



ANALÝZA A KLASIFIKACE BIOMEDICÍNSKÝCH DAT



prof. Ing. Jiří Holčík, CSc.

VI. SEKVENČNÍ KLASIFIKACE

ZAČÍNÁME

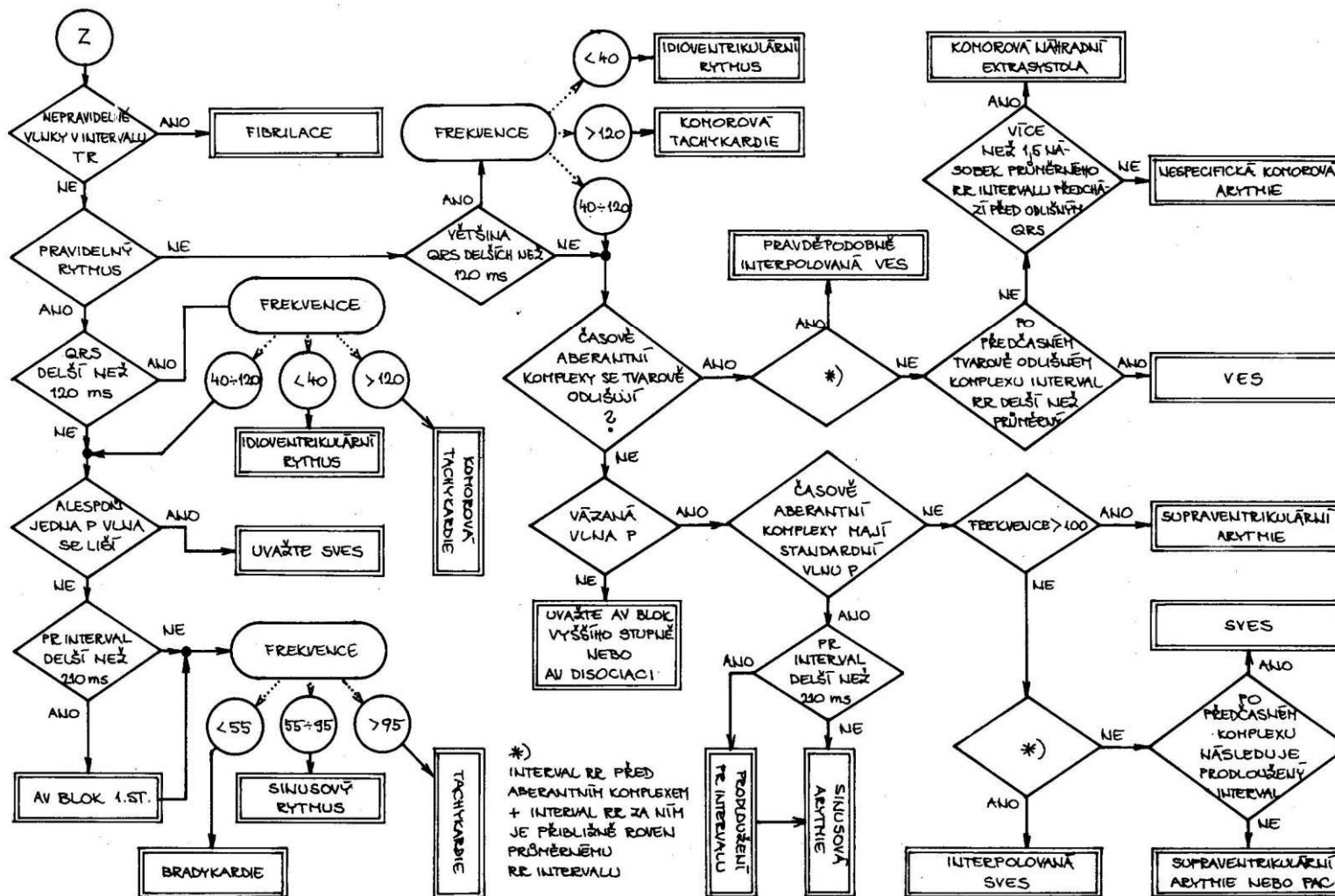
- ☑ až dosud (bayesovské klasifikátory, neuronové sítě, ...) – pevný konstantní počet příznaků
- ☑ kolik a jaké příznaky ?
 - ➔ málo příznaků – možná chyba klasifikace;
 - ➔ moc příznaků – možná nepřiměřená pracnost, vysoké náklady;
 - ➔ použít příznaky, které nesou co nejvíce informace o klasifikační úloze;

