

## 4. Úlohy z radiometrie

Úvodní problém – sestrojte graf vyjadřující závislost úbytku uranu  ${}^{235}_{92}\text{U}$   $N_t/N_0$  na čase  $t$ .

$N_0$  ... počet atomů uranu v čase  $t=0$

$N_t$  ... počet atomů uranu v čase  $t$

Uran  ${}^{235}_{92}\text{U}$  se rozpadá na thorium  ${}^{231}_{90}\text{Th}$  s poločasem rozpadu  $T=7.10^8$  let.

## 4. Úlohy z radiometrie

Mezi počátečním počtem atomů uranu  $N_0$  a počtem zbývajících atomů  $N_t$  v čase  $t$  platí vztah:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

kde  $\lambda$  je rozpadová konstanta prvku, která souvisí s poločasem rozpadu  $T$  podle vztahu:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

## 4. Úlohy z radiometrie

Rozpadovou konstantu  $\lambda$  si tedy můžeme vyjádřit jako:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

Pak dosadíme do vztahu (čas můžeme dosadit v jednotkách „rok“ za předpokladu, že budeme i v dalším postupu pracovat důsledně s touto jednotkou času):

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{7 \times 10^8} = 9,9 \times 10^{-10}$$

## 4. Úlohy z radiometrie

Máme sestrotit graf vyjadřující úbytek atomů uranu v čase (tj. graf  $N_t/N_0$  ku času  $t$ ), vyjádříme si tedy vztah pro poměr  $N_t/N_0$ :

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

Pro vyjádření poměru  $N_t/N_0$  nemusíme nutně znát počáteční počet atomů  $N_0$ . Je zřejmé, že počet atomů rozpadajícího se prvku v čase klesá, na počátku je tedy počet atomů nejvyšší. Můžeme si pak tento počet obecně vyjádřit jako 100%.  $N_t$  pak představuje procento dosud nerozpadlých atomů.

