



SIGNÁLY A SOUSTAVY V MATEMATICKÉ BIOLOGII



prof. Ing. Jiří Holčík, CSc.

holcik@iba.muni.cz

© Institut biostatistiky a analýz

X. SIGNÁLY DALŠÍ POJMY

ENERGIE

- ☑ okamžitá práce vykonaná na odporu R:

$$A(t) = u(t) \cdot i(t)$$

- ☑ podle Ohmova zákona:

$$U = R \cdot I,$$

a tedy můžeme po dosazení psát

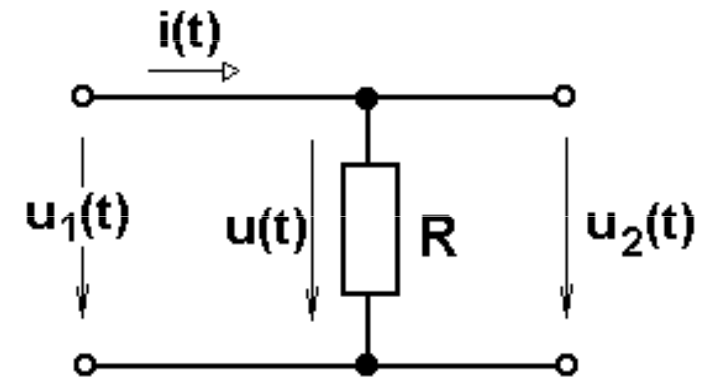
$$A(t) = R \cdot i(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t) = u(t) \cdot u(t)/R.$$

Když je $R = 1 \Omega$ je

$$A(t) = i^2(t) = u^2(t)$$

a celková práce (energie) vykonaná (spotřebovaná) za čas T na jednotkovém odporu je

$$A = \int_T i^2(t) dt = \int_T u^2(t) dt$$



ENERGIE

- ☑ z té úvahy energie spojitého signálu $s(t)$

$$E_s = \int_T s^2(t) dt$$

- ☑ energie diskrétního signálu

$$E_d = \sum_n^N s^2(nT)$$

VÝKON

- ✓ výkon je práce (energie) vykonaná (spotřebovaná) za časovou jednotku, tj.

$$P = E/T$$

$$P_s = \frac{1}{T} \int_T s^2(t) dt$$

$$P_{s\infty} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_T s^2(t) dt$$

$$P_d = \frac{1}{NT} \sum_n^N s^2(nT)$$

$$P_{dn} = \frac{1}{N} \sum_n^N s^2(n)$$

$$P_{dn\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_n^N s^2(n)$$

KORELAČNÍ FUNKCE

- ✓ vzájemná či křížová korelační funkce (cross-correlation function) dvou periodických signálů (funkcí) o téže periodě T je definována

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \int_T s_1(t) s_2(t + \tau) dt$$

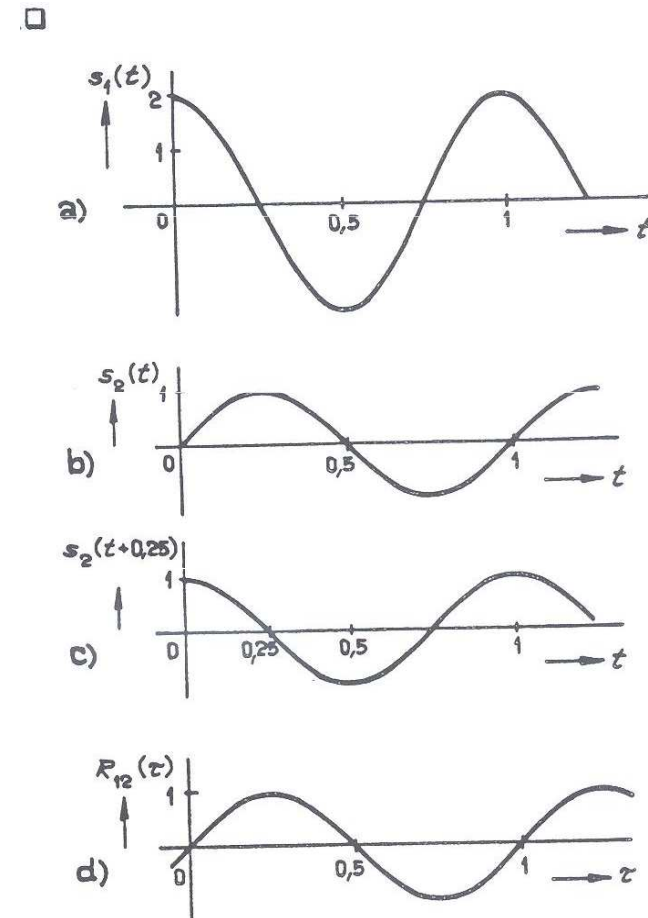
- ✓ popisuje podobnost průběhů obou signálů v závislosti na jejich posunutí
- ✓ je periodická s periodou T

KORELAČNÍ FUNKCE

- ☑ Vypočtete vzájemnou korelační funkci signálů $s_1(t) = 2\cos 2\pi t$ a $s_2(t) = \sin 2\pi t$.