ZAČÍNÁME

sekvenční klasifikace - kompromis mezi velikostí klasifikační chyby a cenou určení příznaků

→ klasifikace na základě klasifikačního stromu;

ZAČÍNÁME



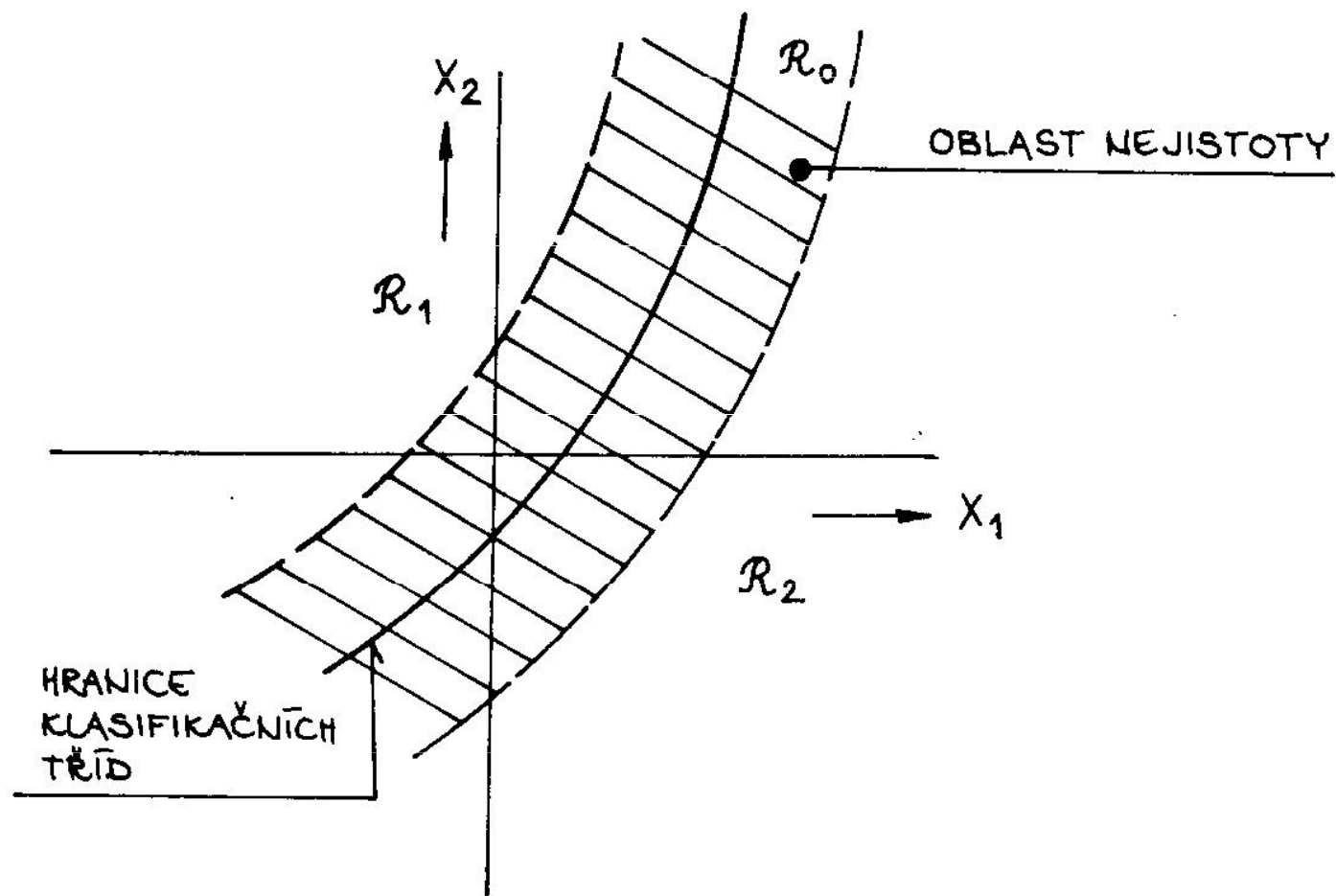
Rozhodovací strom pro klasifikaci rytmu signálu EKG