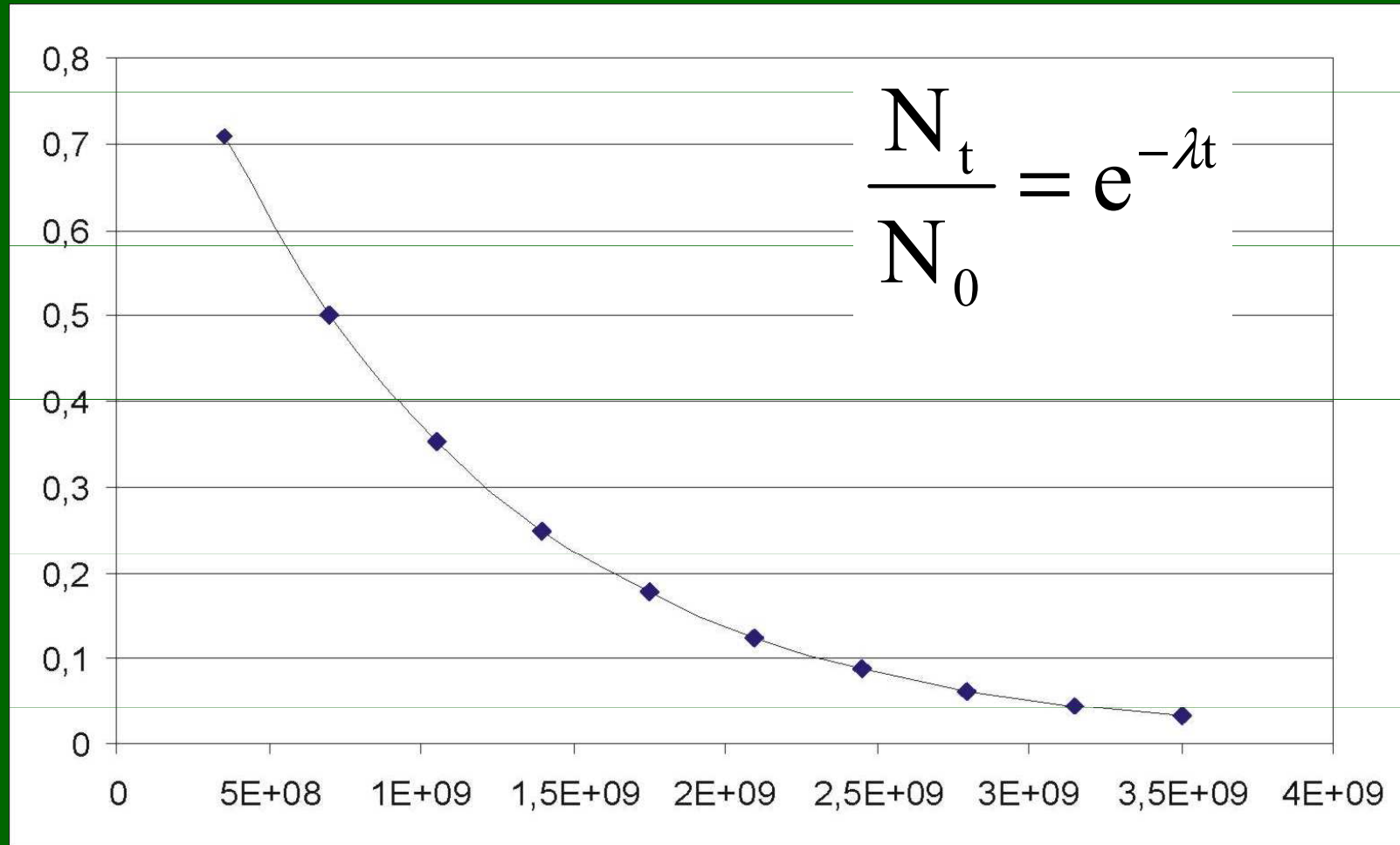
## 4. Úlohy z radiometrie

Vypočteme hodnoty poměru  $N_t/N_0$  pro vhodně zvolené časy  $t$  tak, abychom mohli sestavit požadovaný graf (krok na časové ose tedy volíme s ohledem na velikost poločasu rozpadu – pro ilustrativnost grafu je vhodné, aby délka časové osy byla alespoň pětinasobek poločasu rozpadu).

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

# 4. Úlohy z radiometrie

Pak sestrojíme graf:

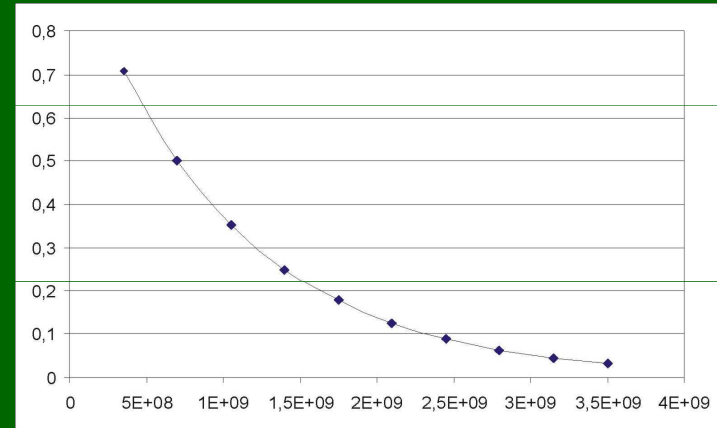


# 4. Úlohy z radiometrie

Obrácené úlohy vycházející z úvodního problému:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



**Úloha 4.1:** Určete dobu, za kterou se rozpadne 75% atomu uranu  ${}_{92}^{235}\text{U}$ , jestliže víme, že jeho poločas rozpadu je  $T=7 \cdot 10^8$  let.

## 4. Úlohy z radiometrie

**Úloha 4.1:** Určete dobu, za kterou se rozpadne 75% atomu uranu  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , jestliže víme, že jeho poločas rozpadu je  $T=7.10^8$  let.

Máme vypočítat dobu, za kterou se rozpadne 75% atomů uranu – tj. máme vypočítat dobu, za kterou v systému zůstane zachováno 25% původních atomů uranu.

rozpadlo se = 75%

celkem = 100%

zbylo = (celkem) – (rozpadlo se) = 100% – 75% = 25%



## 4. Úlohy z radiometrie

Poměr  $N_t/N_0$  vyjadřuje poměrné zastoupení atomů, které zbyly:

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t} = \frac{25\%}{100\%} = 0,25 \Leftrightarrow e^{-\lambda t} = 0,25$$

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

rozpadlo se = 75%

celkem = 100%

zbylo = (celkem) – (rozpadlo se) = 100% – 75% = 25%

## 4. Úlohy z radiometrie

Nyní si vyjádříme čas  $t$ :

$$e^{-\lambda t} = 0,25 \Leftrightarrow \ln(e^{-\lambda t}) = -\lambda \cdot t = \ln(0,25) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t = \frac{\ln(0,25)}{-\lambda}$$

Abychom mohli dosadit do vzorce, potřebujeme ještě znát rozpadovou konstantu  $\lambda$ . Známe poločas rozpadu  $T$ .

