



Otočení o  $120^\circ$  - operace  $C_3$

- - -  $240^\circ$  -  $C_3^2$

Zrcadlení v rovině N-N, H<sub>1</sub>-H<sub>2</sub> -  $\sigma_v$   
přejde  $H^2 \rightarrow H_1$  a  $H^1 \rightarrow H^2$

Podobně

$\sigma_v''$  a  $\sigma_v'''$

Operace takové vlasti E je samostatná

Uvedených 6 operací symetrie tvoří grupu  $E, C_3, C_3^2, \sigma_v, \sigma_v'', \sigma_v'''$  označovanou  $C_{3v}$ .

Vidíme např.  $C_3 \sigma_v = \sigma_v''$

sestavme tabulku grupového násobení: grupa  $C_{3v}$

a \ b	E	$C_3$	$C_3^2$	$\sigma_v$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'''$	
E	E	$C_3$	$C_3^2$	$\sigma_v$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'''$	Snadno lze
$C_3$	$C_3$	$C_3^2$	E	$\sigma_v'$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'''$	ověřit se
$C_3^2$	$C_3^2$	E	$C_3$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'$	$\sigma_v'''$	lečta šest,
$\sigma_v$	$\sigma_v$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'''$	E	$C_3^2$	$C_3$	prvků tvoří
$\sigma_v''$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'$	$\sigma_v'''$	$C_3$	E	$C_3^2$	grupu
$\sigma_v'''$	$\sigma_v'''$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'$	$C_3^2$	$C_3$	E	vád grupy = 6 > h

Libovolná podmnožina množiny G, vytvářející ohyř s podmínkami se nazývá podgrupa této grupy G.

Tak prvky E,  $C_3$  a  $C_3^2$  tvoří podgrupu  $C_{3v}$ .

grupa  $C_{3v}$  sestává ze tří tříd: E;  $C_3, C_3^2$ ;  $\sigma_v, \sigma_v'', \sigma_v'''$

Prvky jedné třídy se často spojují a grupu  $C_{3v}$  lze zapsat jako  $E, 2C_3, 3\sigma_v$ .

V abelovských grupách (ab = ba - komutativita) tvoří každý prvek vlastní třídu.



Tyto reprezentace lze zapsat ve tvaru:

	E	$C_3$	$C_3^2$	$\sigma_v'$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'''$
$\Gamma_1$	1	1	1	1	1	1
$\Gamma_2$	1	1	1	-1	-1	-1

Mat-11 jsou tzv. tzv. matice 1. řádku

$\Gamma_1$  a  $\Gamma_2$  zata vyčerpávají reprezentace maticemi 1. řádku.

Nyní nalovíme reprezentaci grupy  $C_{3v}$  druhého řádku. Ve všech operacích symetrie této grupy zůstává vrchol tetraedru (abou dusa) na svém místě. Lze se proto ome- zít na rovinu záhlodky u níž leží 3 vodkové atomy. Libovolné operaci symetrie bude odpovídat lineární transformace souřadnic  $x$  a  $y$  v této rovině:

$$x_2 = a_{11}x_1 + a_{12}y_1$$

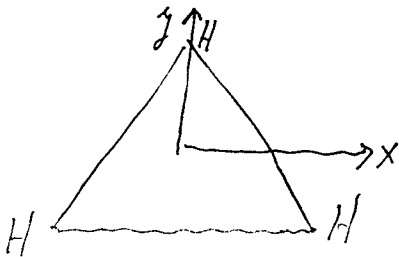
$$y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}y_1$$

Matice těchto transformací  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

tvorí reprezentaci grupy  $C_{3v}$ .

Symbolické násobení pole spoívá v obyčejném násobení matic.

Dovedeme-li karkéřské souřadnice následovně:



bude operaci E reprezentovat  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a operaci  $\sigma_v'$   $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

úhel otocení  $\varphi$  v rovině  $x, y$  je ekvivalentní transformaci

$$x_2 = x_1 \cos \varphi - y_1 \sin \varphi$$

$$y_2 = x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi$$

čemu odpovídá matice  $\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$

Podle tohoto vztahu můžeme vnešt matice reprezentace  $C_{3v}$  do symbolického násobení matic i reprezentaci  $\Gamma_3$

E	$C_3$	$C_3^2$	$\sigma_v'$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'''$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Pro očíslování vodíkových atomů  $3\Delta_2$  můžeme každé operaci symetrie přiřadit příslušnou permutaci a zapsat ji v maticové formě:

E	$C_3$	$C_3^2$	$\sigma_v$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'''$
$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Kdybychom přiřadili každému atomu vodíku dvě souřadnice  $(x_i, y_i)$  mohli bychom sestavit i reprezentaci  $G$  řádu 6.

Jak lze ušárat jsou jimi všechny možné ireducibilní reprezentace grupy  $G_{3v}$  vyjádřeny získanými reprezentacemi  $\Gamma_1, \Gamma_2$  a  $\Gamma_3$ . (poučívá  $\sum_i h_i^2 = h$ )

Když  $e, a, b, c, d, f$  je soubor matic tvaricích reprezentaci grupy  $G$  vpré reprezentaci  $\Gamma_3$  grupy  $C_{3v}$ . Necht  $\beta$  je libovolná matice. Pak na záhladi podobnostní transformace

$$a' = \beta^{-1} a \beta$$

dobat nový soubor matic  $e', a', b', c', d', f'$ , který je rovněž reprezentací grupy  $G$ . Reprezentace, které přecházejí při podobnostní transformaci jedna v druhou jsou ekvivalentní.

Najdeme charakter (součet diagonálních prvků)  $\chi_i(R) = \sum_m R_{mm}$

	E	$C_3$	$C_3^2$	$\sigma_v$	$\sigma_v''$	$\sigma_v'''$
$\Gamma_1$	1	1	1	1	1	1
$\Gamma_2$	1	1	1	-1	-1	-1
$\Gamma_3$	2	-1	-1	0	0	0

Charakter matice se nemění při podobnostní transformaci.

Charaktery prvků grupy následující du je lze třídy prvků.

	E	$2C_3$	$3\sigma_v$
$\Gamma_1$	1	1	1
$\Gamma_2$	1	1	-1
$\Gamma_3$	2	-1	0

Charakteristika energetických hladin víceelektronového iontu  
ve středním krystalovém poli kubické symetrie.

Njdříve se řeší problém jednoelektronového iontu.  
Povinná se háf.  $Dq$  pro vyjádření síly krystalového pole  
 $Dq$  - parametru krystalového pole  $Dq = 2040 \text{ cm}^{-1}$

$D = \frac{35ze^2}{4R^5}$  - kubický potenciál

$q$  - radiační část integrálu  $q = \frac{ze}{105} \int_0^{\infty} R_{3d}^2(r) r^2 r^2 dr = \frac{2n^5 e}{105}$

základní stav iontu	iont	stavy nastávající v kubickém poli	Parobitová minimální hladiny v jednot. $Dq$
$3d^1 : {}^2D$	$Ti^{3+}$	${}^2E$ ${}^2F_2$	+6 -4
$3d^2 : {}^3F$	$V^{3+}$	${}^3A_2$ ${}^3F_2$ ${}^3F_1$	+12 +2 -6
$3d^3 : {}^4F$	$Cr^{3+}, Mn^{4+}, V^{2+}$	${}^4F_1$ ${}^4F_2$ ${}^4A_2$	+6 -2 -12
$3d^4 : {}^5D$	$Mn^{3+}, Cr^{2+}$	${}^5F_2$ ${}^5E$	+4 -6
$3d^5 : {}^6S$	$Mn^{+2}, Fe^{3+}$	${}^6A_1$	0
$3d^6 : {}^5D$	$Fe^{2+}, Co^{3+}$	${}^5E$ ${}^5F_2$	+6 -4

Optická spektra paramagnetických krystalů.

Nyní již víme jak dochází ke rozštěpení rázkladných energetických stavů paramagnetických iontů v krystalovém poli. Analogicky dochází ke štěpení excitovaných energetických stavů.

Atypické systémy energ. hladin mají oblast od 0 do  $10^5 \text{ cm}^{-1}$  což zahrnuje UV a mikrovlny.

Celkové řešení zahrnuje vliv nekubičnosti pole, spin-orbitální interakce a vliv vnějšího magn. pole.

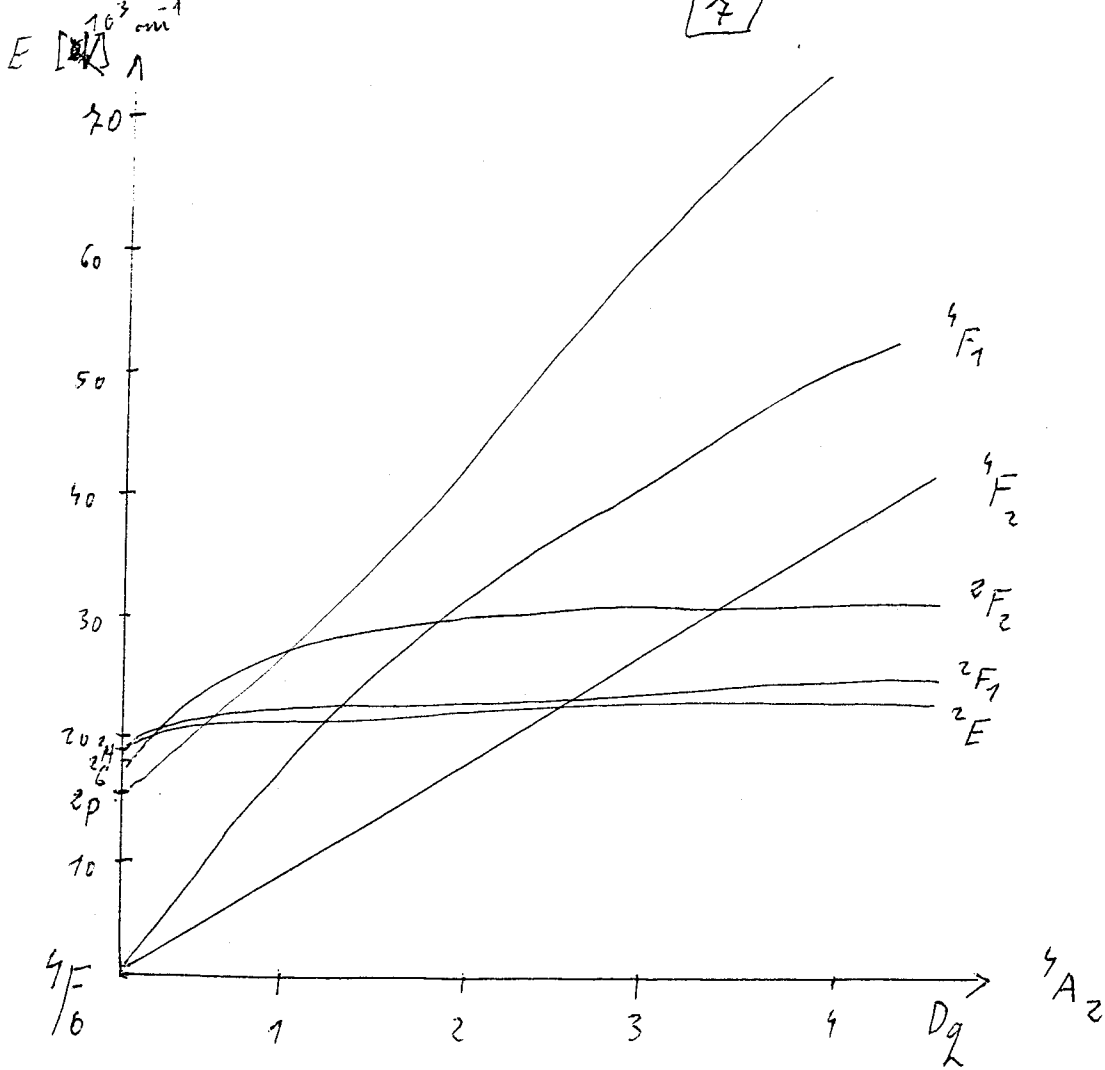
Situaci si objasníme na příkladu rubínu.

V krystalové mřížce korundu  $\text{Al}_2\text{O}_3$  je malé množství iontů  $\text{Al}^{3+}$  nahrazeno  $\text{Cr}^{3+}$  (0,05 - 0,07 %  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  váhové měřítkem k  $\text{Al}_2\text{O}_3$  tj. asi  $2 \cdot 10^{19}$  iontů  $\text{Cr}^{3+}$  v  $\text{cm}^3$ .)

Ionový poloměr  $\text{Cr}^{3+} \approx 0,6 \text{ \AA}$   
-||- -||-  $\text{Al}^{3+} \approx 0,5 \text{ \AA}$

Tento rozdíl v iontovém poloměru způsobuje, že ionty  $\text{Cr}^{3+}$  jsou umístěni oktaedrem ze šesti iontů  $\text{O}^{2-}$ , ale ne uprostřed (je posunut ve směru trigonální osy [111]). To způsobuje, že kolem kubického pole na  $\text{Cr}^{3+}$  působí pole trigonální.

V takto kubickém poli je schéma energetických hladin v závislosti na symetrii krystalového pole  $D_2$  následující:



$Dq \sim 1400 \text{ cm}^{-1}$   
 je to pro  $\text{MgO}$   
 kombinací geometrie

Důležité je, že hladiny  $2E, 2F_1, 2F_2$  jsou krystalovým polem málo ovlivněny. (jsou ústředí)

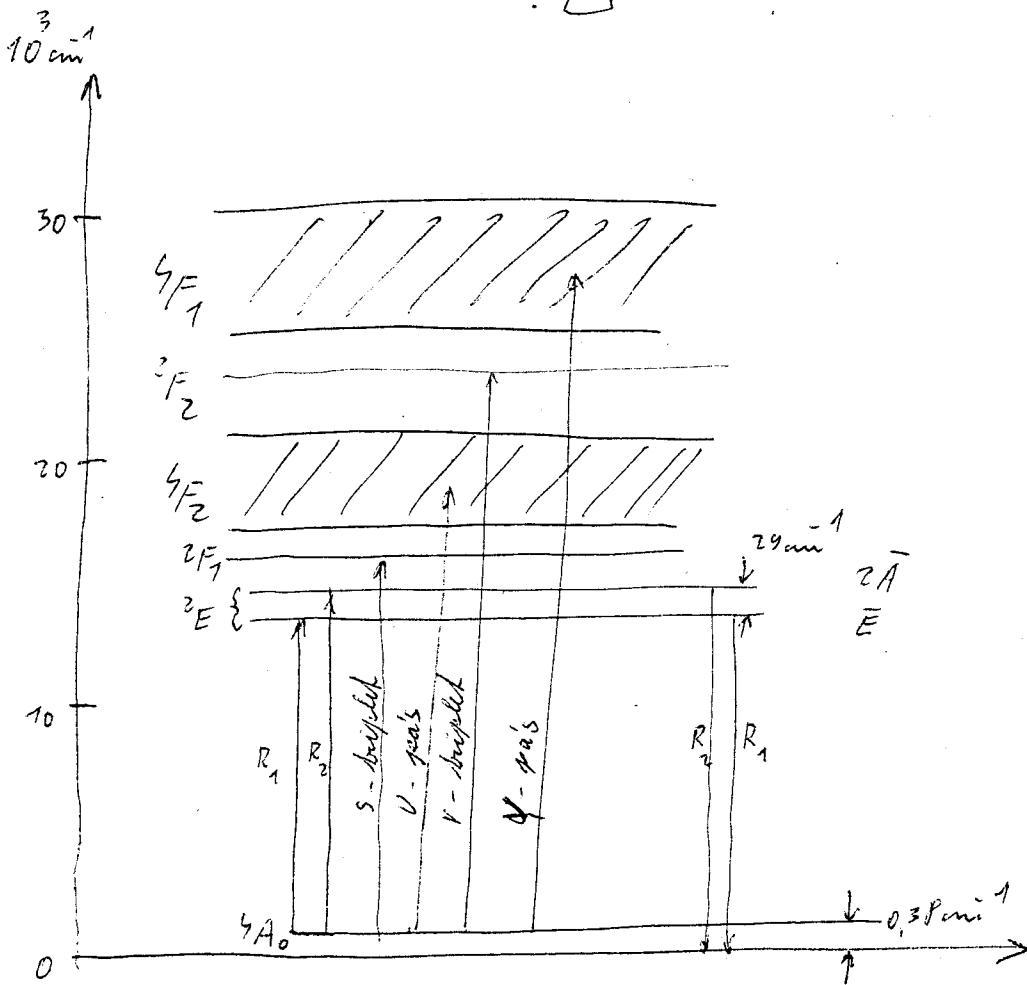
Hladiny  $4F_2$  a  $4F_1$  jsou silně ovlivněny a rozšiřují se v pásech.

Trigonální pole a spin-orbitální interakce způsobují další posuny.

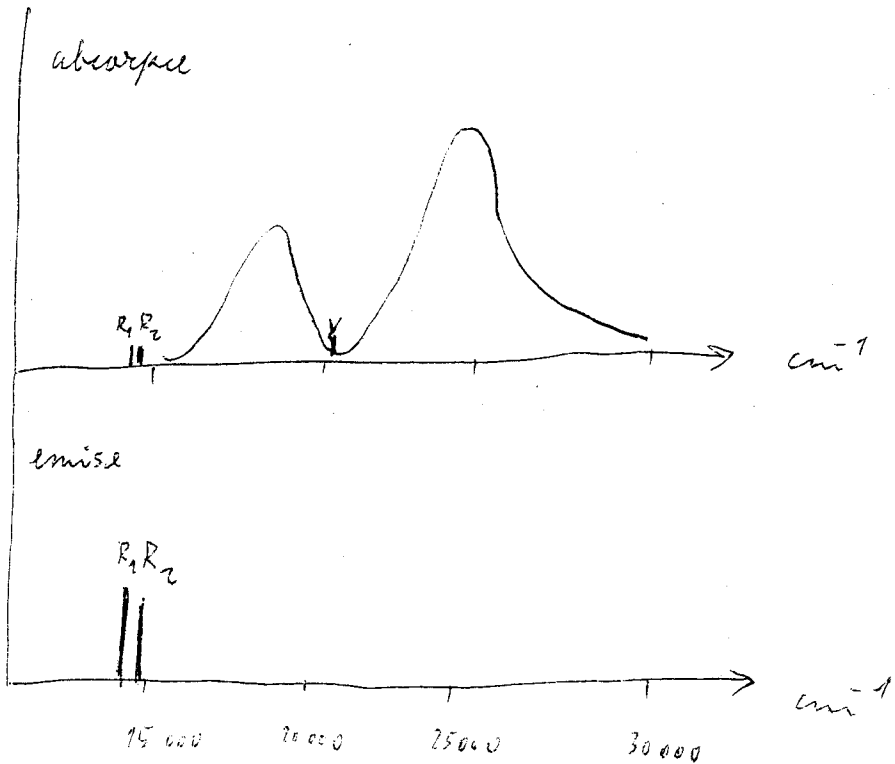
Nejnižší hladina  $4A_2$  se vlivem trigonálního pole štěpí na dvě dubletové hladiny (dublet vzhledem ke spinové degeneraci). Vzdálenost těchto úrů je  $0,38 \text{ cm}^{-1}$ .

Štěpí se i jiné hladiny, ale podstatné je jen rozštěpení kvartetu  $2E$  na dublety  $E_{3/2} \equiv 2A$  a  $E_{1/2} \equiv \bar{E}$  vzdálené navzájem o  $29 \text{ cm}^{-1}$ .

Souhvězdí počet d elektronů je role lidy je spinová degenerace suďa.



Absorpcija i emisija podli'kaji' dichroizma





$Z=24$  Rubín

$Cr: \dots 3d^5 4s$

$Cr^{3+} \dots 3d^3$  tedy 3 d ekvivalentní elektrony

Podle pravidla F. Hundla má největší krom největší multiplicity, tedy  $iS$ , maximální možnou hodnotu  $L$  a pro stupňky rozdělení více než na polovinu  $S=L-S$

číslo ekvivalentních d	$s = 7/2$	$l = 2$
1	$m_s = 1/2$	$m_l = 2$
2	$m_s = 1/2$	$m_l = 1$
3	$m_s = 1/2$	$m_l = 0$
	$S = 3/2$	$L = 3$

$4F_{3/2}$

$Z=60$  Neodym  $Nd^{3+} \dots 4f^3$  - vnější el. v. v. krystalové pole působí málo

3 Ekvivalentní f elektrony

	$s = 1/2$	$l = 3$
1	$m_s = 1/2$	$m_l = 3$
2	$m_s = 1/2$	2
3	$m_s = 1/2$	1

$S = 3/2$   $L = 6$

$J = \frac{13}{2} - \frac{3}{2}$   
 $J = 5$

S P D F G H I

$L = 0 1 2 3 4 5 6$

$4I_{5/2}$

# Neodym lanthanoid

	K			L			M			N				O				P
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p		
Nd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	3	2	6	1	-	2			
Nd <sup>3+</sup>										1-4					2	6		

Tabuľky typy materiálov pre laserový saktívniemi ióny  
a príčky vlnových dĺžok.

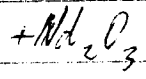
Materiál	Dĺžka vlny [nm]	Max. hustota [kg/m <sup>3</sup> ]	Typ exploatácie impulzov
Sklo: Gd <sup>3+</sup>	0,31	27	-  -
Plastik: Er <sup>3+</sup>	0,61	27	-  -
CaF <sub>2</sub> : Sm <sup>2+</sup>	0,31	20	-  -
CaWO <sub>4</sub> : Pr <sup>3+</sup>	1,05	27	-  -
LiCaWO <sub>4</sub> : Nd <sup>3+</sup>	1,06	300	-  -
Y <sub>3</sub> Al <sub>5</sub> O <sub>12</sub> : Nd <sup>3+</sup>	1,069	300	bevaly + impulzov
Sklo: Nd <sup>3+</sup>	1,06	300	-  -
CaF <sub>2</sub> : Tm <sup>3+</sup>	1,12	4	impulzov
CaF <sub>2</sub> : Dy <sup>2+</sup>	2,36	27	-  -



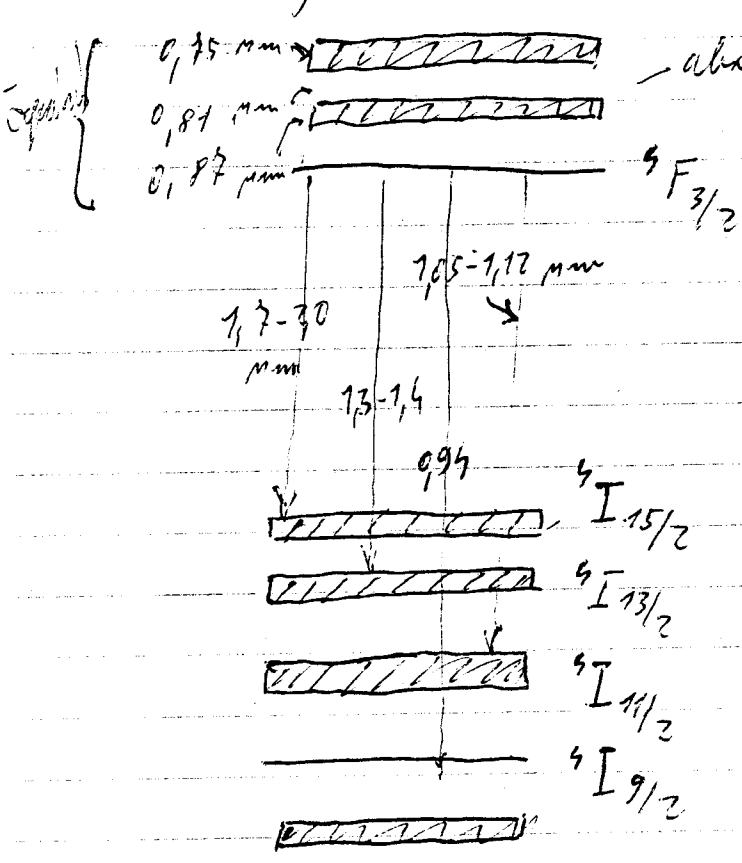
$YAlO_3$  - orthorhombic crystal

granatový laser

Vhodný pro vláknovou optiku ve spojovací a řídicí optice  
 problémů optického přenosu informace



Aktivní látka látka je monokrystal  $Y_3Al_5O_{15}$  -  
 yttrium - křemičový granát (YAG) dopovaný ionty  
 neodym  $Nd^{3+}$  (Výborní mechanické, fyzikální a opt. vlastnosti)



absorpční pásy (obzvláště se opticky čirpá)

$\tau [^4F_{3/2}] \approx 230 \mu s$

60% stimulované emise se  
 děje na  $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{11/2}$  emise  
 odpovídá  $\lambda = 1,064 \mu m$

pro pohybové kyvadlo je tato  
 čísla rezonance na 180 GHz

ke čirpání i luminescenčním  
 diodami, katodovou zářivkou

skleněný laser - základní látka sklo +  $Nd^{3+}$

Vhodná ke krystalické neprůhlednosti pro čirpání  
 rezonance a pro nutné vyšší číselný výhyb ve  
 srovnání s YAG. (Dnes se využívá až 150krát  
 těžší skel). pro poměrně levné - čirpání  
 luminescenčním diodami.

Tomu laser máří 4f obalen látkou o nižším indexu  
 lomu a stát se částí světlovodu.

Křemenné vlákně  $\phi$  20-50  $\mu m$  a 1-2cm přesuje  
 na vlnové délce  $\lambda = 1,06 \mu m$  při číselném zisku větší než 1.

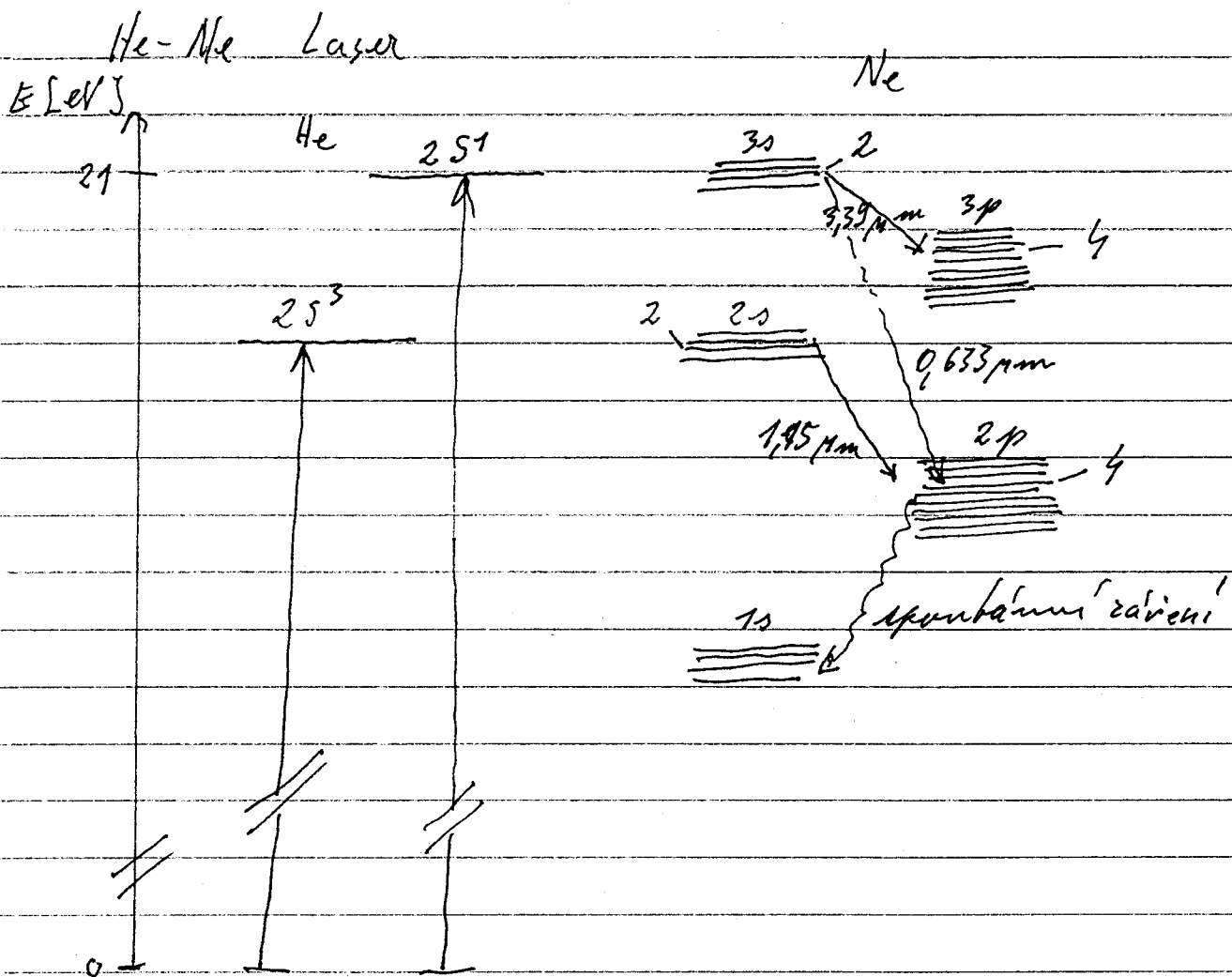
Nové typy Nd laserů.

V YAG a sblech je Nd<sup>3+</sup> v poměrně malé koncentraci. Eny sá vámi koncentrace vede Nd vede ke koncentraci-  
nímu zhašení luminescence vlivem dipól-dipólových  
interakcí přímisových iontů. Navíc mají přímisové  
ionty tendenci vytvářet shluky. Jednotlivé ionty je  
nejsem krystalovou mříží dostatečně izolováány  
(diamagnetické prostředí)

Velmi vhodnými se ukázali neodymum-pentafosfát  
NdP<sub>5</sub> 0<sub>14</sub>

a lithium-neodymum-tetrafosfát LiNdP<sub>4</sub> 0<sub>12</sub>.

V těchto látkách není Nd poměrně příměsí, ale  
tvorí stechiometrickou součást molekuly  
a to v koncentraci 30 až 60 krát vyšší než v YAG: Nd.  
Je dokonce větší riziko a výhon.



alkoň' tak dle empirické formule  $pD \approx 4 \text{ Torr mm}$   
 $D$  - průměr v mm.

$$\frac{\text{He}}{\text{Ne}} \approx \frac{6}{1} \quad j = 0,05 - 0,5 \text{ A/cm}^2$$

Koeficient zesílení - dle Einsteina koeficientu  
 úměrné  $\approx \lambda^3$

$$100 \text{ m}^{-1} \quad \text{pro } \lambda = 3,39 \text{ } \mu\text{m} \quad 20 \text{ dB/m}$$

$$4 \text{ m}^{-1} \quad \text{-- } \lambda = 1,15 \text{ } \mu\text{m}$$

$$0,5 \text{ m}^{-1} \quad \text{-- } \lambda = 0,633 \text{ } \mu\text{m}$$

$R = 99\%$  a více

Nejmenší Laser 5 cm.

$L$  -- 1 cm pro IR

IR lze při  $L = 2 \text{ m}$  nabudít i při  $R = 10\%$

IR lze položit absorpci v metanu CH<sub>4</sub>.

Procesy sáhrace zesílání se projevují  
podstatně více u IR zář.

U IR se rovněž zvětšují ztráty.

Sáhracemi efektů způsobují, že IR zesílení je prakticky  
základně stejné jako u viditelného záření,  
ka dlouhou měří.

$L = 2m$	—	633 nm	—	100 mW
	—	1,15 $\mu m$		40 mW
		3,39 $\mu m$		20 mW

Účinnost  $\eta$  je menší než 0,1%.  
což je ve srovnání s laserem na bázi  
přírodních látek,  $CO_2$ , impulsními a bled. málo.

širka zář. 633 nm je 1,5 GHz.

Argonový laser (iontový laser).

Výhodou je, že ráklová kladina Ar II je málo absorpční ve srovnání se ráklov. kladinami neutrálních atomů (vliv reabsorbence iontů se zvyšuje)

Průměr cívky je velkých hodnot - koef. rezistence  $\sim 100 \text{ B/m}$ .

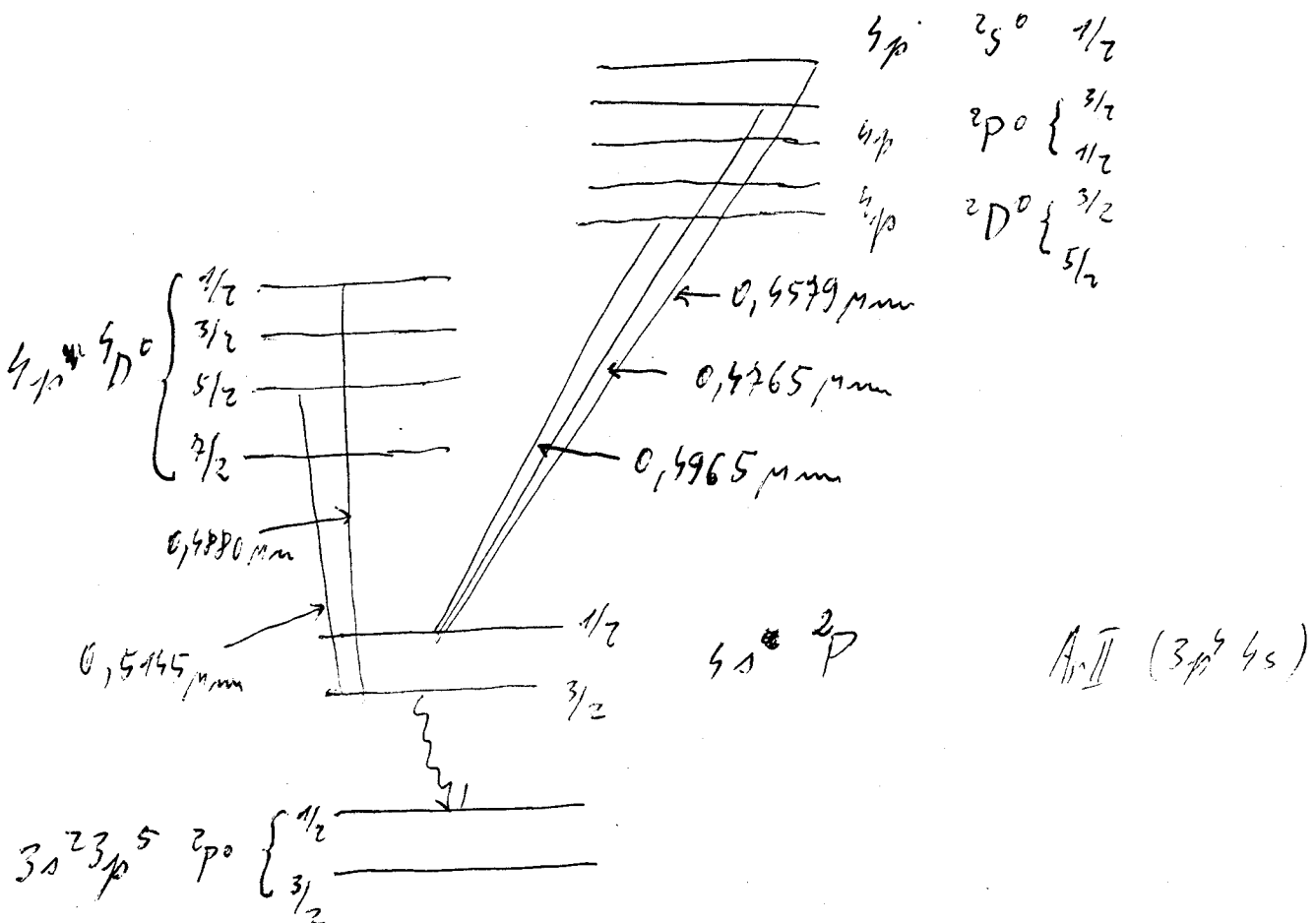
tlak plynu  $\sim 133 \text{ Pa}$  a velká hustota proudu  $100-2000 \text{ A/cm}^2$   
 výboj je jas a bílá nebo  $\text{BeO}$   $\phi$  od 1 do 10 mm

$l = 0,2$  až  $1 \text{ m}$

veškerá výbojová práce mnohonásobně rezistivní ztrátou se ztrácí:

$$P_{\text{výst}} = 10^{-5} \text{ J}^2 \text{ V} \quad [\text{W}]$$

3-kvadrát proudu  $\text{A/cm}^2$ , Volium výbojů  $\text{cm}^3$   
 nejčastěji se rezistuje  $\lambda = 4,988 \text{ nm}$  a  $\lambda = 0,515 \text{ nm}$

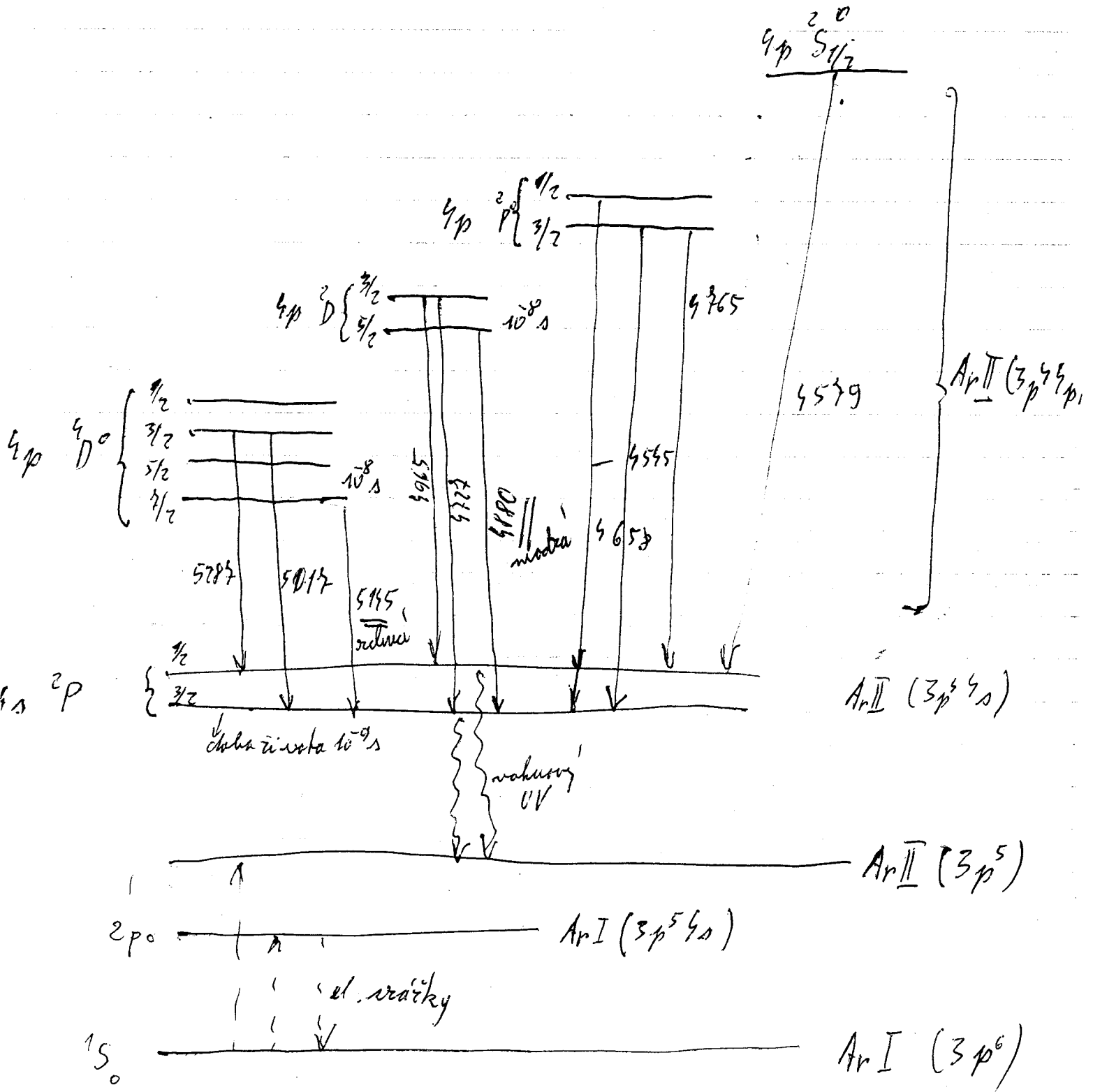




at 200 W v kontinua'lnim režimu

účinok  $10^{-4}\%$   $\kappa \text{ n} \delta 10^{-3}$

$\Delta \nu = 3,56 \text{ Hz}$



Arqanovij lampa

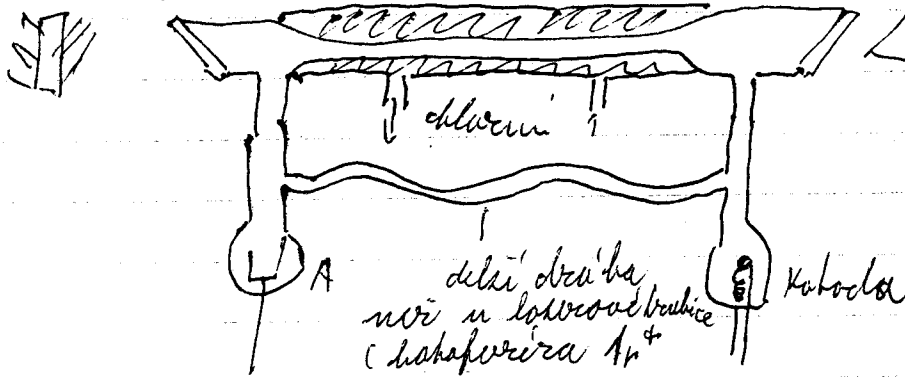
Kapilárna  $d = 1,5 - 2,5 \text{ mm}$

$I = 15 - 30 \text{ A}$

diška asi 1mm

$p = 0,65 P_0 = 0,5 \text{ tcm}$

svetelná 700% na metr



asi 80 mW v státním režimu

obus asi 7-10 W

na světlo 4880 Å

křemík - generuje se vici čar

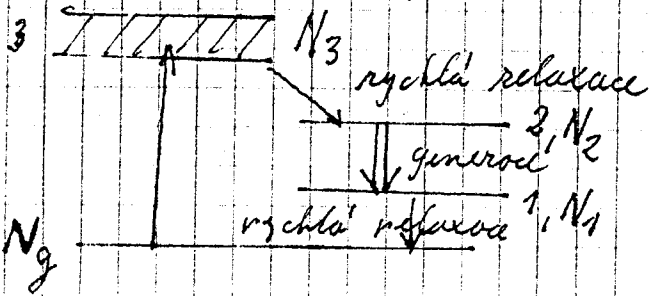
křemík proudí  $500 \text{ A/cm}^2$ , puvá se i osové sv. pole

křemík je clo 4-5 Å. žeravá BeO. Segmentové trubky.

# Čtyřladikový laser

1. ①

15. 11. 2006



Předpokládáme, že laser generuje pouze na jednom módu.

Nechť  $g$  je celkový počet fotonů v rezonátoru

Největším předpokladem je, že přechody  $3 \rightarrow 2$  a  $1 \rightarrow 0$  jsou velmi rychlé

Prakticky lze tudíž položit  $N_1 \approx N_3 \approx 0$

Bilancovní rovnice budou následující:

(1) 
$$N_g + N_2 = N_t$$

$N_t$  - celkový počet aktivních atomů (molekul)

(2) 
$$\frac{dN_2}{dt} = W_p N_g - B_g N_2 - \frac{N_2}{\tau}$$

$W_p N_g$  - buzení

$B_g N_2$  - vyvolaná emise

(3) 
$$\frac{dg}{dt} = V_a B_g N_2 - \frac{g}{\tau_c}$$

$B$  - koef. na jeden foton v módu (rychlost vyvolaného záření)

$\tau$  - je doba života  $N_2$ ; spontánní záření je zanedbatelné

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{spontánní}} + \frac{1}{\tau_{nezávislé}}$$

$\tau_c$  - ztráty v rezonátoru.

$V_a$  je objem zaujímaný modelem uvnitř aktivního prostředí

Rezonátor je zpravidla symetrický (sférická zrcadla mají poloměry mnohem větší než rozměry aktivního prostředí)

Přiblížený průměrný dlouh. pole módu bude  $w_0$  a nebude se měnit v aktivním prostředí. ( $w_0$  je v centru rezonátoru)

Když se bude jednat o mód TEM<sub>00</sub> bude  $V_a = \frac{1}{2} \pi w_0^2 L$

Delka rezonátoru je  $L$  a délka aktivního prostředí  $l$  s indexem lomu  $n$ .

Víme, že každý módus stojatých vln je superpozicí dvou proti sobě postupujících vln. Necht  $I$  je intenzita jedné z těchto vln. Víme již, že  $c \cdot I$

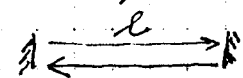
Podle  $I$  se určuje na počet fotonů přeobíhajících celým průřezem.

$d\tilde{I} = \sigma (N_2 - N_1) \tilde{I} dz$ , kde  $\sigma$  je účinný průřez srážení.

$T_1$  a  $T_2$  koeficienty propustnosti zrcadel

$a_1$  a  $a_2$  - " ztrát " - "

$T_i$  - je koeficient vnitřních ztrát při jednom průchodu

Potom změna intenzity  $\Delta I$  při jednom úplném průchodu rezonátorem bude 

$$\Delta \tilde{I} = \left\{ (1 - a_1 - T_1) (1 - a_2 - T_2) (1 - T_i)^2 \exp[2\sigma(N_2 - N_1)l] - 1 \right\} \tilde{I}$$

Nechť  $a_1 = a_2 = a$  a nakolik jsou malé, lze psát

$$(1 - a - T_1) \approx (1 - a)(1 - T_1) \quad \text{a} \quad (1 - a - T_2) \approx (1 - a)(1 - T_2)$$

zovádějí se parametry  $\gamma_1$  a  $\gamma_2$  následujícím způsobem

$$\gamma_1 = -\ln(1 - T_1) \quad , \quad \gamma_2 = -\ln(1 - T_2) \quad \text{- logaritmičké ztráty}$$

$$\gamma_i = -[\ln(1 - a) + \ln(1 - T_i)] \quad \text{- vnitřní logaritmičké ztráty}$$

Zvažují se rovněž veličina charakterizující celkové ztráty -  $\gamma = \gamma_i + (\gamma_1 + \gamma_2)/2$  rozdělené ztráty

Když dosadíme nové zavedené veličiny do výrazu

za  $\Delta \tilde{I}$  a dosledným řešením a podmínkou

$$[\sigma(N_2 - N_1)l - \gamma] \ll 1 \quad ; \quad ;$$

výraz pro  $\Delta I$  lze upravit tak, že exponenciální funkci rozložíme v řadu což nám dá

$$\Delta \tilde{I} = \left[ e^{-\gamma_1} e^{-\gamma_2} e^{-2\gamma_i} e^{2\sigma(N_2 - N_1)l} - 1 \right] \tilde{I}$$

$$\Delta \tilde{I} = \left[ e^{-2\gamma + 2\sigma(N_2 - N_1)l} - 1 \right] \tilde{I}$$

$$\Delta \tilde{I} = \left[ 1 + 2[-\gamma + \sigma(N_2 - N_1)l] - 1 \right] \tilde{I}$$

$$\Delta \tilde{I} = 2[\sigma(N_2 - N_1)l - \gamma] \tilde{I}$$

3.