Oba signály mají tutéž periodu $T=1$, takže

$$\begin{aligned} R_{12}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_0^1 s_1(t) s_2(t + \tau) dt = \\ &= \frac{1}{1} \int_0^1 2 \cos(2\pi t) \cdot \sin(2\pi(t + \tau)) dt = \\ &= \int_0^1 [\sin(4\pi t + 2\pi\tau) + \sin(2\pi\tau)] dt = \\ &= 0 + \sin(2\pi\tau) \end{aligned}$$



Obr. 1-34. Korelační funkce.
a) Signál $s_1(t)$,
b) signál $s_2(t)$,
c) signál $s_2(t + 0,25)$,
d) korelační funkce $R_{12}(\tau)$.

KORELAČNÍ FUNKCE

- ✓ výpočet korelační funkce má smysl i v případě, že jsou oba signály totožné – autokorelační funkce

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_T s(t)s(t + \tau)dt$$

- ✓ Vypočtete autokorelační funkci signálu $s(t) = C \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \frac{1}{T} \int_0^T C \cdot \cos(\omega t + \varphi) \cdot C \cdot \cos[\omega(t + \tau) + \varphi] \cdot dt = \\ &= \frac{C^2}{2T} \int_0^T [\cos(2\omega t + 2\varphi + \omega\tau) + \cos(\omega\tau)] \cdot dt = \\ &= C_{ef}^2 \cos \omega\tau \end{aligned}$$

KORELAČNÍ FUNKCE

- ☑ vypočtená korelační funkce je:
 - sudá;
 - periodická s periodou T ;
 - $R(0)$ je rovno kvadrátu efektivní hodnoty signálu;
 - $\forall \tau \in \mathbb{R}: R(0) \geq R(\tau)$.
- ☑ tyto čtyři vlastnosti mají autokorelační funkce všech periodických signálů.

KORELAČNÍ FUNKCE NÁHODNÝCH PROCESŮ

- ☑ **korelační funkce** $R(t_1, t_2)$ je mírou souvztažnosti mezi hodnotami náhodného procesu v okamžiku t_1 a hodnotami náhodného procesu v okamžiku t_2 .
Může být spočítána pomocí vztahu

$$R(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 \cdot x_2 p(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

- ☑ **kovarianční funkce** (covariance function) $K(t_1, t_2)$ je mírou souvztažnosti mezi odchylkami náhodného procesu v okamžiku t_1 od $m(t_1)$ a odchylkami náhodného procesu v okamžiku t_2 od $m(t_2)$. Může být spočítána pomocí vztahu

$$K(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1 - m(t_1)] [x_2 - m(t_2)] p(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

KORELAČNÍ FUNKCE NÁHODNÝCH PROCESŮ

- ☑ tyto poměrně obecné vztahy se mohou zjednodušit, pokud se zjednoduší vlastnosti náhodných procesů