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

## 4. Úlohy z radiometrie

Rozpadovou konstantu  $\lambda$  si tedy můžeme vyjádřit jako:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

Pak dosadíme do vztahu (čas můžeme dosadit v jednotkách „rok“ za předpokladu, že budeme i v dalším postupu pracovat důsledně s touto jednotkou času):

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{7 \times 10^8} = 9,9 \times 10^{-10}$$

## 4. Úlohy z radiometrie

Nyní již můžeme dosadit do vzorce:

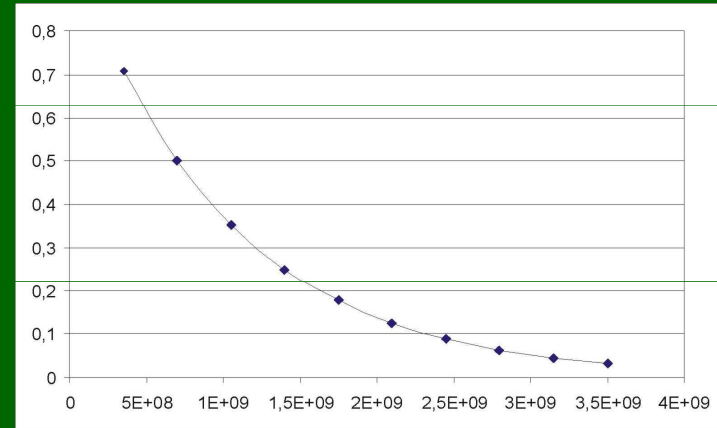
$$t = \frac{\ln(0,25)}{-\lambda} = \frac{-1,386}{-9,9 \times 10^{-10}} = 1,4 \times 10^9 \text{ let}$$

# 4. Úlohy z radiometrie

Obrácené úlohy vycházející z úvodního problému:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



**Úloha 4.2:** Určete jaké procento atomů uranu  ${}_{92}^{235}\text{U}$  se rozpadne za  $5 \cdot 10^8$  let, jestliže víme, že jeho poločas rozpadu je  $T = 7 \cdot 10^8$  let.

## 4. Úlohy z radiometrie

**Úloha 4.2:** Určete jaké procento atomů uranu  ${}_{92}^{235}\text{U}$  se rozpadne za  $5 \cdot 10^8$  let, jestliže víme, že jeho poločas rozpadu je  $T = 7 \cdot 10^8$  let.

Opět výjdeme ze základního vztahu. Nyní se ptáme přímo na poměr  $N_t/N_0$ .

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

Abychom ale mohli dosadit do vzorce, potřebujeme ještě znát rozpadovou konstanu  $\lambda$ . Známe poločas rozpadu  $T$ .

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

## 4. Úlohy z radiometrie

Rozpadovou konstantu  $\lambda$  si tedy můžeme vyjádřit jako:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

Pak dosadíme do vztahu (čas můžeme dosadit v jednotkách „rok“ za předpokladu, že budeme i v dalším postupu pracovat důsledně s touto jednotkou času):

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{7 \times 10^8} = 9,9 \times 10^{-10}$$

## 4. Úlohy z radiometrie

Pak již můžeme dosadit do vzorce:

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-9.9 \times 10^{-10} * 5 \times 10^8} = e^{-0,495} \cong 0,61$$

Chceme-li znát procentuální zastoupení prvků, které se nerozpadly, dosadíme za  $N_0=100\%$ .

$$\frac{N_t}{N_0} = 0,61 = \frac{N_t}{100\%} \Leftrightarrow N_t = 0,61 \times 100\% = 61\%$$



## 4. Úlohy z radiometrie

Úloha se ale neptala no množství nerozpadlých atomů, ale na množství atomů rozpadlých, což je doplněk do 100%.