Nyní rozdělíme obě části tohoto výrazu tak, že je budeme dělit dobou  $\Delta t$ , za kterou světelná vlna projde celým rezonátorem  $\Delta t = \frac{2L'}{c_0}$  tj.  $\rightarrow$  a zít  $\leftarrow$

$\tilde{I}$  - počet fotonů za sek.;  $L' = L + (N-1)l$   $\frac{\tilde{I} \Delta t}{2L'} = \frac{\tilde{I} 2L'}{c_0} = \tilde{I}$

Když položíme  $\frac{dI}{dt} \approx \frac{d\tilde{I}}{dt}$  dostaneme

$$\frac{d\tilde{I}}{dt} = \left[ \frac{\sigma l c_0}{L'} (N_2 - N_1) - \mu \frac{c_0}{L'} \right] \tilde{I}$$

To je vlastně počet fotonů v objemu rezonátoru

Ponevadž v rezonátoru je počet fotonů úměrný  $\tilde{I}$ , lze porovnat pochůzku rovnici s rovnicí přechů

$$V_a B \frac{N_2}{L'} \approx \frac{\sigma l c_0}{L'} (N_2 - N_1) \tilde{I}, \quad \frac{1}{\tau_c} \approx \mu \frac{c_0}{L'} \tilde{I}, \quad N_{krit} = \frac{\mu}{\sigma l}$$

$$B \approx \frac{\sigma l c_0}{V_a L'} \quad \frac{N_1 \ll 1}{N_2}$$

$$\frac{1}{\tau_c} \approx \mu \frac{c_0}{L'}$$

$$B \approx \frac{\sigma c_0}{V}, \quad V = \text{efektivní objem modu v rezonátoru}$$

$$\tau_c = \frac{L'}{\mu c_0}$$

$$V \approx \frac{1}{4} \pi w_0^2 L'$$

Laser pracuje s reálnou inverzí mod přehrou.

Lze rovnici psát 
$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{\mu_2 c_0}{L'} + \frac{\mu_1 c_0}{2L'} + \frac{\sigma_2 c_0}{2L'}$$

První tři rovnice spolu s podkrévnými charakterizují spojité, ale nestacionární režim čtyřúrovňového laseru.

Bývá výtečn psát pomocí inverzní populace  $N = N_2 - N_1$ , ale prakticky  $N = N_2$  potom lze první rovnici

přepsat 
$$\left\| \begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= W_p (N_0 - N) - B_g N - N/\tau \\ \frac{d\phi}{dt} &= [V_a B N - \frac{1}{\tau_c}] \phi \end{aligned} \right\|$$

Při kvantitativním popisu činnosti tohoto typu lasera je nutno rovnice řešit vzhledem k jejich počátečním podmínkám.

Při  $t = 0$  je  $N(0) = 0$   $g(0) = g_i$  je malý počet prvotních fotonů např.  $g_i = 1$

Když je známo  $g(t)$  lze již snadno vypočítat výstupní výkon, který vychází např. přes zrcadlo 1.

Když dosadíme  $\frac{1}{\tau_c}$  do rovnice pro  $\frac{dg}{dt}$  potom

vyraz  $\frac{\nu_1 c_0}{2L'}$  kv  $g$  reprezentuje rychlost ztrát energie fotonů z rezonátoru.

Tedy výstupní výkon bude

$$P_1 = \frac{\nu_1 c_0}{2L'} \hbar \omega g$$

To ovšem platí jen pro jeden módus.

Bude-li provoz vícemodový, situace se mnohem komplikuje při vícemodovém provozu. U při přítomnosti dvou módů je nutno uvažovat odděleně počty fotonů  $g_1$  a  $g_2$  na různých modech.

## Čtyřhladinový laser v kontinuálním provozu

Nejdříve vyšetříme podmínky generace.

Předpokládejme, že v okamžiku  $t=0$  existuje v rezonátoru vlivem spontánního záření nějaké množství fotonů  $Q$ .

Ždříve odvození rovnice pro  $Q$

$\dot{Q} = [VA BN - \frac{1}{\tau_c}] Q$  plyne, že pro podmínku, aby  $Q$  bylo kladné je nutno splnit podmínku

$$VA BN > \frac{1}{\tau_c} \quad \tau_c - \text{ztráty rezonátoru}$$

Tedy generace vzniká v tom případě, když inverze dosahuje nějaké kritické hodnoty  $N_{\text{krit}}$ , která je dána jednoduchým vztahem

$$N_{\text{krit}} = \frac{1}{VA B \tau_c} = \frac{g}{\delta l} \quad \text{I.}$$

$$B = \frac{\delta \sigma_0}{V} \quad \frac{1}{\tau_c} = \frac{W_{sp}}{l_0}$$

Kritickou kritickou čerpací rychlost ("rychlost")  $W_{sp}$  dostaneme z rovnice již dříve odvozeného vztahu

$$\dot{N} = W_{sp} (N_t - N) - B Q N - \frac{N}{\tau} \quad \text{, když dosadíme}$$

za  $\dot{N} = 0$ ,  $N = N_{\text{krit}}$  a  $Q = 0$ . Odtud je zřejmé, že kritická rychlost čerpání odpovídá situaci, kdy účková rychlost čerpání  $W_{\text{krit}, p} (N_t - N_{\text{krit}})$  je rovna rychlosti  $\frac{N_{\text{krit}}}{\tau}$  spontánních přechodů z hlavy (2)

$$W_{\text{krit}, p} = N_{\text{krit}} \frac{1}{(N_t - N_{\text{krit}}) \tau} \quad \text{II.}$$

Fyzikální smysl podmínky I. lze lépe pochopit pomocí dříve odvozených vztahů

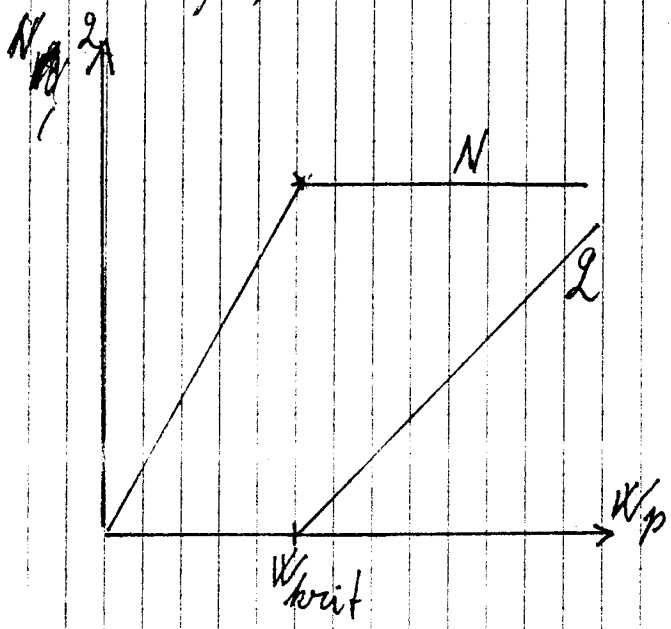




Ve stacionárních podmínkách je inverze  $N_0$  srážky rovna pouze inverzi kritické  $N_{krit}$ . Abychom si lépe ujasnili fyzikální smysl tohoto faktu, budeme předpokládat, že rychlost čerpání  $W_p$  vzrůstá nad  $W_{krit}$ . Při  $W_p = W_{krit}$  je zřejmé  $N = N_{krit}$  a  $Q_0 = 0$ . Jestliže  $W_p > W_{krit}$  potom

z finálních podmíněk rovnice plyne,  $Q_0 > 0$  i tehdy když  $N_0$  je již konstantní rovno  $N_{krit}$ .

Když  $W_p > W_{krit}$  roste se počet fotonů i hustota elug. pole v rezonátoru, ale  $N_0$  je již konstantní.



Z rovnice II. dále plyne s použitím první rovnice z finálních rovnic, že druhou finální rovnici lze napsat v poněkud přehlednějším tvaru  
 Když  $x = \frac{W_p}{W_{krit}}$

$$W_{krit} = \frac{N_{krit}}{(N_t - N_{krit})\tau}$$

$$Q_0 = V_a \tau_c [W_p (N_t - N_{krit}) - \frac{N_{krit}}{\tau}]$$

$$Q_0 = V_a \tau_c \left[ \frac{W_p}{W_{krit}} \frac{N_{krit}}{\tau} - \frac{N_{krit}}{\tau} \right]$$

$$Q_0 = V_a N_{krit} \frac{\tau_c}{\tau} [x - 1]$$

Potom z této rovnice s pomocí relace  $P_1 = \frac{\gamma_1 C_0}{2L'} \cdot h\nu Q_0$

bre vypočítat vyžarovaný výkon vycházející přes jedno  
re. zrcadlo

$$N_0 = N_{krit} = \frac{\gamma}{\delta l}$$
$$\tau_c = \frac{L'}{\gamma c_0}$$

$$P_1 = \frac{\rho_1 c_0}{2L'} h \omega g = \frac{\rho_1 c_0}{2L'} h \omega V_a N_{krit} \frac{\tau_c}{c} (x-1);$$

$$P_1 = \frac{V_a h \omega}{2L'} c_0 \gamma_1 \frac{\gamma}{\delta l} \frac{L'}{\rho_1 c_0 c} (x-1) \text{ odtud plyne}$$

$$P_1 = \frac{V_a h \omega}{\delta l c} \frac{\gamma_1}{2} (x-1) \text{ Tento vztah lze ještě více}$$

zjednodušit když nahradíme  $V_a = A_e l$ , kde  $A_e$  je  
efektivní plocha průřezu aktivního prostředí daného  
generovanými módy.

Víme již, že  $A_e = \pi w_0^2 / 4$  nebo  $A_e = A$  (závisí na typu módy,  
Kromě toho lze položit  $x = \frac{P_{postup}}{P_{prahové}}$

$P_{postup}$  - výkon dodávaný do ozářovacích výbojek

$P_{prah}$  - -H- prahové podmínky

Intenzita, při které nastává nasycení reálnou  $\tilde{I}_s = \frac{h \omega}{\delta v}$

(pro čtyřúhelníkové)

$$Potom P_1 = \frac{A_e \tilde{I}_s \gamma_1}{2} \left( \frac{P_{postup}}{P_{prahové}} - 1 \right)$$

odtud je vidět, že  $P_1$  závisí lineárně na  $P_{postup}$  a osu  $P_{postup}$   
protíná v bodě  $P_{postup} = P_{prahové}$

Potom lze určit t.w. tangenciální účinnost lasru

jako  $\eta_s = \frac{dP_1}{dP_{postupové}}$  - což je pro danou konfiguraci

lasru konstantní veličina.

Všichy odtvárné veličiny  
plochy pro nezávislou  
úroveň  $N_1$  tj. pro  
 $\tau_1 \ll \tau$

Je-li  $\tau_1$  souměřitelné s  $\tau$  je nutno všechny dřívější výsledky modifikovat. Následující je případ, kdy doba života

$\tau_{z1}$  (zářivé i nezářivé přechody)  $z \rightarrow 1$

je srovnatelná s celkovou dobou života

kladiny  $z$  (kdy  $\tau_{z1} \text{ záhl. stav} \rightarrow \infty$ ) Potom

většina výsledků růstá v platnosti

tedy když rovnice  $W_{\text{krit}} = N_{\text{krit}} / (N_g - N_{\text{krit}}) \tau$ , která platí

za předpokladu, že  $N_{\text{krit}} \ll N_g$  bude mít nyní tvar

$$W_{\text{krit}} = \frac{N_{\text{krit}}}{N_g (\tau - \tau_1)}$$

Pomocí těchto korejních relací lze řístnat výraz pro  $\eta_s$ .

Při optickém čerpání  $W_{\text{krit}} = \frac{\delta}{\delta N_g \tau}$  odkud nyní k tomu

$$(W_p) N_g V \tau \omega = \eta_p P$$

$$\langle W_p \rangle = \eta_p P / V N_g \tau \omega, \quad \eta_p \text{ - efektivnost čerpání } \eta_p = \frac{\tau \omega}{\delta \tau}$$

do staneme

$$P_{\text{prohově}} = \frac{\gamma}{\eta_p} A I_s$$

z dřívějšího vztahu pro  $P_1$  vztahu pro  $\eta_s$  a vztahu korejního lze dospět k relaci

$$\eta_s = \eta_p \eta_{\text{krit}}^{\text{c.}} \eta_A$$

$\eta_p$  - efektivnost čerpání,  $\eta_{\text{krit}}^{\text{c.}} = \frac{\delta_1}{2\gamma}$  - efektivnost

váhy na výstupu z rezonátoru,  $\eta_A = \frac{A_e}{A}$  - efektivnost využití průřezu aktivního prostředí.

Každý atom má tři stupně volnosti

$N$ -atomová molekula má  $3N$  stupňů volnosti

3 stupně volnosti příslušejí nekvantovanému translaci-  
mu pohybů

3 stupně příslušejí kvantovanému rotačnímu pohybo-  
výmu stavům. Je-li molekula lineární,  
přísluší rotačnímu pohybu pouze dva stupně  
volnosti.

Translační a rotační pohyby se nazývají pohyby  
vnějšími a přísluší jim 6 resp. 5 stupňů volnosti

zbyvajících  $3N-6$  resp.  $3N-5$  stupňů volnosti  
odpovídá vibračním pohybům a nazývají se pohyby  
vnitřními.

a) Při zábleskových vibracích se všechny atomy pohybují ve fázi  
a se stejnou frekvencí tj. zároveň probírají rovno-  
vážnými a krajními polohami svých těl.

b) Fundamentální vibrace jsou vzájemně ortogonální,  
tj. vyhovává-li molekula jedné vibraci, nemůže  
vibrovat jiná.

Vibrace  $\begin{cases} \text{valenční} \\ \text{deformační} \end{cases}$

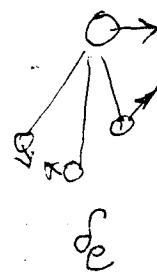
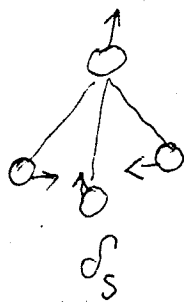
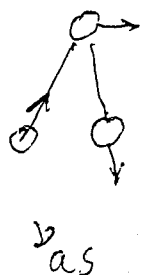
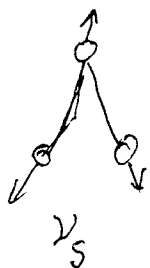
Vibrace probíhající ve směru chemických vazeb se  
nazývají valenční - mění se délka vazeb a označují se  $\nu$ .

Vibrace u nichž délky vazeb zůstávají prakticky  
stejně a mění se jen úhly mezi vazbami se nazý-  
vají deformační a označují se  $\delta, \rho, \omega, \tau$  a  $\gamma$ .

$N$  atomová neúhličkatá molekula má  $N-1$  valenčních a  $3N-5$  resp.  $3N-4$  deformačních vibrací.

Vibrace symetrické vůči některé operaci symetrie mohou se vyskytovat symetrické -  $S$  ; opačně antisymetrické -  $as$ .

Některé vibrace probíhají u stejné frekvence - jsou degenerované a značí se  $e$ .



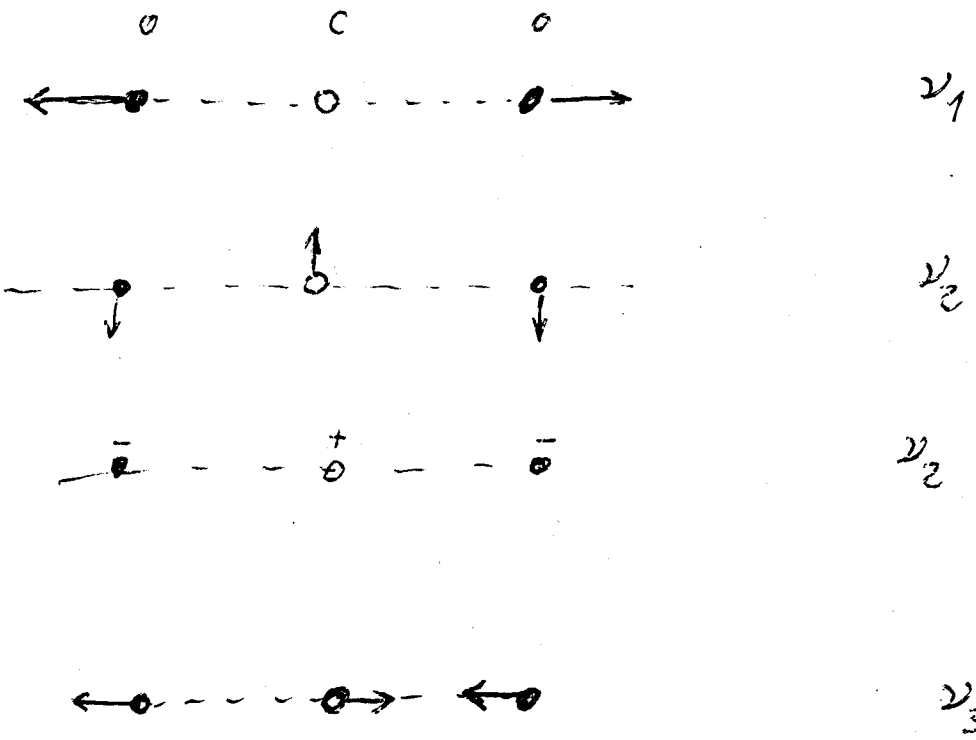
# Molekulární lasery

Lasery na CO<sub>2</sub>: Největší výkon ve stacionárním provozu.  
(až 1 kW) (40 kW)

K funkciním mechanismu dochází v ráklovém elektroovém stavu E<sub>g</sub><sup>+</sup>.

Molekula CO<sub>2</sub> je lineární molekulou a je charakterizována třemi normálními vibračními kmitočty  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  z nichž  $\nu_2$  je dvojnásobně degenerovaný

3N-6 limitů



Vibrační hladiny jsou charakterizovány vibračními kvantovými čísly

Vibrační rovnice pro nedegenerované limity má tvar

$$G(\nu_1, \nu_2) = \sum_k \omega_k \left( \nu_k + \frac{1}{2} \right) + \sum_k \sum_{k' \neq k} x_{kk'} \left( \nu_k + \frac{1}{2} \right) \left( \nu_{k'} + \frac{1}{2} \right) + \dots$$

Vibrační energie se často počítá od <sup>neod</sup> minimálního potenciálu ve třídě ale od nejmenšího vibračního stavu

$$G(0,0,0 \dots) = \frac{1}{2} \omega_1 + \frac{1}{2} \omega_2 + \frac{1}{2} \omega_3 + \dots + \sum_{k,k'} x_{kk'} \frac{1}{4}$$

Průmyslní dvojnásobné degenerace je vibrační energie prvního řádu:

$$G(v_1, v_2, v_3, \dots) = \sum_i d_i \left( v_i + \frac{d_i}{2} \right) + \sum_i \sum_{k \neq i} x_{ik} \left( v_i + \frac{d_i}{2} \right) \left( v_k + \frac{d_k}{2} \right) + \sum_i \sum_{k \neq j} y_{ijk} \frac{d_i d_j d_k}{2}$$

$d_i = 1$  pro nedegenerované  
 $d_i = 2$  - degenerované } linitý

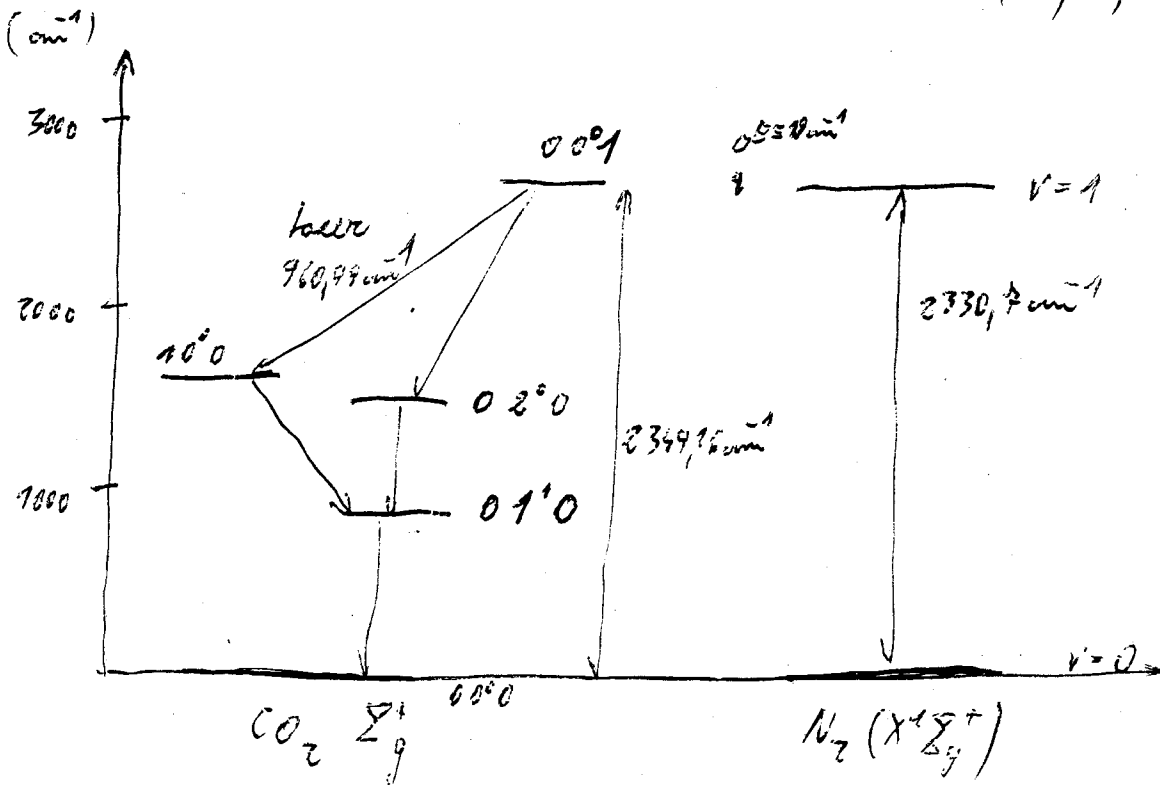
$$l_i = v_i, v_i - 2, v_i - 4, \dots \text{ nebo } 0$$

Pro nedegenerované linitý  $l_i = 0, y_{ik} = 0$ .

Jak vypadá situace u  $CO_2$

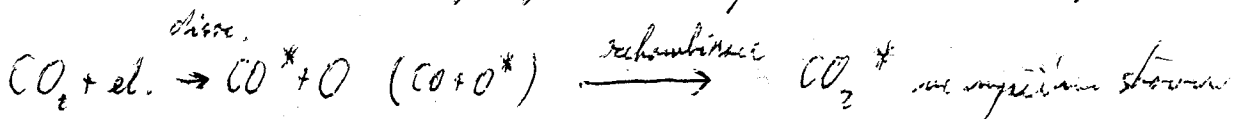
u  $v_1 = (1, 0, 0)$  a  $(0, 2, 0)$  je ostrá rezonance  
 převodně  $2\nu_2 \approx \nu_1$ .

Stav  $(0, 2, 0)$  odpovídá se dvojnásobné degenerací  $(0, 2^0, 0)$  a  $(0, 2^2, 0)$   $l_2 = 0, 2$



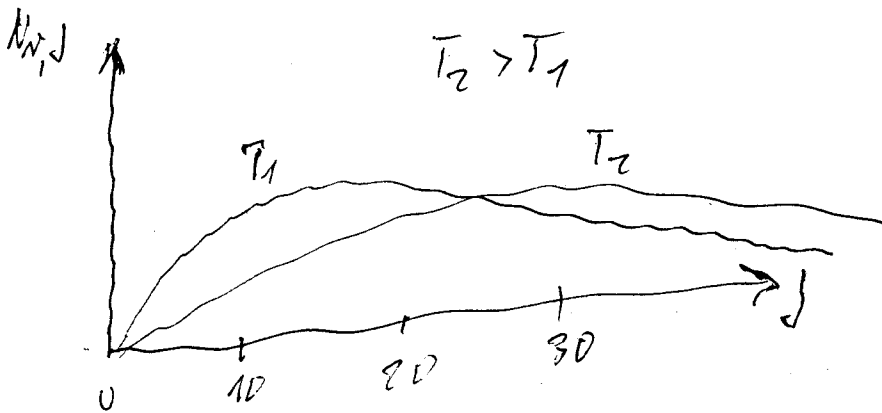
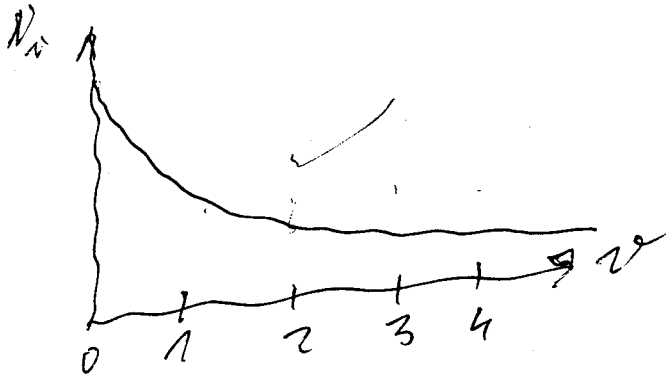
001 má největší sílu při nepřímých srážkách s deuterem

Postupně vibrační rotací inverze. Tvrdivá se mikroskopického výboje s čistým  $CO_2$  nebo nejčistěji s  $N_2$



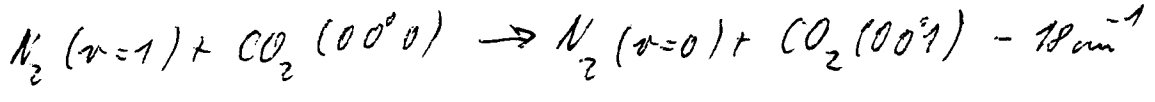
$$N_{\nu} = N \frac{1}{6} e^{-\frac{E_{\nu}}{kT_{\nu}}}$$

$$N_{\nu, J} = N_{\nu} (2J+1) e^{-\frac{Bhc J(J+1)}{kT_{\nu}}} \cdot \frac{1}{6}$$





Nejméně je buzení pomocí neprotávaných srážek  $CO_2 - N_2$



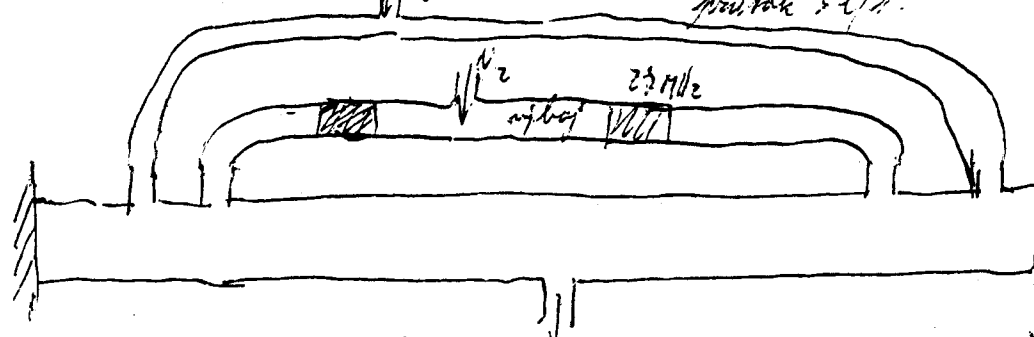
Průslavná vibrační teplota činná asi 4600°K.

Systém dlouhí několik metrů, průměr trubice asi 2 cm.

Průtoky asi 20 mA (běžná konstrukce)

$P_{CO_2} : P_{N_2} = \frac{1}{5}$  až  $\frac{1}{10}$  při  $P_{N_2} \approx 1 \text{ Torr}$

He má vysokou tepelnou vodivost a obnovuje populaci zářivého  $CO_2$ .  
Systém může být protékavý (nejčastěji) nebo i odtokový.



$E_{ioniz}$

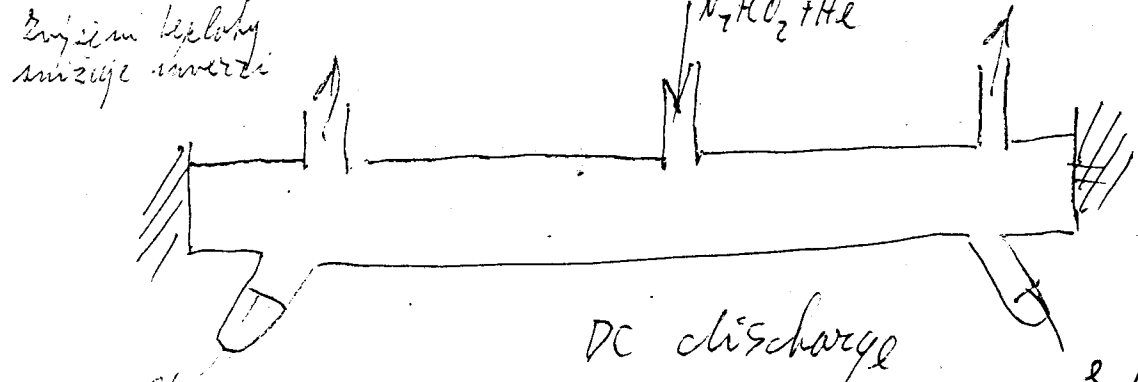
Null He	- 24,58 eV
He	- 15,58 eV
$N_2$	- 13,39 eV
$CO_2$	- 13,39 eV

klonové hybridní ionizace

Má vadu se 10-30% molekul  $CO_2$  uvnětra  
 $N_2$  je homonukleární a dipólový přechod je zakázaný, deexcitace se děje při srážkách  
 $CO_2$  je lineární - nemá dipólový moment

občejněj  
hvězdičkové scádlo

CoTe / kadmium bellerid

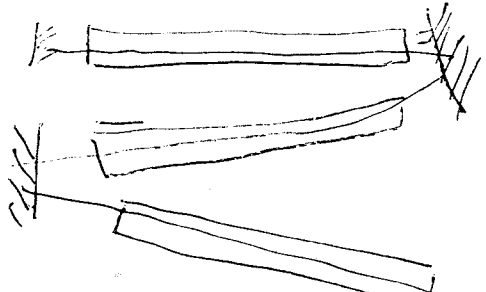


$U = 10 - 100 \text{ kV}$   
průtoky 50 mA  
 $\eta = 10\%$   
při 50 W.

$\eta$  až 10%  
1 m - 50 W

DC discharge

$L = 1 \text{ m}$  až 1 kW

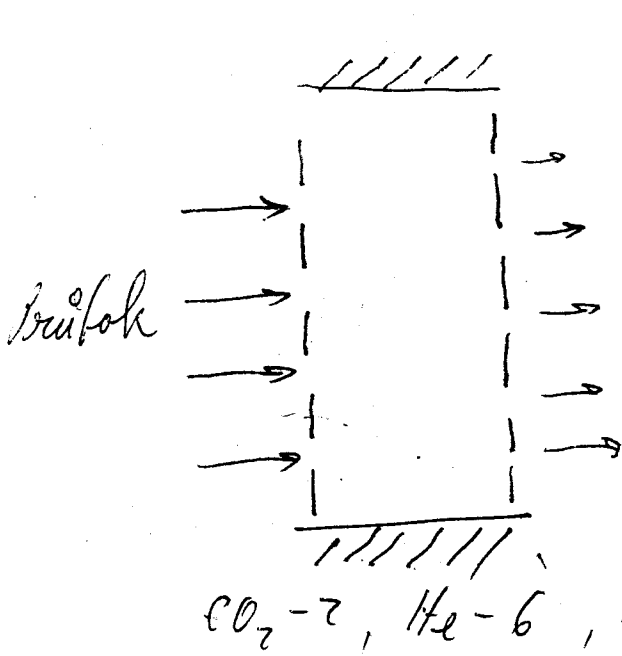


Ferdiantski 12 kusů

$L = 100 \text{ m}$

tlak  $CO_2 - 2,7 \text{ Torr}$  , He - 7,8 Torr  $N_2 - 3,5 \text{ Torr}$

TEAL - Transverzální elektroda atmosférické lasery



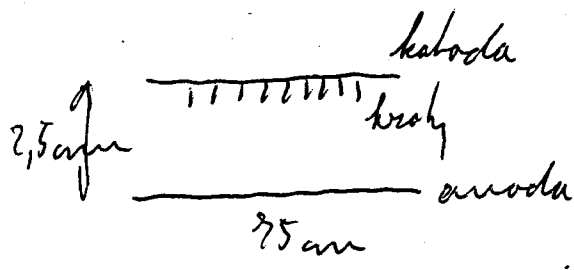
zvyseni bezlohy  
svizije imovni  
"kloceni a pritok plynu"

Ge  $T = 35\%$  prop.

Jiskrový výboj při saturaci TEA pulsy 1 MW  
při  $L = 1\text{ m}$

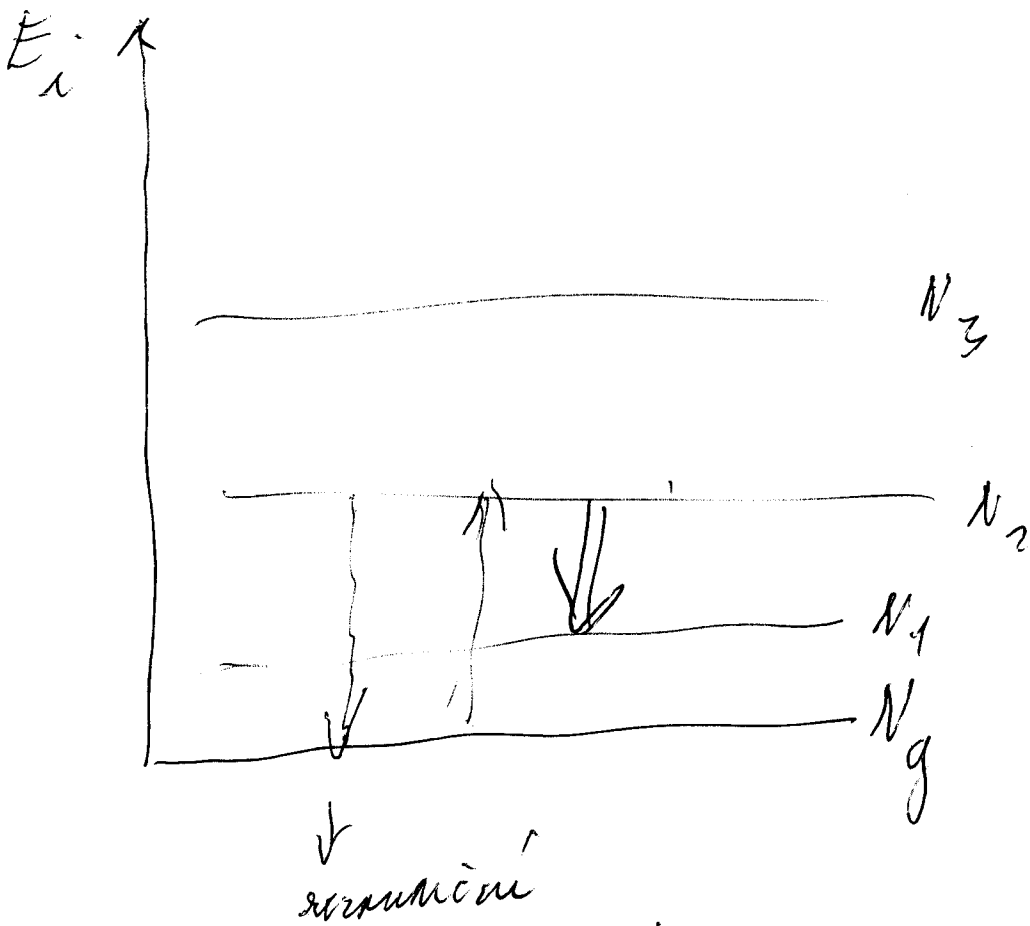
$C = 0,02\ \mu\text{F}$ ,  $17\text{ kV}$   $f = 1000\text{ Hz}$   
 $\tau_{\text{pulek}} \sim 1\ \mu\text{s}$  - výboje

1 část  $\text{N}_2$   
1,2 - 11 -  $\text{CO}_2$   
10 - 11 -  $\text{He}$  } náplně  
 $\tau_{\text{traver}} \sim 300\ \mu\text{s}$   
Energie v pulsu  $30\ \text{mJ}$



Na Cl pokrytí  
reletem  $T = 85\%$   
 $\eta = 17\%$   
v pulsu 1 J  $f = 1000\text{ Hz}$

Po 20 Torr je výboj homogenní



$$I = h\nu N_g g A_{2 \rightarrow 1} e^{-\frac{E_2}{kT}} = h\nu N_e N_g \int_0^{\infty} \sigma(\nu) v f(v) dv$$

15.11.2006

### Impulsní lasery

v poslední době jsou velmi často využívány. Generují koherentní monochromatické záření od ultrafialové až po submilimetrovou oblast. Základní ari měřítokůch vytknutí od dobré účinnosti a naměřitého laseru se stacionární inverze mezi  $i \rightarrow k$  musí být proveditelnost více menší než celková proveditelnost rozpočtu měřítka stov  $A_2$ . Tato podmínka nemusi být u impulsních laserů splněna.

Typická účinnost pro plynné procující polymerové lasery je malá  $10^{-4} - 10^{-3}$ .

Výšší energie se zpracovávají sá buzení rezonančních spektrálních čar t.j. na nejintenzivější spektrální čary. Bude-li pod rezonancí klaktivou měřítka metastabilní bude populována zejména na rozdílu pulsu měří při rezonanci a inverze je možná.

Impulsní lasery s přechody, které končí na metastabilních stavech se často využívají generaci na rozhraní jejich přechodech. Celková účinnost generace činná až 65%.

Trvání pulsu má buďto musí být asi třetinu trvání jako doba trvání inverze. Reálná účinnost bude o něco menší než 10%.

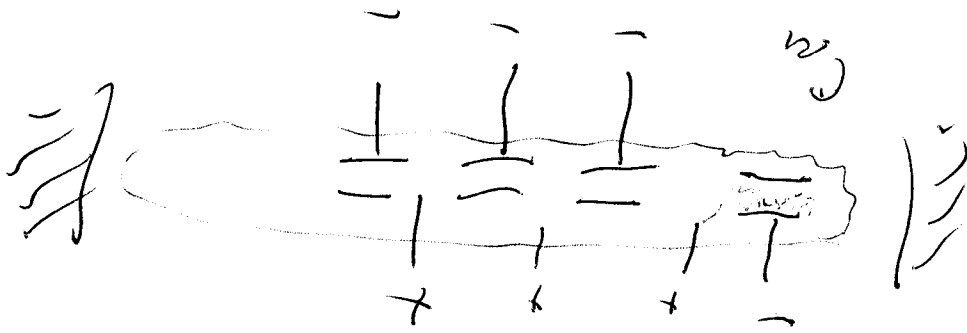
Rychlost přeměny buzení  $Q = N_0 (\delta n_e) / \rho_e$

$N_0$  - konc. neutrální  $\delta$  - měřítka generace

$n_e$  - konc. elektronů  $n_e$  - rychlost el.

U dosazení lze odhadnout, že rozbijeme aktivního prostředku 1000 cm<sup>3</sup> je možné dostat spíkový výkon až 200 MW.

U předtahu je nutné, aby doba generace (t.j. doba impulsní) byla asi  $10^{-9} - 10^{-8}$  sec t.j. srovnatelná se stacionární dobou života stavů spontánně emitujícího.



Jak už bylo řečeno nejefektivnější generací lze očekávat na přechodech se prvního rezonančního energet. stavu. Největším prázdným stavem v atomech je právě metastabilní stav.

Největší účinnost ( $\eta = 47\%$ ) byla získána pro zářivku Thalia I - 5350 Å  $3^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$

Největší 'spíčkový' výkon pro helium zářivku měřili  $\frac{5705 \text{ Å}}{5772 \text{ Å}}$  40 kW.

Praktický k.n.s. je u měřičů největší 1,7%.

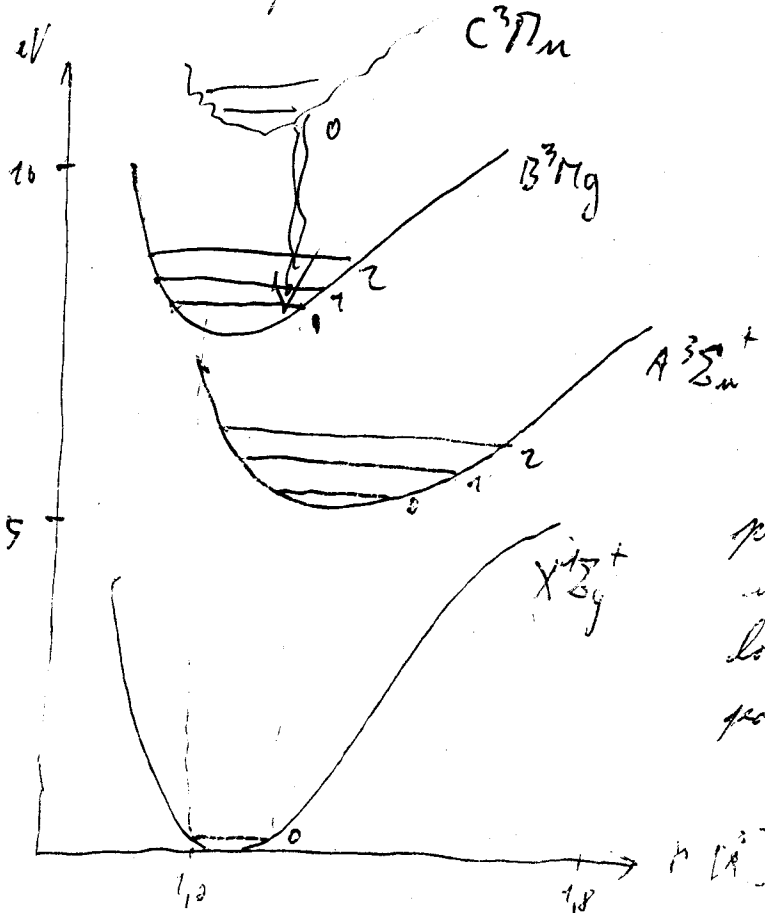
Prakticky se užívá výboj v parách mědi

$\phi = 5 \text{ cm}$ , délka 80 cm  
stěny  $Al_2O_3$

Podobně lze učit i iontový spektr.

Velmi početné je udrži impulsních laserů na elektrických přechodech molekul.

Ukážeme si funkci těchto laserů na  $N_2$

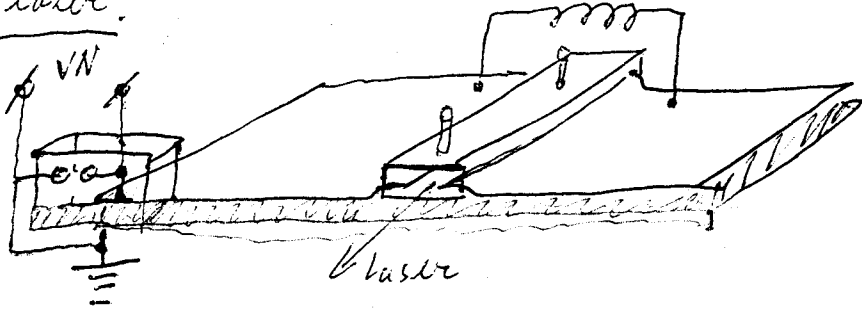


Principem laseru na elektr. stavu (Förster - Coudonův princip)

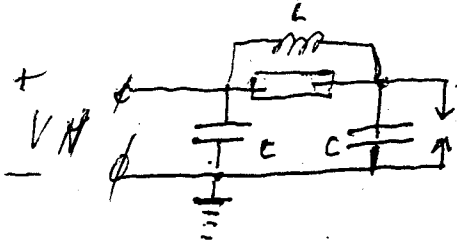
se doplňuje  $B^3\Pi_g$  ( $v = 0-5$ ) a  $A^3\Sigma_u^+$  ( $v = 6-11$ )

ze stavu  $B^3\Pi_g$  mají největší proud přechodu k molekulám, které se udrží v prázdných horečkových buňkách přetlakování. Lze říci ( $v = 0-5$ ). Tyto, ale pro vyrazení používají na slabě absorbující hladiny  $A^3\Sigma_u^+$  ( $v = 0-5$ ) a  $X^1\Sigma_g^+$  se hned pohybuje.

N<sub>2</sub> laser.

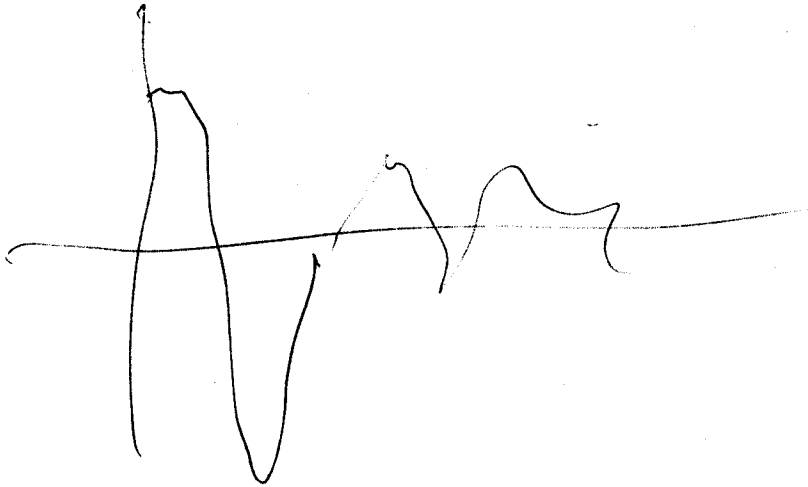


Blumleinovo vedení



50 - 100 Torr N<sub>2</sub>

$d = 3370 \text{ Å}$



Perspektivní lze počítat s tím, že molekulární impulsem laserů mohou držet vytvořit a jedním rázem větší než laserů než  $\text{CO}_2$ .

## Chemické lasery

Jedná se o největší průměrnou chemické energie v energii stimulovaného záření.

Konkrétně řečeno je dnes již největšího celé řady chemických reakcí at' impulsem tak i ve stacionárním režimu. U molekul může nastat buď vibrace inverze nebo vibračně-rotace inverze.

Je nutno vědět jak je distribuována energie u produktů chemických reakcí. Je známá mnoho příkladů nízkoenergetického rozdělení (studené plameny atd.) Nejvýznamější jsou reakce typu



Tento proces lze rozčlenit na tři stadia:

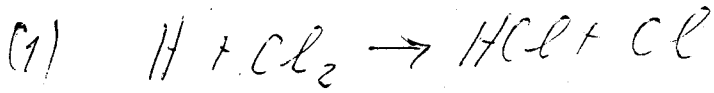
- 1.) Sblížení A a BC
- 2.) Přechodové stadium kdy toto přiblížení dojde uvnitř B-C
- 3.) Rozlet produktů reakce

Když se těchto stadií uvolní pro reakci energie  $E_1, E_2, E_3$  potom  $E_1$  - se mění na vibrační energii (prakticky část)  
 $E_2$  - " " " kinetickou " "  
 $E_3$  - přechodové vibrační energii tím více čím je atom A těžší než B a C.

Přesto perspektivní jsou reakce, kde A je lehký atom. Energie  $E_1, E_2, E_3$  závisí na dvou potenciálech  $V(r_{AB}, r_{BC})$  uvažujeme jednovýměrný kolimovaný pohyb komponent, tedy tato energie závisí jen na dvou skalárních proměnných  $V(r_{AB}, r_{BC})$



Vibrita je populace různých vibračních stavů.