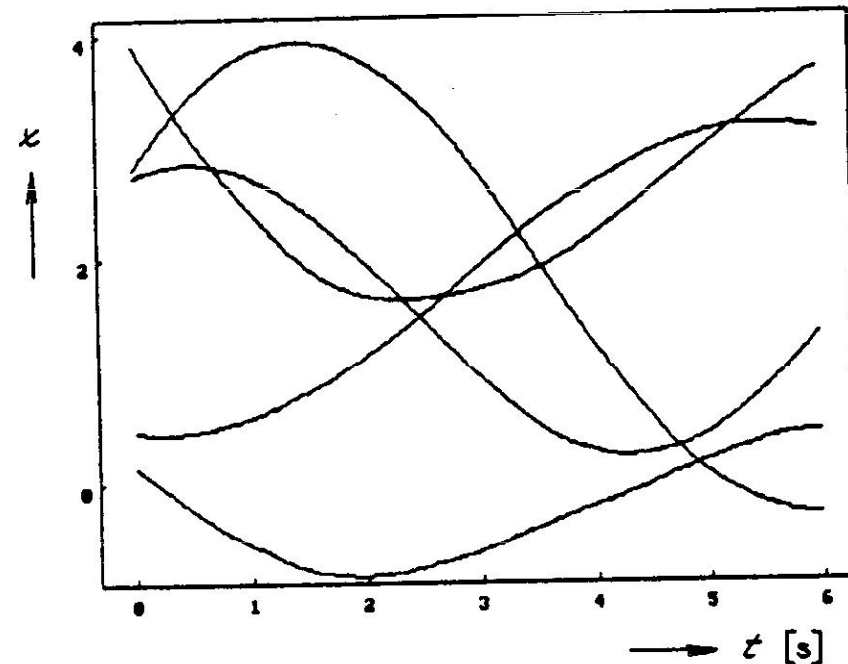
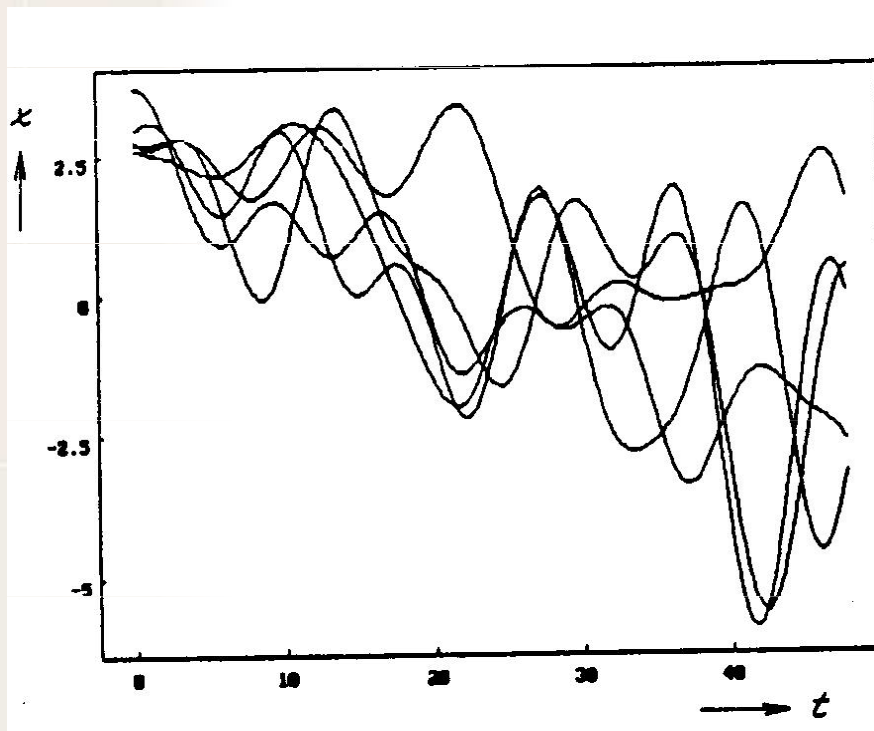
stacionarita

ergodicita

STACIONARITA NÁHODNÉHO PROCESU

zhruba:

- ☑ **stacionární náhodný proces** (stationary random proces) je proces se stálým chováním



STACIONARITA NÁHODNÉHO PROCESU

přesněji:

- ☑ **stacionární náhodný proces** je takový proces, jehož libovolné statistické charakteristiky nejsou závislé na poloze počátku časové osy (nezávisí na absolutních hodnotách času, jen na délkách časových intervalů)
- ☑ v tom případě, tj. s $\tau = t_2 - t_1$, můžeme funkce $p(x_1, x_2, t_1, t_2)$, $R(t_1, t_2)$ a $K(t_1, t_2)$ nahradit funkcemi $p(x_1, x_2, \tau)$, $R(\tau)$ a $K(\tau)$

ERGODICITA NÁHODNÉHO PROCESU

Ergodický náhodný proces (ergodic random process) se vyznačuje tím, že všechny jeho realizace mají stejné statistické vlastnosti (stejně chování) – to umožňuje odhadovat parametry náhodného procesu z jediné libovolné realizace

☑ aritmetický průměr

$$\hat{m} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K x(t_i)$$

nebo

$$\hat{m} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

Odhad bude tím věrohodnější, čím bude úsek T delší.