ZAČÍNÁME

sekvenční klasifikace - kompromis mezi velikostí klasifikační chyby a cenou určení příznaků

- klasifikace na základě klasifikačního stromu;
- klasifikace s rostoucím počtem příznaků, přičemž okamžik ukončení klasifikační procedury stanoví klasifikátor sám podle předem daného kritéria pro kvalitu rozhodnutí (tj. na základě vlastností klasifikačních tříd, resp. obrazů v nich);

PRINCIP



WALDOVO KRITÉRIUM

- ☑ předpokládejme dichotomický klasifikátor obrazů popsaných příznakovými vektory (x_1, x_2, \dots) ;
- ☑ nechť $p(x_1, x_2, \dots, x_i | \omega_1)$ a $p(x_1, x_2, \dots, x_i | \omega_2)$ jsou i -rozměrné hustoty pravděpodobnosti výskytu obrazu $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_i)$ v i -tém klasifikačním kroku v třídách ω_1 a ω_2 ;
- ☑ nechť A a B jsou konstanty ($0 < B < 1 < A < \infty$);

WALDOVO KKRITÉRIUM

☑ pokud pro věrohodnostní poměr

$$\Lambda_i = \frac{p(x_1, x_2, \dots, x_i | \omega_1)}{p(x_1, x_2, \dots, x_i | \omega_2)}$$

je $\Lambda_i \leq B$, pak $d_w(\mathbf{x}) = \omega_2$, je-li $\Lambda_i \geq A$, pak $d_w(\mathbf{x}) = \omega_1$; když $\Lambda_i \in (B, A)$, pokračujeme s dalším příznakem

WALDOVO KRITÉRIUM

- ☑ jsou-li dány pravděpodobnosti chybné klasifikace

$$\alpha = \int_{\mathcal{R}_2} p(\mathbf{x} | \omega_1) d\mathbf{x} \quad \text{a} \quad \beta = \int_{\mathcal{R}_1} p(\mathbf{x} | \omega_2) d\mathbf{x}$$

můžeme určit meze A a B podle vztahů

$$A \cong \frac{1-\alpha}{\beta} \quad \text{a} \quad B \cong \frac{\alpha}{1-\beta}$$

WALDOVO KRITÉRIUM

OPTIMALITA

- ☑ pro libovolné kritérium s pevným počtem n příznaků a s pravděpodobnostmi α a β chybných rozhodnutí platí pro n , že je větší nebo rovno střední hodnotě počtu kroků podle W.k.;
- ☑ pro libovolné sekvenční kritérium je k rozhodnutí potřeba průměrný počet kroků větší než je průměrný počet kroků podle W.k.

MODIFIKOVANÉ WALDOVO KŘITÉRIUM

přes optimální vlastnosti Waldova kritéria může nastat:

- ☑ počet kroků potřebných k přijetí rozhodnutí může být pro některé obrazy příliš velký, i když střední hodnota počtu kroků pro všechny obrazy je nízká;
- ☑ střední hodnota počtu kroků potřebných k rozhodnutí může být příliš velká, požadujeme-li malé pravděpodobnosti chybných rozhodnutí;

MODIFIKOVANÉ WALDOVO KRITEŘIUM

PRAXE

Po určitém počtu kroků se sekvenční výpočet přeruší a dokončí se na základě nějakého rozhodnutí vycházejícího z nějakého kritéria založeného na pevném počtu příznaků.