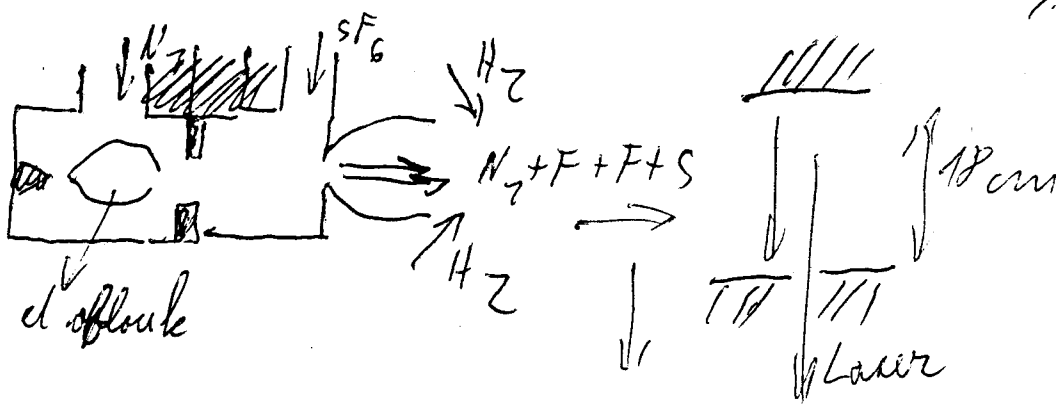
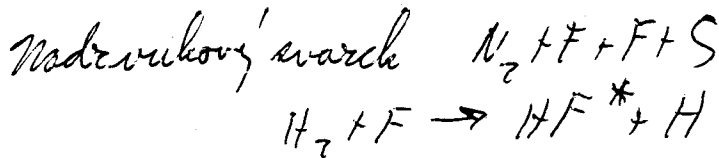
vibrační stav HCl ( $v=2$ ) je populován více než  $v=1$

Vibrační - vibrační (valná inverze)  
vibrační - rotační (čistěná inverze)

Reakce (1) fotolyzou při 16 Torr  $\frac{p_{Cl_2}}{p_{H_2}} \approx \frac{1}{2}$

impulzy  $t \approx 10 \mu s$  s energií  $7 \cdot 10^{-2} J$ .  
Je možný i bvalý provoz.

Čistě chemický laser -  $H_2 + F$  aktivní molekula HF



$d = 3 \text{ mm}$   
475 W

$T = 2550 K$

# Jádovný fotoasociační laser.

Atomární jád se vytváří fotoasociační molekul  $\text{CH}_2\text{I}$ , nebo  $\text{CF}_2\text{I}$  či  $\text{C}_2\text{F}_4\text{I}$

Když světelné záření ( $\lambda \approx 300 \text{ nm}$ ) se molekulárním výbojem je polecováno shora uvedenými molekulami, tvoří se atomy I v základním stavu  $^2P_{3/2}$  i ve vráceném stavu  $^2P_{1/2}$  přičemž rychlost tvorby vrácených stavů je větší. Potom generace vzniká na přechodu  $^2P_{1/2} - ^2P_{3/2}$  ( $\lambda = 1,375 \mu\text{m}$ )

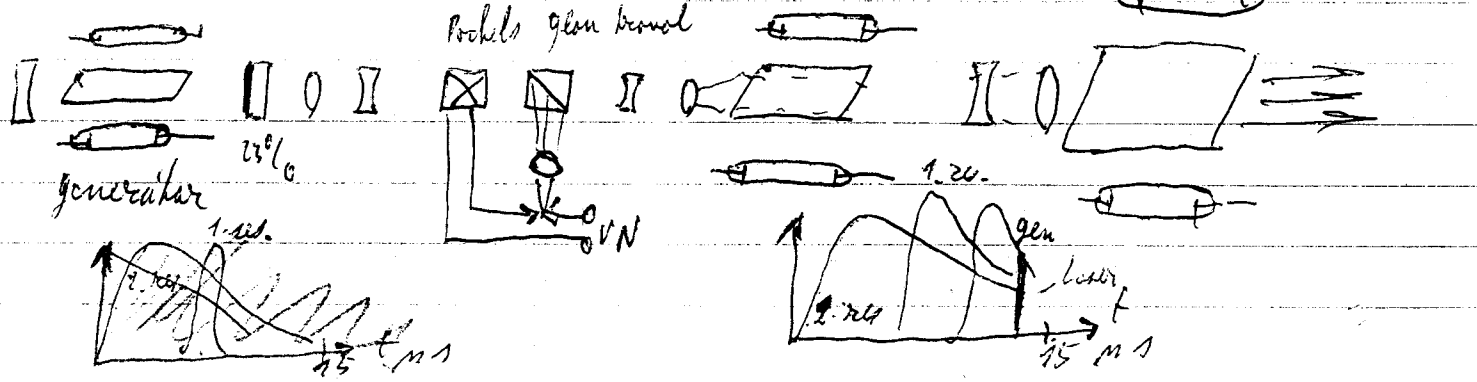
Tento přechod je však zakázaný jak pro elektrický tak i pro magnetický dipól. Doba života křivového stavu je však velká (je dána deaktivací při srážkách). Doba života základního stavu  $^2P_{3/2}$  je dána rekombinací.

$$I(^2P_{3/2}) + I(^2P_{1/2}) \rightarrow I_2 + 12400 \text{ cm}^{-1} \quad T = 100 \text{ msec}$$

Velké vlastnosti jádovitého laseru jsou podobné laserům na prvých látkách 1) optické buzení

2) horní stav je v pracovním přechodu jsou zakázané dipolovými pravidly přechodu.

Proto je možno získat velkou inverzi a při pulsu potažené energie i přes 100 joule -  $TW$  při délce pulsu 10 msec 10 gW z. res.

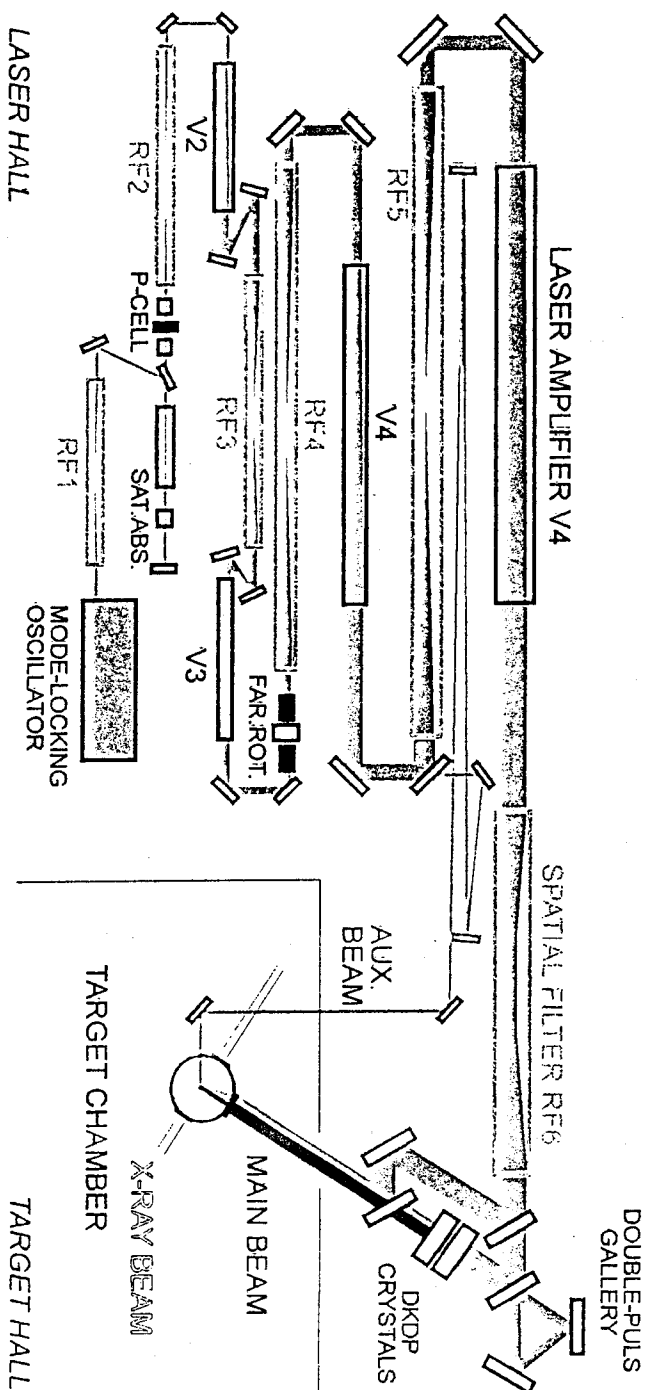


# PALS Characteristics

## Laser Parameters

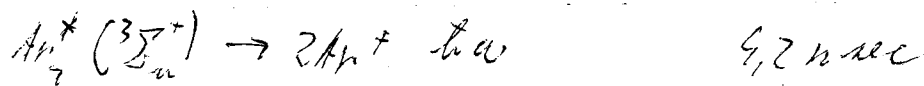
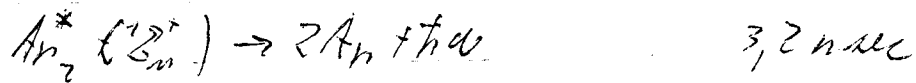
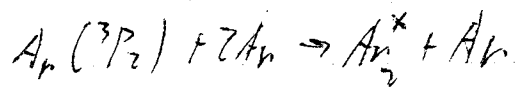
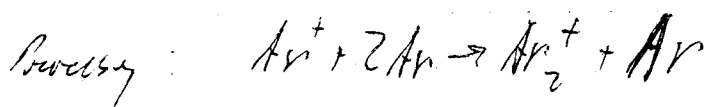
Number of beams	1
Wavelength	1.315 $\mu\text{m}$
Pulse duration	400 ps $\rightarrow$ 100 ps
Maximum output energy	2 kJ
Maximum output power	3 TW

Output beam diameter	29 cm
Conversion efficiency (DKDP)	80%
to 2nd harmonics (658 nm)	70%
to 3rd harmonics (438 nm)	
Repetition rate	1 shot per 20 min

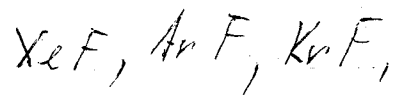


*Simplified  
scheme of  
of the laser  
system*

Prakticky je nutno energii ke inverzi přivést za dobu obvodu  $10^{-7}$  sec a kratší!



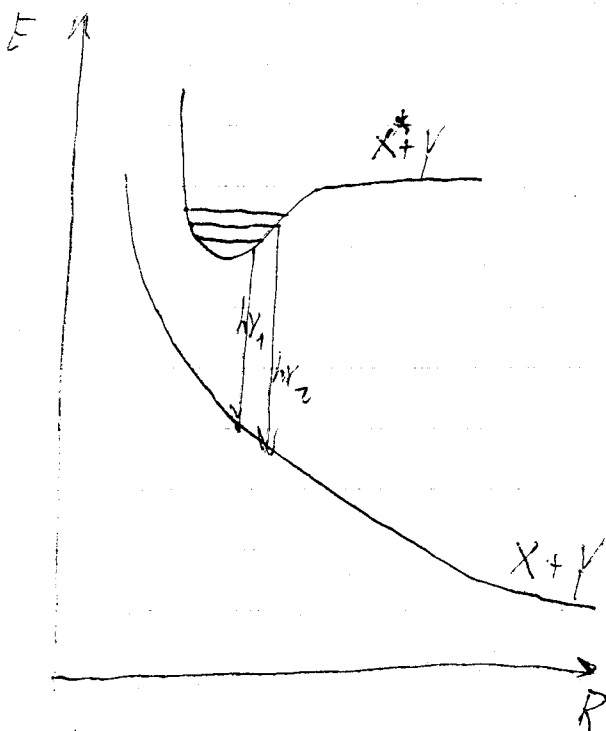
Čistý je laser na  $Xe_2$ : potom na  $Kr_2, Ar_2, KrO, KrO, XeO,$



# Excimerové lasery (v. p. r. 1970)

praktické parametry v. 1975-77.

Lasery tohoto typu pracují na přechodech mezi dvěma termíny molekuly a jejich nižší je nestabilní (odpudivý potenciál) a je zpravidla tvořen atomy v základním stavu. Horní term laserového přechodu má potenciál ve minimum. Takové molekuly, které existují pouze ve vzrušeném stavu, se nazývají excimery a daly název laserům tohoto typu.



Pro vhodné nejmenší poleze horního a dolního stavu je vhodné doplnění inverze na elektrony na stavech excimerů.

Kř. d. v. 2-3%

Dnes publikovaný laser vyzařuje 100 J za 50 nsec na vlnových délkách 2484 a 1933 Å.

Súčasně vložená energie je měřena na světlo snímkovací

větší než 3%. Křídlová účinnost na laseru při minimální rychlosti obrotu je 23%.

Nové lasery tohoto typu by byly založeny na disociační reakci - línaci molekulárních iontů. Excitace se provádí s elektrony v arádce.

Ísto lasery září v širokém vlnovém oboru 1700 - 5600 Å. rozložení zář je široké a měří se vlnové frekvence.

# Barvivové lasery.

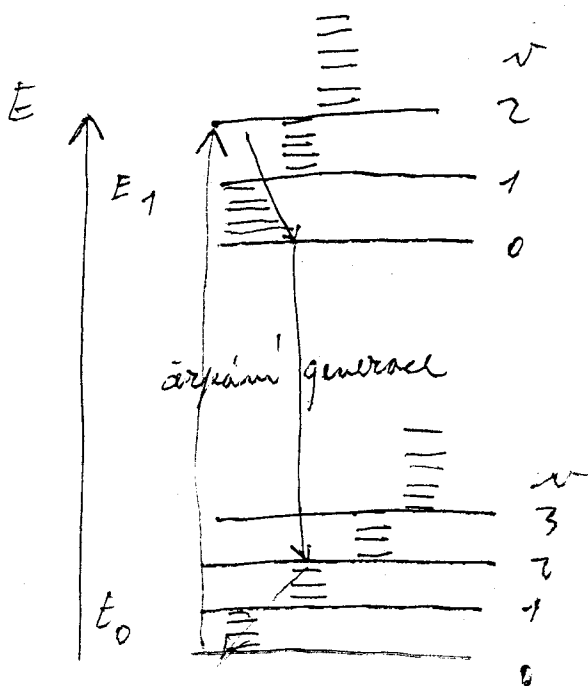
d.a.

①

[29.11.2006]

Byly vyvinuty poměrně malé generace byla nejoblíbnějším provedením azarovým laserem (rubín). Podíli byl tento typ roztoků - materiálů, se kterými je provedeno obvyklým nekoherentním vyžářením zobrazi.

U podstaty je aktivní látkou molekula organická barviva.



Vzdálenost vibračních energ. hladin 1700 - 1700  $\text{cm}^{-1}$

Vzdálenost rotačních 10 - 20  $\text{cm}^{-1}$

po excitaci následuje neradi-  
ní přechod na dva rot. vibr.  
stavy.

generace nastává při dosávním inverze mezi tímto rozkladným stavem a některým stavem (vibračním-rotacím rozkladným stavem).

po vyrazení fotona se proces akončuje neradi-  
ním přechodem do rozkladného stavu vibračního  
stabilního stavu. toto schéma je tento typ laseru čtyřhladinový  
a provozu inverze se snadno dosahuje.

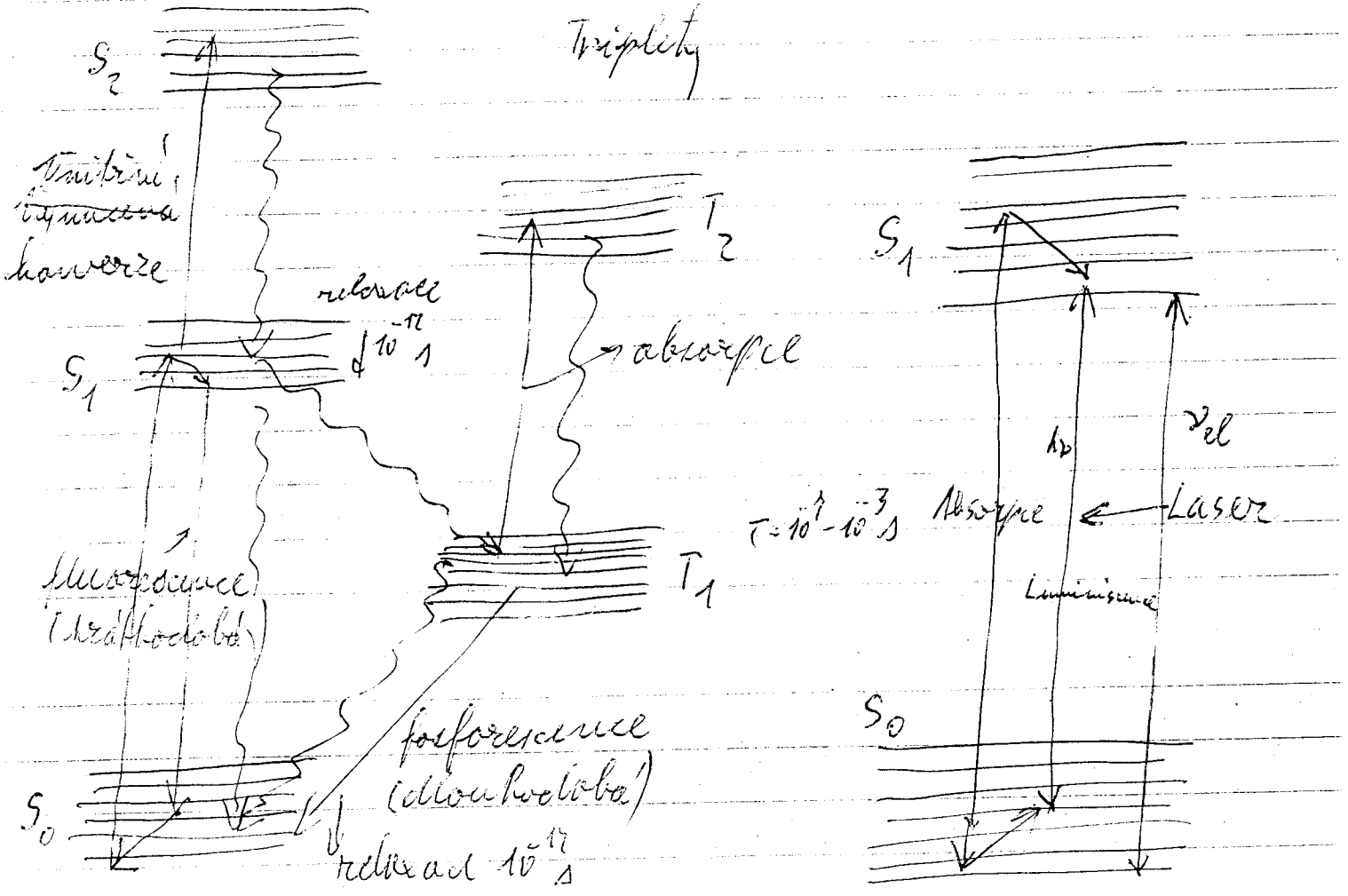
Barvinnové losery. (1966)

Většina organických barviv v roztocích má iontový charakter. Moment iontu závisí na tom, je-li rozpouštědlo kyselina nebo zásada.

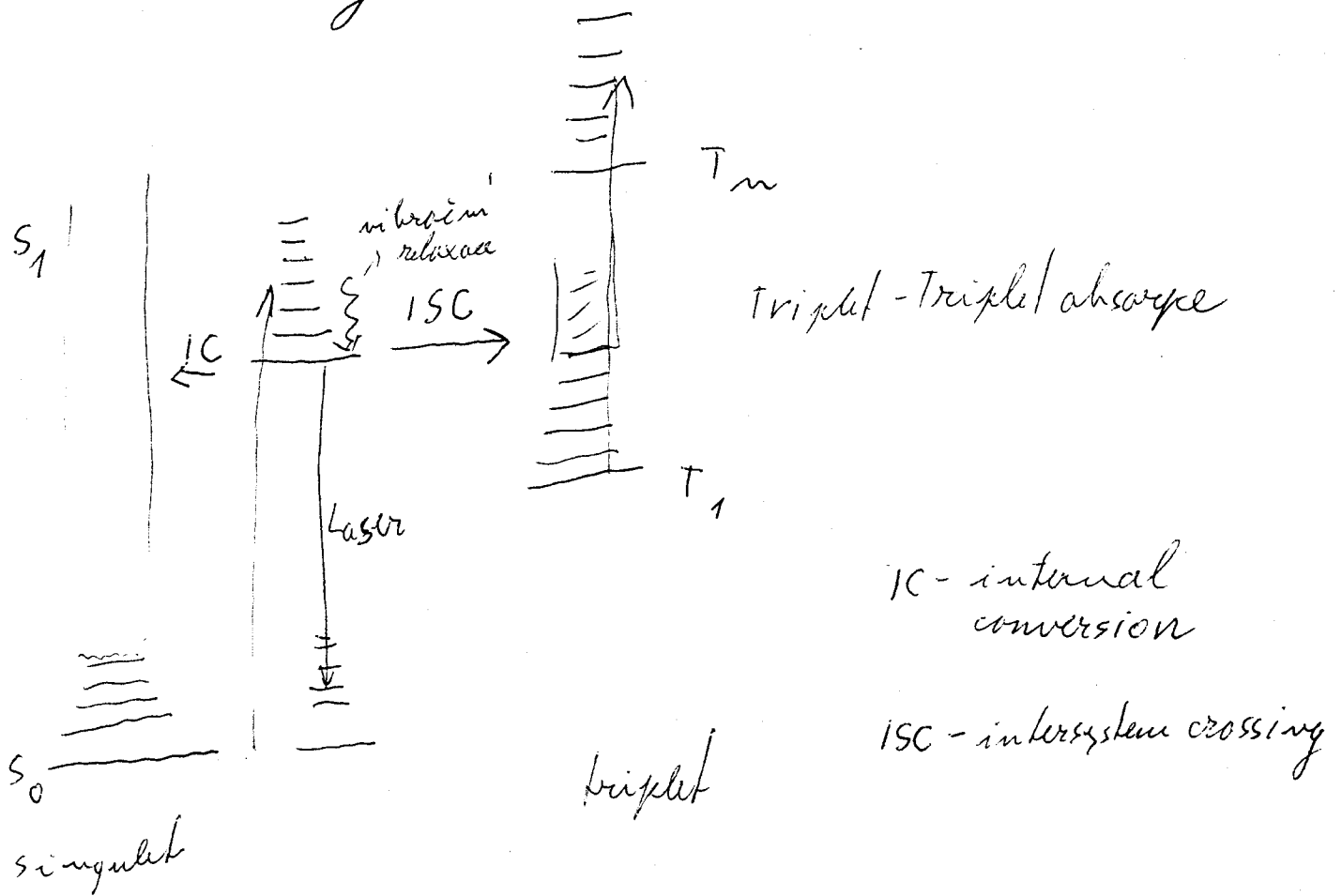
Radikály  $CH_3$  a  $C_2H_5$  účinně pohlcují světlo. Optické vlastnosti barviv a více projevují se v tekutých a tuhých roztocích. Doba luminescence v tekutých roztocích je v obředu  $10^{-9}$  s.

Absorpční spektrum sestává ze zářivého páru ve viditelné oblasti ( $\lambda \approx 150$  nm) a doplnitového páru v ultrafialové oblasti. Luminescenční záření není závislé na způsobu buzení - tedy molekuly rychle relaxují do nejpřednějšího singuletového stavu. Dlouhé dohazování nezpůsobují tripletové stavy (metastabilní), ze kterých neexistují dovolené přechody do základního stavu.

singulety



# Baziriva na lasery



Charakteristika 6B 64 atomů a 186 vibrací potom  $S_0 \rightarrow S_1$  absorpcí tvoří neuvěřitelně kontinuální.

Vnitřní konverze IC a ISC umožňuje schopnost vrátit k laseru.

$T_1$  je metastabilní ( $T_1 - S_0$  - fosforescence je zřídka) a molekuly se akumulují v  $T_1$  když je ISC podstatně

víti než absorpcí zesilovací (laserní) frekvence

procesem  $T_1 \rightarrow T_n$ . Tato triplet-tripletová absorpce umožňuje obrovský účinnost baziriva.

Proto je u americké množství baziriva je neuvěřitelné.





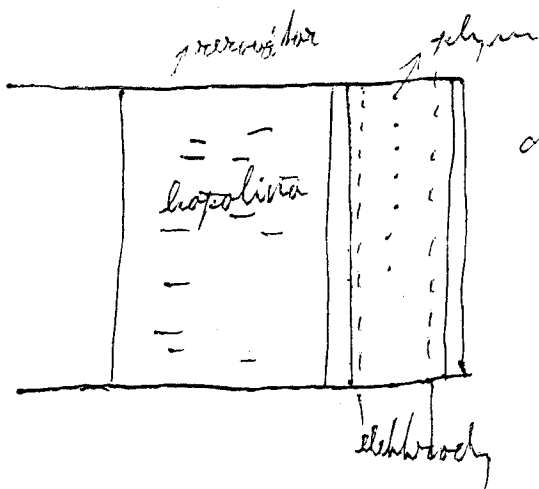
První generace proto byla umístěna 20-30 ns pulz  
rubinového laseru v režimu modulované kvality.

Vždy se udává barvivo, rozptýdlo, koncentrace  
a světlová délka vlny.

### Lazery s vybojovým čerpáním.

V současném období existuje několik druhů barviv. Mohou být  
čerpány v širokém oboru od 3400 - do 1120 Å.

Obyčejně se užívá koaxiální umístění vybojky válcového  
typu a kyvetky s aktivní kapalinou. Při vybojce a aktivní  
kapalinou tvoří technologický celek.



Když byl pulz krátký je používáno  
distanční kondenzátory (20-30 kV)  
mají minimální indukci  
(menší než několik mavo Henry)

Spektrum zářivce se může být s absorpčním spektrem  
barviva.

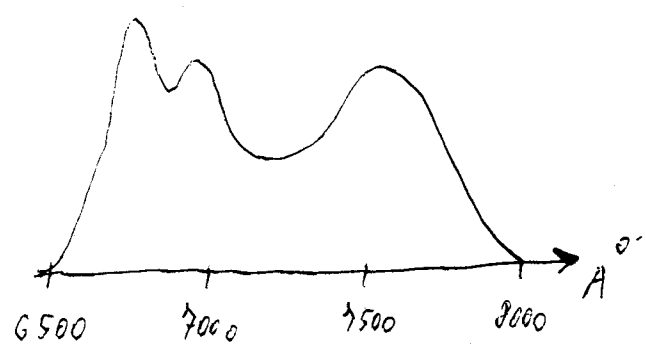
účinnost 0,5%. Průhová energie čerpání 25 J  
potrava energie impulsem 0,25 J.

LIF TALIF

V současné době je známá celá řada barviv, která umožňují generaci od UV až po blízkou IR oblast.

Nejvýznamnější vlastností tohoto typu laserů je velká šířka čáry aktivního prostředí. Tato umožňuje umístění přeměně selektivních prvků do rezonátoru a generovat na zářivku na libovolné vlnové délce v rozmezí  $\pm 500 \text{ \AA}$  což je asi 1/8 viditelného obarví.

Spektr. čára ftalokyanátů chloraluminia <sup>rozpuštěného v lihu.</sup> (to udáváme 0,1 od maxima)



Jinou možností změny vlnové délky tohoto typu laseru je změna koncentrace barviva (ochlazením do maximální koncentrace - změna  $500 \text{ \AA}$ )

Dnes různá org. barviva pokrývají oblast od 3400 do 10000 Å.

Význačící vlastností tohoto typu laserů je, že vlivem f. vz. singlet-tripletových interakcí je ekvivalentní sloba řívnata vzhledu kbarveního slova nepřevyšuje jedním až dvěma nanosekund. Proto je možno kracitosa svět velmi krátkých světelných pulzů.

# Parametry barvivových laserů

Délka vlny	3400 - 11 750 Å	
Řízení vlnovosti	400 Å	
Šířka spektrální čáry	15 - 150 Å 0,5 Å 0,01 Å	společně s úzkopásmovými rezonanci s difrakční mřížkou s interf. Faby - Perot
Divergence svazku	2 - 5 mrad	
Účinnost	do 25% 0,5%	excitace laserem impulsní záření
Výstupní energie	2 J 0,1 J	maximální hodnota typická hodnota
Výkon	2 MW 0,25 - 2 MW	laserem výbojkou
Opakovací frekvence	do 200 Hz 20 - 50 Hz	laserem výbojkou
Délka impulsní pulsu	20 ns 0,5 - 150 ns	laserem výbojkou

Kopališ

Lasery na bázi organických látek. (1962)  
 Zájem se obrací na luminescenci látek (metál-organické)  
 Fosforescence - jít o přechody z metastabilních  
 tripletových stavů do zářlých singuleťových.  
 Výhody pro nabuzení byly 10x větší než pro  
 buzení subinového laseru.

Fluorescence - dovolené přechody mezi nabuzenými  
 singuleťovými stavy a stavem zářlým  
 Doba života fluorescence byla asi  $10^8$  s, šířka  
 čáry 10-20 nm. Proudění vznikají přechodem  
 ze zabuzeného singuleťového stavu do nižšího stavu  
 tripletového, čímž vzniká podstatně maximální  
 inverzní populace

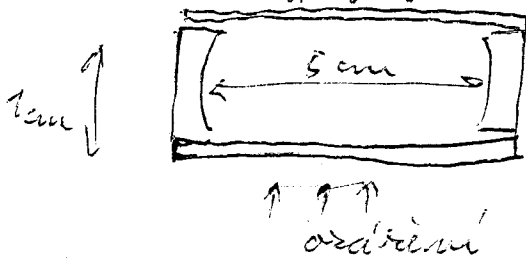
$$\Delta N_{max} = \frac{n_0}{1 + \mu}$$

$n_0$  - koncentrace  
 aktivních molekul  
 v systému

$$\mu = \frac{\text{rychlost interkombinačních přechodů}}{\text{rychlost relaxace tripletového stavu}}$$

Hodnota  $\mu$  dosahuje hodnoty asi  $10^5$  čímž může zcela vyložit  
 velmi inverze. Proto je nutné vybrat barvivo s co nejmenší  
 hodnotou  $\mu$ .

Nejlepší by byly porovnávat chladící proudy vzájemných řešení.  
 Pak by byly větší volně ionty proudí -||- -||-



Benzoilacetofonát europia  
 ochlazením na  $-150^\circ\text{C}$  - tloušťka  
 pakloje  $5200 \text{ \AA}$  a šířka  $600 \text{ \AA}$   
 $n_0 = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  - ionty  $\text{Eu}$

$$\text{vlnitost } \lambda_1 = 6135 \text{ \AA} \quad \sigma \lambda = 10 \text{ \AA}^2$$

$$\lambda_2 = 6150 \text{ \AA} \quad \sigma \lambda = 20 \text{ \AA}^2$$

Když fungoval laser  $\sigma \lambda = 0,3 \text{ \AA}^2$  200 joule na vteřinu

Príklad číselné laseru na bázi prvých látok.

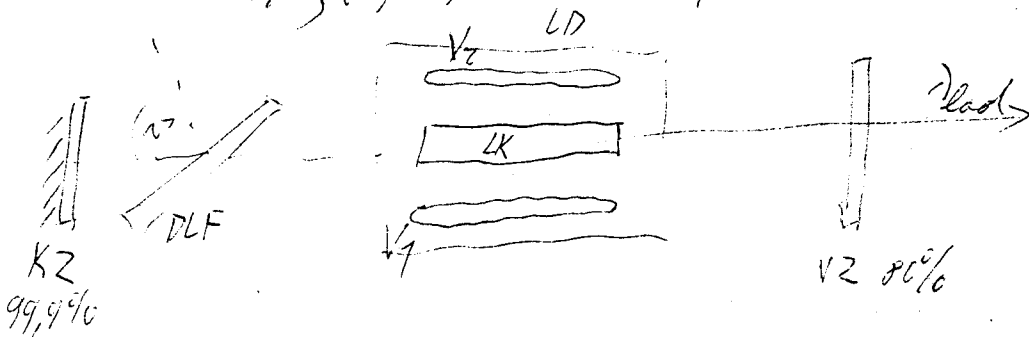
Sofar aktívny ióny  $Ti^{3+}$  ( $Al_2O_3 : Ti^{3+}$ )

$\lambda_{max} = 790nm$ ,  $P_{max} \approx 2,5W$  čerpaný 25W argonovým laserom

Čerpaní lze provést i druhou harmonickou 495: Nd (532nm) nebo VAP: Nd (539,8nm), nebo čerpaní 498 a 514,5 argonového kontinuálního laseru; při záření impulsním výbojk - doba neholika ps (krátká doba holika)

Xenonové výbojky mají životnost (10-100 hodin)  $\sigma t = 100 ps$

Čerpaní impulsní musí být krátké pro čerpaní  $Ti^{3+}$  iónů v  $Al_2O_3$  (to je pouze  $\approx 3,5 ps$ ).



$V_1, V_2$  - Xe výbojky, LK - kryštál, LD - laserová dióda  
DLF - dvojnásobný filtr.



$\phi \approx 120 \mu m$   
 $\lambda_{max} \approx 791,7 nm$

$Ti_2O_3 \approx 0,04\%$  hmotu

DLF - trismenná dielka o uhlové tloušťke (0,5-5 mm)

vložen pod Brewstrovým úhľom  $5,7^\circ$  ( $\alpha$ )

po vložení net se spektrální šířka 5x větší na 2,5-3 nm

Preloadení se provádí optickým filtrem podle jeho normály - rozsah preloadení je dle rozsahu excitací, čími 350-800 nm. Běžně i 700 až 1000 nm.

### Kompaktní laserové zdroje:

Knoví  $Nd^{3+}$  jsou významy i jiné ionty vzácných zemin:  
 $Er^{3+}$ ,  $Ho^{3+}$ ,  $Yb^{3+}$ ,  $Tm^{3+}$ .

Býlo dosaženo již 20% účinnosti vzhledem k účinnosti  
činnosti vzhledem k již bylo dosaženo u

$Nd:Y_3Al_5O_{12}$ ,  $Nd:YVO_4$ ,  $Nd:LaSe_3(BO_3)_4$  laserů  
při optimálním zdvojením převens pomocí  
KTP (potassium titanyl fosfat) krystalů.

Jsou studovány i alternativní realizace laserových  
zdrojů pro viditelnou oblast jako jsou -  
up-conversion pumping by energy transfer processes  
of two adjacent excited ions or two-step pump  
processes as ground state plus excited state absorption.

### Up-conversion lasers

Jsou to lasery, které emitují na vyšších převensích  
než čími cílovací signál.

U těchto laserů je aktivní iont excitován při  
vnitřní "up-conversion" blíže infračervené  
nebo červené části spektra nicholizujícíma svou excitaci  
iontu nebo kooperativním přenosem energie přičině  
je emitována anti-Stokesova světelná záření ve  
viditelném oboru.

Výsledná vlnová délka může být laděna pomocí  
přírůstobem absorpční čáry aktivního iontu  
laseru excitovaného na vyšší hladiny.

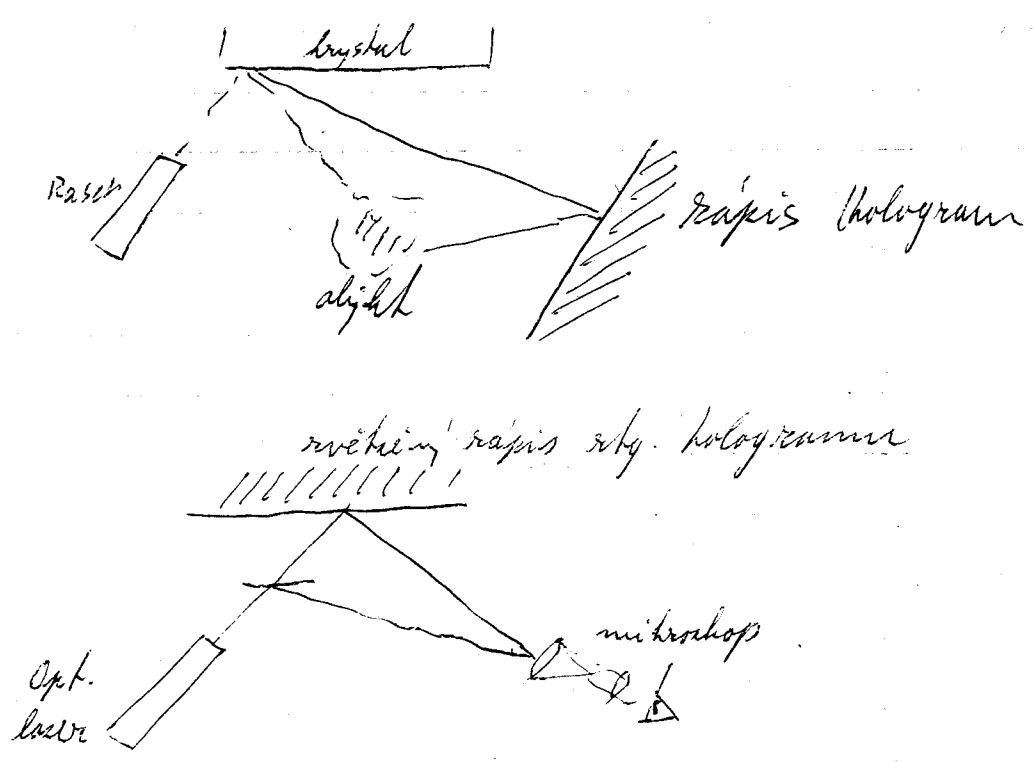
Lasery (up-conversion) pracující ve viditelné oblasti  
při pokojové teplotě byly demonstrovány na  $Tm$  (thulium,  
dopovaných krystalech a na různých vzácných  
zeminných dopovaných fluorocerirkoniových  
vláknech.  $Er^{3+}$  je velmi zajímavý iont pro  
kontinuální konverzi pro červenou oblast  
spektra.

RASER aplikace v chemii, biologii, kystalografii.

Časem nelze struktovat řádky jednotlivých molekul v řídce tkáni. Lze struktovat pouze molekuly určitých kystalických struktur. Tento stav se však mění, když vznikne koherentní RTO záření.

Proč zatím nikdo s RTO nespěl? Incelt lonu pro mala' Z je šiměri rovnent (nelni slatj kankrost).

Kohorentni' zdroj by umožnil fázovou - kontrastni' mikroskopii. Potom je možno dostat krátkodobé hologramy např. DNA.



Ukazuje se možnost připravit krátké pulsy ( $10^{-15}$  s) rky. záření, které umožní zmapovat "hmotný svět" a porovnat vývoj hmoty, zejména fluktuací atd.

Do r. 1973 nebylo možné sotosvodit např. laserů rky. stimul. generaci ríkat.

Rky. et. stavy mají velmi krátkou dobu života  $\tau = 10^{-5} \cdot \lambda^2$  ( $\lambda$  v Å) tedy pro 10 keV ( $\lambda = 1,2 \text{ Å}$ ) je doba života  $\tau$ .



2.

vyřazení racionální rovnice  $10^{-15}$  a tedy na udržení atomu  
v exc. stavu je nutno vynalozit energii 1W na atom.  
Tedy budíci výkon jsou ohrožené!

Takový laser je her recadit opt. rezonátoru poní vadě  
pro  $\lambda < 1000 \text{ \AA}$  je reflexivita nepatrná!

Ukážeme aly svazek běhal v trubici s odrazem na zrcadlech  
pod Braggovým úhlem, ale silná absorpce.

Když velké recadla povíit je nutno mít větší aktivní  
prostor. Čistění při jednom průchodu musí být větší  
než u recadly.

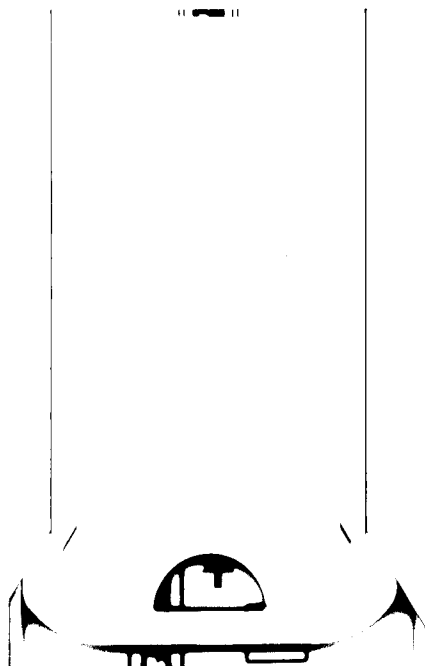
Čistění asi 100 dB  $\alpha l \geq 20$

$\alpha$  - čistění na jednotku délky pro slabý signál

Délka prostoru musí být velká s průměrem (obouh. válec)

Je možné zvýšit i průchodu měří velkými vlnovými délkami.  
Svazek el. relativistický je propouštěn přes sbírací  
el. nebo magnet. pole.

$$E = -\frac{Ze^2}{2\pi 4\pi\epsilon_0} = -\frac{m_e^4 Z^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 v^2} = -\frac{m_e^4 (Z-\alpha)^2}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 v^2}$$



Evenci' vybranym' laserem NVA kol 10 W - 0,4 m s

$\frac{10^4}{10^7} = 10^{-3} = 0,001 \text{ s}$  pulsu

U krtkych aboum' je efektivni naboj jader pro valnina el. prakticky nulovy

Nyobitve je nutno odskouat vtsim' nejvtsich el. aby se efektivni naboj vtsil

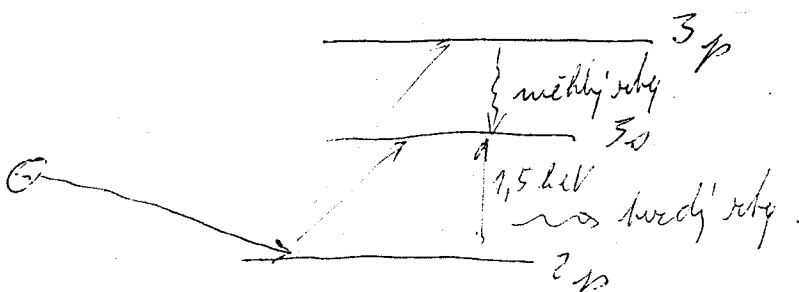
Jedna se o generaci mikrotvrb. rade' ma aboupci' vltka s dlbkou vlny 0,1 um

Kdy, aby byl ef. naboj roven Z je nutno absorbovat Z elektroni' energie k tomu je linearna Z. Aby foton vyzarovani' mly 100 vtsi' energi' nez' zarveni' dopadaji' musel byt kolidovaci iant s efektivnim nabojem Z = 10 x vtsim' nez' u optickych lasech

Tedy v prumisku na 10 odbrany' el. je nutno dodat 100 x vtsi' energii, tedy celkem 1000 x vtsi' energii

Pravidlo spontanneho p'echodu je linearna Z<sup>4</sup> a proto je nutna kuto energie dodat za cas 10<sup>4</sup> x kratsi

Tre (32 Mo Y) u 32 a 34 el. je odbrano 24 odbrane' elektrony' maji vysokou energii p'achu 10 eV (T ~ 10<sup>7</sup> K) Tyto el. budl' neprobij' se zly'ich v'azan'ch el. do vyssich stavu  
Eustaly 1s<sup>2</sup> 2s<sup>2</sup> 2p<sup>6</sup>



3s se vyplnuje rychle a vice, ale rychle se vyplnuje spontanne. 3p je metastabilni (nebo prijat' el. zvl. stavu)

ani 96% iontů je ve zp, 3% - 3p a 1% v 3s  
(tedy inverze)

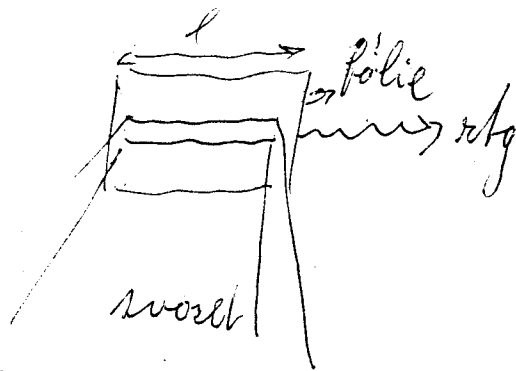
Wichody sportovní 3p → 3s dají 7 = 20mm  
200 Å

Tyto tři stimulační vky generov.

Se folie tloušť 75<sup>750 Å</sup> μm, sířka několik mm a délka  
několik cm. je namontována na polyimidovou podkladku.

svazek Na<sub>2</sub> je fokusován na  $\phi \approx 0,1$  mm  
rásek o šířce

délka se upraví a vytvoří válcový sloupec průměru  
 $\phi \approx 0,1$  mm



radialni popruh odobareji  
axialni stimuluji

Délka l ani 2,25 cm má dávat radikální stimul. vky záření.

Při větším délky pásu 2 cm na 2 cm vrůstá inkubita  
vky záření na 20mm 10<sup>5</sup> x.

Při délce pulsu 0,1 us dáva se pouze výkon od 5-10 MW.

Při záření o  $\lambda = 4$  nm je možno přijít ke většímu z, ale to  
by vyžadovalo asi 100x větší energii než ratiom  
ná NVA.

Projekt - 5 um, s glibem 47 el. cobaltovat 38 rústové  
a jednu je křídován se 3d na 4d

$\lambda = 4,5p$  při 4,16 s použitím Ta, V, Re,

CASEP

Pracovník se specializuje na revovátore. Skládají se popustné a odvětrávací ventily, na odvětrávací ventily se vkládá asi 1,3%. Důs az 30 vstupova zrcadla s hřef. odvětrávu 60% pro 17mm.

Rozpracování jsou az 100 vstupova zrcadla a hřefce ventily 100 atomů.

Je otázka ochrany zrcadel proti vodě musí být blížko. Již při 2 průchodech se zvyšuje výkon generace 50x.

Při kritím průchodu se již plama vyzpálala.

- Jakim se odvětrávu jen různé průchody (1984)

4mm rtg záření umožňuje diagnostiku plamnatu (cut-off)

# FEL (free electron lasers). Lasery na volných el.

Relativistický svazek el. prochází příčným proměnným mg. el. polem.

- Dva typy - Comptonovského typu FEL, kde elektrony individuálně interagují s mg. polem
- Vysoké hustoty FEL - el. interagují kolektivně s modulacím polem.

Planární modulátor. Elektrony podél osy z příčným magnetické pole má v jednom komponentu oscilující podél osy x -

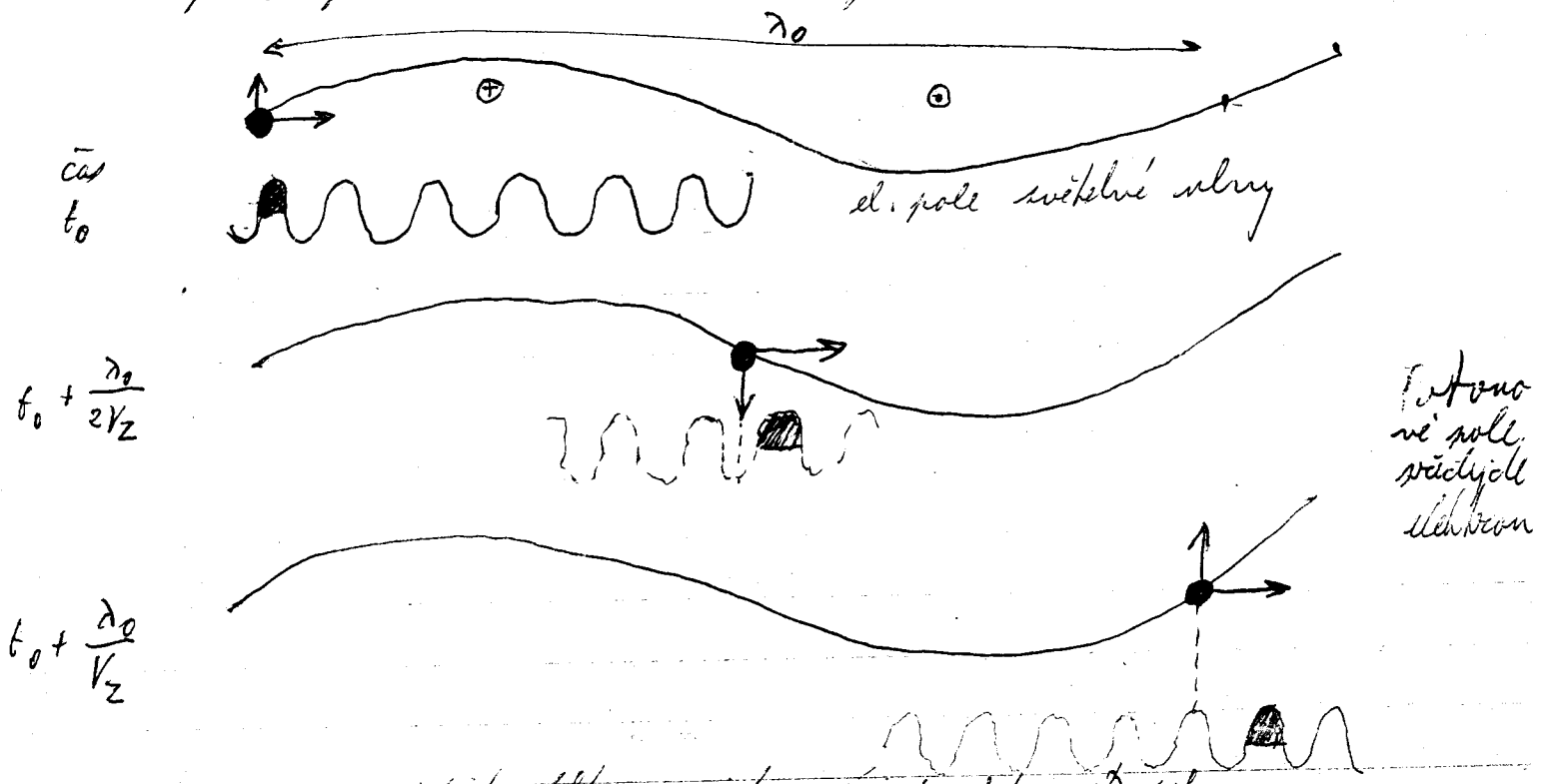
$$\vec{B} = B_0 \vec{u}_x \sin(2\pi z / \lambda_0)$$

$\vec{u}_x$  - jedm. vektor // x osou,  $\lambda_0$  - prostorová perioda modulace

V helikoidálních resonátorech je mg. pole kolmé, ale obíhá se okolo z-osy

$$\vec{B} = B_0 \vec{u}_x \sin(2\pi z / \lambda_0) + B_0 \vec{u}_y \cos(2\pi z / \lambda_0)$$

Modulační pole nutí elektrony, aby sledovaly modulační pole po sinusoidální projekci.