$$\frac{N_t}{N_0} = 0,61 = \frac{N_t}{100\%} \Leftrightarrow N_t = 0,61 \times 100\% = 61\%$$

zbylo = 61%

celkem = 100%

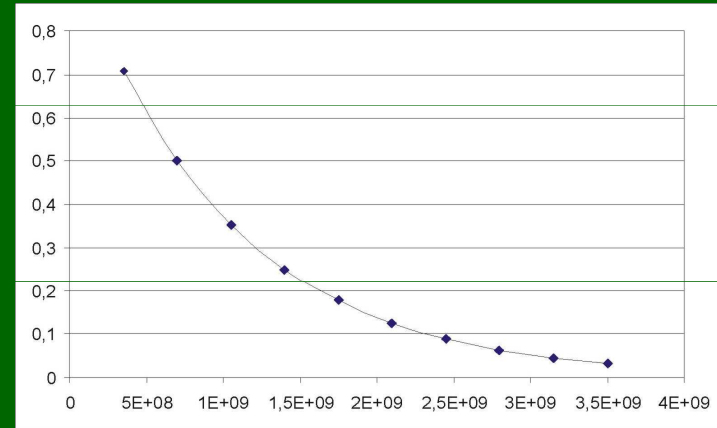
rozpadlo se = (celkem) – (zbylo) = 100% – 61% = 39%

# 4. Úlohy z radiometrie

Obrácené úlohy vycházející z úvodního problému:

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



**Úloha 4.3:** Určete poločas rozpadu radioaktivního prvku,  ${}_{92}^{235}\text{U}$  jestliže víme, že za čas  $t=9,25 \cdot 10^8$  let se rozpadne 60% atomů.

## 4. Úlohy z radiometrie

**Úloha 4.3:** Určete poločas rozpadu radioaktivního prvku, jestliže víme, že za čas  $t=9,25 \cdot 10^8$  let se rozpadne 60% atomů.

Víme, že za danou se rozpadne 60% atomů uranu – tj. za tuto dobu zůstane v systému zachováno 40% původních atomů uranu.

rozpadlo se = 60%

celkem = 100%

$zbylo = (\text{celkem}) - (\text{rozpadlo se}) = 100\% - 60\% = 40\%$

## 4. Úlohy z radiometrie

Poměr  $N_t/N_0$  vyjadřuje poměrné zastoupení atomů, které zbyly:

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t} = \frac{40\%}{100\%} = 0,4 \Leftrightarrow e^{-\lambda t} = 0,4$$

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t}$$

rozpadlo se = 60%

celkem = 100%

zbylo = (celkem) – (rozpadlo se) = 100% – 60% = 40%

## 4. Úlohy z radiometrie

Nyní si vyjádříme rozpadovou konstantu  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} e^{-\lambda t} = 0,4 &\Leftrightarrow \ln(e^{-\lambda t}) = -\lambda \cdot t = \ln(0,4) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \lambda &= \frac{\ln(0,4)}{-t} \end{aligned}$$

A protože čas známe, můžeme jej dosadit do vzorce:

$$\lambda = \frac{\ln(0,4)}{9.25 \times 10^8} = 9.9 \times 10^{-10}$$

## 4. Úlohy z radiometrie

Úloha se ale ptá na poločas rozpadu T:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Rozpadovou konstantu ovšem již známe a můžeme tedy dosadit do vzorce:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{9,9 \times 10^{-10}} = 7 \times 10^8 \text{ let}$$

# 4. Úlohy z radiometrie

## Řešení úloh:

verze	4.1	4.2	4.3	verze	4.1	4.2	4.3
<b>1</b>	7,6 dne	66,5%	3,8 dne	<b>7</b>	12,6 dne	42,1%	3,8 dne
<b>2</b>	3244 let	57,5%	1622 let	<b>8</b>	5388 let	34,8%	1622 let
<b>3</b>	$9,0 \cdot 10^9$ let	60,3%	$4,5 \cdot 10^9$ let	<b>9</b>	$1,49 \cdot 10^{10}$ let	46,0%	$4,5 \cdot 10^9$ let
<b>4</b>	5,02 dne	51,8%	3,8 dne	<b>10</b>	4,38 dne	72,1%	3,8 dne
<b>5</b>	2144 let	47,3%	1622 let	<b>11</b>	1868,5 let	72,3%	1622 let
<b>6</b>	$5,95 \cdot 10^9$ let	53,7%	$4,5 \cdot 10^9$ let	<b>12</b>	$5,18 \cdot 10^9$ let	78,6%	$4,5 \cdot 10^9$ let