Přerušení:

- ☑ předepsaný počet kroků;
- ☑ zavedení proměnných hranic $A(i)$ a $B(i)$.

MODIFIKOVANÉ WALDOVO KŘITÉRIUM

Nechť $A(i)$ a $B(i)$ jsou nezáporné nerostoucí, resp. nekladné neklesající funkce počtu klasifikačních kroků.

Je-li $\Lambda_i \leq e^{B(i)}$, pak $d_w(\mathbf{x}) = \omega_2$, je-li $\Lambda_i \geq e^{A(i)}$, pak $d_w(\mathbf{x}) = \omega_1$; když $\Lambda_i \in (e^{B(i)}, e^{A(i)})$, pokračujeme s dalším příznakem

MODIFIKOVANÉ WALDOVO KKRITÉRIUM

URČENÍ FUNKCÍ $A(i)$ A $B(i)$

- ☑ obvykle experimentálně;
- ☑ jestliže pro mezní funkce platí $A(i_{\max}) = B(i_{\max})$, pak nejpozději pro $i = i_{\max}$ je klasifikace ukončena, přičemž střední počet potřebných kroků je menší než u W.k. za cenu snížení kvality rozhodnutí

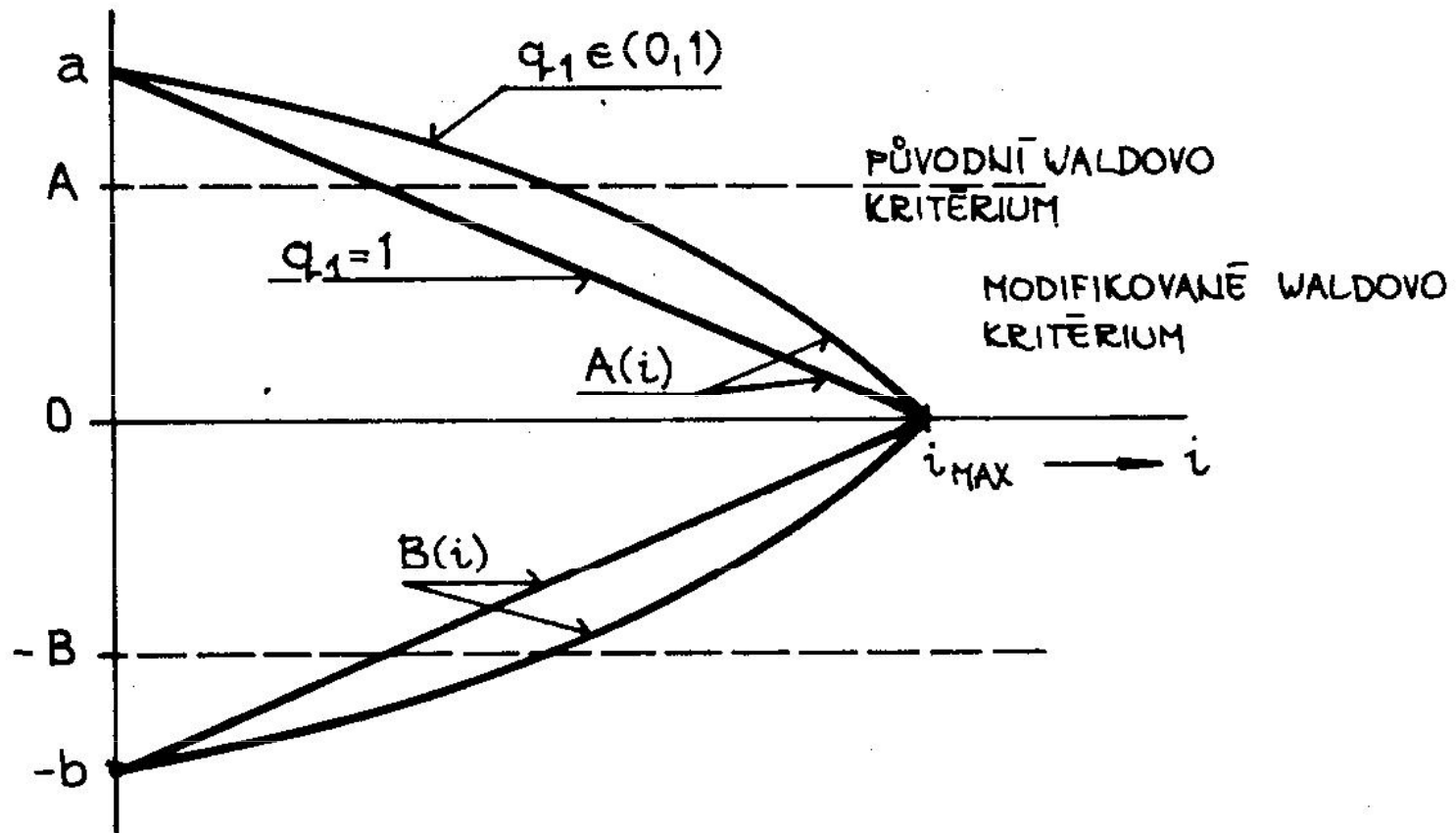
MODIFIKOVANÉ WALDOVO KŘITÉRIUM

URČENÍ FUNKCÍ $A(i)$ A $B(i)$

$$A(i) = a \cdot \left(1 - \frac{i}{i_{\max}}\right)^{q_1} \quad \text{a} \quad B(i) = -b \cdot \left(1 - \frac{i}{i_{\max}}\right)^{q_2}$$

kde $a, b > 0$ a $q_1, q_2 \in (0, 1)$

MODIFIKOVANÉ WALDOVO KŘITÉRIUM



REEDOVO KRITÉRIUM

- ☑ pro obecný počet tříd zobecněný věrohodnostní poměr