V rezonanci proudí elektrony o jedm. periodu fotonového pole

Pro relativistický elektron je jeho energie  $E = \gamma m_0 c^2$ ,  $\gamma \gg 1$   
 ( $m_0 c^2$  - klidová energie) - 0,511 MeV.

Amplituda oscilujícího pohybu elektronu je malá ( $\sim \text{nm}$ ) ve srovnání s modulační periodou ( $\sim 10 \text{ cm}$ )

Elmg. vlna se šíří stejným směrem jako elektrony. Resonance nastane, když  $\lambda$  (perioda vlny),  $\lambda_0$  (perioda modulace) a  $v_2$  - elektronová podílňná rychlost, za čas během něhož daný elektron projde periodu modulačního mg. pole, přetáhne rovinná optická vlna elektron o jednu periodu světelného pole.

Fáze světelné vlny bude  $\phi = \omega t - kz$ ,  $\omega = 2\pi c / \lambda$ ,  $k = 2\pi / \lambda$   
 světelná vlna projde vzdálenost  $\lambda_0 + \lambda$  za čas  $\frac{\lambda_0}{v_2}$  což můžeme být vyjádřeno rovnicí

$$0 = \phi(t_0 + \frac{\lambda_0}{v_2}) - \phi(t_0) = \omega \frac{\lambda_0}{v_2} - k(\lambda_0 + \lambda)$$

Tato rovnice dává podmínku:  $\frac{2\pi c}{\lambda} \frac{\lambda_0}{v_2} - \frac{2\pi}{\lambda} (\lambda_0 + \lambda) = 0$

$$\frac{c \lambda_0}{\lambda v_2} - \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1 = 0$$

z technického hlediska není možné do menší než několik cm.

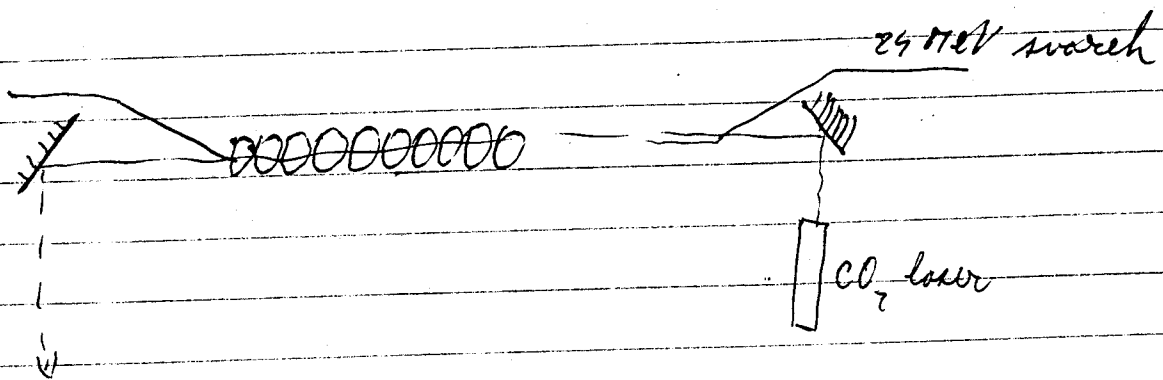
z rovnice je vidět, že  $\frac{c}{v_2}$  musí být blízko 1, aby resonance nastala ve viditelném nebo UV oboru. (relativistický el.)

~~$$\frac{c \lambda_0}{\lambda v_2} - \frac{\lambda_0}{\lambda} - 1 = 0$$~~

$$1 = \frac{c \lambda_0 - \lambda_0 v_2}{\lambda v_2}$$

$$1 = \frac{c \lambda_0 - \lambda_0 v_2}{\lambda v_2}$$

$$\lambda = \lambda_0 \left[ \frac{c}{v_2} - 1 \right]$$



$$B = 0,24 \text{ T} \quad \gamma m c^2 = 24 \text{ MeV}$$

$$\lambda_0 = 3,2 \text{ nm} \quad \text{risk } 7\%$$

v budoucnosti se očekává i risk pro měkký rentgen.

$\vec{v}_\perp \vec{E}$  mají stejné znaménko v rezonanci  
 $\vec{E}$  - indukční el. pole světelné vlny.

změna energie el.  $\Delta E = - \int e \vec{v}_\perp \vec{E} dt$

# Činnost kvantového generátoru v režimu gigantických pulzů.

K rubinového laseru je vyřazovaný výkon nanejvýš několik desítek kilowatt při volné generaci.

Často je zapotřebí povřit pulzů  $10^{-9} - 10^{-9}$  sec i kratších s výkonem 10 - 1000 MW.

Tyto pulzy lze obdržet modulací kvality.

V první etapě kvantového generátoru je zhuštěna kvalita rezonátoru což znamená, že pracovní prostředí vyřadí je mnohem větší rozdíly v obsazení stavů.

Přitom jsou na př. u rubinového laseru téměř všechny ionty  $Cr^{3+}$  nabuzeny v horním stavu, ale generace se nastane, protože vlny rezonátoru jsou příliš velké.

V druhé etapě se zpochybní kvalita - pracovní prostředí je s rezervou ušetřeno a laser vydele krátký mohutný světelný pulz.

Funkci laserového rezistoru lze nacházet v kinetické rovnici.

$$\frac{dN^{tot}}{dt} = -\frac{N^{tot}}{T_{tot}} + c G_0 \frac{\Delta N N^{tot}}{N} N^{tot} \quad \text{Průměr } dL = G_0 T_{tot}$$

$$\text{Kde } G_0 = \frac{c}{L} \quad G = \frac{v_p N}{c} \quad I = \frac{c E_0}{h \nu}$$

$N^{tot}$  - počet fotonů v systému (včetně objemu)  $T_{tot}$  - doba života fotonu v rezonátoru

$G = G_0 \frac{\Delta N}{N}$   $G_0$  - maximální absorpce

$$T_{tot} = \frac{Q}{\omega} \quad \text{kvalita}$$

$N$  - součet všech stavů v systému

Když  $\Delta N = \pm N \rightarrow G = G_0$  což je kraj. zesílení při přechodu k inverzi (nebo kři kraj. absorpce na jednoduchou účinnou aktivní látku při teplotě abs. nulou).

Pro  $dL = L$ ,  $G = G_0$  první umlácení



Při charakteristické kvalitě rezonátoru je

$$-\frac{N^{tot}}{\tau_{roz}} + c G_0 \frac{\Delta N}{N} N^{tot} < 0 \quad \text{a tedy} \quad \frac{dN^{tot}}{dt} < 0$$

Při největší kvalitě je rovnice nerovnosti opožděná  
když inverze v okamžiku nejlepší kvality bude  $\Delta N_0$   
ne psát

$$\frac{dN^{tot}}{N^{tot}} = \left( -\frac{1}{\tau_{roz}} + c G_0 \frac{\Delta N_0}{N} \right) dt$$

Odtud  $N^{tot} = N_0^{tot} \exp\left(-\frac{1}{\tau_{roz}} + c G_0 \frac{\Delta N_0}{N}\right) t$

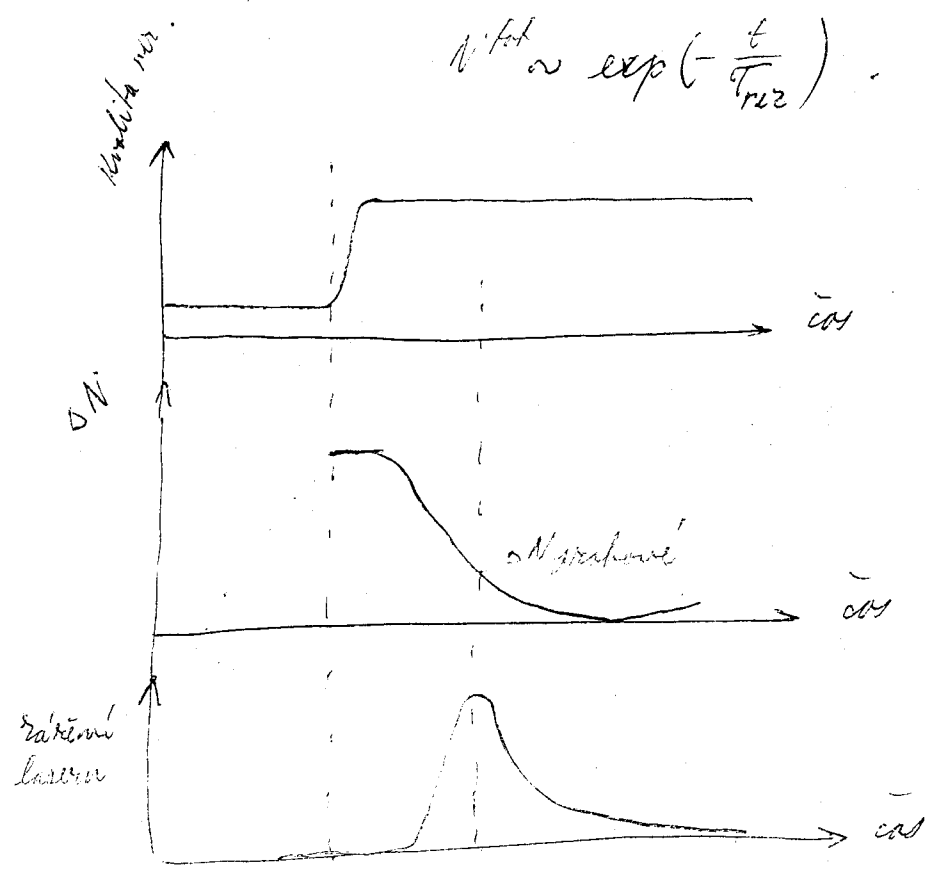
$N_0^{tot}$  - je počáteční počet fotonů v rezonátoru v okamžiku  $t=0$

Z řešení je vidět, že počet fotonů roste exponenciálně  
Růst fotonů ovšem má za následek zmenšování  $\Delta N$ .  
Místo  $\Delta N_0$  je nutno do řešení dosadit  $\Delta N(t)$ .

generace skončí když  $\frac{dN^{tot}}{dt} = 0$  ;  $\frac{1}{\tau_{roz}} = c G_0 \frac{\Delta N(t)}{N}$

Když je již  $\Delta N(t)$  malý jsou reálné údaje rekrutací rezonátoru

$$N^{tot} \approx \exp\left(-\frac{t}{\tau_{roz}}\right)$$

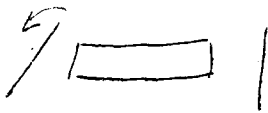


Metody získání gigantických pulsů:

1.) Mechanické přístroje. Např. jedna srcečka (kroužek s tot. odbořením) se otáčí

Kroužek má slabou kvalitu jen v malý okamžik.

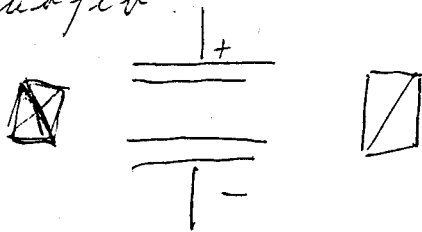
20 000 - 30000 otáček/min - doba přepravy kvality  $10^{-7}$  sec.



Jsem poněkud co se týče „rozměry kvality“

2.) Kvalita elektrooptických a magnetooptických jevů.

Kerrův jev



je křivka 15 000 V/cm

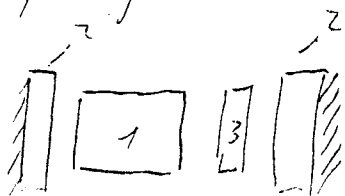
Dva úhrybné polarizované kroužky

Proi nopyti je kvalita elyptična.

Doba přepravy je zde  $10^{-9}$  sec

$$n_{11} - n_{12} = K n E_0^2$$

3.) Pasivní vrstvičky (Nasytné filtry). Tyto systémy jsou velmi jednoduché a umožňují širší hranici. mární výhody.

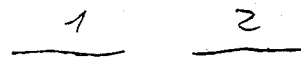


Energetické hladiny pasivní vrstvičky musí být stejné a provozními hladinami aktivního prostředí.

1 - aktivní látka

2 - srcečka

3 - pasivní vrstvička



akt. prostředí

pasivní vrstvička

Pasivní vrstvička může pokrýt řešení a poskytuje tím více barev hladin. Kř se populace vyrovnají je tato doba zeta průběžná a kvalita je slabší.

Organická barviva (reaktivy kyselá a ftalokyaninová a některé typy šel).



$$Intensita = \frac{c p_{\nu}}{h \nu}$$

$$G = \sigma_0 N \text{ [cm}^{-2}\text{]}$$

$$dI = GI dz$$

$$dz = c dt$$

$$dt = GI c dt \rightarrow \frac{dN_{\text{tot}}}{dt} = c G N_{\text{tot}}$$

in. rovnice:

$$\frac{dN_{\text{tot}}}{dt} = -\frac{\omega}{Q} N_{\text{tot}} + D_1 \Delta N N_{\text{tot}}$$

'instabilit roveeni'

$$G = \frac{D_1 \Delta N}{c}$$

$$\tau_{\text{roz}} = \frac{Q}{\omega}$$

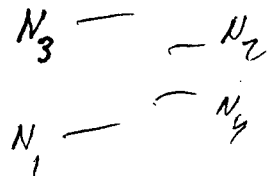
$D_1$  koef. simetrnosti

Dif

simet koef. absorpce  $h \nu = \frac{h \nu}{c} B_{21} \Delta N$

$$\frac{Q_0}{h \nu} = N_{\text{koef}}$$

$$\frac{dg}{dt} = V_a B g N_2 - \frac{g}{\tau_c}$$



$$\frac{dg}{g} = (V_a B g N_2 - \frac{1}{\tau_{\text{roz}}}) dt$$

$$\tau_{\text{roz}} = \frac{Q}{\omega}$$

$$g = g_0 \exp\left(-\frac{1}{\tau_{\text{roz}}} + V_a B g N_2\right) t$$

generace ~~stabilizace~~ koef.  $\tau_{\text{roz}}$  má maximum.

$$\frac{1}{\tau_{\text{roz}}} = V_a B N_2$$

$$N_{\text{krit}} = \frac{1}{V_a B \tau_c}$$

Modulace kvality

Budeme uvažovat impulsní čtyřúrovňový laser. Předpokládejme, že při  $t < 0$  ( $t = 0$ , změna kvality) jsou ztráty tak velké, že laser nespĺňuje prahovou podmínku. Když je uzavěrka otevřena v době, kdy  $N(t)$  dosahuje maximální hodnoty, bez inverze  $\Delta N$  určit se vrátí pro  $\frac{dN}{dt}$  a  $\frac{d\varphi}{dt}$  pro čtyřúrovňový laser. Čísla kvality rezonátoru musí přetrvávat za mnohem kratší dobu než za kterou se dovinovité rozroste generace.  $\Delta N = N = N_2 - N_1$

Pro  $t < 0$   
 $N_2$ -rovnoběžné  $\frac{dN}{dt} = W_p (N_t - N) - B_2 N - \frac{N}{\tau}$ , ale zde  $g = 0$ .

Když budeme předpokládat, že  $N = \Delta N \ll N_t$  potom lze ze shora uvedené rovnice ulehčit, že při dové časové závislosti  $W_p(t)$  povede zdvojnásobení amplitudy  $W_p$  ke zdvojnásobení  $N(t) = \Delta N(t)$  při zachování předcházející časové závislosti.

Když  $E_p \approx \int W_p dt$  je celková energie čerpání, potom  $\Delta N_i = N_i \sim E_p$ . Kromě toho mekt je zclána  $N_c$  - kritická inverze a  $E_{st,i}$  - kritická energie čerpání blízko prahu generace. Pak lze použít následující rovnost  $\frac{N_i}{N_c} = \frac{E_p}{E_{st,i}}$ .

Při  $t > 0$  lze soustavu a její časovou závislost znovu popsat pomocí rovnic pro čtyřúrovňový laser, ale s počátečními podmínkami  $N(0) = N_i = \Delta N_i$  a  $g(0) = g_i$ .  $g_i$  je přítom nevelký počáteční počet fotonů.

Základní rovnice lze zjednodušit poněkud, je předpokládat, že  $N(t)$  i  $g(t)$  se mění za tak krátkou dobu takže členy odpovídající buzení  $N_p(N_t - N)$  a relaxaci  $\frac{N}{\tau}$  lze zanedbat. Potom základní rovnice čtyřkřadlinového lasere budou mít tvar

$$\underline{A)} \quad \underline{\frac{dN}{dt} = -B g N} \quad ; \quad \underline{B)} \quad \underline{\frac{dg}{dt} = (V_a B N - \frac{1}{\tau_c}) g}$$

Z druhé rovnice hned plyne, prahová inverze  $N_p$ , která odpovídá okamžiku, kdy světelný impuls dosahuje maxima (tj. když  $g=0$ ) je určena relací

$$N_p = \frac{1}{V_a B \tau_c} = \frac{\delta}{\delta l} \quad \text{, což je stejné jako prahová inverze kritická}$$

Poněkud  $\frac{N_i}{N_p} = x$ , kde  $x = \frac{E_p}{E_{str.}}$   $N_p = N_c$

abychom mohli vyjádřit počet fotonů  $g_p$  v rezonátoru, odpovídající maximum světelného impulsu dostaneme z podtržených rovnic při použití vztahu pro  $N_p$  pro  $g$  rovnici (dosazením za  $\frac{1}{\tau_c}$ )

$$\frac{\frac{dg}{dt}}{\frac{dN}{dt}} = \frac{(V_a B N - \frac{1}{\tau_c}) g}{-B g N} = -V_a + \frac{N_p}{N} V_a = -V_a \left(1 - \frac{N_p}{N}\right)$$

$$\frac{dg}{dN} = -V_a \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \quad \text{Po provedení integrace}$$

$$g = -V_a (N - N_p \ln N) + \text{Konst}$$

$$N(0) = N_i$$

$$g(0) \rightarrow 0$$

$$0 = -V_a (N_i - N_p \ln N_i) + \text{Konst} \Rightarrow \text{Konst} = V_a (N_i - N_p \ln N_i)$$

$$\underline{g = V_a \left( N_i - N - N_p \ln \frac{N_i}{N} \right)}$$

3. gij. 4.

Počet fotonů v maximu světelného proudu potom bude

$$N = N_p$$

$$N_p = \frac{1}{V_a B C_c}$$

$$g_p = V_a N_p \left[ \frac{N_i}{N_p} - \ln \frac{N_i}{N_p} - 1 \right]$$

Odtud lze snadno  $g_p$  vypočítat pokud-li známe  $N_p$  a  $\frac{N_i}{N_p}$ .

Použijeme-li vztah pro výstupní výkon čtyřladičového lasera odvozený dříve - dostaneme pro výkon v špičce

$$P_1 = \left( \frac{\delta_1 C_0}{2L'} \right) \hbar \omega g_p; P_1 = \frac{\delta_1}{2} \hbar \omega \frac{C_0}{L'} g_p; B = \frac{\delta C_0}{V_a L'}$$

$$P_{1p} = \frac{\delta_1}{2} \hbar \omega \frac{C_0}{L'} V_a N_p \left[ \frac{N_i}{N_p} - \ln \frac{N_i}{N_p} - 1 \right]$$

$$P_{1p} = \frac{\delta_1}{2} \hbar \omega \frac{C_0}{L'} V_a \frac{1}{V_a B C_c} \left[ \dots \right]$$

$$P_{1p} = \frac{\delta_1}{2} \frac{\hbar \omega}{C_c} \frac{V_a}{\delta L} \left[ \frac{N_i}{N_p} - \ln \frac{N_i}{N_p} - 1 \right]$$

Potom výstupní energie bude

$$E = \int_0^{\infty} P_1 dt = \left( \frac{\delta_1 C_0}{2L'} \right) \hbar \omega \int_0^{\infty} g dt$$

Poslední integrál lze spočítat pomocí integrace vztahu B) při dosazení z A)

Počáteční podmínky lze zvolit  $g(0) = g(\infty) = 0$

$$\dot{g} = (V_a B N - \frac{1}{C_c}) g \Rightarrow \frac{dg}{g} = - \frac{dN}{dt} V_a - \frac{g}{C_c} \quad \text{z rovnice A)}$$

$$dg = -V_a dN - \frac{1}{C_c} g dt \Rightarrow \int_{g(0)}^{g(t)} dg = -V_a \int_{N_i}^{N_f} dN - \frac{1}{C_c} \int_0^t g dt$$

$$\int_0^{\infty} g dt = C_c V_a (N_i - N_f) \Rightarrow \text{potom výraz pro } E \text{ bude}$$

Poněvadž  $N_p = \frac{1}{V_a B \bar{c}_c} = \frac{\rho}{\delta l}$  a poněvadž  $\tau_c = \frac{L'}{\rho c_0}$

$$E = \left( \frac{\rho_1}{2\rho} \right) (N_i - N_f) V_a \tau_c \omega$$

$N_f$  - je konečná inverze

$(N_i - N_f)$  - je dosažená největší inverze

Abychom mohli vypočítat  $E$  je nutno znát veličinu  $N_f$

Můžeme ji získat ze vztahu pro  $g$  uvažuje, že  $t \rightarrow \infty \rightarrow g(\infty) \rightarrow 0$

$$g = V_a \left[ N_i - N - N_p \ln \frac{N_i}{N} \right]$$

odtud plyne pro  $N = N_f$

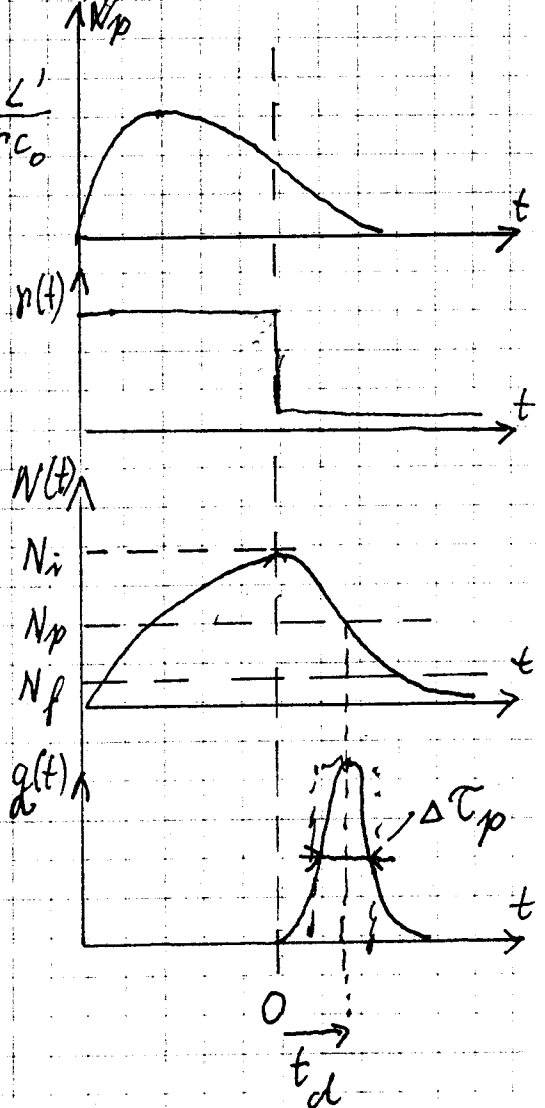
$$\frac{N_i - N_f}{N_i} = \frac{N_p}{N_i} \ln \frac{N_i}{N_f}, \text{ potom lze získat } \frac{N_f}{N_i} \text{ jako funkci } \frac{N_p}{N_i}$$

Když  $\frac{N_i - N_f}{N_i}$  - je koeficient využití inverze (energie)

Inverze  $N_i - N_f$  může vést ke generaci  $(N_i - N_f) V_a$  fotonů.  
 z tohoto počtu fotonů generovaných aktivním prostředím využita část  $\frac{\rho_1}{2\rho}$

Tedy z počáteční inverze  $N_i$  se využije jen  $N_i - N_f$

$\frac{N_i - N_f}{N_p}$  - zde rovněž koeficient využití inverze





5. 9. 91.

Je-li známá výstupní energie  $E$  a spektrální výkon, lze pomocí relace  $\Delta\tau_p = \frac{E}{P_f}$  určit přibližně dobu kvášení pulsu.

Z podřízených vztahů pro  $E$  a  $P_f$  pak lze pro  $\Delta\tau_p$  dostaneme (užitím  $N_p = \frac{g}{\delta L}$ )

$$\Delta\tau_p = \frac{\frac{g_1}{2\beta} (N_i - N_f) V_a t_w \omega}{\frac{g_1}{2} \frac{V_a}{\delta L} \frac{k\omega}{\tau_c} \left[ \frac{N_i}{N_p} - \ln \frac{N_i}{N_p} - 1 \right]} = \frac{N_i - N_f}{N_p \left[ \frac{N_i}{N_p} - \ln \frac{N_i}{N_p} - 1 \right]}$$

Dobu reorientačního pulsu  $\tau_d$  tj. dobu, která uplyne mezi "zapnutím" kvality a maximum světelného pulsu se prakticky odhaduje z doby, kdy puls dosáhne  $\frac{g_p}{10}$ . Do této doby ještě nedochází ještě k nasycení inverze, a podle vztahu pro  $g$  lze tedy položit  $N(t) = N_i$ . Potom ze tří známých vztahů dostaneme

$$\dot{g} = (V_a B N - \frac{1}{\tau_c}) g \quad ; \quad N_p = \frac{1}{V_a B \tau_c} = \frac{g_1}{\delta L} \quad ; \quad \frac{N_i}{N_p} = x$$

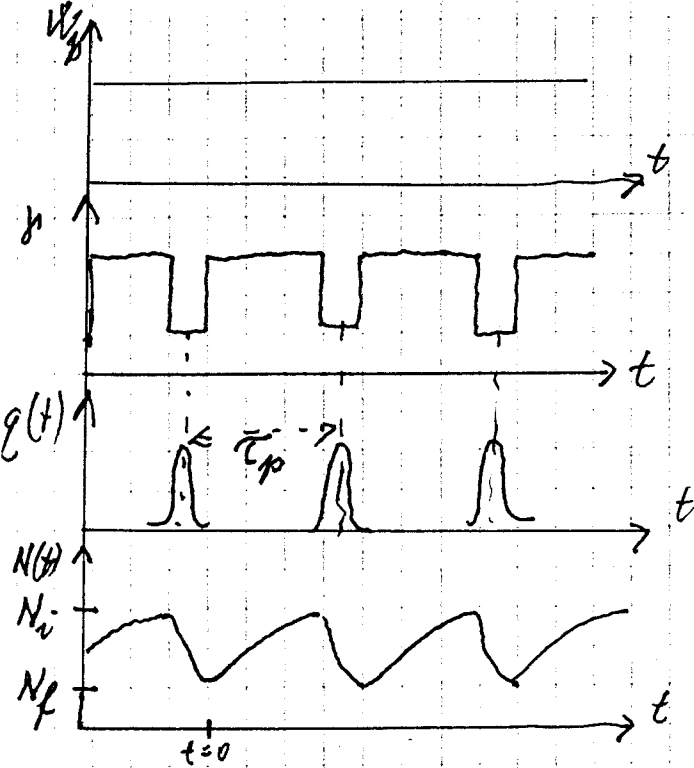
$$\dot{g} = \left( \frac{N_i}{N_p} - 1 \right) \frac{g}{\tau_c} \Rightarrow \dot{g} = (x - 1) \frac{g}{\tau_c} \quad \text{odtud po integraci}$$

$$g = g_i \exp \left[ (x - 1) \frac{t}{\tau_c} \right] \quad \text{Dosazením za } g = \frac{g_p}{10}$$

a položením  $g_i \approx 1$  dostaneme pro  $\tau_d$

$$\tau_d = \left[ \frac{\tau_c}{x - 1} \right] \ln \left( \frac{g_p}{10} \right)$$

Analogicky se počítá impulsní-periodický režim s periodickou změnou kvality při periodické změně kvality rezonátoru.



6. u nepřetržitého buzení a periodické změně kvality je nutno zjistit velikosti  $N_i$  a  $N_f$  za dobu  $\tau_p$  musí buzení obnovit původní inverzi  $N_i$  a původní hodnoty  $N_f$  když v jím drívě odvarením vrátahu

$$\frac{dN}{dt} = W_p (N_t - N) - BgN - \frac{N}{\tau}$$

polarizujeme  $g=0$  a  $W_p(N_t - N) \approx W_p N_t$

dostaneme určitým relací pro lineární dif. rovnici 1. řádu

$$y' + P(x)y + Q(x) = 0$$

$$y = e^{-\int P(x) dx} \left[ -\int Q(x) e^{\int P(x) dx} dt + C \right]$$

$$N' + \frac{N}{\tau} - W_p N_t = 0$$

$$N = e^{-\int \frac{1}{\tau} dt} \left[ \int W_p N_t e^{\int \frac{1}{\tau} dt} dt + C \right]$$

$$N = e^{-\frac{t}{\tau}} \left[ W_p N_t e^{\frac{t}{\tau}} \tau + C \right]$$

když  $t=0$   $N = N_f$

$$t=0 \Rightarrow N_f = W_p N_t \tau + C \Rightarrow C = N_f - W_p N_t \tau$$

$$N = e^{-\frac{t}{\tau}} \left[ W_p N_t \tau e^{\frac{t}{\tau}} + N_f - W_p N_t \tau \right]; \text{ když } t = \tau_p \rightarrow N = N_i$$

$$t = \tau_p \Rightarrow N_i = e^{-\frac{\tau_p}{\tau}} \left[ W_p N_t \tau e^{\frac{\tau_p}{\tau}} + N_f - W_p N_t \tau \right]$$

$$N_i = W_p N_t \tau - (W_p N_t \tau - N_f) e^{-\frac{\tau_p}{\tau}}$$

2 drívě odvareního vrátahu

$$W_{p \text{ krit}} = \frac{N_{\text{krit}}}{(N_t - N_{\text{krit}})\tau} \quad \text{Drívě II.}$$

polarizujeme  $N_{\text{krit}} \ll N_t$  a určitím  $x = \frac{W_p}{W_{p \text{ krit}}}$  dostaneme

$$W_{p \text{ krit}} N_t \tau = N_{\text{krit}} \Rightarrow W_p N_t \tau = N_{\text{krit}} = x N_p$$

7.

Když dosadíme poslední rovnici do předchozího vztahu pro  $N_i$  dostaneme

$$N_i = x N_p - (x N_p - N_f) e^{-\frac{E_p}{E}} \frac{1}{N_i}$$

$$1 = x \frac{N_p}{N_i} - \left( x \frac{N_p}{N_i} - \frac{N_f}{N_i} \right) \exp\left(-\frac{E_p}{E}\right),$$

kde  $x$  nám říká o kolik převyšuje úroveň výkonu natný výkon prakový

Poněvadž  $N_p = \frac{1}{V_a B C_c} = \frac{\eta}{\delta l}$  můžeme již

vypočítat všechny veličiny  $N_i, N_p$  i  $N_f$ .

Dále lze určit spíčkový výkon, celkovou energii v pulsu a dobu jeho trvání.

Příklad: Nd: YAG laser s modulací kvality  
Bohdsovou celou SDKDP ( $KD_2PO_4$ )  
deuteriovaný dyhydrofosfát kalia

$$l = 50 \text{ mm}, \quad \phi = 5 \text{ mm} \quad L = 18 \text{ cm} \quad T_1 = 100\%, \quad T_2 = 30\%$$

Laser pracuje v pulsním režimu

Praková energie burení  $E_{str.} \approx 3,4 \text{ J}$ .

Energie ve světelném pulsu  $E \approx 0,12 \text{ J}$  při  $E_p \approx 10 \text{ J}$ .

$x = \frac{E_p}{E_{str.}} = 2,9$ . Experimentálně byla zjištěna,

že délka pulsu při tomto burení je okolo 6 ns.

Provedeme výpočet.

$$r_1 = -\ln R_1 = 1,2 \text{ a } r_2 = 0 \quad \text{Vnitřní ztráty na Pockelsově cele}$$

$$T_i \approx 15\% \text{ vnitřní ztráty lze rovnobát } -r_i = -\ln(1 - T_i) = 0,162$$

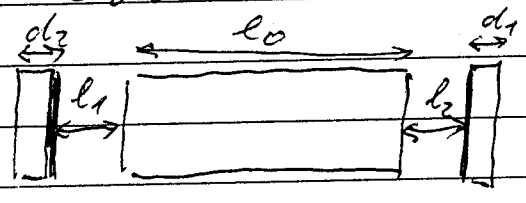
$$r = \frac{r_1 + r_2}{2} + r_i = 0,762$$

Pro energii laseru jsme dostali

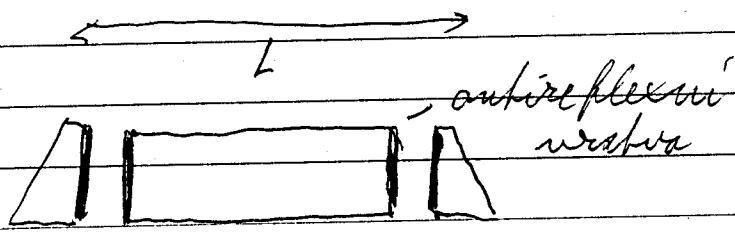
### Synchronizace módů (Mode-locking)

Do profilu spektrální šířky se srovnává umístí několik příčných i podélných módů. Zařízení na jednoduchých módech není fyzikálně svázáno. Ukázkou jsou tři zbraňky se dvěma módy, které mě centrálního jsou větší a často na nich generace vůbec nenastane.

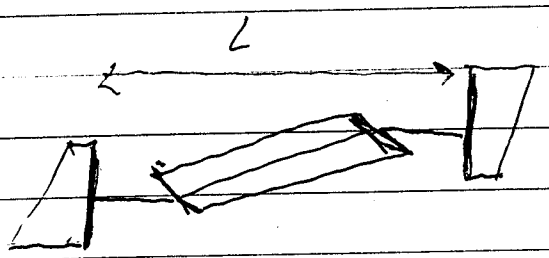
V laserech je rovněž celá řada parazitních rezonátorů s nízkou kvalitou, které vedlejší módy potlačují. Tím je energie vynalozena na dosahování inverze částicově zbraňena.



Odbornost na nepřesných plochách čími 4 až 8%.



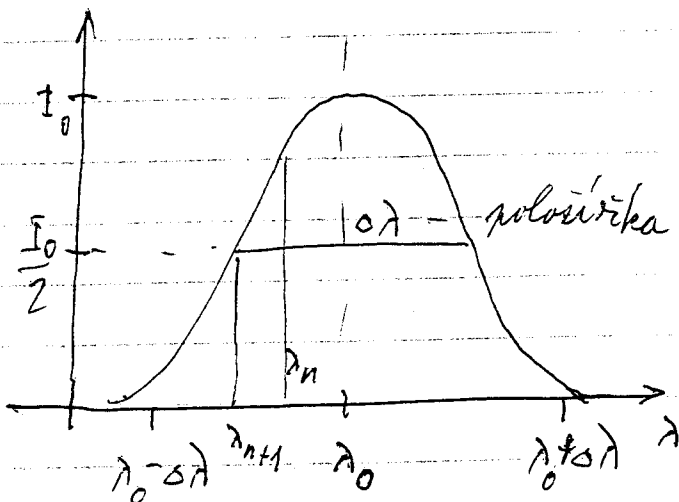
zde se již většina parazitních rezonátorů nenaplátá



Nejlépe upřesnění pro synchronizaci módů

Pod synchronizací módů lasere budeme rozumět nějaký (spontánně) probíhající modulační proces, který nám zabezpečí, že parolil fází zařízení, na jednoduchých módech bude konstantní.

Modulační proces je buď - aktivní - působením mějůch sil  
- pasivní - probíhá spontánně



U rubinového lasera  $\Delta\lambda = 0,1 - 0,5 \text{ \AA}$   
 u neodymového -1-  $\Delta\lambda = 50 \text{ \AA}$

Víme již, že frekvencemi  
 vlnatelnost obou modů

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad ; \quad d\nu = \left| \frac{c}{\lambda^2} \right| d\lambda$$

Pro úzkou část  $\nu_0 \approx \nu_0 \pm \Delta\nu$

$$\Delta\nu_1 = \frac{c}{\lambda_0^2} \Delta\lambda$$

Počet modů (vlnových) v části

$$N = \frac{2\Delta\nu_1}{\Delta\nu} = \frac{2c\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \frac{2L}{c}$$

$$N = 4L \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

závisí na  $L$

U rubinového lasera se jedná o diskrétní modů ;  
 u neodymového lasera o diskrétní modů.

Způsob synchronizace aktivní spáry se vlnami  
 tabového elementu do rezonátoru jebar kvalita  
 resp. propustnost se bude měnit s frekvencí  
 $n\Delta\nu$ , kde  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$   
 místo amplitudové modulace se část vln  
 frekvencí - jedná se zrcadél rezonátoru kmitá  
 s uvedenou frekvencí v axiálním směru.

Posivní modulace vřívá nelineární proek  
 jebar zkratky závisí na intenzitě světla  
 (nejčastěji rozloh org. barviva).

U obou případech docháří při modulaci zkrat-  
 s frekvencí  $\Delta\nu$  (vlnatelnost souvisejících modů)  
 k transformaci zářivé energie a vzniku řady po sobě  
 jdoucích velmi krátkých (piko- nebo femtosekundových) pulzů

generovaných na jednotlivých módech;  
čas mezi generací jednotlivých impulzů  
je roven době přechodu světla přes 2 dílky rezonátoru  
(při  $L = 300 \text{ cm}$  to bude 20 ns)

Měří zářivím na jednotlivých módech vzniká  
barva.

Na jednom generovaném módu je intenzita el. pole  
ve světelné vlně  $E_{\lambda}(t)$ . Všechny módy se sčítají  
ve výslednou intenzitu el. pole  $E(t)$ .

$$E(t) = \sum_{\lambda} E_{\lambda}(t) \quad \text{Celková intenzita světla}$$

$$\text{je tedy } I = |E(t)|^2 = \sum_{\lambda, \lambda'} E_{\lambda}^*(t) E_{\lambda'}(t) = \sum_{\lambda} |E_{\lambda}(t)|^2 = \sum_{\lambda} I_{\lambda}(t)$$

Poněvadž fáze jednotlivých módů  $\varphi_{\lambda}$  jsou statisticky  
nezávislé, budou číselny

$$G = \sum_{\lambda \neq \lambda'} E_{\lambda}^*(t) E_{\lambda'}(t) \quad \text{v podstatě rovnoběžné módy}$$

Mění to tedy případ, že by slábná intenzita všech  
módů byla po konstruktivní interferenci obrovšt-  
ně velká. Aby došlo k zrušení zářivím musí být  
fáze jednotlivých módů správné. Potom i hodnoty  
G mohou dosáhnout velkých hodnot resp. maximál-  
ních hodnot.

Zavedme tedy, že všechny módy mají stejnou fázi  
 $\varphi$ , frekvenci vlnění vlnění sousedních módů je  $\omega$ .

$$E_{\lambda}(t) = E_0 e^{i(\omega_{\lambda} t + \varphi)} = E_0 e^{i[(\omega + \alpha \omega) t + \varphi]}$$

celková intenzita el. pole od všech módů bude

$$E(t) = \sum_{\lambda} E_0 e^{i[(\omega + \alpha \omega) t + \varphi]} \quad \text{je-li } N \text{ počet módů}$$

bude  $\alpha \in \left( -\frac{N-1}{2}, \frac{N-1}{2} \right)$ ,  $N$  je vždy liché číslo

Tedy  $E(t) = E_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \sum_{\alpha = \frac{1-M}{2}}^{\frac{M-1}{2}} e^{i \alpha \omega t}$ ; označíme  $\alpha \omega t = x$

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \left[ e^{i \frac{1-M}{2} x} + e^{i \frac{3-M}{2} x} + \dots + e^{-ix} + e^0 + e^{ix} + \dots + e^{i \frac{M-1}{2} x} \right]$$

To je součet geometrické posloupnosti s kvocientem  $q = e^{ix}$

Součet konečné řady  $S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$ ,  $M$ -první členů posl.

$$S_n = e^{i \frac{1-M}{2} x} \frac{e^{i M x} - 1}{e^{ix} - 1} = \frac{e^{i(\frac{M+1}{2})x} - e^{i(\frac{1-M}{2})x}}{e^{ix} - 1} =$$

$$= \frac{\cos(\frac{M+1}{2}x) + i \sin(\frac{M+1}{2}x) - \cos(\frac{1-M}{2}x) - i \sin(\frac{1-M}{2}x)}{e^{ix} - 1} =$$

$$= \frac{e^{i \frac{x}{2}} (e^{i \frac{M}{2} x} - e^{-i \frac{M}{2} x})}{e^{ix} - 1} = \frac{(\cos \frac{M}{2} x + i \sin \frac{M}{2} x - \cos \frac{M}{2} x + i \sin \frac{M}{2} x) e^{i \frac{x}{2}}}{e^{ix} - 1}$$

$$= 2 \sin \frac{M}{2} x \frac{i e^{i \frac{x}{2}}}{e^{ix} - 1} = 2 \sin \frac{M}{2} x \frac{i}{e^{ix} - e^{-ix}}$$

$$= 2 \sin \frac{M}{2} x \frac{i}{e^{i \frac{x}{2}} - e^{-i \frac{x}{2}}} = 2 \sin \frac{M}{2} x \frac{i}{\cos \frac{x}{2} + i \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} + i \sin \frac{x}{2}}$$

$$S_n = 8 \frac{\sin \frac{M}{2} x}{\sin \frac{x}{2}}$$

Tedy výsledkem indukce el. pole bude

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \frac{\sin \frac{M}{2} \omega t}{\sin \frac{\omega t}{2}}, \text{ potom indukce}$$

$$I = |E_0|^2 \frac{\sin^2 \frac{M}{2} \omega t}{\sin^2 \frac{\omega t}{2}} \quad \text{Indukce bude maximální, když}$$



Maximální hodnoty intenzity nabude, když

$$t = \frac{2\pi}{\omega} n, \quad \text{kde } n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \frac{\omega t}{2} = n\pi$$

Tato maximální intenzita bude mít hodnotu

$$I_{\max} = |E_0|^2 \cdot M^2$$

Dostaneme vypočtením limity:

$$\lim_{t \rightarrow \frac{2\pi}{\omega} n} \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \omega t}{\sin^2 \frac{\omega t}{2}} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{2} \omega t \cos \frac{\pi}{2} \omega t \cdot \frac{\pi}{2}}{2 \sin \frac{\omega t}{2} \cos \frac{\omega t}{2} \cdot \frac{\omega}{2}}$$

$$\lim_{t \rightarrow \frac{2\pi}{\omega} n} = \frac{2 \sin \frac{\pi}{2} \omega t}{2 \sin \frac{\omega t}{2}} \cdot M^2 = M^2 \frac{\cos \frac{\pi}{2} \omega t \cdot \frac{\omega}{2}}{\cos \frac{\omega t}{2} \cdot \frac{\omega}{2}}$$

Kdyby byly fáze <sup>módy</sup> navzájem statisticky nezávislé a měly stejnou amplitudu intenzity el. pole  $E_0$ , potom pro  $M$  módů bude

$$\bar{I} = I_\lambda \cdot M \quad \text{povíme raději } I_\lambda = |E_0|^2 \text{ maximální}$$

$$\text{Potom } I_{\max} = |E_0|^2 M$$

Je vidět, že spektrální intenzita  $M$  módů se v případě, že módy jsou stejně vlnově  $\omega$  a fázové posuny mezi nimi jsou rovněž stejné, zvětší o faktor  $M$ .

Šířka impulzu plyne z rovnice  $I = |E_0|^2 \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \omega t}{\sin^2 \frac{\omega t}{2}}$

$$\pi = \frac{\pi}{2} \omega t \rightarrow \Delta t = \frac{2\pi}{M\omega}$$

Puls bude tím kratší čím je větší šířka atomové čáry -  $\omega \Delta t$ .

Jak nyní uzavřít tabata jevu. Je nutno sfázovat jednotlivé módy tak, aby vytvořily podmínkám.

Je třeba provést synchronizaci fází „mode locking“ resp. „phase locking“.

To se provádí buď aktivně, nebo pasivně.

### Aktivní synchronizace.

Víme, že vzdálenost dvou sousedních módů čísel

$$\nu_{q+1} - \nu_q = \Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad \text{pro index lomu } n=1$$

$\frac{1}{\Delta\nu}$  představuje dobu, za kterou projde světelný paprsek dráhu  $2L$ .

Počet módů v úseku čáry bude:

$$\left. \begin{aligned} M_{\max} (\nu_0 - \Delta\nu) &= 2L \\ M_{\min} (\nu_0 + \Delta\nu) &= 2L \end{aligned} \right\} \text{odečteme } M_{\max} - M_{\min} = 4L$$

$$M_{\max} - M_{\min} = N = 4L \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \quad \text{pološirka} \quad \text{to jsme již uvažovali.}$$

Bude-li nyní zkrácen rezonátor modulovanou s frekvencí  $\Delta\nu$ , dosáhneme fázové synchronizace všech módů.

Pracovní podmínka bude vybraně dosazena pro  $\nu_0$ . Bude-li el. pole o frekvenci  $\Delta\nu$  moduluováno amplitudově s frekvencí  $\Delta\nu$ , potom dostaneme výslednou intenzitu el. pole ve tvaru

$$E(t) = E_0 (1 + \xi \cos 2\pi \Delta\nu t) \cos 2\pi \nu_0 t$$

$\xi$  - stupeň modulace

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

Odtud plyne:

$$E(t) = E_0 \cos 2\pi \nu_0 t + \frac{\xi E_0}{2} \cos 2\pi (\nu_0 - \delta \nu) t + \frac{\xi E_0}{2} \cos 2\pi (\nu_0 + \delta \nu) t.$$

ty. vyskytují zde posunutá maxima  $\nu_0 - \delta \nu$  a  $\nu_0 + \delta \nu$ .  
to ale odpovídá právě dvěma sousedním modům  
od  $\nu_0$ .

obem zase kmity  $\nu_0 \pm \delta \nu$  jsou amplitudově modulovaný  
frekvencí  $\delta \nu$  a jsou zesíleny frekvencí  $\nu_0 \pm 2\delta \nu$ .  
Tak se zesílená vlna přeréme přes celou šířku  
čáry. Alková intenzita je tím větší čím větší  
je šířka čáry a počet módů.

