Domácí úlohy ke cvičení č. 10

1. Najděte inverzní matice k maticím:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Najděte inverzní matici ke čtvercové matici

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & \dots & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

řádu n nad $\mathbb{R}$.

3. Najděte inverzní matici ke čtvercové matici

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

řádu n nad $\mathbb{R}$, kde n je sudé číslo.

4. V obou následujících případech ve vektorovém prostoru $(\mathbb{R}^5, +, \cdot)$ najděte matici přechodu od báze $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5$ k bázi $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3, \mathbf{g}_4, \mathbf{g}_5$.

a) $\mathbf{f}_1 = (1, 1, 1, 1, 1),\ \mathbf{f}_2 = (1, 1, 1, 1, -1),$
$\mathbf{f}_3 = (1, 1, 1, -1, -1),\ \mathbf{f}_4 = (1, 1, -1, -1, -1),$
$\mathbf{f}_5 = (1, -1, -1, -1, -1),$

$\mathbf{g}_1 = (1, -1, 1, -1, 1),\ \mathbf{g}_2 = (1, 1, -1, 1, -1),$
$\mathbf{g}_3 = (-1, 1, 1, -1, 1),\ \mathbf{g}_4 = (1, -1, 1, 1, -1),$
$\mathbf{g}_5 = (-1, 1, -1, 1, 1).$

b) $\mathbf{f}_1 = (1, 1, -1, 1, -1),\ \mathbf{f}_2 = (-1, 1, 1, -1, 1),$
$\mathbf{f}_3 = (1, -1, 1, 1, -1),\ \mathbf{f}_4 = (-1, 1, -1, 1, 1),$
$\mathbf{f}_5 = (1, -1, 1, -1, 1),$

$\mathbf{g}_1 = (1, -1, -1, -1, -1),\ \mathbf{g}_2 = (1, 1, -1, -1, -1),$
$\mathbf{g}_3 = (1, 1, 1, -1, -1),\ \mathbf{g}_4 = (1, 1, 1, 1, -1),$
$\mathbf{g}_5 = (1, 1, 1, 1, 1).$

5. Ve vektorovém prostoru $(\mathbb{R}^5, +, \cdot)$ najděte rovnice pro transformaci souřadnic vektorů při přechodu od báze

$$\mathbf{f}_1 = (0, 1, 1, 1, 1),\ \mathbf{f}_2 = (-1, 0, 1, 1, 1),$$
$$\mathbf{f}_3 = (-1, -1, 4, 1, 1),\ \mathbf{f}_4 = (-1, -1, -1, 0, 1),$$
$$\mathbf{f}_5 = (-1, -1, -1, -1, 0)$$

k bázi

$$\mathbf{g}_1 = (0, 1, -1, 1, -1),\ \mathbf{g}_2 = (1, 0, 1, -1, 1),$$
$$\mathbf{g}_3 = (-1, 1, 0, 1, -1),\ \mathbf{g}_4 = (1, -1, 1, 0, 1),$$
$$\mathbf{g}_5 = (-1, 1, -1, 1, 0).$$

To znamená, napište vztahy, podle nichž se ze souřadnic libovolného vektoru $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^5$ v bázi $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_4, \mathbf{f}_5$ vypočtou jeho souřadnice v bázi $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3, \mathbf{g}_4, \mathbf{g}_5$.