$$\Lambda_i(\mathbf{x} | \omega_r) = \frac{p(x_1, x_2, \dots, x_i | \omega_r)}{\left[\prod_{s=1}^R p(x_1, x_2, \dots, x_i | \omega_s) \right]^{1/R}}, r = 1, 2, \dots, R$$

- ☑ takto vypočítaný poměr se srovná s mezní hodnotou r-té třídy $A(\omega_r)$, určenou jako

$$A(\omega_r) = \frac{1 - P_{rr}}{\left[\prod_{s=1}^R (1 - P_{rs}) \right]^{1/R}}, r = 1, 2, \dots, R$$

- ☑ kde P_{rs} je pravděpodobnost, že obraz ze třídy ω_s zatřídíme do ω_r .

REEDOVO KRITÉRIUM

- ☑ pokud pro třídu ω_p platí

$$\Lambda_i(\mathbf{x}|\omega_p) \leq A(\omega_p), \quad p=1,2,\dots,R,$$

pak předpokládáme, že obraz \mathbf{x} nepatří do třídy ω_p , kterou lze z dalších úvah vyloučit;

- ☑ po vyloučení všech možných tříd se spočítají nové hodnoty věrohodnostních poměrů pro zbylé třídy a proces se opakuje;
- ☑ není-li možné vyloučit další třídu, zvýší se počet příznaků a klasifikace pokračuje, dokud nezůstane jediná klasifikační třída;

REEDOVO KRITÉRIUM

- ☑ pro $R=2$ je Reedovo kritérium ekvivalentní kritériu Waldovu a má tytéž optimální vlastnosti;
- ☑ pro $R>2$ nebyla optimalita prokázána;

MODIFIKOVANÉ REEDOVO KRITÉRIUM

- ☑ stejně jako Waldova kritéria lze použít proměnných mezí
- ☑ proměnných práh je zpravidla definován vztahem

$$G_r(i) = g_r \cdot \left(1 - \frac{i}{i_{\max}}\right)^{q_i}, r = 1, \dots, R$$