U kontinuálně bavených laserů (He-Ne) dostaneme sled  
impulzů nekonečný v čas

Paralelní šířka čáry zdejší 1,5 GHz bude

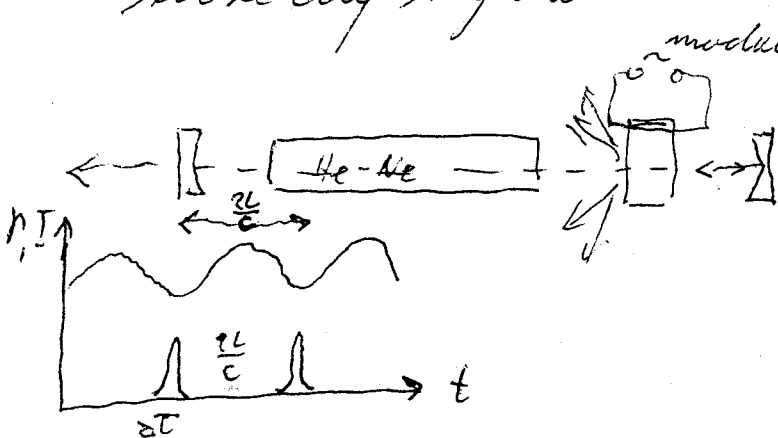
$$\Delta t \sim \frac{1}{\Delta \nu} \sim 600 \text{ ps}$$

U Gaussova profilu módu

$$\Delta t_{\text{pulsu}} = \frac{2 \ln 2}{\pi \Delta \nu_{\text{gen}}} = \frac{0,441}{\Delta \nu_{\text{gen}}}$$

U pulzně bavených laserů dostaneme sled impulzů  
během každého „mýkání“. Doba sledu 10-80 ns  
a čas jedného pulsu od 20 do 25 ps. (YAG).

Aktivní synchronizační módu se provádí  
modulací stability zdrojového napí. převětích kri-  
ticky mění na zrcadle resp. na křemenné desce (kryštál  
generuje ultrazvukovou vlnu, která moduluje  
světelný signál.



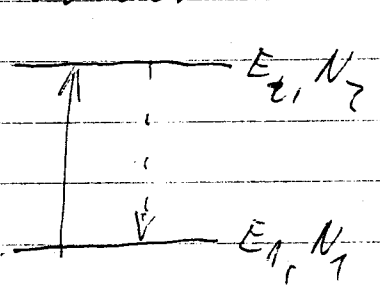
modulační frekvence  
bude  $\nu$

změna propustnosti  
bude s frekvencí  $2\nu$

aktivní moduluce je experimentálně velmi náročná na modulaci - vysoká přesnost na měřitelnosti, typické směry atd.

Passivní synchronizace modulu

molekuly barviva mají absorpční pás  $\sigma_{12}$  situovaný v oblasti zvláště spektrální čáry  $\sigma_{12}$   $\nu_{12} > \nu_{21}$ .



Barvivo absorbuje fotony, pokud se nenyn rovnají populaci ( $N_1 = N_2$ ), potom je průhledné, záleží na relaxační době laseru  $N_2$ .

Bivně je začátek a bance pulsu málo intenzivní (zde je absorpce větší) což způsobuje zkrácení impulzu.

$E_2 - E_1 = h\nu_L$  - Laseru.

$\frac{dN_1}{dt} = - \frac{I}{h\nu_L} \delta(N_1 - N_2) + \frac{N_2}{\tau}$ ,  $\tau$  - relax. doba

$\frac{dN_2}{dt} = \frac{I}{h\nu_L} \delta(N_1 - N_2) - \frac{N_2}{\tau}$   $dx = \frac{c}{n} dt$

Průměrná energie  $\frac{dI}{dt} = \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial I}{\partial x} = - \frac{c}{n} I \delta(N_1 - N_2) = - \frac{c}{n} I \delta \Delta N$

Necht  $N_1 - N_2 = \Delta N$ ,  $N_1 + N_2 = N_0$

zsvazich dvou rovnic plyne

$\frac{dN_1}{dt} - \frac{dN_2}{dt} = \frac{d \Delta N}{dt} = - \frac{2I}{h\nu_L} \delta \Delta N + \frac{N_0 - \Delta N}{\tau}$   $\alpha = \delta \Delta N$

Pro typické barvivo např. "Kodak"  $\tau \approx 10 \text{ ps}$ ,  $\delta \approx 10^{-16} \text{ cm}^{-1}$

$\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{c}{n} \frac{\partial I}{\partial x} = - \frac{c}{n} I \delta \Delta N$

Necht v tomto případě  $\Delta t \gg \tau$

V stacionárním stavu jsou pro leví části podříz-  
ných rovnice rovny nule. (at  $\gg \tau$ ) (jen pro  $\frac{dN}{dt} = \frac{dI}{dt} = 0$ )

Při saturaci  $\Delta N = \frac{N_0}{2}$   $I \rightarrow I_{sat} = \frac{h\nu c}{2\sigma\tau} \left( \frac{N_0 - \frac{N_0}{2}}{N_0} \right) = \frac{h\nu c}{2\sigma\tau}$   
 $\Delta$  - coef. absorpce.  $\alpha = \frac{\alpha_0}{2}$

Propustnost při malé intenzitě světla -  $T_0$

z druhé  
rovnice

$$T_0 = \frac{I_{průstle}}{I_{dopadající}} = \frac{I(z=l)}{I(z=0)} = e^{-\alpha_0 l} = e^{-\frac{\alpha_0 l}{2}}$$

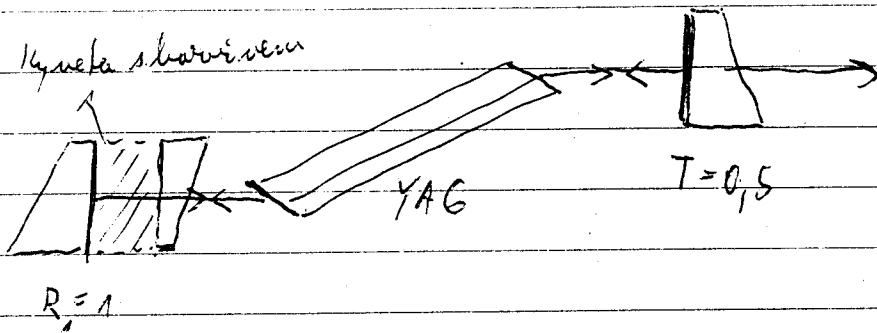
$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = 0$$

Obecně  $T = \frac{I_{průstle}}{I_{dopadající}}$

$\Delta N$  se bude měnit  $T > T_0$

Při  $\sigma \tau \ll l$  se situace ještě více komplikuje

Redukční mocí moduluje průsvitnosti baroiva



Podání 6B a spojité barový  $N_2^+$  laser  $\Delta T_{puls} \sim 1 \mu s$

# Polovodičové lasery.

$$E_{Fn} - E_{Fp} > 0E, \text{ základní podmínka inverze.}$$

Kvantum záření  $h\nu$  může vzniknout rekombinací nebo může být absorbováno. Musí však být splněna podmínka

$$h\nu = E_{\text{vod.}} - E_{\text{val.}}$$

Osmisíme rozdíl  $f_{c2}$  el. ve vod. pásmu  $f_{c2}$  a valenčním  $f_{v1}$  a hustoty stavů  $g_{v1}$  a  $g_{c2}$ .

Hustota fotonů o frekvenci  $\omega$  není je  $n_{\omega}$  a proudění přechodu  $\alpha \approx 1 n_{\omega}$ .

Bilanční rovnice pro tento druh fotonů potom bude:

$$\frac{dn_{\omega}}{dt} = n_{\omega 21} g_{c2} g_{v1} f_{c2} [1 - f_{v1}] p_{\omega} - n_{\omega 12} g_{v1} g_{c2} f_{v1} [1 - f_{c2}] p_{\omega}$$

$\downarrow$  rychlost změny fotonů      počet fotonů vzniklých za jednotku času stimulovanou emisí      počet fotonů vzniklých za jednotku času absorpcí

Když se mají fotony množit musí být  $\frac{dn_{\omega}}{dt} > 0$

$$\text{Potom } f_{c2} [1 - f_{v1}] - f_{v1} [1 - f_{c2}] > 0 \Rightarrow f_{c2} - f_{v1} > 0$$

Pověvodě:

$$f_{c2} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_2 - E_{Fn}}{kT}\right)} \quad i \quad f_{v1} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_1 - E_{Fp}}{kT}\right)}$$

$$\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_2 - E_{Fn}}{kT}\right)} - \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_1 - E_{Fp}}{kT}\right)} > 0 \Rightarrow 1 + \exp\left(\frac{E_1 - E_{Fp}}{kT}\right) > 1 + \exp\left(\frac{E_2 - E_{Fn}}{kT}\right)$$

$$\text{Potom } e^{\left(\frac{E_1 - E_{Fp}}{kT}\right)} > e^{\left(\frac{E_2 - E_{Fn}}{kT}\right)}$$

Tato relace je splněna

pouze v degenerovaném polovodiči.

Normální nedegenerovaný polovodič:

Degenerovaný polovodič:

$$E_1 - E_{Fp} < 0, \quad E_2 - E_{Fn} > 0 \quad \text{relace nebe splnit}$$

$$E_1 - E_{Fp} > 0$$

$$E_2 - E_{Fn} < 0$$

relace je splněna a proto si

$$E_1 - E_{Fp} > E_2 - E_{Fn}$$

Nejmenší rozdíl  $E_2 - E_1$  je šířka pásu zakázaných energií  $\Delta E$

$$E_{Fn} - E_{Fp} > E_2 - E_1 = \Delta E$$

V degenerované polovodiči je postavení kontaktního potenciálu p-n přechodu vyšší než šířka pásu zakázaných energií.

širší okraj val. pásu

$$eV_k > E_c - E_v = \Delta E$$

širší val. pásu

Injekční diodový laser.

Jedno usměrněná elektronii v oblasti n do oblasti p.

Jeje se tak přiložením vnějšího napětí v propustném směru.

$$V > \frac{E_c - E_v}{e}$$

$E_v$  - střed. hmot.

Koef. zesílení je  $k_1 \approx h\nu B_{12} n_2 g(v) \frac{\sqrt{E_v}}{c}$

$n_1 \ll n_2$  neboť v degenerovaném p typu nejsou téměř el. ve val. pásu

$g(v)$  je dána Lorentzovým typem s polovířkou  $\Delta = \frac{1}{2\tau}$

$\tau$  je střed. doba života minoritních nosičů.

Postavení teplota rovnováhy Fermiho levic kladiny.

Za nízké teploty recombinojí el. ze dvou val. pásu do horní části val. pásu.

Rekomb. koef. není konstantní v aktivní vrstvě, klesá exponenciálně při pronikání minoritních nosičů do p typu.

Srovnatelná hodnota rekombinačního koef. dostaneme, když na  $n_2$  dosadíme  $n_{20}$  křeprůměrně v místě p-n.

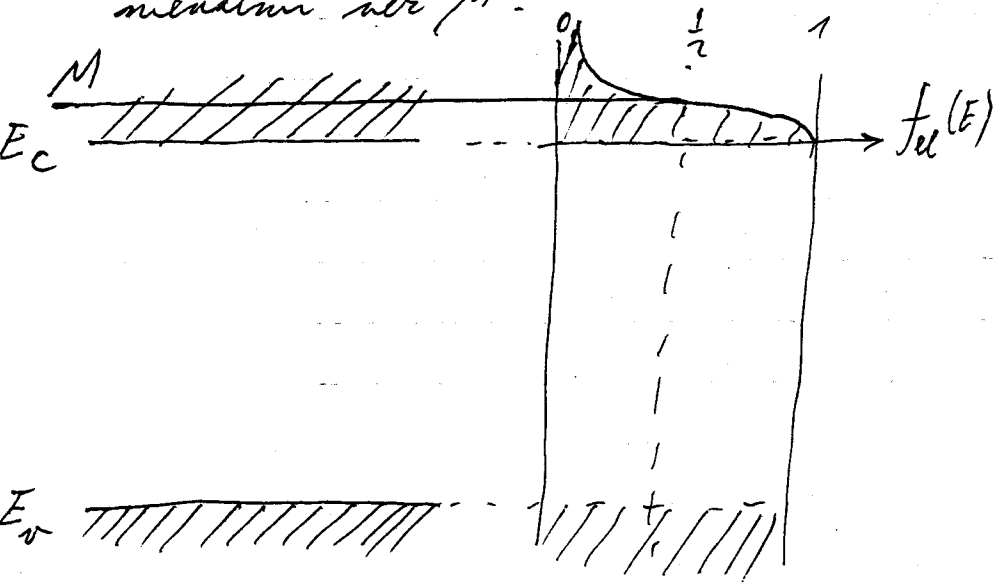
Dostaneme-li za  $B_{12}$  dostaneme

$$k_1 \approx \frac{c^2 A_{21} n_{20}}{16\pi \epsilon_r v^3 \Delta v}$$

Aby nastalo samobuzení, musí být rekomb. koef.  $k_1$  větší než ztráty v rezonátoru, které označíme d.

Nabírák bude rovněž rozjímat případ t. zv. degenerovaného polovodiče.  
 Tento případ nastane tehdy, když koncentrace donorů nebo akceptorů je tak velká, že hladiny příměsí se rozšíří v páse, které se slévají s pásem vodivostním (resp. valenčním).  
 Takový polovodič se blíží svým vlastnostem kovu; jeho el. vodivost je velmi vysoká a málo závisí na teplotě.

Fermiho hladina je potom v rovině vodivostní (resp. valenční) v degenerovaném polovodiči při  $T=0^\circ\text{K}$  jsou plně zaplněny nejen všechny hladiny valenčního pásu, ale i všechny hladiny ležící v páse vodivostním blízko jeho dna t. j. s energiemi menšími než  $\mu$ .



Při zvýšení teploty elektrony přecházejí na hladiny s větší energií a větva blíže obsazených hladin se zmenšuje. To má za následek, že Fermiho hladina s růstem teploty klesá a při dostatečné výšce teploty se měřitelnou i v pásmu zakázaných energií a degenerace zmizí.

Tato kritická teplota je tím větší čím je větší koncentrace donorů  $N_D$ .

Při! Pro koncentraci v  $\text{cm}^{-3}$  Ge je při pokojové teplotě nutné, aby  $N_D > 10^{19}$  pro degeneraci.

Kvasihladiny Fermiho:

V rovnovaze rovné koncentraci elektronů a děr  $n \cdot p$  urážíme na koncentraci příměsí.

Obdržíme  $n \cdot p = N_i^2$

Koncentrace děr v degenerovaném -n- typu je nezáporná a pod -pro-p typ.



Opisem můžeme nastat situace, při které je na omezenou dobu koncentrace elektronů a děr značně vysoká a platí  $n \cdot p \gg n_i^2$

Taková odchylka od rovnovážného stavu se dostane tehdy, když působí nějaká vnější vlivy. (ozáření přirozené  $\nu \geq \frac{0E}{h}$ ). Když elektrony pochytí kvantum světla  $h\nu > 0E$ , potom el. v val. pásmu přecházejí do vod. pásu. Tyto nově generované páry elektron-děra rekombinují okamžitě, ale po určitou dobu se udržují jejich nerovnovážené (dodatkové) rozdělení.

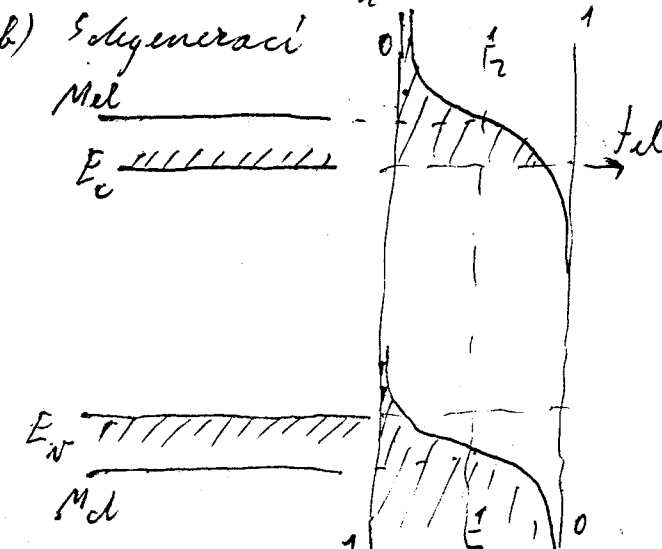
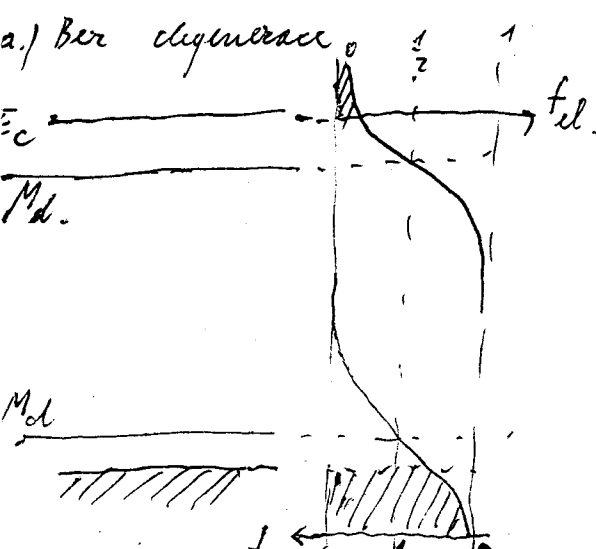
Shrůdná doba života nerovnováženého rozdělení je charakterizuje dynamiku tohoto jevu - je různá pro různé typy polovodičů.

Tato doba života však bývá mnohem větší než t. zv. doba relaxace. Během doby relaxace se shrůdná energie nerovnovážených nositelů vyrovná  $\sim kT$ .

Díky tomuto mohou nerovnovážené elektrony, dříve než rekombinují, klesnou ke dnu vodivostního pásu a rozdíle se neztvá s energií  $\sim kT$ .

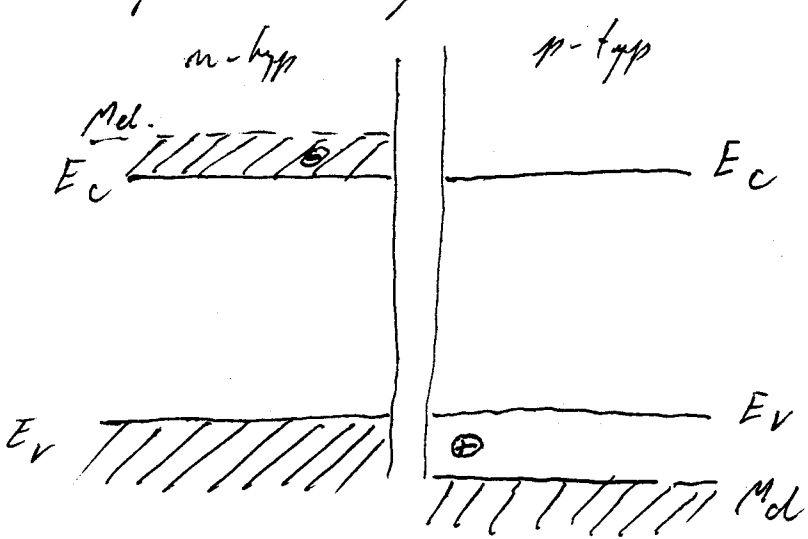
Rozdělení el. a děr (nerovnovážených) lze v tomto případě rovněž popsat Fermi-Diracovou funkcí ale Fermiho hladina pro elektrony a děry bude odlišná. V tomto případě je narovně elektrony  $M_{el}$  a děry  $M_d$  } horní hladinami Fermiho

Fermi důležitým je případ, kdy elektrony a děry jsou degenerované současně. Potom rozdíl mezi  $M_{el} - M_d > 0E$ .

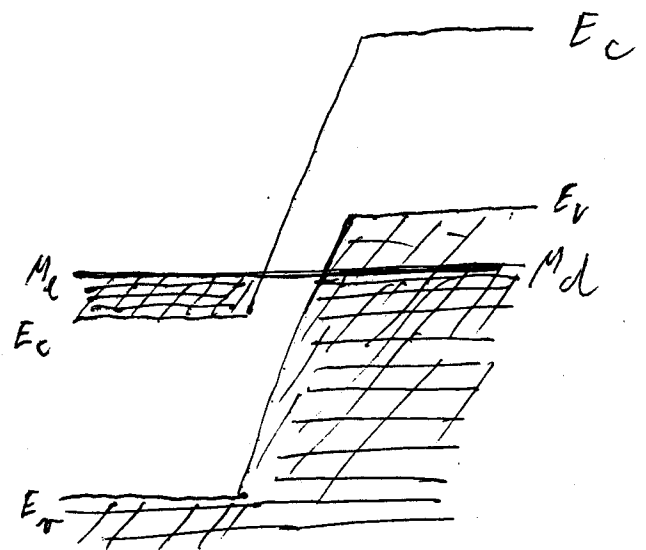


V degenerované polovodiči se podobuje světlo  $\nu \geq \frac{M_{el} - M_d}{h}$   
To je rátl. rovnice pro polovodičový laser.

Potom část el. z vod. pásma n-typu přejde velmi rychle do p-typu a díky napětí. Při této rekombinaci jsou vyráběny v oblasti přechodu n-p fotony, které se zde nemohou absorbovat. Fotony jsou vyráběny dále, dokud je splněna podmínka inverze. Tato podmínka je však splněna jen v okamžiku spájení obou typů polovodičů. Jiří na krátkou chvíli splnou Fermiho úroveň a smí se fotony se světlem.

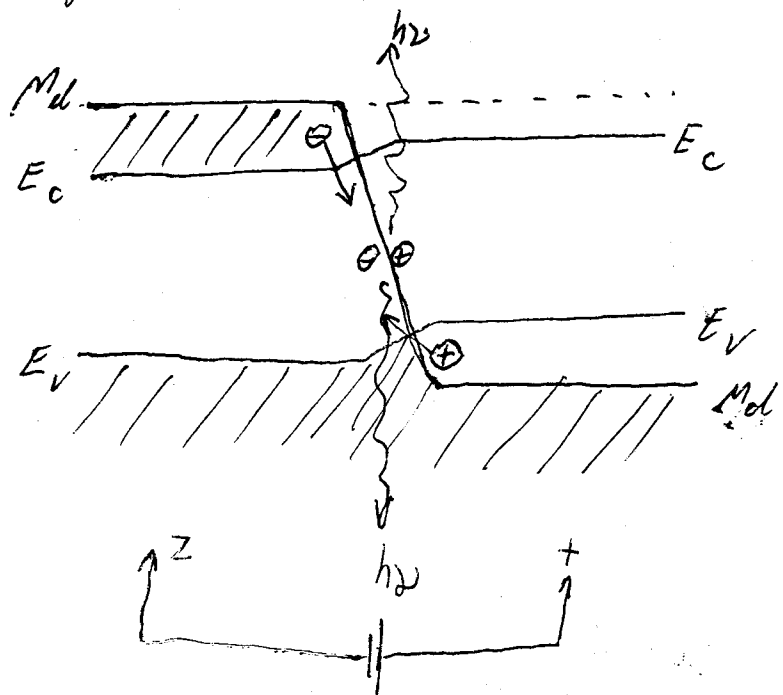


stav na rovnováhu



stav rovnováhy

Aby se znovu obnovil nerovnovážený stav je nutno na p-n přechod přiláčit napětí  $V$  a přes p-n přechod pteci elektronový a dířkový proud. Tyto dva proudy se střetávají v oblasti p-n přechodu. Elektronový a dířkový rekombinují za emise světla. Tedy el. proud bude udržovat nerovnováženou koncentraci. Minimální proud při, kterém vynucené řešení je rovnatelné s absorpci (ztrátami) narůstá se prahovým proudem.



Pro proudy  $I$  ní proud  $j$  prahový je systém rekombinacím řešení v rovině p-n přechodu

Funkci optického rezonátoru plní rázrovinné strany polovodičového vraku  
 Existuje několik typů materiálů vhodných pro injekční lasery

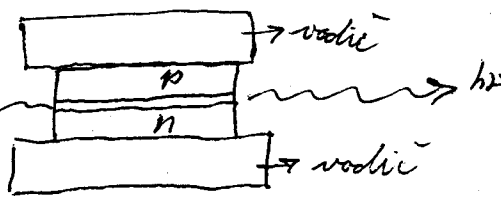
Polovodič	Teplota provozu [°K]	Delka vlny [Å]	Barva záření
ZnS	80	3300	ultrafial
ZnSe	80	9530	fialová
CdSe	80	6100, 6900	oranžová, červená
CdS	5-300	4950-7960	relivá
GaAs	5-300	8200-9000	infraceervená

Najvýhodněji je GaAs - 10 W koncentrovaného světla z velmi malých ploch.  
 tloušťka p-n přechodu ~ 2 μm  
 délka radiční oblasti ~ 1 mm

Tedy výkon vyzařovaný 1 cm<sup>2</sup> dosahuje 100 kW. Především je, že tyto výkony lze získat při nepřetržitém provozu. V impulsním provozu při teplotě tekutého dusíku lze získat 100 W.

Minimální hodnoty prahového proudu pro GaAs při teplotě tekutého He - 100 A/cm<sup>2</sup>  
 Ovšem celkový tok přechodem ≤ 1 A.

Při pokojových teplotách proud vrace zakřívá a nebo proto mít kvalitní provoz rozměry světelné špičky 10x nežli ke zvýšení prahového proudu 30x.  
 S růstem teploty se zmenšuje účinnost a nakonec i přetvoření



Rozměry rezonátoru (0,2 - 0,5) mm  
 Elektrody a díky přístupu p-n přechodu do hloubky (1-2) mm proto záření vychází ze silnější vrstvy než je tloušťka p-n přechodu.

Poněvadž rozměry rezonátoru jsou malé - je jeho kvalita malá a záření je mnohem méně prostorově fokusováno i méně monochromatické. Divergence svazku (1-2)°.

Výhody: Výsoká účinnost ~ 50%, malé rozměry, jednoduchá konstrukce, velký výkon na 1 cm<sup>2</sup> účinné plochy, možnost práce při pokojové

$$\text{Potenciál } n_{20} \approx \frac{16\pi \epsilon_0 \nu^2 \alpha \nu d}{c^2 A_{12}}$$

Ze efektívni šířky aktivní vrstvy budeme pohledat délku difuze  $L_n = (D_n \cdot \tau)^{1/2}$ ;  $D_n$  - difuzní koef.,  $\tau$  - střední doba života nabitých elektronů.

Hustota proudů tečto elektroni se musí udržovat na konstantě:

$$i_n = e D_n \frac{\partial n_2}{\partial x} \Big|_{x=0} = e \frac{L_n}{\tau} n_{20}$$

$$\tau_{12} = A_{12}^{-1}, \quad \eta = \frac{\tau}{\tau_{12}} - \text{vnitřní kvantová účinnost}$$

$\tau$  - střední doba života minoritních nosičů proudů  
 $\eta$  - jedná se spontánní emise tak i rekombinace a rekombinace přechody, které představují ztráty.

Potenciál dostaneme pro  $i_n$ :

$$i_n = - \frac{e A_{12} L_n p_{20}}{n}$$

### Metastrukturní lasery.

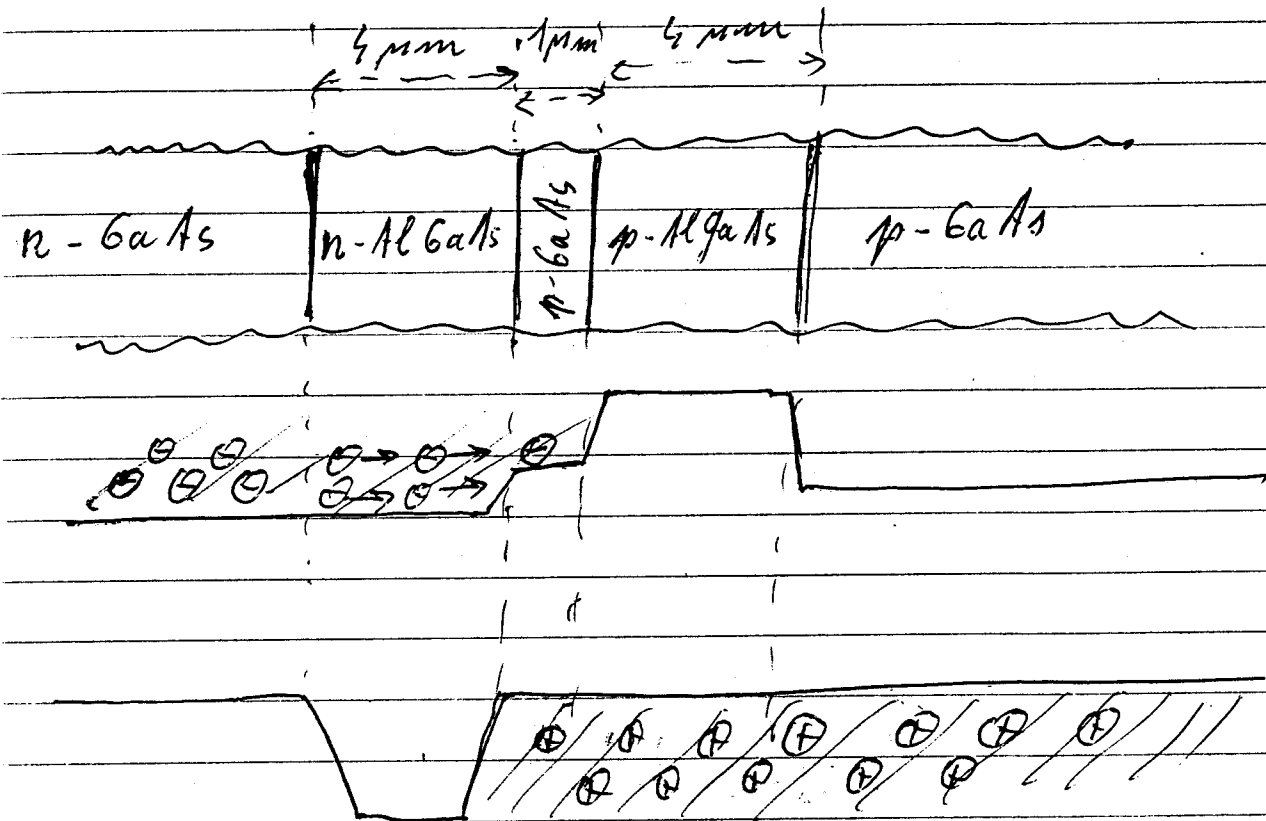
Homostrukturní lasery sice při pokojových teplotách fungují, ale vyžadují enormně vysoké proudy proudu hustoty proudů  $J \sim 10^9 \text{ A} \cdot \text{m}^{-2}$  a přechod se silně zahušuje. Tyto nedostatky se bude chlázení dají odebrat následovně:

- zaujmání nositelů do činné oblasti s potenciálními bariérami
  - zaujmání inkuziv světla do činné oblasti například redukcí indexu lomu materiálu v činné oblasti.
- vyschledněji je vytvoření více vrstevové struktury s různými hustotami nosičů a indexy lomu.

Bylo zjištěno, že GaAs - Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As vykazuje na rozhraní malý počet stavů a širokou pásmo zakázaných energií. Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As má šířku 2 eV.

4.

asi o dva řádky se sniží' praktová hustota proudů při povětš' vícevrstevné struktuře, navíc se dosáhne ulnovodového efektu.



Aktivní vrstva p-GaAs je velmi tenká ( $< 1 \mu\text{m}$ ) a je umístěna mezi n-AlGaAs a p-AlGaAs, které mají nižší index lomu čímž je vytvořen světlovod. Přípravi oblast elektroni se podobně zrušeni

Aby vznikla generace je nutno přiložit kabele napětí, aby zanikla vadlová vrstva mezi n-AlGaAs a p-GaAs. Nastává vstřikování elektronů z n-AlGaAs do p-GaAs. Elektrony však nemohou difundovat dál, protože jim v této oblasti potenciálová bariéra mezi p-GaAs a p-AlGaAs tvoří nížejší pásmo zakázaných energií v p-AlGaAs. Obdobně díky nemohou být vstřikovány z p-GaAs do n-AlGaAs. Všechny vstřikované elektrony se tedy soustředí v určité oblasti p-GaAs a vytvářejí inverzní populaci

## Polovodičový laser pro modrou oblast.

Diodové lasery pro modrou oblast prošly dlouhým vývojem.

Základem byla příprava krystalického GaN.

Je připravován v tenké vrstvě na vhodném substrátu.

GaN je vytvářen při 1000 °C na SiC resp. safíru.

SiC je poměrně drahý a safír často vytváří defekty v GaN měří a materiál proto „nelasereje“.

V 1986 v Nagoji byl připraven GaN na vrstvě AlN deponované na safíru.

GaN musí být p-dopován Mg a úplně zpracován el. paprskem.

Základem je deparice z metalorganických látek.

Dnes se připravují p-dopované GaN, InGaN generující kontinuálně v modré oblasti 10 000 hodin při pokojové teplotě.

První modrý laser využívá Braggův losikelný reflektor

830 nm laseru a generátor druhé harmonické na 415 nm svazek.

Jádrom je 10 x 0,5 x 0,5 mm čip MgO dopovaný LiNbO<sub>3</sub>. (7 EUR za kus)

Dnes jsou již InGaN/GaN kontinuálně generující lasery

U modrých laserů se očekává růst o 38% ročně 860 mil. EUR v roce 2000.

Podmořské komunikace (mořská voda absorbuje modrou méně než červenou)

Displeje s 300 000 červených, zelených a modrých LED konstruují projekčním displejům (diagonála 2,5 m)

Barvé kopírky a scanery.

LED asi nahradí signální závoňky u semaforů.

Vývoj pro běžné osvětlení.

Biologie - rostliny potřebují jen červenou a modrou

pro fotosyntézu (důležitá pro lesnické stanice).

CD mává 780nm diodový laser. Video-CD mává v první generaci 630-635nm. Krátká vlnová délka umožňuje hustější rozměry informací.

Digitální rozhlas a TV využívá na komerčním CD 15GB informací což využívá 650nm laser.

Blue-purple laser pro 21. st. DVD-RAM (mazání, zápis i čtení)

Zatím modrý laser nedobře mazará rozměry (brakii) porovnání červeným laserem.

Pro lékařský bude 390nm laser postačovat a výkon 6mW (jednomodový)

Nové typy projekční televize (bí barvené paprsky).

656nm - červená      532nm - zelená      659nm - modrá

Bílá dáva 6500K bílou stopu.

Pro stínítko 1,25m jsou nutné výkony:

6,6W - červená

1,8W - zelená

1,2W - modrá

Užití laserů.

1. Fyzika a chemie
2. Biologie a medicína
3. Opracování materiálů
4. Optické spojovací.
5. Měření a kontrola
6. Obchod, kancelářská technika. (tiskárny)
7. Termojaderná fyzika.
8. Optický zápis a snímání informací. CD disky.
9. Vojenské účely. Ráměřové, dálhoměry, antidekódovací syst.
10. Holografie, holografická interferometrie.

Chemie.

- a) Laserová fotochemie
- b) Ramanovská spektroskopie.
- c) Dělení izotopů. Atomy <sup>235</sup>U se fotoionizují, světlem odpovídající délky vlny se atomy přivádějí do vzbuzených el. stavů. Surovina se musí proměnit na atomární plyn. Novodí se vyčíslová disociace molekulární látky na bázi uranu (UF<sub>6</sub>). Pouze <sup>235</sup>UF<sub>6</sub> se vibracemi selektivně nabudí a disociuje a tím se oddělí od ostatní suroviny. Surovina musí být převedena na molekulární sraťka při teplotě T < 50K.

Fyzika Ochlazování tepelného pohybu pomocí laserů. Mikroplazma (1 - několik tisíc iontů v nádobě s kvadrupólovým polem)

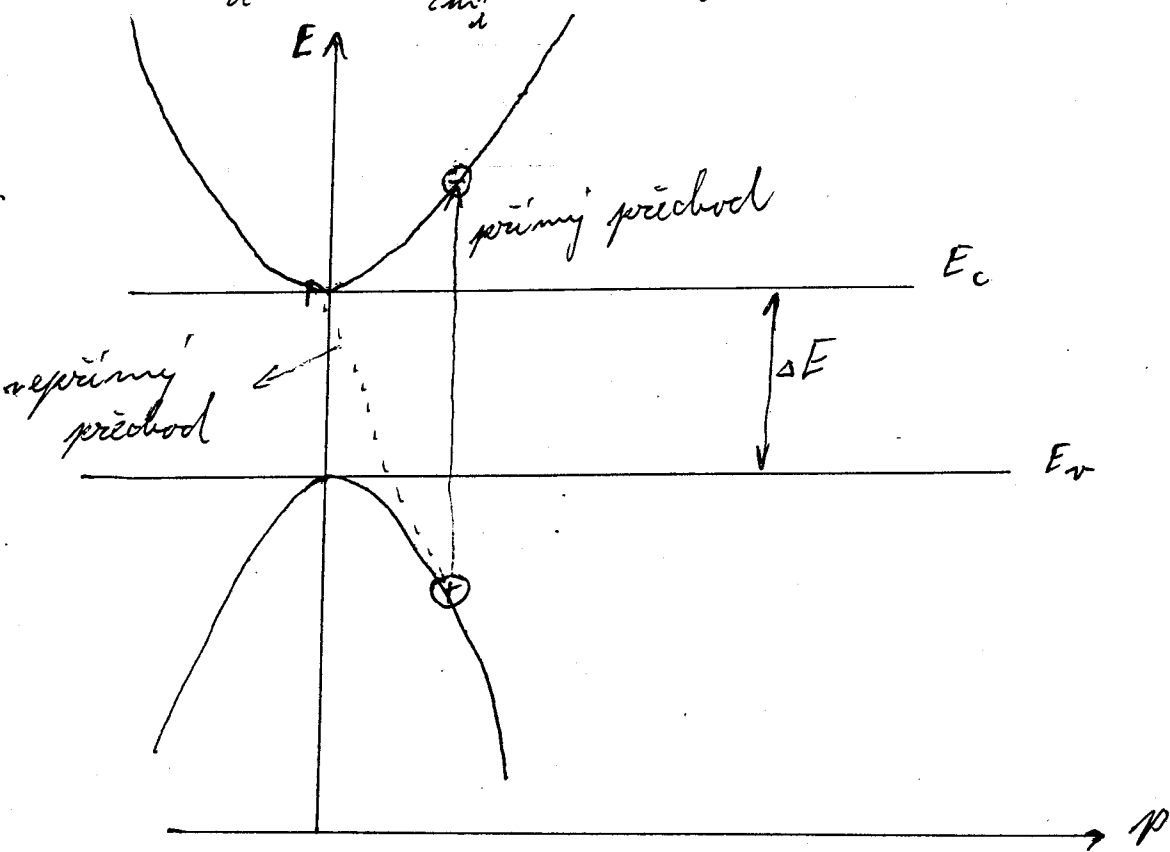


# Polovodičové lasery

$$E_c = E_c + \frac{p^2}{2m_e^*}$$

$$E_v = E_v - \frac{p^2}{2m_h^*}$$

$m_e^*$  - efektivní hmotnost el.  
 $m_h^*$  - " " " " díry



Některých typů polovodičů jsou vrcholy parabol téměř přesně nad sebou a v těch nastávají většinou tzv. přímé přechody

Některé typy polovodičů mají vrcholy parabol navzájem posunuté a při absorpci a emisi hraje důležitou roli lenivý kryst. mřížka a nastávají nepřímé přechody.

Při nepřímých přechodech probíhá světla absorpce/fekvence  $\omega \approx \frac{\Delta E}{h}$  je prováděno excitací nebo absorpcí fononů.

Impuls fononu je roven rozdílu impulzů rekombinujícího elektronu a díry.

## Fermiho hladina:

Při  $T = 0^\circ K$  jsou všechny el. pod Fermiho hladinou  $\mu$

Při  $T > 0^\circ K$  některé el. mají energii  $> \mu$

Pojem v tomto případě na Fermiho hladinu považujeme faktoru

kladíme, že pravděpodobnost jejího rozbití  $f(E) = \frac{1}{2}$ .

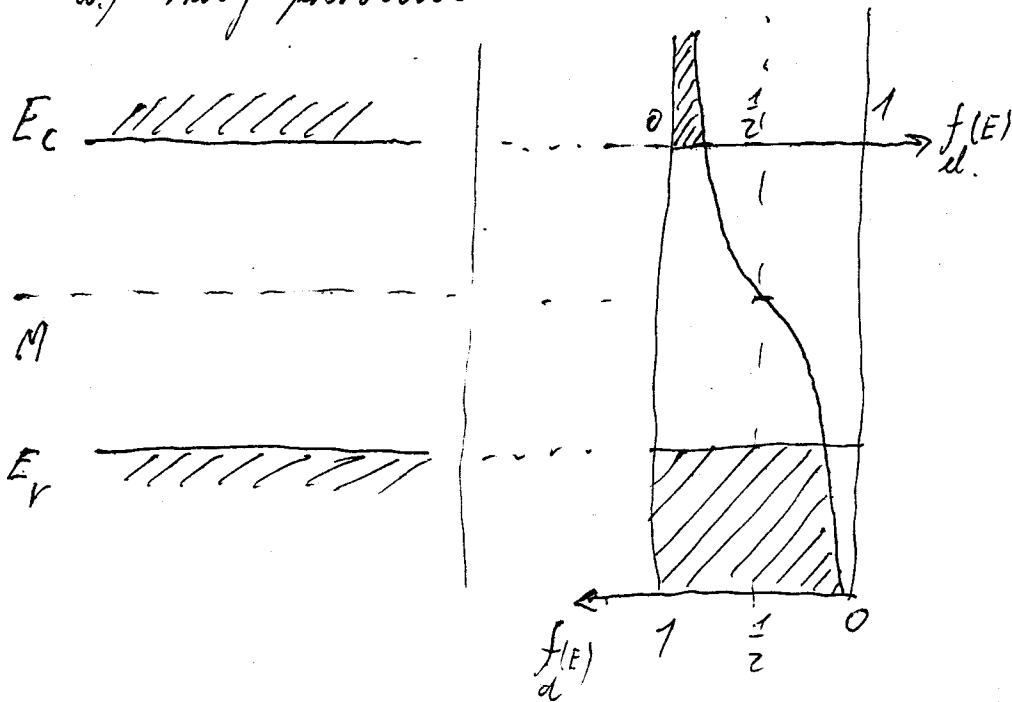
$$f_{el}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-M}{kT}}}$$

$$f_{el}(E) + f_{d}(E) = 1$$

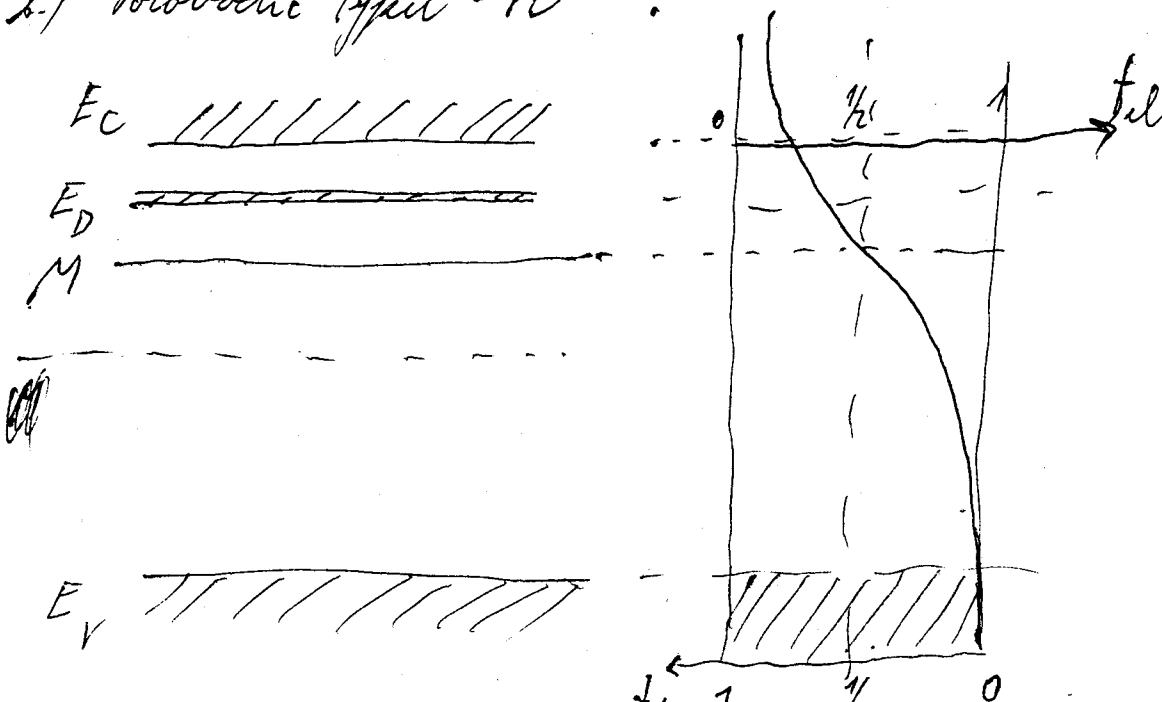
$$f_{d}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{M-E}{kT}}}$$

Jak nyní situace vypadá:

a.) První polovodič



b.) Polovodič typu -n-



Laserová jiskra - gigantický puls fokusovaný světlem  
 při el. polích v poprsku  $10^6 - 10^7$  V/cm stojí  
 k průměru. U stejnosměrných a vř. polí působí  
 asi  $3 \cdot 10^4$  V/cm.

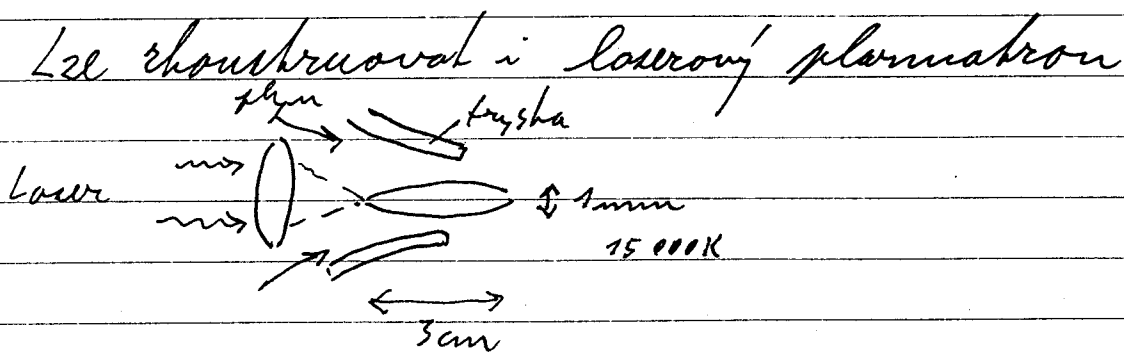
Laserový výboj plazma: Největší se uvádí u houbi-  
 nativní laserů  $\text{CO}_2$  laser  $\lambda \approx 10 \mu\text{m}$ . Tato vlnová  
 délka se lépe absorbuje než např.  $\lambda \approx 1 \mu\text{m}$  u  
 neodýmového laseru. Výboj je velmi velice, ke zmenšení  
 výboje jde u plynné s menší tepelnou vodi-  
 vostí.

U vlnového při atmosférickém tlaku s  $\text{CO}_2$  laserem  
 je rozptýlení  $\approx 2,2$  kW,  $T = 18000\text{K}$ ,  $P_{\text{e}} \approx 0,3$  kW/cm,  
 (u Xe stojí 100-200 W) u  $\text{CO}_2$  prakticky  $P_{\text{e}} \approx 4$  kW.

U neodýmového laseru by bylo rozptýlení 500 kW  
 a u rubínového rádově 17 W.

Plazma vzniká v poprsku, ke jí přimista vst  
 v prostoru zárovni s poprskem „visí“ v prostoru.  
 Nejmenší poloměr plazmatu laserového  $\text{CO}_2$  laserem  
 činí  $\varnothing, 13$  cm.

Při excitaci zárodku plazmatu jiným zdrojem, se  
 již plazma v poprsku laseru udrží i při menším  
 výboji (roli hraje srážka el.-iont).



Smítková debarace.

Plazma vzniklá v ohnisku čočky fokusující laserový  
 poprsek se pohybuje proti směru poprsků.

Rychlost plamnatu je zpočátku rovna  $100 \text{ km/s}$ , ale postupně rychlost klesá

Rubin  $5 \text{ MW}$  ohnišková vzdálenost  $0,8 \text{ cm}$ ; rozsech měl v ohnišku průměr  $5 \cdot 10^3 \text{ cm}$ .

Plazma vytváří i měkké rtg. záření  $\lambda \sim 10 \text{ Å}$ .

Puls  $2,5 \text{ J}$  - at  $40 \text{ ns}$   $\bar{P} = 60 \text{ MW}$   $v_0 = 10^2 \text{ cm}$   
v ohnišku energie  $2 \cdot 10^5 \text{ MW/cm}^2$

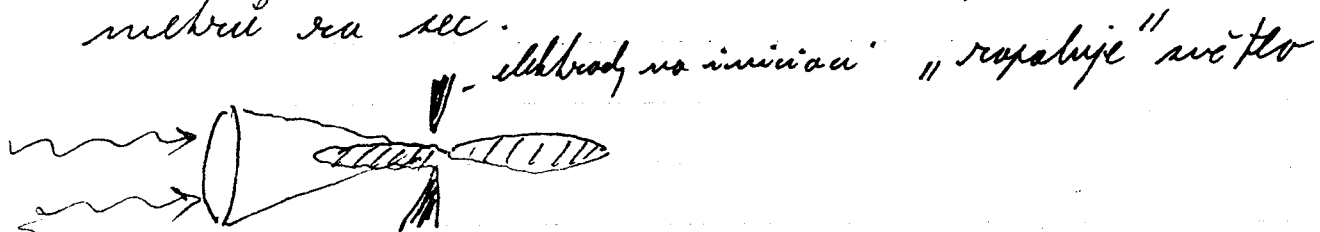
$T = 60 \text{ eV} \approx 700 \text{ 000 K}$ .

Při výkonu  $6 \text{ GW}$   $\rightarrow T \approx 3 \cdot 10^6 \text{ K}$ .

Je to provázeno rázovou vlnou - detonace.

### "Světelné hoření"

Při menších výkonech  $1000 \text{ J}$  na  $2 \text{ ms}$  a delších pulsech nevzniká detonace, ale plazma se šíří po směru i proti směru světla s rychlostí několik metrů za sec.



V laseru  $\text{CO}_2$  kontinuálně laserového se od místa, kde se světlo "rozptýlí" plamnatem bývá vlna "hoření" a je to generátor.

pro  $\phi = 1 \text{ mm}$  -  $4 \text{ GW}$ ; pro  $\phi = 3 \text{ mm}$  -  $7 \text{ GW}$ .

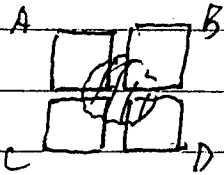
### Optické zahuňovací metody.

Studijí vodič se v trubce zahřívá na  $15 \text{ 000 K}$  laserem.

## Měřicí technika.

Zde se nejčastěji využívá He-Ne laser o výkonu 1-5 mW.

Pro detekci paprsku se používá kvadrantová dioda



Když fotoprovodky A, B, C, D jsou stejné, je paprsek ideálně nasměrován

Na továrních zařízeních lze měřit na vzdálenost 5 m sčinný pohyb s přesností 5  $\mu\text{m}$ . (15 m - 25  $\mu\text{m}$ )

Laserové interferometry - podílí vzdálenosti a rychlosti s přesností  $\frac{1}{10^6}$ , rychleji až  $\frac{1}{10^9}$

Při kilometrových vzdálenostech se užívají telemetrické systémy.

Při ramcování pohybujících cílů se užívá k měření délky doba, kterou vrazí paprsek k cíli a po odrazení zpět. Většinou se užívá 10 ns pulsy Nd:YAG laser nebo  $\text{CO}_2$  pulsní laser.

## Obtávání materiálů.

Svarování, řezání, vrtání, povrchové legování a natavování. Výkonový výkon až 100 W.

Svarování na těžko přístupných místech. Rychlost svarování až 10 m/min.

Řezání velmi složitých geometrických tvarů

Na opracování kovů se dnes nejčastěji užívá  $\text{CO}_2$  laser s výkonem 100 W - 15 kW nebo Nd:YAG s výkonem 50 - 500 W.

$\text{CO}_2$  je vhodný i na umělé hmoty, plasty, křemen, sklo.  $\text{CO}_2$  laser i v automobilovém průmyslu (sedla, ventilátory a pod.)

## Biologie a lékařství!

V biologii se většinou užívají v diagnostice.

- 1) fluorescence DNA vyvolává velmi krátkým pulzem laseru
- 2) zrcovnění kombinované rozptyl (biomolekuly, hemoglobin, ) rozptyl - podmíněně právní.
- 3) fotokorelační spektroskopie pro získání informace o stupni agregace biomolekul
- 4) impulsní pikosekundová fotolyza - zjišťování dynamických vlastností biomolekul.

### Mikrofluorimetrie (láhová - proudová)

Buněk vrážení do řady jeon ozářování  $Ar^+$  laserem až  $5-10^4$  buněk za minuta - intenzivnost luminescence pigmentů dává informaci o DNA a také atd.)

- 5) Vyvolávají se i nevratvé změny v části buněk a studuje se funkce buněk po poškození.

$Ar^+$  laser - mikroskopem se soustředí na část buněk s přesností sílky vlny  $\sim 0,5 \mu m$ .

V medicíně vlastně chirurgické vyřezání a diagnostika.

(Dopplerovské měření proudu krve - anemometrie)  
bronchoskopie - fluoroskopie časných nádorových stadií.

1. Mikročirurgie - mikroskop a  $CO_2$  laser.

2. Lze operovat v dutinách s pomocí optických systémů.

3. Koagulace, lze operovat i orgány s velkým krvním obsahem, vřidky, cysty do průměru  $0,5 mm$ .

4. Odchlípení sítnice, diabetické poruchy v oku.

červené světlo  $Ar^+$  laseru je silně potlačováno hemoglobinem.

Otolaryngologie - uši, trachea, krk, ústní dutina.

Rheumatologie - odstraňování šelování, "ohří" "

Stomatologie

Excimerové lasery (UV) v očním lékařství - horečky  
bedthorakosti. Fotolyza nádorových onemocnění.

Čpankový maser

23890,19 MHz ( $\lambda \approx 1,25$  cm)

Vyvíjí se ve inverzním spektru  $\text{NH}_3$  v pseudovlnové oblasti.

$\text{NH}_3$  tvoří křehkou - chová se jako symetrický rotátor.

Rotací energie obecného rotátoru je

$$E_{\text{rot}} = \frac{L_x^2}{2I_x} + \frac{L_y^2}{2I_y} + \frac{L_z^2}{2I_z}$$

$L_x, L_y, L_z$  jsou složky momentu hybnosti

$I_x, I_y, I_z$  jsou momenty setrvačnosti ve směru os

U symetrického rotátoru jsou momenty setrvačnosti

$$I_x = I_y \quad \text{přičemž} \quad L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2 \quad L^2 = 2I_1^2 + I_2^2$$

$$L_x = L_y = L_1$$

Potom lze vztah pro  $E_{\text{rot}}$  upravit

$$E_{\text{rot}} = \frac{L^2}{2I_1} + I_2 \left( \frac{1}{2I_1} - \frac{1}{2I_2} \right)$$

$$I_x = I_y = I_1$$

$$I_z = I_2$$

Kvůli velkému, že momenty  $L$  a  $L_z$  jsou kvantované

$$L^2 = J(J+1) \hbar^2$$

$J = 0, 1, 2, \dots$  rot. kvant. číslo

$$L_z = K \hbar$$

$K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm J$

Pro rotační energii tedy dostaneme

$$E_{\text{rot}} = \frac{J(J+1)}{2I_1} \hbar^2 + \frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right) K^2$$

Při respektování výše uvedených pravidel dostaneme pro rotační spektrum molekuly  $\text{NH}_3$

při  $\Delta K = 0$  a  $\Delta J = \pm 1$

$$\omega(J, K) = \frac{1}{\hbar} [E_{\text{rot}}(J+1, K) - E_{\text{rot}}(J, K)] = 2B(J+1)$$

$$L = mvr \quad ; \quad E_{rot} = \frac{L^2}{2I}$$

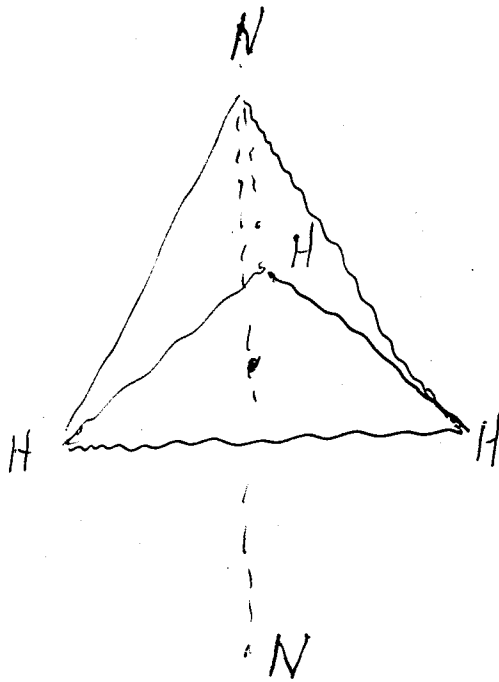
$$L^2 = m^2 v^2 r^2 = m^2 v^2 \omega^2$$

$$I = mr^2 \quad ; \quad v = r\omega$$

$$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2 \omega^2}{m r^2} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$L = mvr = \hbar \sqrt{l(l+1)} = \hbar \sqrt{J(J+1)} \quad ; \quad J \Rightarrow \text{rot. kv. číslo}$$

$$E_{rot} = \frac{L^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1)$$



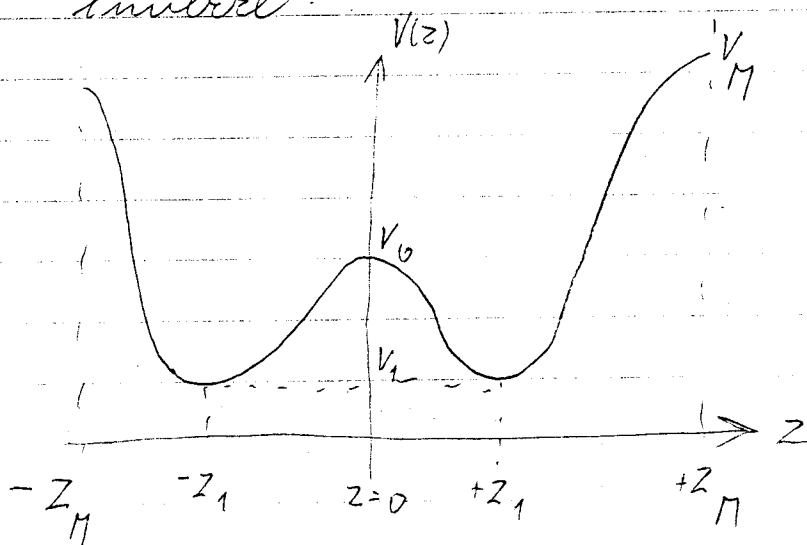


rotacií spektrum se tedy skládá z chvichů souborůch  
čar vzdálených o  $2B$  ( $\lambda \approx 0,5 \text{ nm}$ )

Molekula  $\text{NH}_3$  máří tedy být v různých rotačních stavech  
včetně různých rotačních kvant. čísly  $J$  a  $K$ .

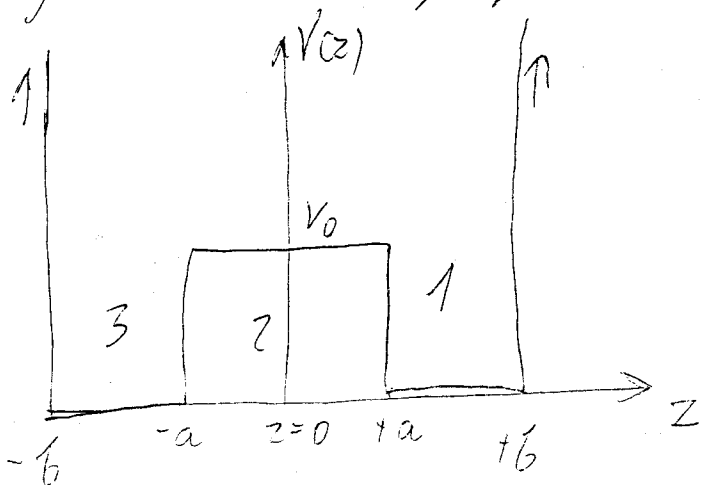
Když  $|K| = J$  rotuje  $\text{NH}_3$  okolo své osy souměrnosti.

Vznik pseudovibračního spektra (inverzního) je  
způsoben tím, že atom dusíku máří být buď  
"nad" nebo "pod" rovinou vodíků  
Dusík přibouváva potenciálovou bariéru tunelová-  
ním. Řešením tunelování se rovná přechodu  
inverze.



Na obr. je potenciál  
 $N$  v závislosti  
na  $z$  (měř. osy rotace)  
 $z=0$  - odpovídá rovině  
vodíků

Řešení Schröd. rovnice pro tento typ potenciálu  
je složité, řešení lze však odhadnout ze  
jednoduchého případu.



Hamiltonián má  
tvar  
$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + V(z)$$

$\psi = \psi_1$

Pro oblasti 1 a 2 dostaneme rovnice - li příslušné  
vlnové funkce  $\psi_1$  a  $\psi_2$ :

$$\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} + \lambda_1^2 \psi_1 = 0$$

$$\lambda_1^2 = \frac{2m}{\hbar^2} W, \quad W - \text{energie}$$

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} - \lambda_2^2 \psi_2 = 0$$

$$\text{hde } \lambda_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - W)$$

Jedná se o problém potenciálové jámy

Máme-li rovnice splněny okrajové podmínky:

$$\psi_1(b) = 0, \quad \psi_1(a) = \psi_2(-a), \quad \text{řešení musí být spojitá}$$

$$\frac{d\psi_1(a)}{dz} = \frac{d\psi_2(a)}{dz}$$

Žde máme dvě možnosti splnění těchto podmínek

$$\text{buď } \psi_2(0) = 0 \quad (\text{antisymetrické řešení})$$

$$\text{nebo } \frac{d\psi_2(0)}{dz} = 0 \quad (\text{symetrické řešení})$$

Řešení pro  $z < 0$  se dostane z řešení pro  
 $z > 0$  jestliže v symetrickém případě předáme  
až funkci byla sudá a v antisymetrickém lichá.

Podmínky dostaneme:

$$\psi_1 = \frac{A}{\cos \lambda_1 b} \sin \lambda_1 (b - z) \quad \text{splňuje ~~obě~~ <sup>oba</sup> podmínky}$$

$$\psi_2 = B \cosh \lambda_2 z \quad \text{pro symetrické řešení}$$

$$\psi_2 = C \sinh \lambda_2 z \quad \text{pro antisymetrické řešení}$$

4.  
 Okrajové podmínky na rozhraní pro  $\psi = a$  se splní  
 jen tehdy když

$$\frac{1}{\lambda_1} \operatorname{tg} \lambda_1 (b-a) = -\frac{1}{\lambda_2} \operatorname{ch} \lambda_2 a \quad \text{pro symetrické řešení}$$

$$\frac{1}{\lambda_1} \operatorname{tg} \lambda_1 (b-a) = -\frac{1}{\lambda_2} \operatorname{th} \lambda_2 a \quad \text{pro antisymetrické řešení}$$

Eplicitní řešení rovnice vede k tomu, že jsou dovoleny jen jisté kvantiny energie  $W < V_0$  jednak v symetrickém, jednak v antisymetrickém případě. Tyto rovnice jsou besurcendulární a lze je řešit graficky.

Zavedeme označení:

$$\frac{b-a}{a} = k, \quad \alpha = \frac{b-a}{\pi} \lambda_1, \quad \mu = \frac{b-a}{\pi} \lambda_2,$$

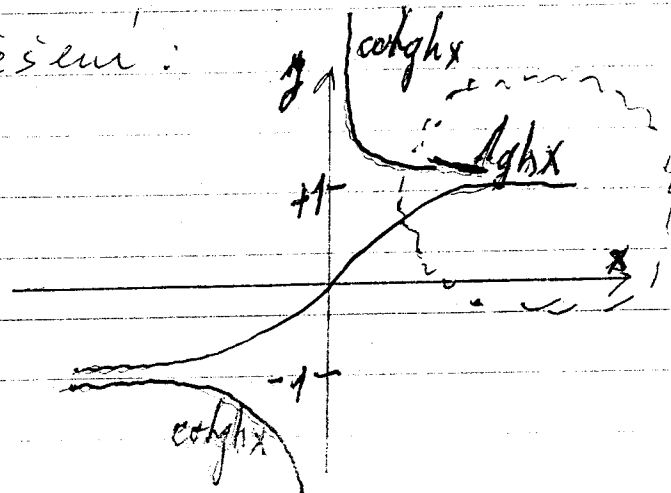
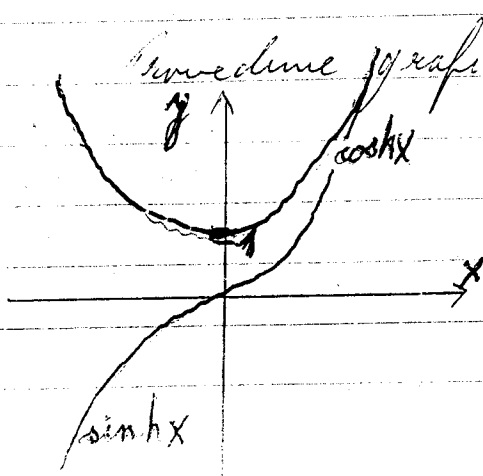
$$\lambda_0 = \frac{2mV_0}{\hbar^2} \quad \text{Potom pro tyto označení}$$

přejdou shora uvedené rovnice na tvar

$$\operatorname{tg} \pi \alpha = -\frac{\alpha}{\sqrt{\mu^2 - \alpha^2}} \operatorname{ch} \frac{\pi \sqrt{\mu^2 - \alpha^2}}{k-1} \quad \text{symetrické}$$

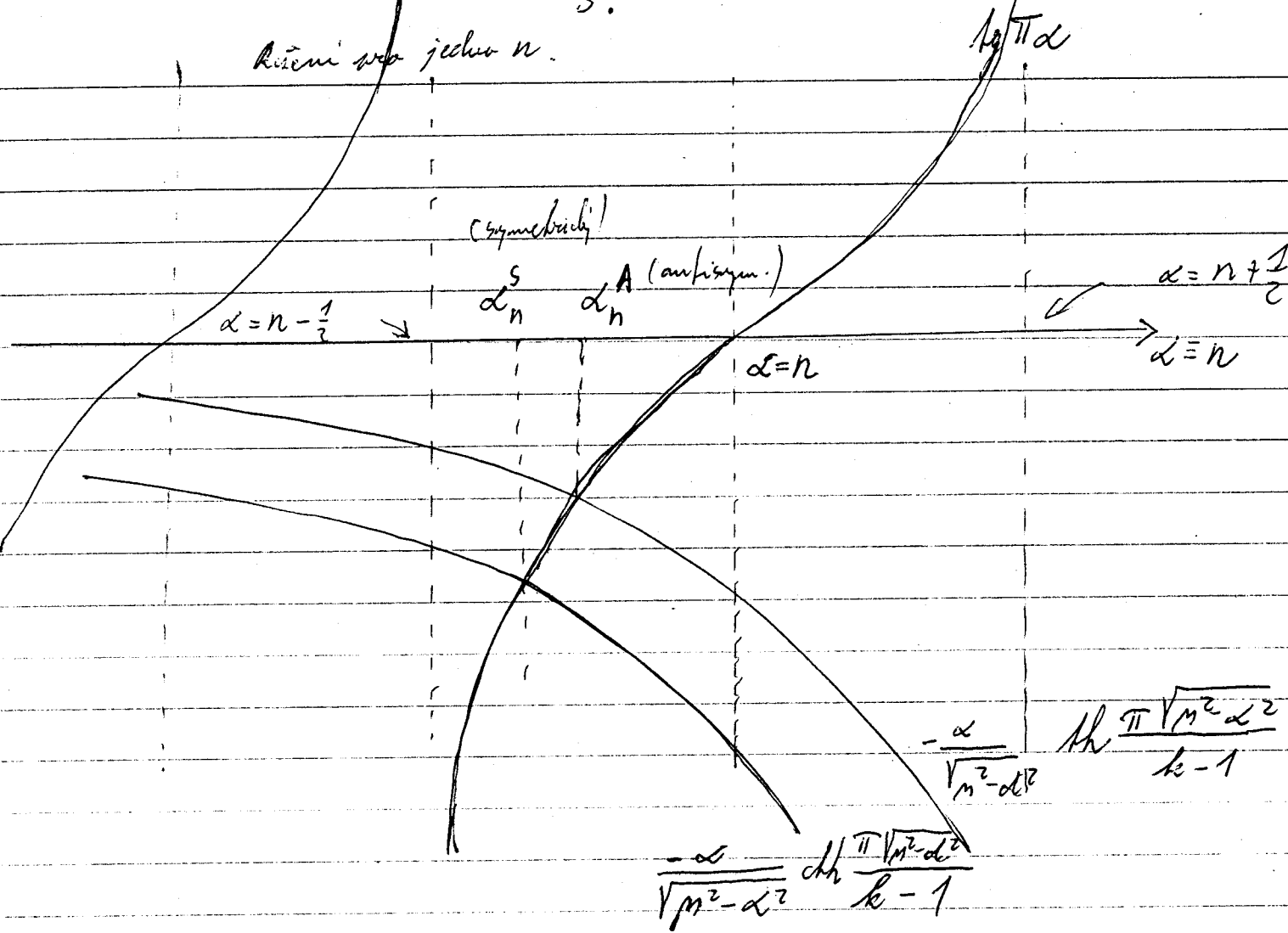
$$\operatorname{tg} \pi \alpha = -\frac{\alpha}{\sqrt{\mu^2 - \alpha^2}} \operatorname{th} \frac{\pi \sqrt{\mu^2 - \alpha^2}}{k-1} \quad \text{antisymetrické}$$

Zavedeme grafické řešení:



Rěšení pro jechus  $n$ .

$\lg \pi d$



Z obr. plyne, že řešení jsou možná jen pro takové hodnoty  $\alpha$  pro něž je  $\lg \pi d$  záporná, to plyne ze skutečnosti, že  $k > 1$  ( $k = \frac{b}{a}$ ) a  $m > \alpha$  (platí pro  $W < V_0$ )

Pro každý systém našich rovnic platí:  $n - \frac{1}{2} < \alpha < n$

přičemž  $n = 1, 2, \dots, N$   
nemůže být 0, protože  $b > a$ ;  $N$  je omezeno velikostí parametru  $m$

Univerzální derivace  $\lg \pi d$  je kladná a protože

$\ln x > \ln y$  pro všechna  $x > y > 0$  bude  $d_n^S < d_n^A$   
pro všechna  $n$ , takže platí vždy  $W_n^S < W_n^A$

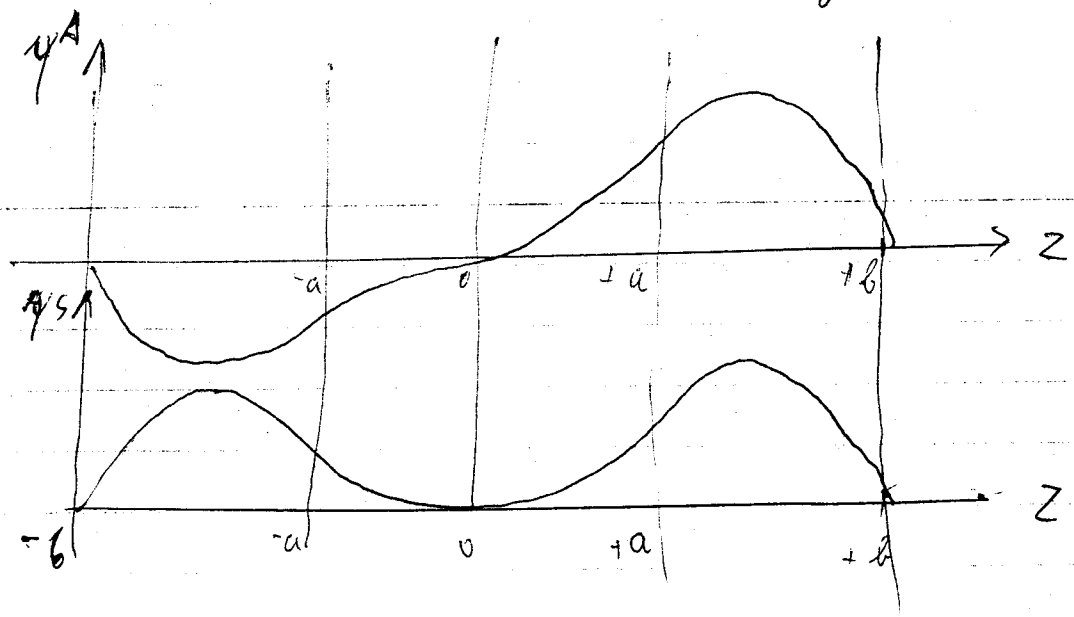
Ze tedy říci, že vlivem dvojité potenciálové jámy dojde v energetickém spektru pro  $W < V_0$  ke vzniku dubletů. Nižší hladina v dubletu odpovídá symetrickému stavu, vyšší antisymetrickému.

Vzdálenost mezi hladinami dubletu je menší než vzdálenost mezi dublety.

Rozdíl energie  $W_n^A - W_n^S = \Delta W_n$  odpovídá frekvenci  $\omega_n = \frac{\Delta W_n}{\hbar}$

Pro nejníže položený dublet (nejmenší  $\Delta$ , a tedy i  $\omega$ ) bude  $n=1$  a tedy  $\omega_1 = \frac{\Delta W_1}{\hbar}$ .

Vlnové funkce pro symetrickou  $\psi^S$  a antisymetrickou  $\psi^A$  vlnovou funkci jsou uvedeny na následujícím obr.



Kvůli o frekvenci  $\omega_1$  vzhledně nejvíce, když vypracujeme pro střed výšky atomu dvojice v intervalech obr:

$$dP = \psi^* \psi dz$$

$$\psi(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi^S + \psi^A)$$

$$\Psi(z, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \Psi^S(z) e^{-i \frac{W^S t}{\hbar}} + \Psi^A(z) e^{-i \frac{W^A t}{\hbar}} \right]$$

$$\Psi^S(z) e^{-i \frac{W^S t}{\hbar}} \cdot \Psi^A(z) e^{+i \frac{W^A t}{\hbar}} = \Psi^A \Psi^S e^{-i \frac{(W^A - W^S) t}{\hbar}}$$

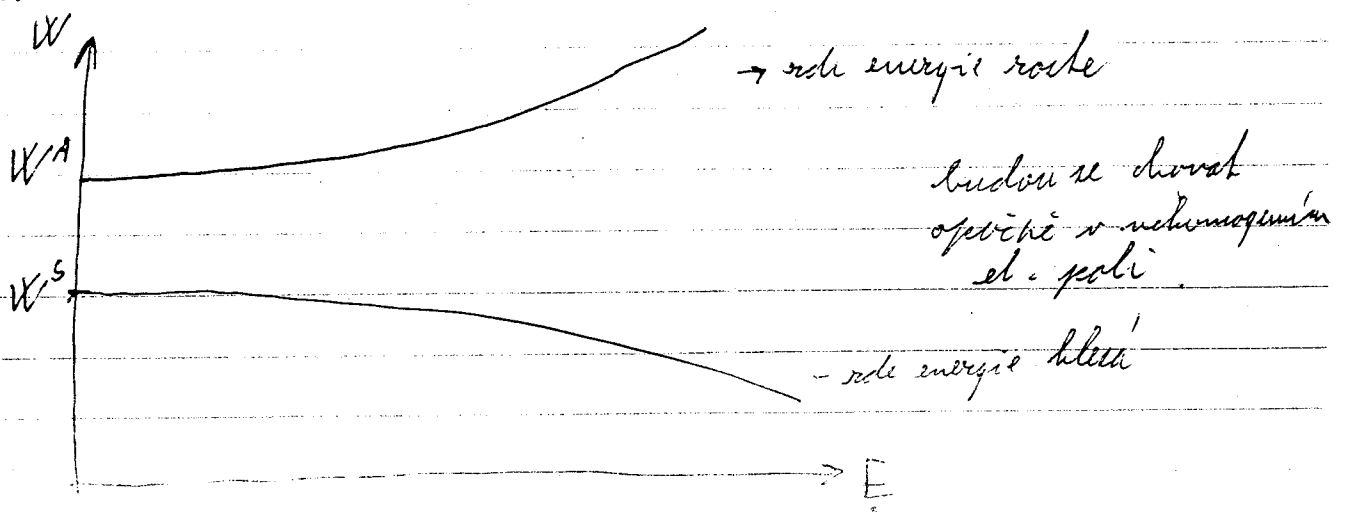
potom

$$\Psi^* \Psi dz = \frac{1}{2} \left[ \Psi^{*S} \Psi^S + \Psi^{*A} \Psi^A + 2 \Psi^{*A} \Psi^S \cos \frac{\omega t}{\hbar} \right] dz$$

Tedy provedip nřshku rãivisi periodicky na  $\omega = \frac{\omega W}{\hbar}$ .

Ve čpauhovém masevu se puvivã pro stimuloovanu emisi pãechod mezi hladinami nejnřšãho dubletu v molekule, kterã je ovšem excitovãna v nejõichem rotačním stavu. Pro uplatnãní stimuloované emise je nutno oddãlit molekuly nachãzející se v vevãkem rotačním stavu takã aby byly separovãny molekuly antisymetrického pseudovibrotãního stavu od molekul v symetrickém —" — stavu. Tato oddãlení se puvãdã pomocí Starkova kvadratického jevu.

U lineãrnãho Starkova jevu je posuv energetických hladin v el. poli sãměrný souãinnu dipolovãho momentu a intenzity pole  $\vec{P} \cdot \vec{E}$  což dãívã pro obã energetické hladiny dubletu stejnou hodnotu. Kvadratický člin (indukovãné dipolovã momenty) jsou rozchãlivé  $(\vec{P} \cdot \vec{E})^2$ . Svãtkou intenzitou el. pole nřpãdã situace nãsledovã



\*

7a)

Horní a dolní stav (pseudovibracijní) se liší v populaci jen velmi málo

$$N_2 = N_1 e^{-\frac{h\nu}{kT}} = N_1 e^{-0,0034} \approx N_1 \quad \text{při } 300 \text{ K}$$

Chceme však řešit inverzi  $N_2 > N_1$

Od rotačního rot. stavu se oba  $W^+$  a  $W^A$  stavy liší o  $\frac{h\nu}{2}$

$$W_{g,A} = W_{\text{rot}} \pm \frac{h\nu}{2}$$

Když se molekula  $\text{NH}_3$  nachází ve vnějším el. poli je v molekule indukován dipólový moment  $P_{\text{ind}} \sim kE$  a energie molekuly se mění a v závislosti na tom, v jakém energetickém stavu se tato nachází

Stavopřetom (Gordon, Seiger, Townes 1955) Schwinger

$$W_E = W_{\text{rot}} \pm \sqrt{\left(\frac{h\nu}{2}\right)^2 + f_{\text{rot}} P_{\text{ind}}^2 E^2}$$

$f_{\text{rot}}$  - konstanta závislá na kvant. číslech rot. stavu

Síla působící na molekulu v el. poli bude

$$\vec{F} = -\text{grad } W_E \quad \text{Potom v nehomogenním}$$

el. poli působí na molekulu ve  $W^+$  a  $W^A$  směry opačného směru.

Maxwell, 1862. microwaves as electromagnetic waves.  
Patří do oboru kvantové radiofyziky.

č. 12. 1954. američané Gordon, Zeiger, Townes.

" microwave amplification by stimulated emission of radiation.

Vlastnosti: neobvykle nízký úsměr, značný útlum při velmi vysokých frekvencích a široké propouštěcí pásmo.

Vyzařování indukované emise (záření).

Když dlouhá vlna se přiblíží k excitovanému atomu přičemž má potřebnou frekvenci (stimuluje) indukuje se záření, které má tu samou dlouhou vlnu režimů.

Musí být silně potlačen proces absorpce dlouhých vln.

Záporná teplota: Hladina 1  $N_1 = N_0 e^{-\frac{E_1}{kT}}$  z je výše než 1.  
Hladina 2.  $N_2 = N_0 e^{-\frac{E_2}{kT}}$   $E_2 > E_1$

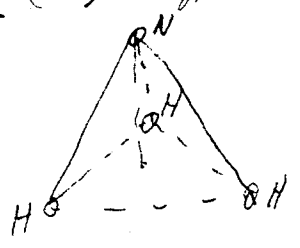
$$N_2 = N_1 \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right)$$

$$T = -\frac{E_2 - E_1}{k \ln(N_2/N_1)}$$

$E_2 - E_1 > 0$  a  $N_2 < N_1$  obvykle proto  $T > 0$

když  $N_1 < N_2$  proto  $T < 0$  - "záporná teplota"

Čpouch ( $NH_3$ ) typ molekul - symetrický vlník. N atom umístěn kešrně na rovině vodíků. Vodíky pouze rotují. Tom. dochází k "inverzi".



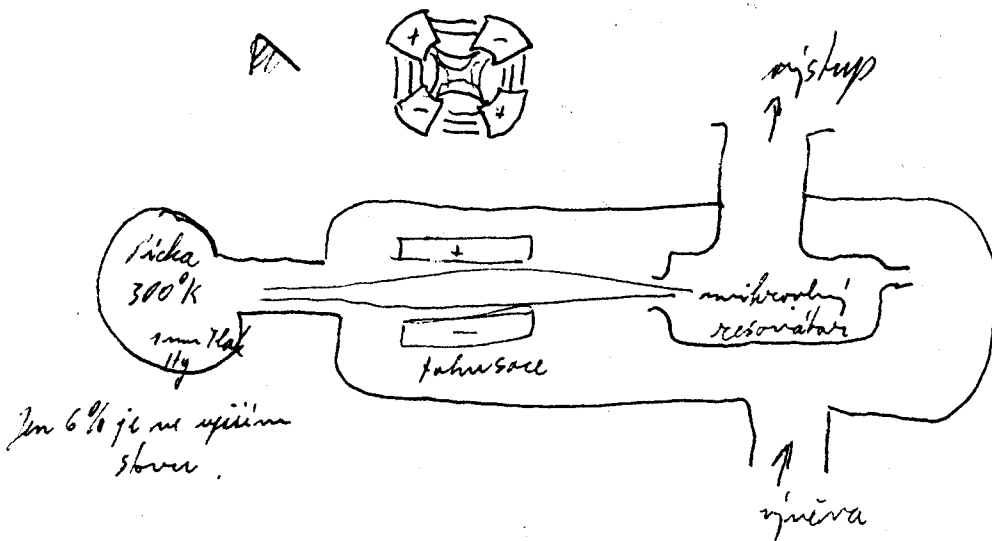
Frekvence inverze je 24 000 MHz.

Křivem inverze se stěží nejmenší energetická hladina na dvě hladiny. Je třeba oddělit molekuly, které jsou nabízeny do 1 a do 2 hladiny.



Oddělení: Porucha smírná degeneraci.

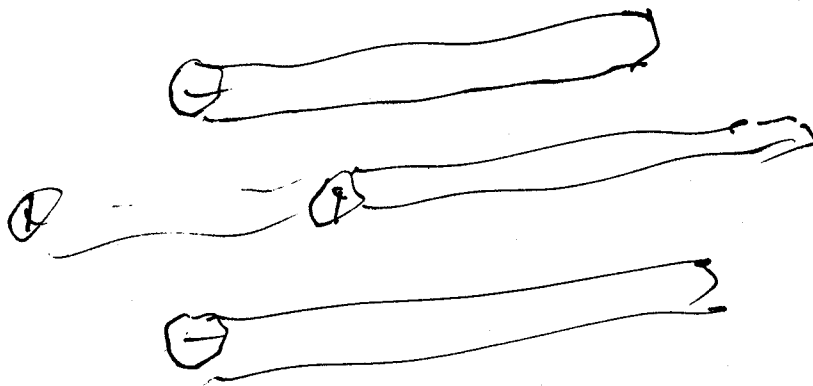
Tedy porucha (př. el. pole) zvětšuje energii vyššího stavu a snižuje energii nižšího stavu. Pomocí el. pole vhodné konfigurace lze dosáhnout nejen rozdílů v molekul podle stavů, ale i vhodné foliace molekul.

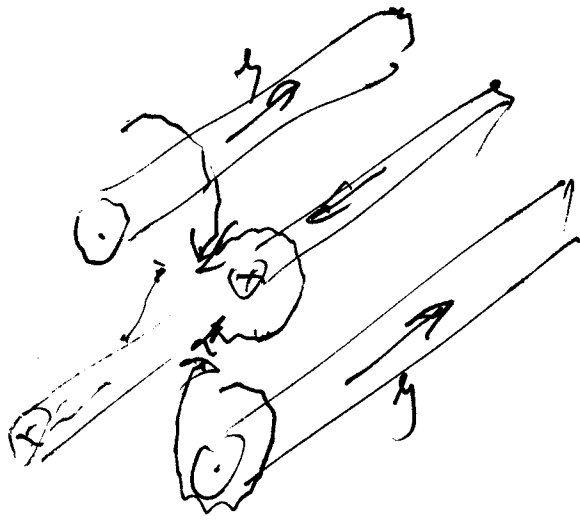


Jen 6% je ve vyšším stavu.

Intenzita roste se vzdáleností od středu fokusačních efektů elektrického

Síla působící na molekuly  $P \propto \frac{dE}{dr}$   
 Potom molekuly na vyšší hladině jsou klaceny více do středu.



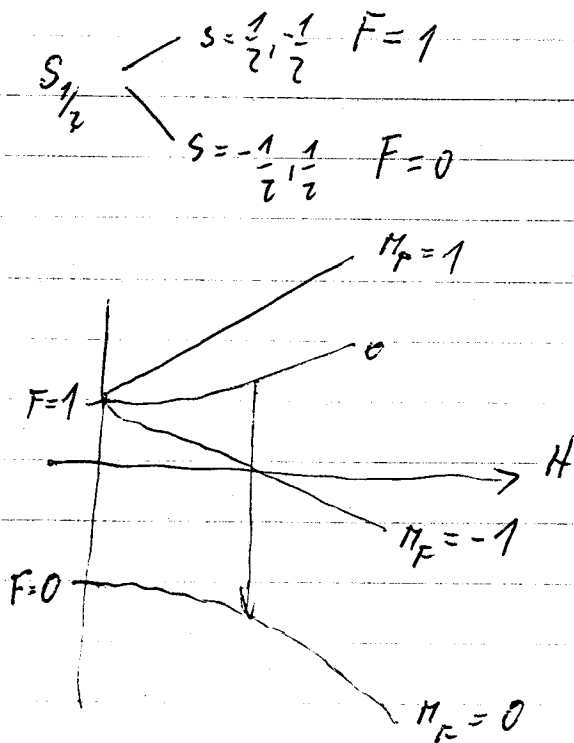


# Metody dosažení inverse.

a.) Čpavkový maser - elah. polem

b.) vodkový maser - jde se selekce prvůchí magne-  
tickým polem

Pokud se atom s magnetickým momentem spinu nachází v nehomogenním magnetickém poli, působí na něj síla úměrná gradientu pole a spinový moment (spinový moment jádra je o tři řádky menší než moment elektronu a lze jej prakticky zanedbat).



K funkci maseru se využívá hladin popsaných levantovým čísly  $F=1, m_F=0$

a  $F=0, m_F=0$

tedy hladin, které se liší momentem spinu

Proto v nehomogenním poli působí na ně síla optických momentů.

Atomy na nižším stavu jsou vyfiltrovány.

Magnetický selektor se rovněž skládá z vhodně položených tyčů se střídající se polaritou.

Obě metody lze aplikovat jen na požadované směři - účinnost  $< 50\%$

Paramagnetické krystaly.

Každý pohybující se nálož vytváří magnet. pole. Tedy el. vytváří takový magnet dipól - umístěný v místě jádra atomu. Magnetický dipólový moment je úměrný mechanickému momentu impulzu.

2. Mechanický moment, se rovná bod. rotačnívá rotující stavby momentu impulzu pouze tehdy, když se pohybuje v silovém poli sférické symetrie. Osová symetrie např. rotačnívá již pouze jen takové momentu impulzu. Z toho plyne, že když atom vytvoříme uvnitř el. pole obecně nižší symetrie, přestane se moment impulzu zachovávat a ani jeho úměrný magn. moment již nebude v celé konstantní, jeho střední hodnota bude rovna nule. Tímto procesem v němž orbitální dipólový moment vymizí vlivem vnějšího el. pole říkáme zamračením orbitálního momentu. V uzavřených slupkách se vždy orbit. momenty vykompenzují. Nejčastěji jsou příklady, kdy se objevují takové hladiny a nejsou jižto zcela obarveny. A to hladiny nižší Ni, Fe. Když atomy pak zachováují svůj magn. moment a když jsou vnitřně izolováni jinými atomy a poli. (jsou paramagnetické příp. feromagnet.)

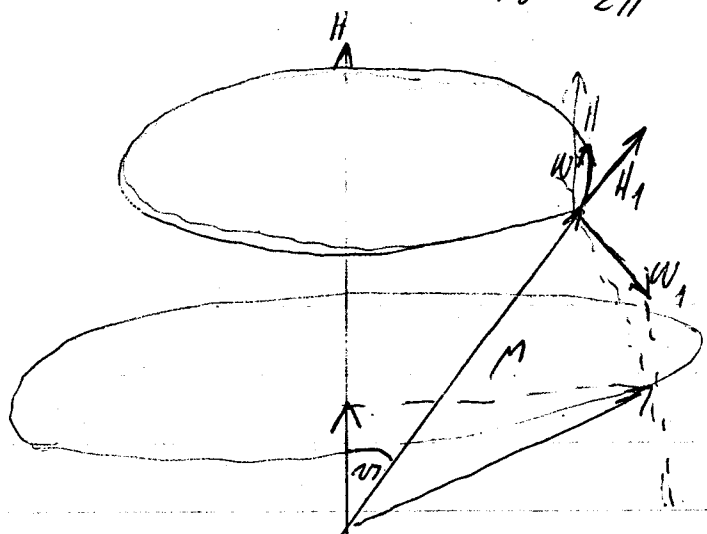
Uzní mohou nastat dva případy: pro valenční slupce nechtí vzhledně nejvyšší <sup>pod</sup> slupka - tato je vytvořena v krystalu nitčinným působením okolních atomů a orbit. moment zamračen. - tyto látky jsou čistě paramagn. a v nich se pak uplatní jen moment spinový.

Paramagnet. rezonance:

Uvažme jak se bude chovat atom, který má nenulový spin ve vnějším magn. poli H. Má H svíží spolek sítěl  $\nu$ . Působením H na  $\mu$  vzniká silová dvojice, která se snaží otočit  $\mu$  do směru H. Protože však má atom rotační moment impulzu, nemůže se vektor  $\mu$  natočit do směru H; směr pohybů bude stále vektorovým součinem  $\mu \times H$ .

Vektor  $\mu$  proudí t.zv. Larmorova precesí s frekvencí

$$\nu_0 = \frac{gH}{2\pi}$$



$g$  - gyromagnetický faktor spinu.

Když, ale nyní rozdělíme skřížové eling. pole frekvence  $\nu_0$  jistou magn. složku  $H_1$  rotující v rovině kolmé k  $H$ , bude tato složka působit vačtájičím se vektor  $\mu$  dělá silovou dvojicí rovnou  $\mu \times H_1$ , jejími působením se bude měnit úhel mezi  $\mu$  a  $H$ .

Těchto urovnění však podle br. měch je jen určitý počet, tato změna energie se musí prokázat nebo vyjádřit vyřazením nebo poblčením levanta eling. energie. Přeměně-li eling. spin  $S$  je počet dovolených urovnění  $2S+1$ . Rozdíl energií pro dvě sousední urovnění spinu je  $h\nu_0$  ( $\nu_0$  - Larmorova faktor). Skřížové magn. pole frekvence  $\nu_0$  působí nám tedy jako přestavky, že se srhážeb, že jsou dovoleny jen přestavky mezi sousedními urovněními t. j. vždy jen změna o  $h\nu_0$ .

Storickéjší případ nastane v kryštalu, kdy působí i vnějším eloh. pole okolních atomů. Vzniknou nové stavy - každý z těchto nových stavů vznikne superpozicí starých stavů (namíchávní stavy). Totom již nebudehovít a určitým urovnění spinu vůči  $H$ , protože spin se nachází ve všech urovněních s různou pravděpodobností. V důsledku namíchávní stavů se naruší určitá pravidla ©. at. Jako se vytváří u přímého masera.

Podle Balbmana je více obsazených hladin pro malé hodnoty spinové energie - t. j. nastává by absorpce - jich nyní došlo na vyšších

# Elektronová paramagnetická rezonance - EPR

1944 - Zavojskij (Kazaň) ( $10^7 - 10^8$ ) Hz  
objevil rezonanční absorpci slon. energie  
u paramagnetických látek.

Mějme paramagnetický atom (částici), ten se v magn.  
boji vřádkovně.

energie se štěpí na podhladiny

$$\Delta E = g \mu_B H$$

$\mu_B$  - Bohrov magn.  
 $g$  - Landého číselko

Mějme jen jeden nepárový ~~elektron~~ elektron; jeho spin  
je  $s = \pm \frac{1}{2}$  potom vznikají jen dvě čáry  
vzdálené od sebe o  $2 \mu_B H$ .

Při intenzitě  $3000 \text{ Oe}$  odpovídá  $\Delta E = 4 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$

Pokud  $\frac{\Delta E}{kT} \approx 2 \cdot 10^{-3}$  obsazení hladin vnitřích  
magnetických stupením se liší o 0,2%

Prouděpodatnost přechodu z <sup>horní</sup> ~~střední~~ hladiny na <sup>dolní</sup> ~~střední~~  
je 1,007 x více než u přechodu z <sup>dolní</sup> ~~střední~~ hladiny  
na <sup>horní</sup> ~~střední~~

Jen spočívá v tom, že rovnodinným vyrostředněním  
magnetického pole o kvintkrát

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{g \mu_B B}{h}$$

váhl. rovnice EPR

do vřádku umístěného nestálém magnetickém poli

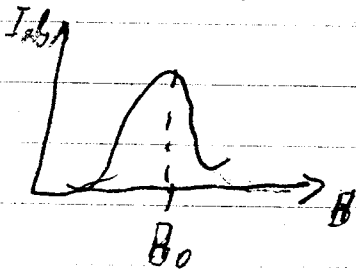
jetová silová řada jsou kolmé k orientaci magnetického pole, indukují se v paramagnetické částici se stejnou pravděpodobností v opačné přechody mezi sousedními hladinami. Přitom dochází k rovinnému hladinám ve směru jejich vyrovnání.

1. Původní vztah  $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}} = \frac{k_1}{k_2}$

2. Po rozvedení vnějšího pole  $\frac{N_2}{N_1} = \frac{k_1 + k_{ind}}{k_2 + k_{ind}}$

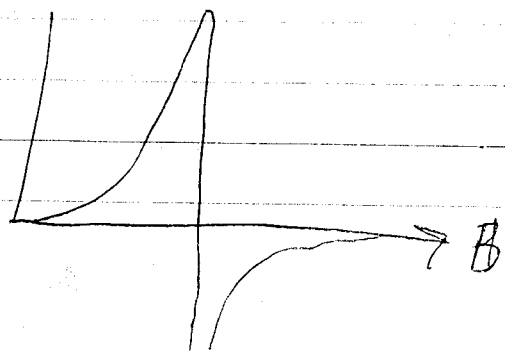
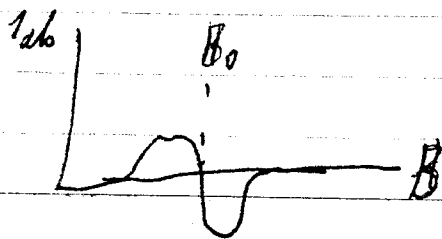
kde  $k_{ind}$  je konstanta rychlosti přechodu vlivem vnějšího magnetického pole  $H_1$ . ( $k_{ind} \propto H^2$ )

Při paraxoni je možná úhlová přesná registrace polohy vnější energie. Pokud lze zjistit  $g$ -faktor je velmi důležitou konstantou



Plachta pod abs. křivkou je úměrná počtu paramagnetických částic.

Pro zastavení dvojím způsobem měnit  $\nu$  nebo  $H$ . Z proubkých drah se zvyšuje dráha měření.

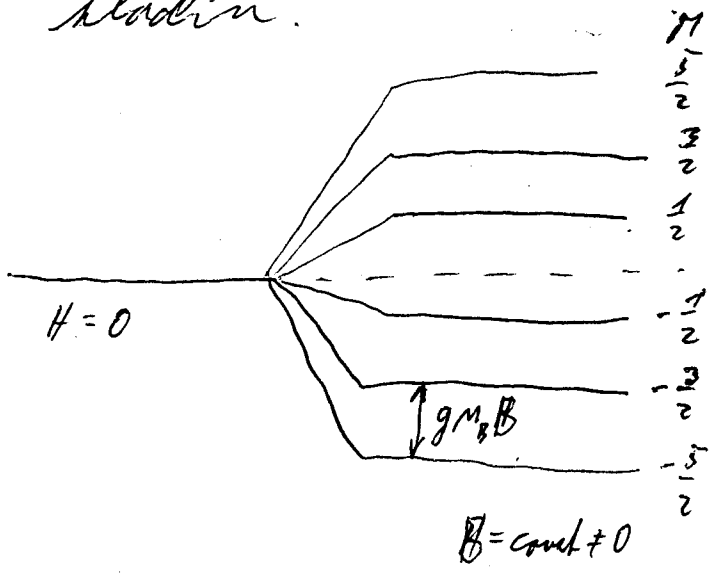


Krystalické elektrické pole.

Pří. 1) Uvažujme konkrétně volný iont  $\text{Cu}^{2+}$

	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s
Cu	2	2	6	2	6	10	1
$\text{Cu}^{2+}$	2	2	6	2	6	9	

Iont  $\text{Cu}^{2+}$  má ve svém nejvyšším elektronovém stavu jeden volný elektronový spin  $\frac{1}{2}$  a orbitální moment 2. Obě veličiny jsou měřeny v jednotkách  $\hbar$ . Tento stav se tedy označuje  $^2D_{5/2}$ . Je-li iont umístěn v magnetickém poli vznikne  $2J+1$  energetických hladin.



$$\Delta E = g \mu_B B$$

V našem případě bude  $g = \frac{6}{5}$

Abychom zjistili paramagnetickou rezonanci musí mít kmitočet

$$\nu = \frac{g \mu_B B}{h}$$

Pro kmitočet  $\nu = 9,7 \text{ GHz}$  musí být  $B = \overset{0,53 \text{ T}}{5300 \text{ Oe}}$

Ovšem provést takový experiment nebo převodit nebo riskat volné ionty  $\text{Cu}^{2+}$ .

Uvažujme však, že máme krystal  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ .

A tohoto krystalu naměříme rezonanci při  $\nu = 9,7 \text{ GHz}$  při  $B = 0,3 \text{ T}$  ( $3000 \text{ Oe}$ ).

Je tedy zřejmé, že iont, který je pevně zabudován v krystalu má jiný g-faktor než volný iont.



2.  
Z našeho měření tedy vyplývá, že hodnota  $g \approx 2$ , ale nerovná se dvěma, malá část orbitálního momentu rostevá.

Zamrazení orbitálního momentu hybnosti.

Ion  $\text{Cu}^{2+}$  je v krystalu  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$  obklopen molekulami vody a kyslíkem. Pro výpočet rozštěpení lze uít konie grup. Energie rozštěpení lze však odhadnout. Jestliže náboj bereme roven náboji elektronu a střední vzdálenost mezi náboji bereme asi  $2 \times 10^{-8} \text{ cm}$ , potom energie krystalického pole je přibližně  $5 \cdot 10^{-12} \text{ ergů}$ . Tato energie je ve srovnání s  $st = g\mu_B B$  příliš velká.

Statické magnetické pole nemá tedy vliv na orbitální pohyb elektronů. Tento jev je nazýván zamrazení orbitálního momentu.

Zamrazení lze vysvětlit i takto:

Přítomnost momentu hybnosti u volného iontu, který je v magnetickém poli, podmiňuje existenci energetických hladin, určených magnetickou vlnou mezi pohybem elektronu a magnetickým polem. Silná elektrická pole v krystalu rozšiřují však tyto hladiny asi tisíckrát a více. Přitom lze vliv magnetického pole zanedbat. Orbitální pohyb stále existuje, je však takřka úplně vázán na nejnižší energetickou hladinu, pro kterou je orbitální moment roven nule.

Krystalické pole však nepůsobí na spin, protože tento spin nemá elektrický moment. Celkový magnetický moment je tedy pouze vlivem svého spinem samým.

$$g_L = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$$g = \frac{1}{2}, L = 2, J = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\frac{5 \cdot \frac{1}{2}}{2} + \frac{1 \cdot \frac{3}{2}}{2} - 2 \cdot 3}{2 \cdot \frac{5 \cdot \frac{1}{2}}{2}} = \frac{\frac{35}{4} + \frac{3}{4} - \frac{24}{4}}{\frac{70}{4}} = \frac{38 - 24}{70} = \frac{14}{70} = \frac{1}{5}$$

$g$  - je obecně rovno Landéovu rozpadovému číslu

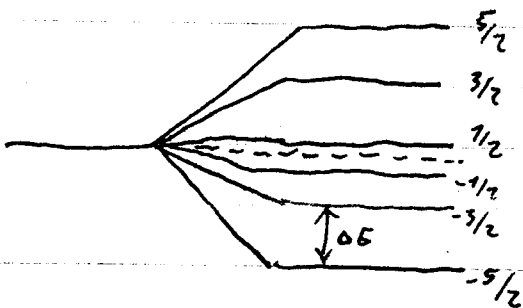
U elektronu je  $g = 2$ .

Tanento přípradu odpovídají jen dva opačně orientované  
precesní hvězdly

U paramagnetických krystalů mává vlivem el. pole  
mezi atomy v krystalu rovnováhu orbitálního magn.  
momentu.

Uvažme iont  $\text{Cu}^{2+}$  - tento iont má ve svém nejnížejším  
stavu má jeden volný elektronový spin  $\frac{1}{2}$  a orbitální  
moment 2. Tento stav je dán termem  ${}^2D_{5/2}$

Je-li  $\text{Cu}^{2+}$  umístěn v magn. poli vznikne  $2J+1$   
energetických hladin



Hladiny jsou vzdáleny  $g\mu_B H$

$$\Delta E = g \mu_B H$$

↓  
Langwinův čísel

Jedná se o krystal modré slávice  $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$

Sily, které působí mezi  $\text{Cu}$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  a  $\text{O}$  jsou tak velké,  
že se magnet. pole neprotaví - orbitální moment  
rovnováže. Silná el. pole totiž sbírá uvolnění  
hladin velmi rozšiřují. Krystalické pole však  
nepůsobí na spin, protože ten nemá el. moment.  
Tedy celý magnetický moment je určen  
jen samostatným spinem.

# Elektron-spin rezonanční spektroskopie.

## Paramagnetická rezonance.

Tato metoda je vhodná pro studium paramagnetických látek. Paramagn. látky mají totiž nepárové elektrony

kterých spinový moment bude  $\sqrt{S(S+1)} \frac{h}{2\pi}$

Podvata magnetického momentu je  $M_s = -g_s \underbrace{\frac{e}{2mc} \frac{h}{2\pi}}_{M_B} \sqrt{S(S+1)}$

$$g_s = 2,0023$$

Když je aplikováno vnější magnetické pole o intenzitě  $H$ , elementární spinový magnet je nucen se orientovat

Energie magnetického dipólu v magn. poli  $H_z$  bude

$$E_H = E_0 - (M_s \cos \Theta) \cdot H_z \quad ; \quad \cos \Theta = \frac{M_H}{M_s}$$

$M_H$  - průmět  $M_s$  do  $H_z$

$$E_H = E_0 - M_H H$$

Pro 1 elektron:  $S = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

$$M_H = -g_s M_B M_s$$

Magn. kv. číslo  $M_s = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

Když  $M_s = \frac{1}{2}$  je interakční energie s polem  $E_H - E_0 = \frac{1}{2} g_s M_B H$

$$M_s = -\frac{1}{2}$$

$$E_H - E_0 = -\frac{1}{2} g_s M_B H$$

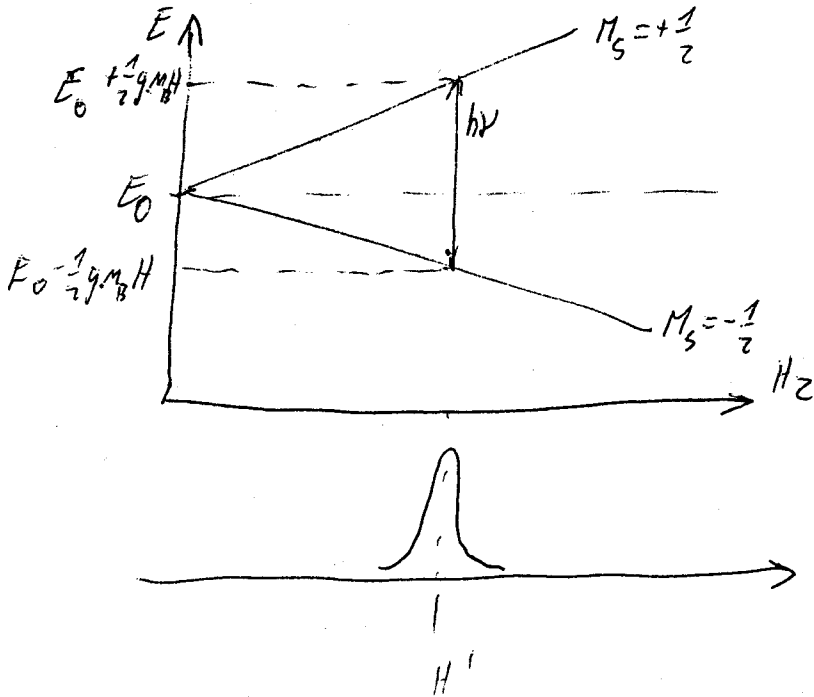
Systém má tedy dva stavy jeden s větší a jeden s menší hodnotou energie

maximálna vyžarovaná časť je

$$h\nu = E_{H'} - E_{H''} = g_s M_B H$$

Obecně  $h\nu = (E_0 - E_0) + g_s M_B H (M'_S - M''_S)$

$$\Delta M_S = \pm 1$$



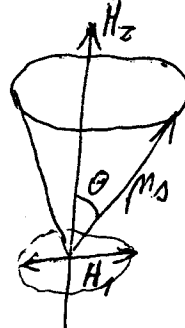
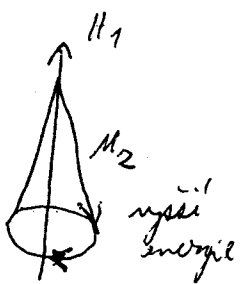
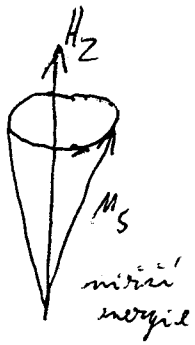
V magnetickém poli však koná jeden ze magnet. moment od jednoho nepárového elektronu Larmorovu precesi.

$$\nu_L = \frac{eH}{4\pi mc}$$

Magnetický moment pak může být rozložen do dvou složek, jedná je kolmá a druhá paralelní se směrem  $H_z$ .

Právě kolmá složka umožňuje působit na paramagnetický atom mikrovlnným elektromagnetickým polem.

Když vlna bude cirkulárně polarizovaná pak při stejných frekvencích precese a rotace  $H_1$  vektoru může dojít ke absorpci vln. energie.



$$\nu_{H_1} = \omega_L$$

Poměr spinů orientovaných v horním  $N_2$  a dolním stavu  $N_1$  bude

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)$$

$\Delta E = g_s \mu_B H$ . Při pokojové teplotě je poměr  $\frac{N_2}{N_1}$  poněkud menší než 1.

Pozn.: Předpokládali jsme že  $L=0$  a  $I=0$ . Když  $L \neq 0$  a  $I=0$  potom

$$h\nu = g_1 \mu_B H \quad g_1 = 1 + \frac{1^x + 5^x - L^x}{2 \cdot 1^x}; \text{ Landé + rozspod. čim}$$

Když je v krystalu smíšené sl. pole dostatečně silné je úplně rozložena válna LS potom  $g$ -faktor je roven  $g_s$ . někdy rhytková válna LS ovlivňuje hodnotu  $g$ , která se potom liší od 2.

Pro intenzitu pole v EPR určuje se rozložení válna spin  $J$  a  $I$ .

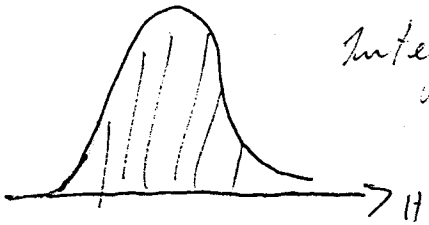
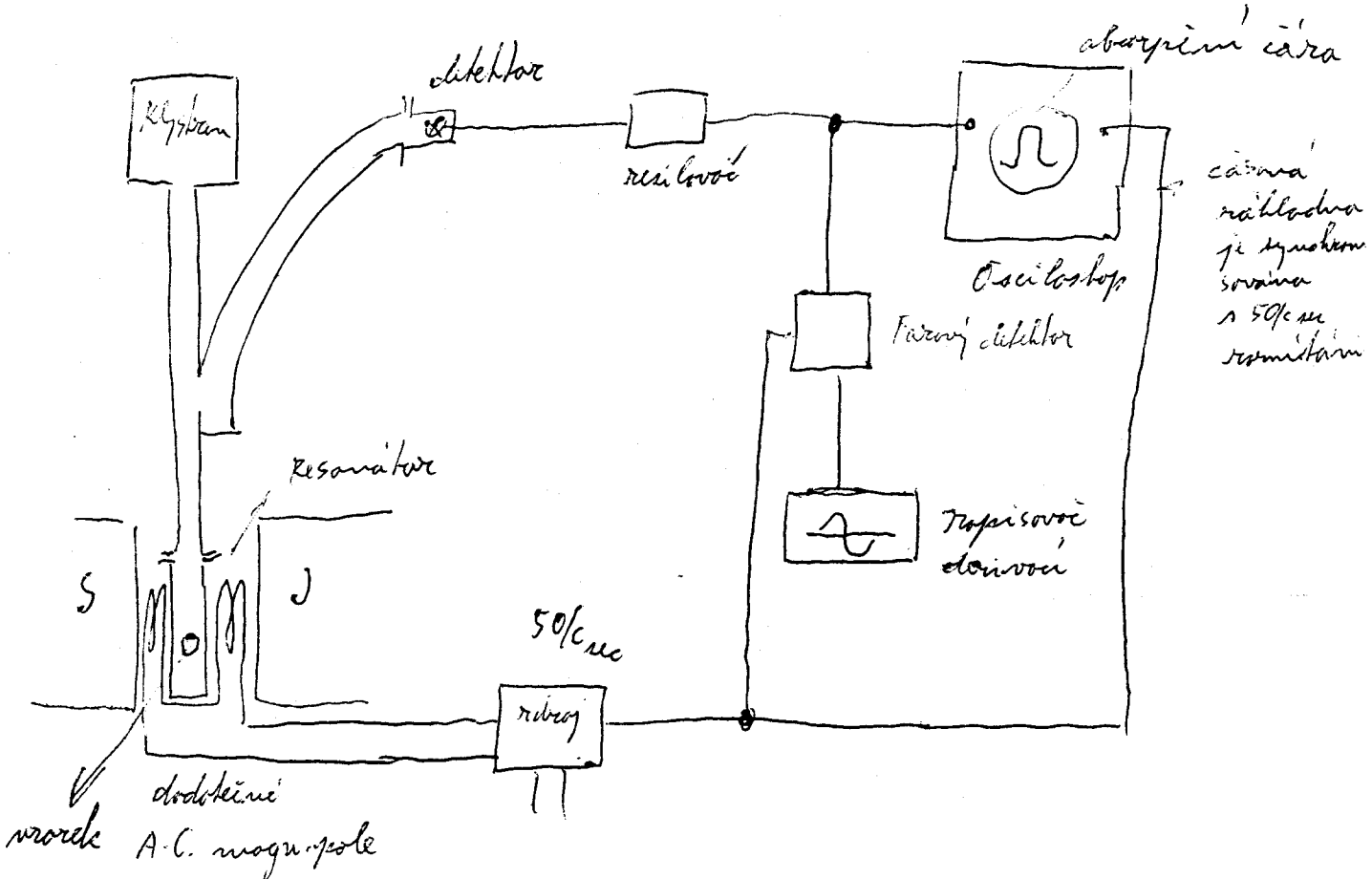
EPR lze aplikovat:

- Atomy a molekuly a organické volné radikály které mají lichý počet elektronů na př.  $O_2, CH_3, ClO_2, CH_2OH$ .
- Atomy nebo ionty s nerovnováží vnitřními slupkami (přechy vřadých řemín)
- Kovy
- Právné krystaly.

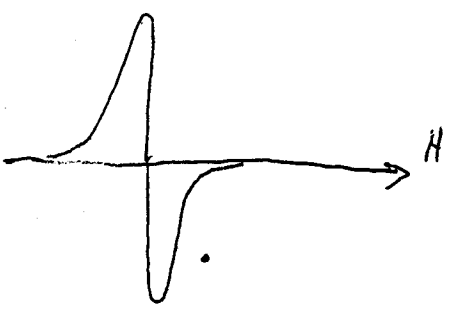
Experimentálna úloha: meranie EPR.

B. experimentálne metódy pre ríšajúci EPR spektra železa.

- a) mikrovlnný zdroj
- b) absorpčná dutina obsahujúca vzorek
- c) magnetické pole stejnosmerné riadené nicholita kúbi  $\text{Fe}$ , ktoré je kolmé k vektoru magnet. pole mikrovln.
- d) Crystal alebo bolometra pre detekciu absorpcie
- e) osciloskop alebo zapisovač.



Integrál plochy omerenej absorpčnej křivky je symetrický počtu nepárových spinů.



Ďalším rozmitaním se fázově sensitiivní detektorem se jme derivace, kde je nutno křivku integrovat.

# Elektronová paramagnetická rezonance (EPR)

stejná základní část NMR jsou zde relaxační doby velmi krátké. Charakteristické jsou doby  $10^{-5}$  až  $10^{-9}$  sec.

Proto šířky čár EPR jsou ve většině případech velmi široké.

Úroveň rezonančního spektra závisí na jednotlivé nebo skupné. Při látkách obsahujících jednotlivou rezonanční částku jsou a poloha čárek závislá na orientaci krystalu vzhledem ke směru mag. pole.

Čáry s několika malými smykami a větší jazyky celkové mag. kvantové číslo je větší než 1. Čáry rovněž na typu symetrie vlivem směru el. pole, vzhledem k součinnosti mag. pole - vnitřní anizotropie g - faktoru.

Čáry rovněž na rychlosti spin-orbitální interakce.

Čáry v určité čáře dávají měřit organické sloučeniny - určité paramagnetických látek se rovněž nacházejí určité čáry.

například - 3-piklyllylbenzyl (DPH) velmi široká čára  
 $(C_6H_5)_2N-N(C_6H_5)(Cl)_2$   $g = 2,0036$  - tedy velmi blízký ke g-číslovce.

Proč vznikne taková, že je velmi velký elektron. Je to způsobeno tím, že molekula není rovinně lokalizovaná a mění rychlosti pohybu. V takovém případě dochází ke změně energetických parametrů, které a rezonanční čáry - to je důvod.

Reparované elektrony a velmi reaktivní aminy a jiné látky NMR čáry s mnohými.

Elektronová struktura čár je způsobena vlnovými magnitudy momentů spinu a elektrony.

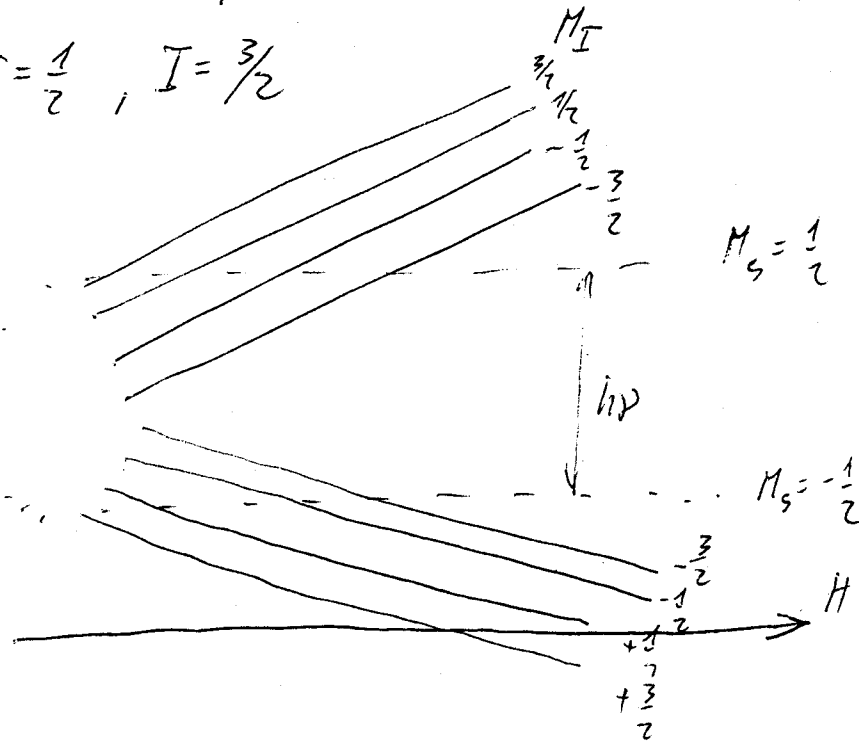
Pro dostatečně velké intenzitě mag. pole čáry se ke vzájemné vlny mezi elektrony a jadrými spinem (Boch-Gaulsmith). Taková jsou zachována polohy maxim



odpovídající magnetickým momentům elektronového obalu,  
ale objeví se na nich jemná struktura (hyperjinná struktura)

Každá elektronová hladina se štěpí na  $(2I+1)$  podhladin  
(kde  $I$  je spin jádra). Průběžnosti mezi podhladinami  
hyperjinné struktury jsou stejné a nemění se srovná  
sím magnetickým polem.

$^{15}\text{O}$   $S = \frac{1}{2}$ ,  $I = \frac{3}{2}$



Hyperfine pravidla  
 $\Delta M_S = \pm 1, \Delta M_I = 0$   
 $\Delta M_I = 0 \pm 1$

Nelze extrapolovat  
pro  $H = 0$

pro  $\Delta M_I = 0$



jiný počet



6 schůdných maxim

$2I+1 = 6$

$I = \frac{5}{2}$

ze tak určit jádrový spin

$$E_H - E_0 = g_J \mu_B B m_J - g_I \frac{\mu_B}{1836} B m_I + \text{konst } m_I m_J$$

Co je možno pomocí EPR zjistovat.

- a) Krystalografické uspořádání pevných látek
- b) Volné radikály
- c) Různé aspekty - chemická analýza, identifikace volných radikálů, doba života volných radikálů nestabilních, používané na biologické systémy.

Hlavní faktory, které charakterizují EPR spektrum jsou:

- 1.) Hodnota faktoru spektrálního rozštěpení
- 2.)  $T_1$  šířka absorpční čáry
- 3.) Počet hyperjenných čar a velikost rozdílů mezi těmito čarami

Radiofrekvencní spektroskopie.

Molekulární magnetická rezonance.

$F'' \rightarrow F'$  přechody mezi hladinami charakterizovanými rovní přechody mezi různými hodnotami, dávají vznik hyperjenné struktury.

Magnetické pole o intenzitě několika málo tisíc Oe rozkřehává vlnu mezi  $J^*$  a  $I^*$  a tyto jsou tedy prostorově kvantovány nezávisle na sobě

$$M_J = J, J-1, \dots, -J;$$

$$M_I = I, I-1, \dots, -I;$$

Podobně jako u EPR lze absorpci dlouh. energií v magn. poli navodit přechody mezi stavy s různými  $M_J$  - tato metoda je nazývána NMR

Metoda NMR spočívá ve studiu přechodů mezi  
individuálními energetickými hladinami  
odpovídajícími různým orientacím nukleárního  
magnetického momentu.

Jak nyní bude tato orientace měněna při absorpci  
dlouh. energie.

Nukleární magnet. moment  $M_I = g_I \frac{e p_I}{2 m_p c}$   $p_I = \frac{h}{2\pi} \sqrt{I(I+1)}$

$$M_I = g_I M_N \sqrt{I(I+1)}$$

$$M_{\text{proton}} = 2,7996 M_N$$

$$M_{\text{neutron}} = -1,935 M_N$$

Larmorova precese  $\omega_L = \gamma_I B$

$$\gamma_I = \frac{\text{magnetický moment}}{\text{mechanický moment}} = \frac{M_I}{p_I} \rightarrow \text{magnetogyrační poměr}$$

Když nyní působí slabé magnetické pole  $H_1$  kolmé ke  
aplikovanému  $B_2$  ve fázi s precesí, bude se směřit  
směrem úhel mezi  $\mu_I$  a  $B_2$  t.j. směrem orientaci  
a tím i energii.

Nukleární magnetický moment má  $(2I+1)$  orientací  
a v magnetickém poli  $(2I+1)$  energet. stavů.

Energie v magn. poli bude

$$M = M_I \cos \theta$$

$$E_{M_I} = E_0 - g_I M_N M_I H$$

Když  $I = \frac{3}{2}$   $M_I = \frac{3}{2} ; \frac{1}{2} ; -\frac{1}{2} ; -\frac{3}{2}$

Tedy korespondující energie budou

$$E_0 - \frac{3}{2} g_I M_N H, E_0 - \frac{1}{2} g_I M_N H, E_0, E_0 + \frac{1}{2} g_I M_N H, E_0 + \frac{3}{2} g_I M_N H$$

změny energie při změně stavu

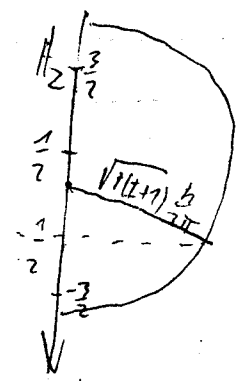
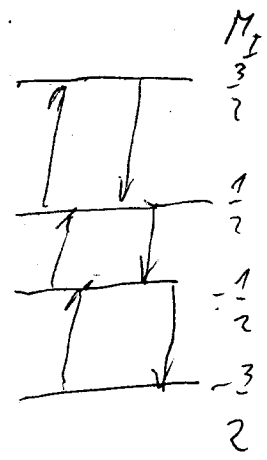
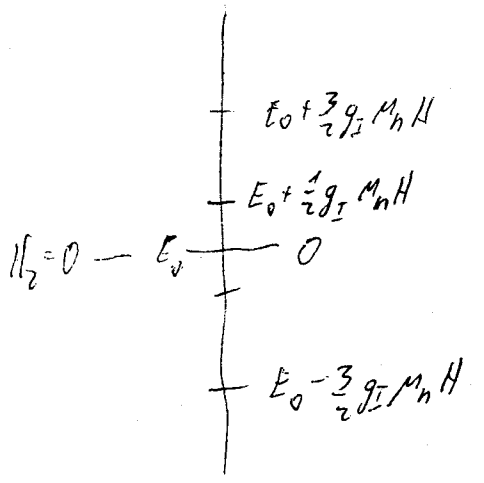
$$\Delta E_{M_I} = E_{M_I}^{\prime} - E_{M_I}^{\prime\prime} = -g_I M_N H M_I^{\prime} + g_I M_N H M_I^{\prime\prime}$$

$\Delta M_I = \pm 1$  a tedy

$$\Delta E_{M_I} = \underbrace{-g_I M_N H}_{\text{emise}} \quad \text{nebo} \quad \Delta E_{M_I} = \underbrace{+g_I M_N H}_{\text{absorpce}}$$

Tedy mohou nastat přechody pouze mezi sousedními hladinami.

Tedy pro absorbovanou vlnu platí  $h\nu_a = g_I M_N H$



Mířší hladiny jsou méně naplněny a tak může být absorpce pozorována

Jaká je převaha v daném stavu (uvážíme systém se dvěma stavy)

$$M_I = \pm \frac{1}{2}$$

$$N_1 - N_2 = \left( \frac{N_1}{N_2} - 1 \right) N_2 = \left( \frac{\exp \frac{g_I M_N B}{2kT}}{\exp -\frac{g_I M_N B}{2kT}} - 1 \right) N_2 = \frac{1 + \frac{g_I M_N B}{2kT} - 1 + \frac{g_I M_N B}{2kT}}{1 - \frac{g_I M_N B}{2kT}} N_2$$

$$N_1 - N_2 \sim \frac{g_I M_N B}{kT} N_2$$

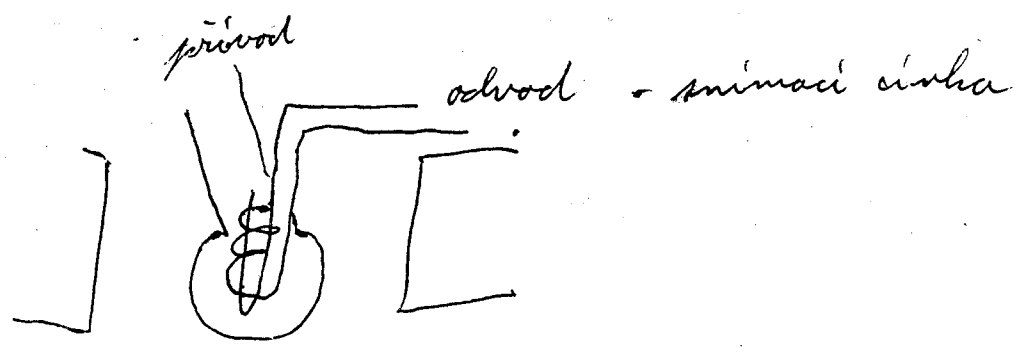
po dosazení dostaneme, že  $N_1 - N_2 \approx 7 \times 10^{-6} N_2$ . Tedy je-li v korním stromu milion protonů (jader) je v dolním stromu o 7 více. Proto je vidět jak je tento efekt jenny!

Příkdy u pevných látek jsou rezonanční absorpční čáry velmi široké a rezonanci je možno pozorovat jisti od několika KHz do několika stovek KHz ( $1 \sim 30 \text{ Ae}$ )

Tato studia jsou důležitá pro studium polymer molekul v pevných látkách

- Hlavní účty:
1. určení struktury
  2. určení grupy symetrie
  3. analýza směsi

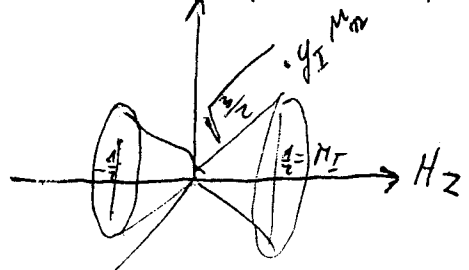
Zavěření stejné jako u EPR pouze i proveda magnet v magm pole je jista



přívod R.F. cívka

Celková orientace je na obědřku  
osa přijímací cívky

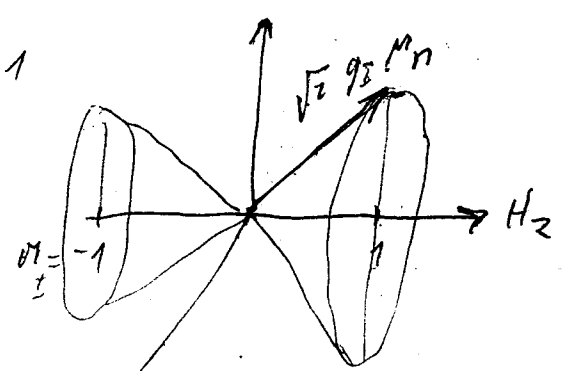
$I = \frac{1}{2}$



Přib. up

P.V. coil

$I = 1$



R.F. coil

Precedujúci magnetický moment je rozložený do na smeru kolmou a rovnobežnou s  $H_z$ .

- a.) Keďže je iba jedno jadro meri magnetu. Potom jedna složka momentu rotuje v smere kolmém k  $H_z$  a složka paralelní s  $H_z$  dává výslednou magnetisaci v smere  $H_z$ .
- b.) Je-li jader ve vrstve více jejich složky magn. momentu kolmé k  $H_z$  se navzájem ruší. Ale magnetizace v smere  $H_z$  růstá.

V rezonanci však je měřen směr nastavení elementárních magnetů vně vrstvy t. j. v cíve P.V. Toto obecní však ještě nedává signál v cíve P.V.

R.F. signál napříd různé atomy a molekuly sfázuje.

Při přechodu se změni i stavba rovnoběžna s  $H_z$  a to nám v P.V. způsobí rychlou periodu.

V podstatě je NMR měně citlivá a tedy i měně citlivá než EPR.

# Molekulární magnetická rezonance - NMR

klasična metoda umaznita merenim  $g$ -faktorů nektřichých jader, mj. i volben - protonů.

Vr. 1946 se podarilo Purcellu, Blochovi a Tasseyovi sledovat jiv protonové magnetické rezonance přímo v kondenzovaných látkách (kapalinách, krystalích i amorfních l.).

U EPR se tato metoda principiálně nelíží, ale magnetická pole jsou ve větší a frekvence nižší.

Podmínka rezonance buclí opit  $\nu = \frac{1}{h} g \mu_N H_0$  - to platí pro protonovou rezonanci.

Konstantní magn. pole  $H_0$  lze opit rozmitat  $H = H_0 + H' \sin \omega t$  kde  $\Omega = 50 \text{ Hz}$  (obvyčejně) a toh lze zavít oscilografické záznamem.

## Klasická teorie molekule paramagnetické rezonance.

Jele nepřesně s izolovanými jaderými spinny, ale s jejich soubozem jaderných momentů, které jsou v interakci s magnetem (spin-spinová interakce) a s částicemi systému (spin-mřížková interakce).

Ute pobojných teplotách je při vysokých magn. polích rozvit v populacích barvito a chlívito stova nezábrny (militantní)

Prvníme se výsledný moment molekule magnetizace ale ho rozven  $\vec{M}$ . Základ v magnetickém poli při rovnoběžné disipativních jeví platí (obdobě  $\vec{M}$  vektoru magnetického pole)

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma [\vec{M} \times \vec{B}] \quad \frac{d\vec{M}}{dt} = |\vec{M} \times \vec{B}|$$

$\gamma$  - gyromagnetický poměr

Když  $H = H_0$ , hová vektor  $\vec{M}$  precesi s  $\omega_0 = \gamma H_0$ , kde

$$\gamma = \frac{\vec{M}}{I\hbar} = g \frac{e}{2m_e}$$

komarov precese.  
 $\gamma$  - je l. av. gyromagnetický poměr

ve skutečnosti je tato veličina přesně tlumena spin-spinovou a spin-mříčkovou relaxací

Bloch rovnice pro makroskopický popis časové relaxace magnetického momentu  $\vec{M}$  do dvou relaxačních dob  $T_1$  a  $T_2$ .

Když vektorovou rovnici rozepíšeme do složek

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma [\vec{M} \times \vec{H}] = \begin{pmatrix} \frac{dM_x}{dt} \\ \frac{dM_y}{dt} \\ \frac{dM_z}{dt} \end{pmatrix} = \gamma \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ M_x & M_y & M_z \\ 0 & 0 & H_0 \end{vmatrix}$$

$$\frac{dM_x}{dt} - \gamma [M_y H_0] + \frac{1}{T_2} M_x = 0$$

$$\frac{dM_y}{dt} + \gamma [M_x H_0] + \frac{1}{T_2} M_y = 0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{M} \times \vec{B}$$

$$p = g \frac{e \hbar}{2m} \sqrt{I(I+1)}$$

$$M = \gamma p$$

$$\frac{dM_z}{dt} + 0 + \frac{1}{T_1} M_z = \frac{1}{T_1} M_0 \Rightarrow \frac{d(M_z - M_0)}{dt} = -\frac{1}{T_1} (M_z - M_0)$$

Proton  $M_z \rightarrow M_0$  s relaxační dobou  $T_1$  naryčímé podílnou relaxační dobou (týká se složky  $\vec{M}$  podél vnějšího magnetického pole).

Proton složky vektoru magnetizace  $M_x$  a  $M_y$  relaxují k nulové hodnotě s relaxační dobou  $T_2$ , rovnou příčná relaxační doba. To tedy

$$M_z - M_0 = [M_{0z} - M_0] e^{-\frac{t}{T_1}} ;$$

$$M_x = M_{0x} e^{-\frac{t}{T_2}} ; \quad M_y = M_{0y} e^{-\frac{t}{T_2}}$$

kde  $M_{0z}, M_{0x}, M_{0y}$  jsou hodnoty složek vektoru jaderné magnetizace pro  $t=0$  při  $M_z = M_0$ .

Rovnice lze upravit i pro protony (příčná magnet. pole,



Pro malých amplitudách nf. magnetického pole je šířka  
 > rezonanční čáry při absorpci lána určena  

$$\Delta \nu = \frac{e}{T_2}$$

Větší absorpce nf. energie v měrné látce způsobuje jaderná  
 rezonance i relaxaci nf. obvodu (mění se indukčnost cívky)  
 Tato se využívá u metody jaderné indukce. Kromě cívky  
 vysílající se používá ještě cívka přijímací, která přijímá nf.  
 signál vysíláný při precesi jader.

Úponam relaxačních dob  $T_1$  a  $T_2$ .  
 Volitelná relaxační doba  $T_1$  charakterizuje rychlost, se kterou  
 se vrací složka  $M_z$  některu magnetizace do rovnovážné  
 polohy.

Volitelná relaxační doba  $T_2$  souvisí se zkrácením koherence  
 precese jednotlivých jader. V okamžiku  $t=0$  jsou jadra  
 precesní pohyb přesně ve fázi - po době  $T_2$  se rozjedou  
 ve fázi a jejich magnetické momenty do směru  $x$  a  $y$   
 se navrácejí zpět.

Stupnice fáze protonové rezonance

Ve sloučeninách určitého jsou jadra volitelných vidí obklopena  
 elektrony. Vnější magn. pole je stíněno vnitřními  
 poli a tak k rezonanci dochází při poněkud  
 nižších frekvencích než u volných jader volitelných.  
 Tato t. zv. diamagnetické stínění je lineární  
 stejnosměrnému magn. poli. Je různé nejen u  
 různých látek, ale i pro různé prvky u téže  
 látky pokud se nalézají v různých chemických  
 konfiguracích.

Tímto způsobem rezonanční frekvence se často říká  
chemický posuv. CH3-CH2-OH - ethylalkohol

chemické prostředí odpovídá  
 různým skupinám



Posuv kedy závisí na štruktúre molekuly.  
 Chemický posuv je typický pre niektoré skupenosti atómov  
 a keď to kedy vysvetľovať pri analýzách nernámych  
 slončinn. Všetok posuv sa spravidla odlišuje  
 vzhľadom

$$\delta = \frac{H - H_r}{H_r}$$

$H, H_r$  jsou hodnoty vnějšího magnet. pole při resonanci  
 $H$  - daný vracek,  $H_r$  - referenční látka.

Ref. látky: voda, benzol, cyklohexan mají 1. stupeň.

Někdy se používá vnitřní standard - ušně rezonanční  
 čáry rozpustitelů nebo přírodní rozpustné látky.

Místo  $\delta$  se rovná někdy jednotka  $\tau$

$$\tau = 10 - \frac{\nu - \nu_f}{\text{pole. osc.}} \times 10^6 > 0$$

$\nu_f$  - rezonanční frekvence tetramethylsilanu

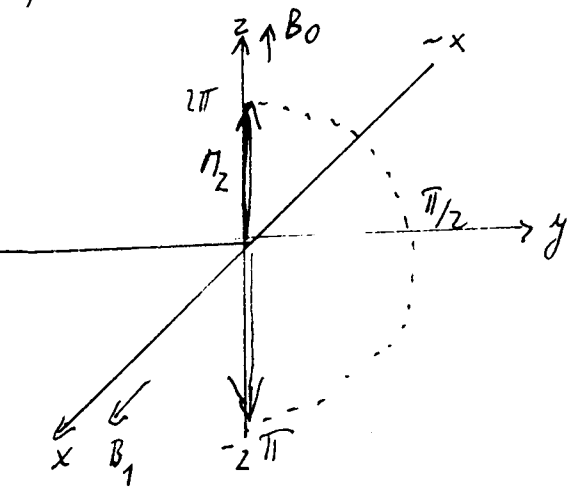
Chemický posuv závisí na rozpustitelu a proto je tato metoda  
 vždy uvést.

Pro zvýšení rozlišovací schopnosti se jednotlivé rezonanční  
 čáry rozpouštějí na jemnou strukturu.  
~~to~~ Různé protony na sebe působí a tím vznikají další  
 rezonanční frekvence. Hlavní struktura je tedy zá-  
 vislá na struktuře molekuly.

(Dělat rozlišit zejména izomery v org. chemii)

# NMR tomografie

Domníváme se normální lepkaty je počet orientací nukleonů  
 spinů asi  $10^{-6}$  x větší ve směru pole, vytváří křehko  
 asi  $10^{16}$  spinů v  $\text{cm}^3$  výsledný vektor magnetizace  $M_z$ ,  
 je-li  $B_0 \parallel z$ .

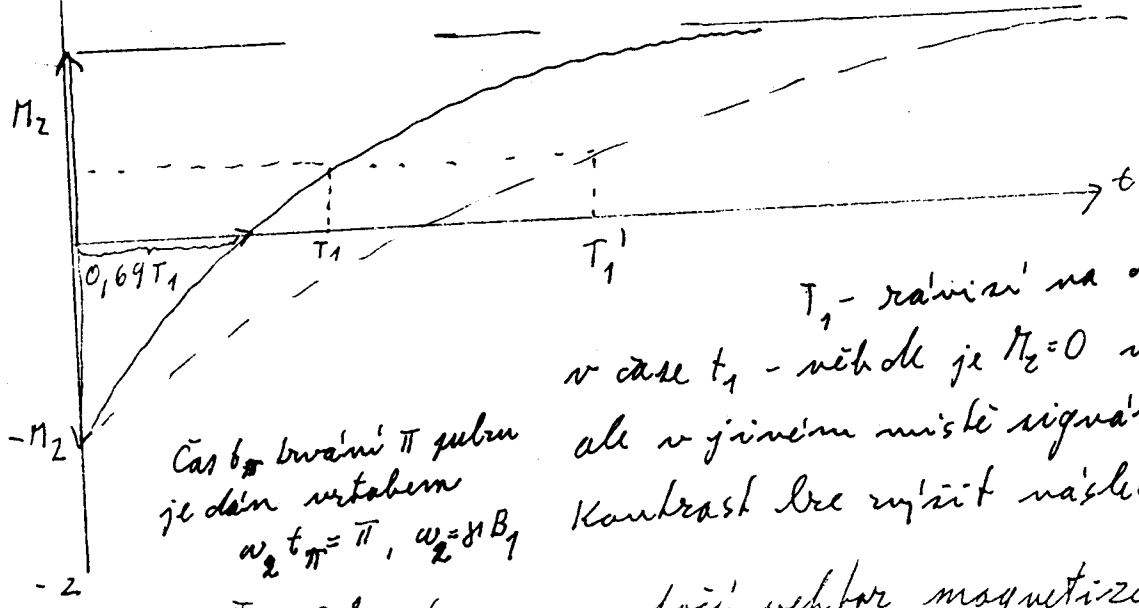


Bude-li kromě statického pole  $B_0 \parallel z$  působit ještě vf. pole  $B_1$  orientované kolmo k  $B_0$  a splňující podmínku rezonance (Larmorovy frekvence), natočí se vektor magnetizace do směru  $y$  a poleže až do směru  $-z$ , až se nakonec vrátí do směru  $+z$  a celý děj se opakuje.  $\omega_1 = \gamma B_0(1-\sigma)$ ,  $\sigma$ -stínění!

Je-li pole  $B_1$  odpojeno v okamžiku, kdy magnetizace směřuje do směru  $-z$ , odpovídá to tzv.  $\pi$  nebo  $180^\circ$  pulsu.

Je-li systém ponechán sám o sobě, navrátí se po určité době (relaxuje) do rovnovážného stavu. Dle Blochovy rovnice se tak děje exponenciálním dějem.

$$\frac{dM_z}{dt} = -(M_z - M_z^0) / T_1 \quad \frac{dM_z}{M_z - M_z^0} = -\frac{dt}{T_1} \quad \frac{1}{2} = e^{-\frac{t}{T_1}} \Rightarrow T = 0,69 T_1 \quad T = \ln 2 \cdot T_1$$



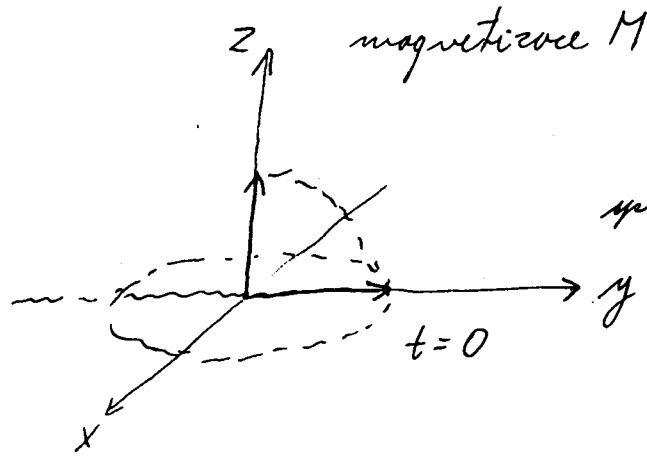
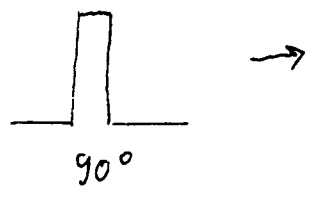
$T_1$  - relaxace na druhu tkání  
 v čase  $t_1$  - někde je  $M_z = 0$  nedává signál  
 ale v jiném místě signál dáva.  
 Kontrast lze zvýšit následujícím způsobem

Čas  $t$  trvání  $\pi$  pulsu je dán vztahem  $\omega_2 t = \pi$ ,  $\omega_2 = \gamma B_1$

Při  $\frac{\pi}{2}$  -  $90^\circ$  pulsu se natočí vektor magnetizace o  $90^\circ$  tj. do směru  $y$ . Potom po nějakou dobu preceduje  $\vec{M}$  okolo směru pole v rovině  $xy$  s Larmorovou frekvencí.

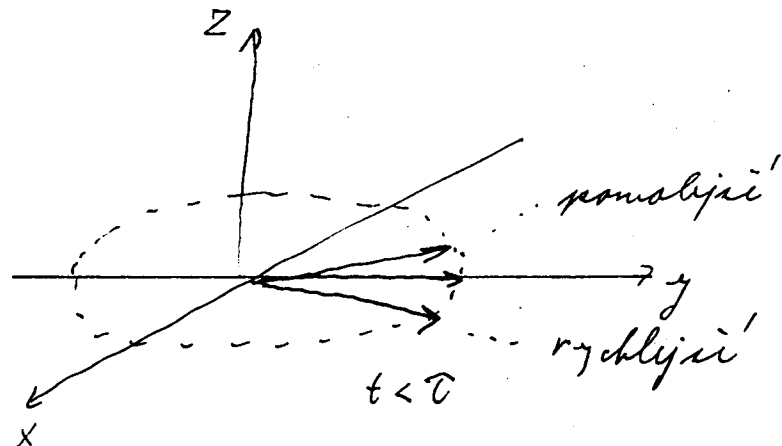
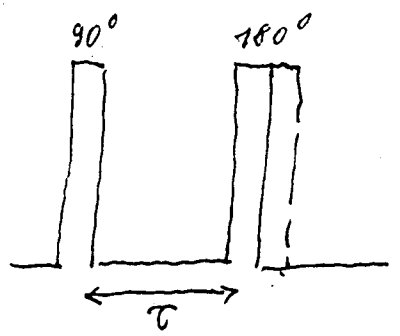
$$t = \frac{\pi}{\omega_2} = \frac{\pi}{\gamma B_1}$$

Vzhlédem k nehomogenitám pole  $B_0$  (sklopením detektoru, změnou polarity) měříme všechny spiny rychleji, pomaleji či stejně rychle, než by odpovídalo střední hodnotě.



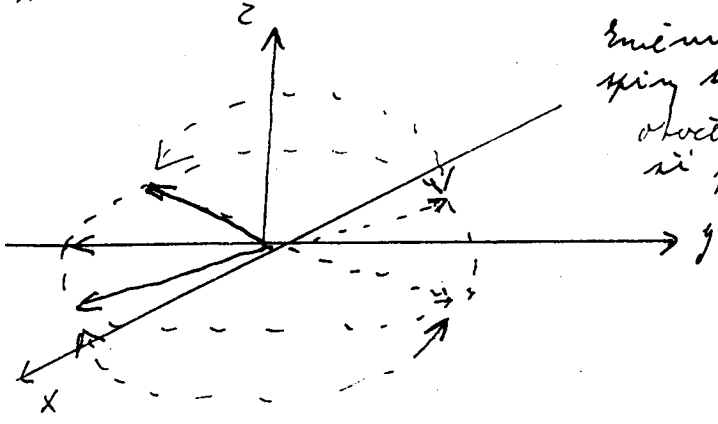
spinové kluby se rozvíří

upřesňujeme po čase  $\tau$  180° pulsu

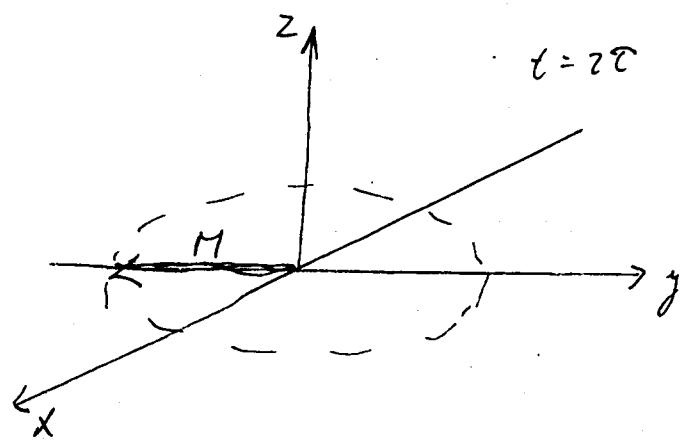
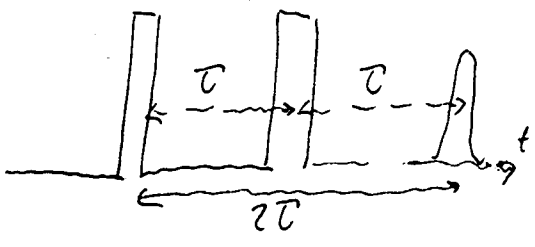


střední hodnota  $\langle M_z \rangle$  je rovna 0, a nedává signál.

$t = \tau$



směni všechny spiny svůj směr otáčení, nejrychlejší je opožděn, nejpomalejší je napřed.

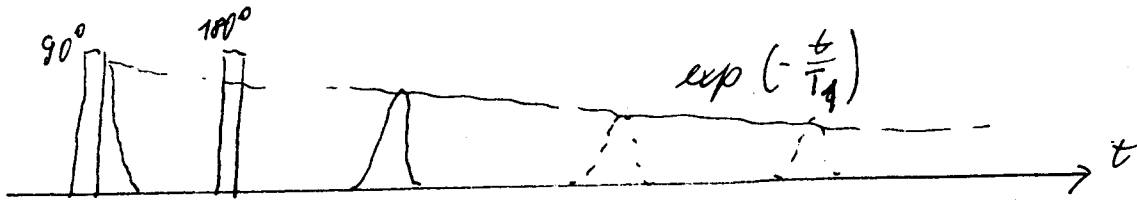


$t = 2\tau$

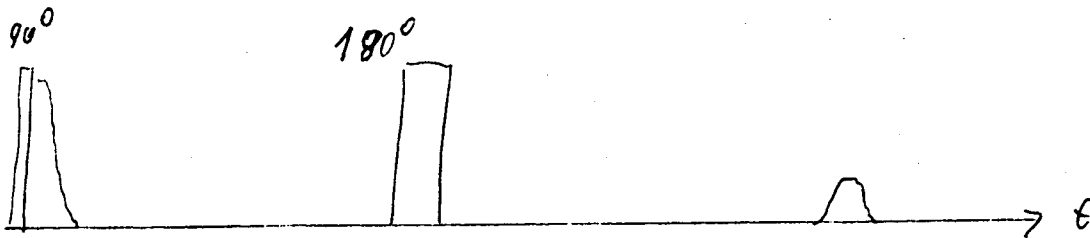
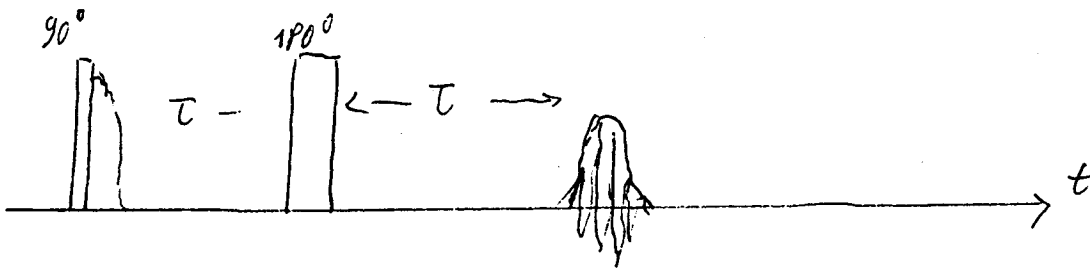
po čase  $t = 2\tau$  nejpomalejší opět doboví nejrychlejší. v rovině xy se obnoví M a dáva měřitelný signál - spinové echo.

Kromě vratného rozfázování vzniká i nevrstvé rozfázování, které je způsobeno vzájemnou interakcí spinů. Následkem toho se s rostoucím časem  $t$  měří  $90^\circ$  a  $180^\circ$  pulsem spinové echo zmenšuje. Tento pokles je úměrný  $\exp[-\frac{t}{T_2}]$ ;  $T_2$  - příčná relaxační doba. (spin-spinová rel. doba)

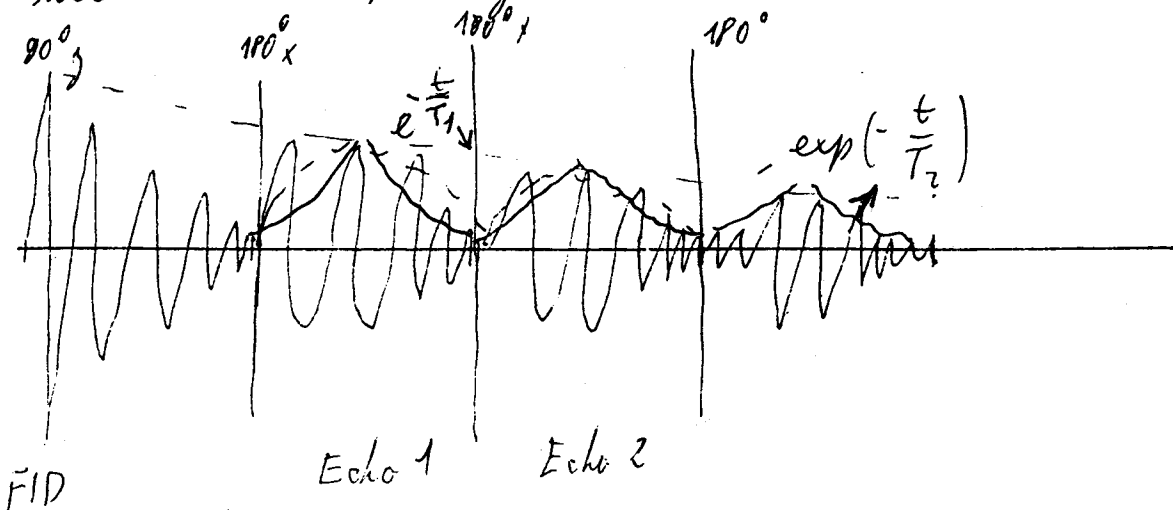
$T_2$  je pro různé kladné různé podobně jako u  $T_1$  citlivé na různé vlivy, zejména na vzájemnou interakci mezi spinami pro větší hustotu.



Tedy s rostoucí prodlevou mezi  $90^\circ$  a  $180^\circ$  pulsem klesá i signál spinového echa.



V praxi po  $90^\circ$  impulzu následuje celá řada  $180^\circ$  impulzů, mezi nimiž je registrováno spinové echo



4.  
Přes homogenní pole  $B_0$  se přibližuje gradientní mag. pole  
ve směru  $z$ . Rozruší tedy protony jen v úzkém řezu.

Vytváří se matice měřicích bodů a rovněž gradient  
ve směru  $x$  a  $y$ .

Využívá se Fourierovy transformace získaného signálu.

Signál v detektoru cívele způsobuje rotující  $M_{\perp}$  - tedy  
jako rotující kycový magnet.

V biologickém materiálu činní podélná relaxace  
doba  $T_1 \approx 0,1 - 0,6$  s, příčná doba  $T_2 \approx 0,010 - 0,20$  s.

Gradientový pole se vysvětlují řez v rovině  $xy$

$$\omega_1 = \gamma \left( B_0 + \frac{\partial B_z}{\partial z} z_1 \right) = \gamma \left( B_0 + G_{zz} z_1 \right)$$

$G_{xz}, G_{yz}$  - dýchávací signálu

$$\omega_x = \gamma (B + G_{xz} x)$$

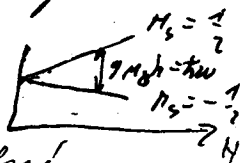
# Dvouhladinové maser (velký elektron)

jsou nejjednodušší. Zde můžeme povíít i systémem s více hladinami, ale pouze dvě hladiny užitečné.

Jak dosahujeme inverze:

1. pulsem inverze o  $180^\circ$
2. rychlý adiabatický průchod
3. náhlé obrácení směru pole

Využití dvouhladinového maseru pro praktické účely je těžké, poněvadž umozňuje pouze pulsní pracovní režim. Povíívá se však jako impulsní zdroj milimetrových a submilimetrových vln.



Když by byly zcela rovinné, byly by hned po napnutí pole obě hladiny stejně obsazeny. Ve skutečnosti působí na spiny dodatečné interakce, tepelné kmitky mřížky atd. Tím, že spin předá energii mřížce, je vytvořen mechanismus způsobující, že většina elektronů se v krátké době orientuje ve směru pole, udrží prakticky věčně. Doba potřebná k ustavení rovnovážného rozdělení je dobou tepelné relaxace  $T_1$ .

$N_1$  - počet spinů na nižší hladině  
 $N_2$  - počet spinů na vyšší hladině

$$N_2 = N_1 e^{-\frac{2m_B H}{kT}}$$

$N_1 - N_2$  je naměřeným efektivním počtem spinů.

Celkový magnetický moment krystalu je roven magnetickému momentu spinů násobenému efektivním počtem spinů.

Inverze o  $180^\circ$  je jednoduše obrácení směru vektoru magnetického H.

Poněvadž  $2m_B H \ll kT \Rightarrow N_2 - N_1 = -\frac{2N_1 m_B H}{kT}$  poněvadž  $2N_1 = N$  celkový počet

$$N_1 - N_2 = N m_B H / kT$$

Vektor  $M = N \mu_B^2 k / kT$   
magnetisace

(Metoda spinové arby)

Průběh: Paramagnetický krystal je umístěn v dutinovém rezonančním kóru jehož teplota je několik stupňů Kelvina. To vše je v magnetickém poli.

Vysočofrekvenční pole  $H_1$  musí být kolmé ke statickému  $H_0$ . Krátkým pulsem je dosááno inverze. Floukí postíre působí časový interval mezi inverzí a funkcí svazovaní.

Když  $H_1$  a  $\omega$  vyhovují podmínce  $\omega = \frac{g \mu_B H}{\hbar}$

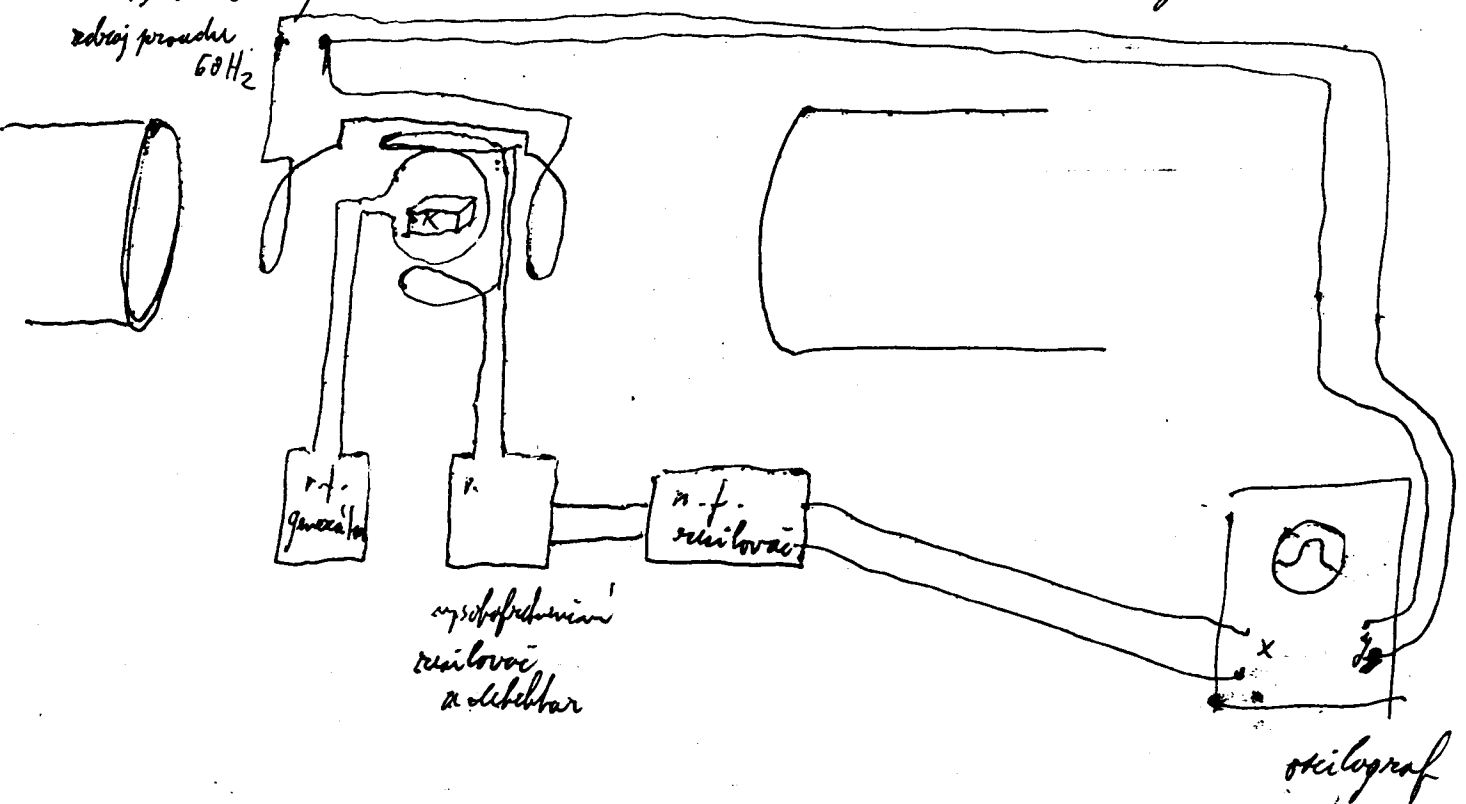
potom během rezonance vektor magnetisace  $M$  rovalva přechází po spirále le 180 stupňové orientaci a potom se vrací zpět.

Inverze musí probíhnout v krátkém čase než je relaxační doba.

Rychlý adiabatický přechod - RAP.

Bloch - jaderná rezonance - Nobelova cena - analogie.

radiový proud 60 Hz





modulace vysokofrekvenčního a magnetického pole způsobuje  
precesi v řádkovém směru vektoru  $H$ , čímž v detekční cívkě  
indukuje elektromotorickou sílu.

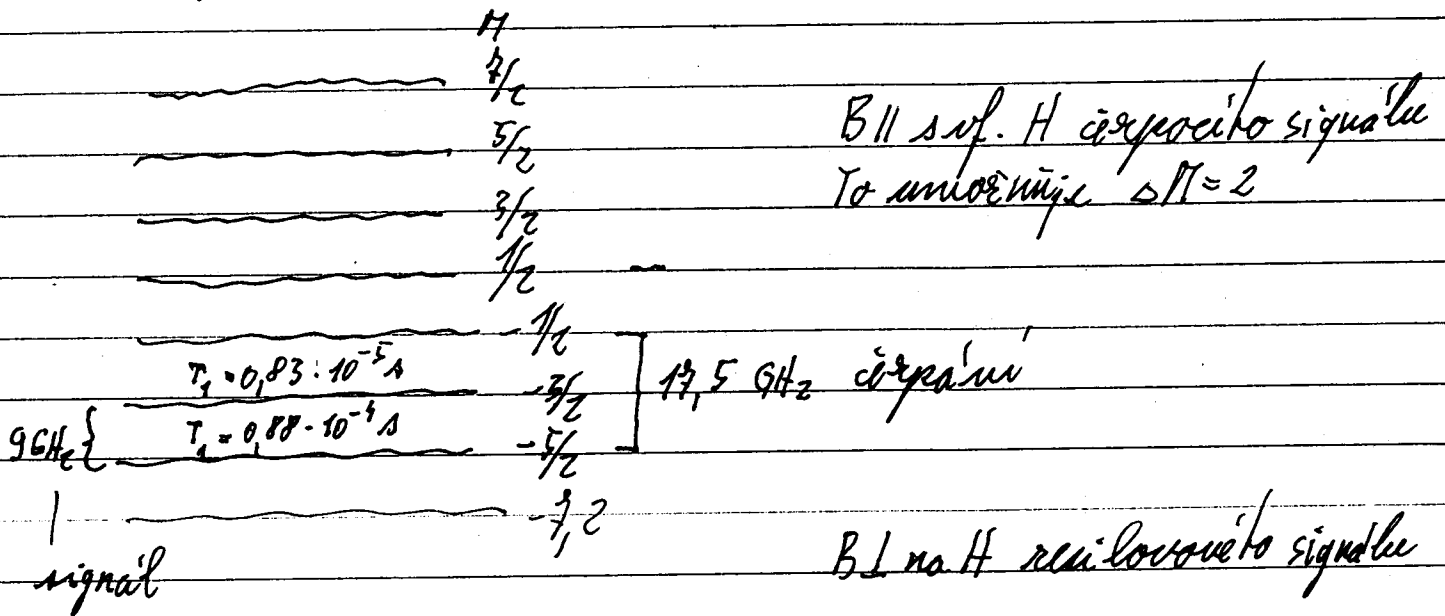
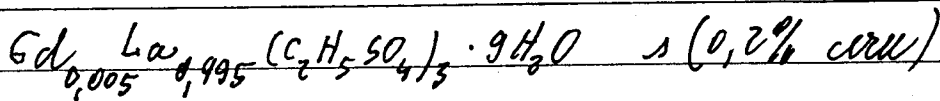
RAP umožňuje řídit, čímž projdeme oblastí rezonance modula-  
cí magnetického pole frekvencí 60 Hz.

V navigačním systému, rotujícím úhlovou rychlostí  
<sup>drubou polarizovaného rf. pole</sup>  
dokážeme.

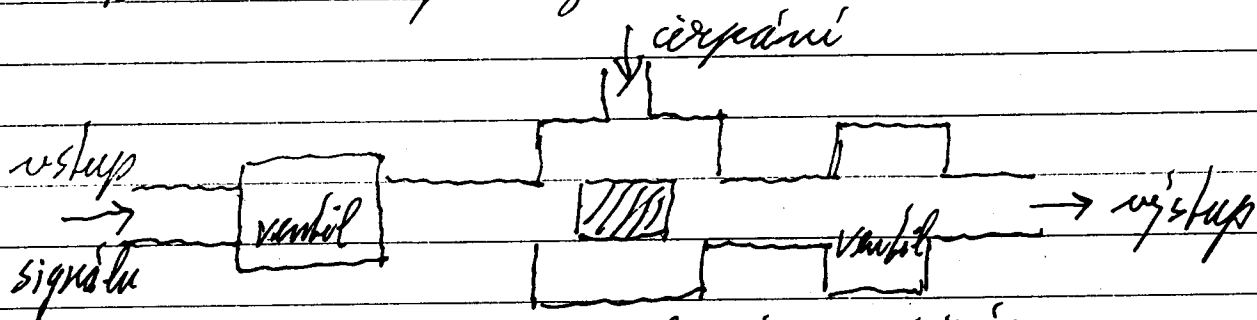
Náhlá změna pole:

Tríhladinové masery na bázi paramagnetických látok umožňujú kontinuálny prevaz

Ethylsulfát gadolinia - funkčnú je  $Gd^{3+}$



Prítomnosť ceru spôsobuje rozdíl relaxačných dob



chladenie pre sníženú činnosť

rozměna  $Q$  - vliv na šířku pásma

## Nelineární optika

Světelná vlna je charakterizována frekvencí, amplitudou a polarizací  
Tedy monochromatická, harmonická vlna se šíří podél osy  $z$

$$\vec{E}(t, z) = \vec{e} A \cos(\omega t - k z)$$

$\vec{E}$  - vektor el. pole vlny,  $\vec{e}$  - jednotkový vektor charakterizující směr polarizace

$A$  - amplituda [V/cm],  $k = \frac{\omega}{c} n$  - vlnový vektor =  $\frac{2\pi}{\lambda} n$

S amplitudou je spojen také záření nebo-li intenzita vlny

$$I = \frac{c n A^2}{8\pi} \quad [\text{Watt/cm}^2] \quad \text{celkový výkon } P = I \pi a^2 \quad [\text{Watt}] \quad \text{hde}$$

$a$  - je poloměr svazku.

Před objevením lasera byly všechny jevy v optice (absorpce, odraz, atd.) vysvětleny tak, že rozhodujícími faktory byly frekvence a polarizace světelné vlny. Tedy amplituda  $A$  dopadající světelné vlny neměla vliv na charakter efektu.

Šmíká otázka jestli platí, že všechny optické jevy nezávisí na intenzitě záření?

Pokusy se svazky  $10^8 - 10^{10} \text{ W/cm}^2$  ukázaly, že existuje velmi podstatná závislost optických jevů na intenzitě.

Přitom nejde o nějaké malé opravy, ale o zásadní změny.

Jak se šíří rovinný obklopený svazek v prostředí

že skutečnosti visí, že se svazek rozšiřuje a rozptyluje vlnem difrakce. Přitom difrakční rozptyl nastává nejen v určitých prostředích, ale i ve vakuu. Tak rozptylování lze charakterizovat difrakčním sílkem -  $R_d$ .

$$R_d = k a^2 / 2 \quad a - \text{poloměr svazku}$$

Přitom na vlnové délce  $R_d$  se objeví difrakční rozptyl charakterizovaný sílkem

$$Q_d = \frac{1,22 \lambda}{\pi a}$$

Tichome rovnice, že tento jev závisí na intenzitě

Převládá rozbor úhlové, se kterým jsou spojeny velmi velkou intenzitou elmg. pole světelné vlny. Toto světelné pole samo tudíž vzniká tímto prostředím (malé kavitě, akustické kavitě) na kterých se potom energie rozptyluje. Tento rozptyl se nazývá vynuceným (indukovaným) rozptylem. Vzniká t. zv. samomodulace světla.

### Optické harmoniky.

Při průchodu kapalinou nebo krystalem lze abstrahovat kromě spektrálních bočních komponent (kromě rozptyl.) rovněž vlny  $\omega$  t. j.  $2\omega$ ,  $3\omega$  atd. což jsou optické harmonické spektrální čáry. Intenzity některých harmonik v krystalech dosahují až 30-50% výkonu rozptylovacího režimu.

(Křemen, KDP - dihydrofosfát kalia)

Při východu světla z krystalu speklu

jiné efekty se silnými laserovými svazky.

Uvažuje se, že některá prostředí jsou nejvhodnější pro slabé intenzity, ale nevhodná pro intenzivní svazky (rozkmitaná prostředí).

Vairné světelné poli neexistuje čirvená hranice fotofektu.

(fotofekt lze pozorovat i při 2-3 a někdy až 6-7x menší energii intenzitě kvant než je svět. práce)

### Souvislosti mezi lineární a nelineární optikou.

Jak interaguje světlo s prostředím přes které prochází.

$n = \frac{c}{v}$  (index lomu harmonické vlny)  $v$  - fáze rychlost v prostředí

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

První interakce je následek. Přisobením světelného vektoru  $\vec{E}$  se atom a molekuly polarizují. Součinnosti  $\vec{E}$  kavitě, kavitě i polarizace.

višáci vlnický dipól a je možný zobrazením sluný vlnění a může modulovat na něj dopadající sluný vlnění.

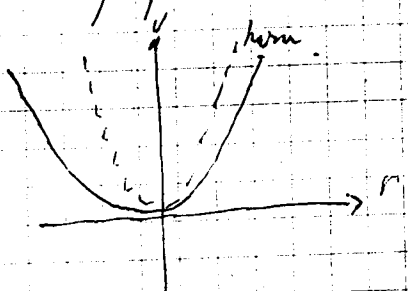
V lineární optice se předpokládá, že tyto sekundární sluný pole závisí na čas sluným způsobem jako pole na prostředí dopadající; tyto dvě pole se navzájem liší pouze fází a amplitudami. Pokud fáze mezi dopadajícími a navzájemnými polem v každém atomu (molekule) je přičinováno pro a fázová rychlost světla v prostředí liší od fázové rychlosti ve vakuu. Křáky energie při elementárním akce vzájemně interakce sluný s atomem se při přičinováno absorpci vlnění sluný.

Dipólový moment atomu způsobující vlnou buď:  $\vec{p} = q_0 \cdot \vec{x} E$   
 $P = \alpha E$   $\alpha$  - lineární atomová susceptibilita

dipólový moment  $1 \text{ cm}^3$  prostředí  $P$  se nazývá polarizovatelnost  
 $P = N \alpha E = \epsilon_0 \epsilon E$   $\epsilon$  - dielektrická susceptibilita  
 Dielektrická konstanta  $\epsilon = 1 + \frac{4\pi}{3} N \alpha$ ,  $n = \sqrt{\epsilon}$

Je-li platí tyto rovnice neměly by nelineární jevy existovat. Vlny různých frekvencí se prostředím liší nelineárně na sobě, t.j. platí princip superpozice.

Narušení na atomární (molekulový) dipól je zde však stejné jako na horn oscilátor. (rovnice  $P = \alpha E$  z toho vyplývá). Je však nyní atakem je-li je optický elektron jeví vlny harmonickým oscilátorem a nikoliv. Ukazuje se, že nikoliv. To je la mámo už před objevením laseru. Ukazuje se, že síla <sup>působení</sup> působící na elektron se mění v závislosti na výhled z rovinné polohy.



Působení jiných (sousedních atomů) se potenciálová jáma deformuje. Je nutno rozšířit anharmonický potenciál.

V silných metelých polích ráso síla působící na elektron  
 $F = h \cdot x + B \cdot x^2$  volá se silná porota, re. proumky x  
 rávise me i intenzitě pole (mýši moci-  
 ny se jir propvi.

Při velmi vysokých polích se objeví ještě cilm u sily sk.  $\frac{E}{E_0}$   
 0.1 om, kteri pole je silné a kteri slabé rozhoduje vnitřní  
 el. pole v krystalu, láte atd. umocime j y.  $E_0$

$E_0 = \frac{e}{r_0^2 \cdot 4\pi\epsilon_0}$   $r_0 = 10^{-8} \text{ m}$   $E_0 \approx 10^9 \text{ V/cm}$  u polovodiči  $E_0 = (10^3 \cdot 10^9) \text{ V/cm}$   
 to je max.

U nelazerných svaračů je intenzita  $I = (1-10) \text{ W/cm}^2$  a  $E = (0,1-1) \text{ V/cm}$   
 anharmonické efekty jsou zanedbatelné.

V laserových svaračích je  $I \approx 10^8 - 10^{10} \text{ W/cm}^2$  a  $E \approx (10^5 - 10^7) \text{ V/cm}$

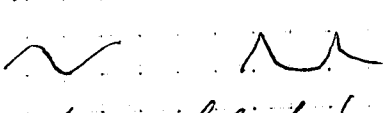
Lineární optika  $E \ll E_0$

nelineární - P a E nejsou vázány lineárním  
 vztahem

Potom prostředím přimodulované pole jir nebude  
 harmonické, narušuje se i princip superpozice

Nelineární efekty h y vznikají ve dvoře

a.) obruh s nelineární kapacitou, trioda

b.) šíření ultravioleto v kopalínách 

Nový kmit se dá vždy rozložit na kmit základní a  
 a kmit druhé harmonické 2w.

Heterodynování světla:

na fotovásovi dopadají dvě světelné vlny s velmi blízký-  
 mi  $\omega_1$  a  $\omega_2$  - Intenzita fotocproudu  $I \approx k E^2$

Jestliže  $E_1 = E_{01} \cos \omega_1 t$  a  $E_2 = E_{02} \cos \omega_2 t$  potom výsledná E  
 bude  $I \approx k (E_1 + E_2)^2 = k E_1^2 + k E_2^2 + 2 E_1 E_2 k$

První dva členy dávají konstantní proud třetí proud  
 a frekvenci  $\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ , který nelze detekovat  
 a další a frekvenci  $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ , který lze detekovat lze

Dvě skutečné čáry  $\lambda$  s úhloky v magn. poli [Zeemanův jev]  
 jsou vidny na fotohrotodru a fotoelektrony do rozsvícení  
 nastříveného na  $\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$  - detekujeme signál na antenových  
 svých vlnách.

První podmínky nelineárních efektů:

V silných polích bude polarizace  $P = \alpha E + \chi E^2 + \Theta E^3 + \dots$

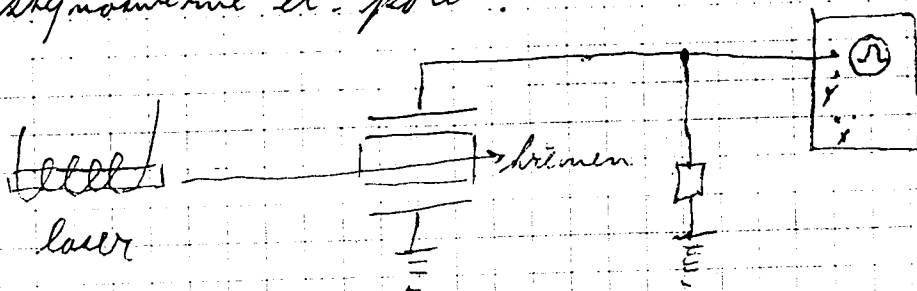
tedy  $P = P_{lin} + P_{nlin}$

Optická detekce (vyřinání)

Když prosvětlujeme prohledá vlna  $E = A \cos(\omega t - k_0 z)$   
 potom sekundární vlny obsahují frekvence  $2\omega, 3\omega$  atd.  
 Nelineární polarizace spojená s druhým členem v rovnici  
 však dává vznik i konstantní s nulovou frekvencí

$$\chi E^2 = \chi A^2 \cos^2(\omega t - k_0 z) = \frac{\chi A^2}{2} + \frac{\chi A^2}{2} \cos 2(\omega t - k_0 z)$$

Člen  $\frac{\chi A^2}{2}$  odpovídá konstantní polarizaci prosvětlené  
 v poli intenzivní harmonické světelné vlny.  
 Tato má přivádět k jevu nazývanému „optická detekce“  
 nebo „optické vyřinání“. Vzniká tedy i konstantní  
 stejnosměrné el. pole.



Ještě sítěla  
 dá pole  
 na osciloskopu

Generace harmonických kmitů

Druhý člen v předchozím rozvoji  $\frac{\epsilon_0 A^2}{2} \cos^2(\omega t - k_z z)$  dává druhou harmonickou, kterou vyzařuje optický elektron v daném prostředí. O tomto efektu jsme již hovořili dříve. Nelinearita je spojena se třetím členem  $\Theta E^3$ , která nás přivádí ke třetí harmonické. Skutečná nelinearita polarizace způsobovaná tímto členem v harmonickém poli má tvar

$$\Theta E^3 = \Theta A^3 \cos^3(\omega t - k_z z) = \frac{3}{4} \Theta A^3 \cos(\omega t - k_z z) + \frac{\Theta A^3}{4} \cos 3(\omega t - k_z z)$$

Druhý člen tedy dává vyzařování na třetí harmonické 1967 - USA krystal calcit ( $\text{CaCO}_3$ ) + rubínový laser tato zařízení je mnohem slabší než u druhé harmonické.

Úměna indexu lomu

Z předchozí rovnice pro  $\Theta E^3$  plyne, že při prvním člen je nelineární porovnání zde vystupuje  $\Theta A^3$ . Tento člen umocňuje navíc nelineárního prvku členu k indexu lomu prostředí.

Pro d. indukci platí

$$D = \epsilon E = \epsilon A \cos(\omega t - k_z z) = [1 + 4\pi \epsilon_0 + 3\pi \Theta A^2] A \cos(\omega t - k_z z)$$

a tedy  $\epsilon = n^2 = \epsilon_0 + \epsilon_2 A^2$ ,  $\epsilon_2 = 3\pi \Theta$

Jelikož  $\epsilon_2 A^2 \ll \epsilon_0$  pakom lze psát

$$n = n_0 + n_2 E^2, \quad n_0 = \sqrt{\epsilon_0}$$

Silná světelná vlna mění index lomu a dodatečný člen  $n_2 E^2$  je tím větší čím je větší intenzita svět. vlny. Tedy světelná vlna vlastně působí sama na sebe - což jak uvidíme v další části provede v samofokusu světla.





## Skladání nelineárních efektů Rytarovými dráhy harmonické

Údajem dráhy harmonické je nelineární polarizace:

$$P^{(2)}(z, \omega) = \frac{\chi A^2}{2} \cos(2\omega t - 2k_1 z)$$

Polarizovanou vlnu si lze představit jako „antenu“, která se pohybuje v daném prostředí podél osy  $oz$  podle pravidla daného sběra uvedenou formuli. Rychlost pohybu této „antény“  $v_a$  se určí rovně se sběra uvedenou formuli jako fázeová rychlost vlny ráření  $v$  na rářlové frekvenci  $\omega$ :

$$v_a = v(\omega) = \frac{\omega}{k_1} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon(\omega)}} = \frac{c}{n(\omega)}$$

Při svém pohybu vřák „antény“ vyřazuje světelnou vlnu o frekvenci  $2\omega$

$$E = A_2 \cos(2\omega t - k_2 z)$$

$$\text{kde } k_2 = \frac{2\omega}{c} \sqrt{\epsilon(2\omega)} = \frac{2\omega}{v(2\omega)}$$

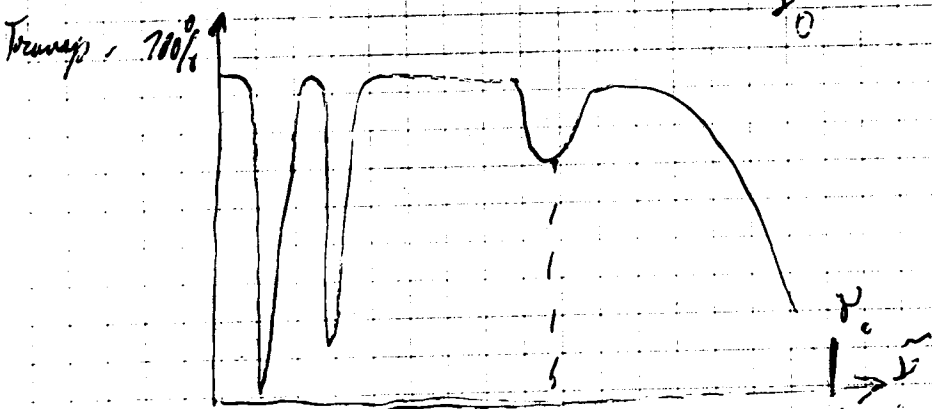
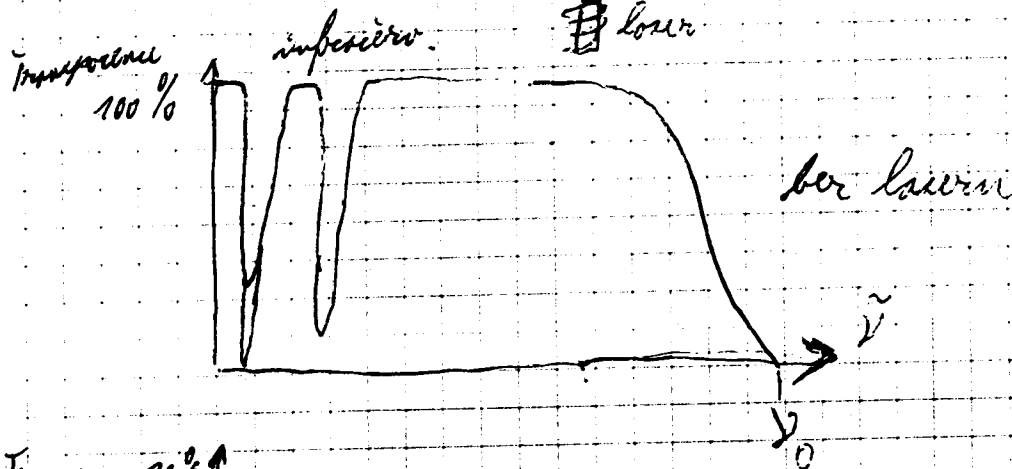
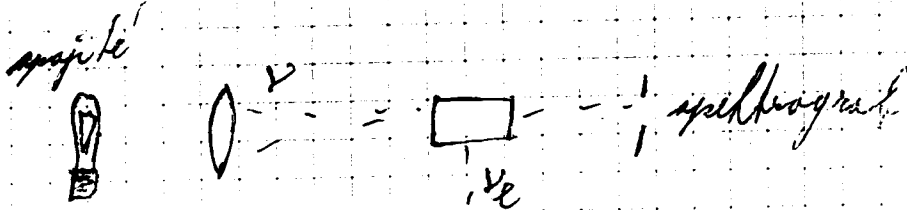
přímě fázeová rychlost světelné vlny na dráhy harmonické je dána hodnotou indexu lomu pro frekvenci  $2\omega$

$$v_f(2\omega) = \frac{c}{\sqrt{\epsilon(2\omega)}} = \frac{c}{n(2\omega)}$$

Tedy vlna 2-harmonické črpa svoji energií se rářlově-ka ráření sběra vlnou polarizace. Je jasné, že výměna energie bude maximální když rářloví fáze  $\phi$  mezi vlnou polarizace a 2-harmonickou vřstoví stejný na dostatečně velkých vzdálenostech

vidy lze užití jiné aparatury. Při intenzivní spážit spektrum se prokazuje ještě laserové záření. To při chodu látkou lze pozorovat kromě normální absorpce zářivo jiné jedné  $\lambda_1$  navíc podružné

$$h\nu_1 + h\nu_2 = h\nu_0$$



$\lambda_1$  - čára dvoufotonové absorpce

### mnohofotonový fotoefekt

kdysi je intenzita světla velká může fotoelektrický vstřípnost, je  $h\nu < A_{\text{mst}}$ , kdysi  $n \cdot h\nu > A_{\text{mst}}$  ( $n=2,3$ )  
 potom se jedná o n-fotonový fotoefekt.

## Parametrická generace světla. Spojitá rovinná frekvence laseru.

Světlo nelineárních optických jevů v krystalech směřuje ne takto přeměnit jednu frekvenci na frekvenci jiné, ale směřuje i plynnou rovinnou frekvencí světelné vlny.

Princip takového přeměny spočívá v následujícím: světlo na nelineární prostředí (jeho polarizace závisí na  $E^2$ ), dopadá silná světelná vlna o frekvenci  $\omega_c$  (čerpací vlna)

$$E_c = A_c \cos(\omega_c t + k_c z)$$

a současně ještě dvě vlny slabší

$$E_1 = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 z), \quad E_2 = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 z)$$

společné frekvence  $\omega_1$  a  $\omega_2$  splňují rovnici  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_c$

Podle polarizace  $P = \epsilon E + \chi E^2$ , vlny na frekvencích  $\omega_1$  a  $\omega_2$  jsou vzájemně svázané

Nelineární polarizace na frekvenci  $\omega_1$  je rovna

$$P^{nl}(\omega_1) = \frac{\chi A_c A_2}{2} \cos[\omega_1 t - (k_c - k_2)z]$$

a podobně nelineární polarizace na frekvenci  $\omega_2$

$$P^{nl}(\omega_2) = \frac{\chi A_c A_1}{2} \cos[\omega_2 t - (k_c - k_1)z]$$

t. j. na místě vzájemného působení vln na frekvencích  $\omega_c$  a  $\omega_2$  vzniká nové záření o frekvenci  $\omega_1$ , atd.

## Vlákna: Vlnový synchronismus

Rozdíl fází  $\Delta\varphi$  mezi vlnou polarizace a světelnou vlnou druhé harmonické se vlnem disperze světla v prostředí neustále mění. Velikost fázového rozdílu mezi kmito vlnami na délce  $l$  je rovna

$$\Delta\varphi = l(k_2 - 2k_1)$$

potom  $\Delta\varphi = 0$  při tehdy když  $2k_1 = k_2$  nebo  $v(\omega) = v(2\omega)$   
tato rovnice naryváme rovnici vlnového synchronismu

(16)

Trájené působení vlny nelineárním polarizací  $p^{nl}$   $(\omega_1)$  se světelnou vlnou o frekvenci  $\omega_1$  bude maximální když rozdíl fází mezi nimi bude konstantní na co márná největších vzdálenostech.

Rozdíl fází je stejný když, když  $k_i - k_1 = k_2$   
Analogicky pro druhé zápisad  $k_i - k_2 = k_1$

to jsou ekvivalentní rovnice, aby číselně se zapísají  
metvarem  $k_1 + k_2 = k_i$

Uložba:  $\rightarrow$

Tato podmínka (nebo její spolu s rovnici vlnového synchronismu)  
člová t. ro. podmínku synchronismu.

Když je podmínka synchronismu vyplněna potom energie  
črpy se přenáší vlnám o frekvenci  $\omega_1$  a  $\omega_2$   
a tyto se v nelineárním prostředí zesilují.

tedy když nelineární krystal je umístěn v optickém  
rezonátoru pro frekvence  $\omega_1$  a  $\omega_2$  a přitom je poskytnut  
silnou světelnou črpy vlnou -  $\omega_1$  a  $\omega_2$  se zesilují.

Když v krystalu oběi vlny mají různé dráhy  $\omega_1$  a  $\omega_2$   
hováí podmíne  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_i$ .

Samofokusace světla:

Fyzikální podstatou tohoto efektu je změna indexu lomu v silném světelném poli

Víme již, že pro index lomu platí  $n = n_0 + n_2 E^2$ , kde  $n_0 = \sqrt{\epsilon_0}$

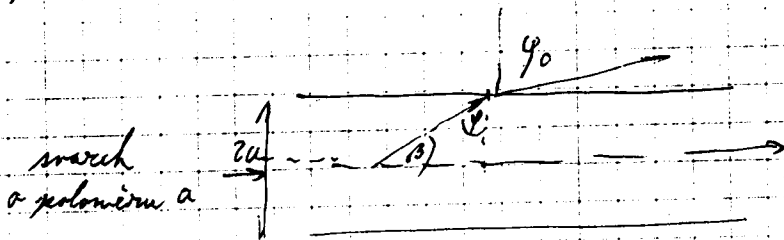
V látkách s polarizovatelnými molekulami nelineární závislost indexu lomu má souvislost s orientací molekul v el. poli světelném - t. j. s roztažením a smrtním jev.

Uvažme lineární svazek <sup>paralelní, cylindrický</sup> světla procházející  $n_2 > 0$ . Některé nelineární

vše svazek je  $n = \sqrt{\epsilon_0} = n_0$

Uvnitř svazku

je  $n = n_0 + n_2 E^2$



Paprsky jdoucí rovně svazku ven musí projít do opticky řidšího prostředí. Při dostatečně velkých úhlech  $\theta$  je možný totální vnitřní odraz

Kritický úhel odpovídá paprsku jež má úhel  $\beta_0$  vzhledem k ose je roven:

$$\beta_0 = \arccos \frac{n_0}{n_0 + n_2 E^2}$$

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_0}, \quad \sin \beta = 1$$

$$\sin \epsilon = \frac{n_1}{n_0} \arcsin \frac{n_1}{n_0}$$

Paprsky s  $\beta > \beta_0$  se odchylují ze svazku  
- II - s  $\beta < \beta_0$  se fokují do svazku

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \theta} = \frac{n_1}{n_0}$$

$$\frac{n_0 \sin \theta}{\sin \theta} = \frac{n_0 \sin \theta}{\sin \theta}$$

U svazku jež má fázová rovina při <sup>uplynutí</sup> vstupu do válce je rovinná se úhlem  $\beta$  vůči vstupu a k tomu difrakce

$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta} = \frac{n_0 + n_2 E^2}{n_0}$$

$$\beta_{0l} = \frac{0,67 \lambda_0}{n_0 2a}$$

Potom při  $B_d > B_0$  se svazek rozptyluje

- II - při  $B_d = B_0$  se svazek šíří jako v optickém prostředí  
(samokanalizace)

v tomto případě lze vypočítat i kritický výkon vedoucí  
ke samokanalizaci

$$P_{\text{krit}} = \frac{\mu_0^2 c (-1,22)^2}{256 n_2}$$

při  $B_d < B_0$  - nastane samofokuse

$P_{\text{krit}}$  je v některých obvazích cca  $\approx 1 \text{ W}$