ERGODICITA NÁHODNÉHO PROCESU

- ☑ disperze

$$\hat{D} = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - m]^2 dt$$

- ☑ autokorelační funkce

$$\hat{R}_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau)dt = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t - \tau)dt$$

- ☑ křížová korelační funkce mezi dvěma vzájemně ergodickými procesy $\xi(t)$ a $\eta(t)$ s realizacemi $x(t)$ a $y(t)$

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t + \tau)dt = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t - \tau)dt$$

ERGODICITA NÁHODNÉHO PROCESU

- ☑ křížová korelační funkce mezi dvěma vzájemně ergodickými procesy $\xi(t)$ a $\eta(t)$ s realizacemi $x(t)$ a $y(t)$

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t+\tau)dt = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)y(t-\tau)dt$$

- ☑ pro diskrétní případ

$$\hat{R}_{xy}(nT) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x(mT)y(mT+nT) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x(mT)y(mT-nT)$$

SOUHLASNÝ FILTR

zopakujeme (třeba pro diskrétní signál):

- ☑ konvoluce

$$s_1(nT) * s_2(nT) = \sum_{i=0}^n s_1(iT) \cdot s_2(nT - iT) \approx S_1(z) \cdot S_2(z)$$

- ☑ výstup lineárního systému $y(nT)$ pomocí konvoluce vstupní posloupnosti $x(nT)$ s impulsní charakteristikou $h(nT)$

$$\begin{aligned} y(nT) &= h(nT) * x(nT) = \sum_{m=0}^{M-1} h(mT) \cdot x(nT - mT) = \\ &= \sum_{m=0}^{M-1} x(mT) \cdot h(nT - mT) = \end{aligned}$$

SOUHLASNÝ FILTR

$$y(nT) = \sum_{m=0}^{M-1} x(mT) \cdot h(nT - mT)$$

- ☑ korelační funkce

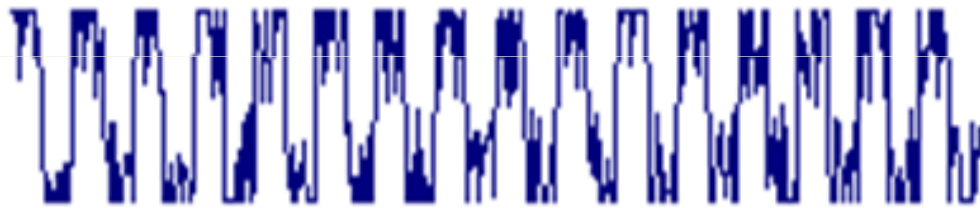
$$\hat{R}_{xz}(nT) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x(mT) z(mT + nT) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} x(mT) z(mT - nT)$$

- ☑ kdyby se signál $z(kT) = h(-kT)$, tj. byl roven časově inverznímu průběhu impulsní odezvy filtru, pak konvoluční výpočet odezvy filtru představuje korelaci vstupního signálu s časově inverzním průběhem impulsní odezvy

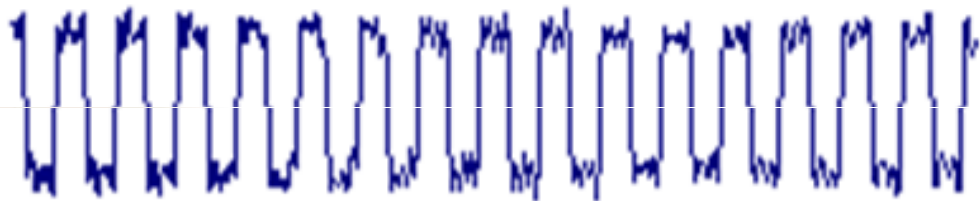
SOUHLASNÝ FILTR

- ☑ **souhlasný** (přizpůsobený) **filtr** (matched filter) je představován vzájemnou korelací známého signálu (šablony – template) se signálem ve kterém chceme detekovat přítomnost šablony. To je ekvivalentní konvoluci neznámého signálu s časově inverzním průběhem šablony
- ☑ souhlasný filtr je **optimální lineární filtr**, který maximalizuje poměr signál/šum (SNR – signal to noise ratio).
- ☑ použití:
 - radarová technika
 - detekce vln např. v signálu EKG nebo EEG;
 - zpracování obrazů (RTG, snímky očního pozadí, ...)

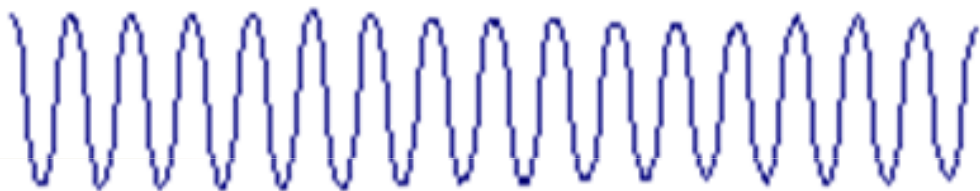
SOUHLASNÝ FILTR



a noisy square wave...

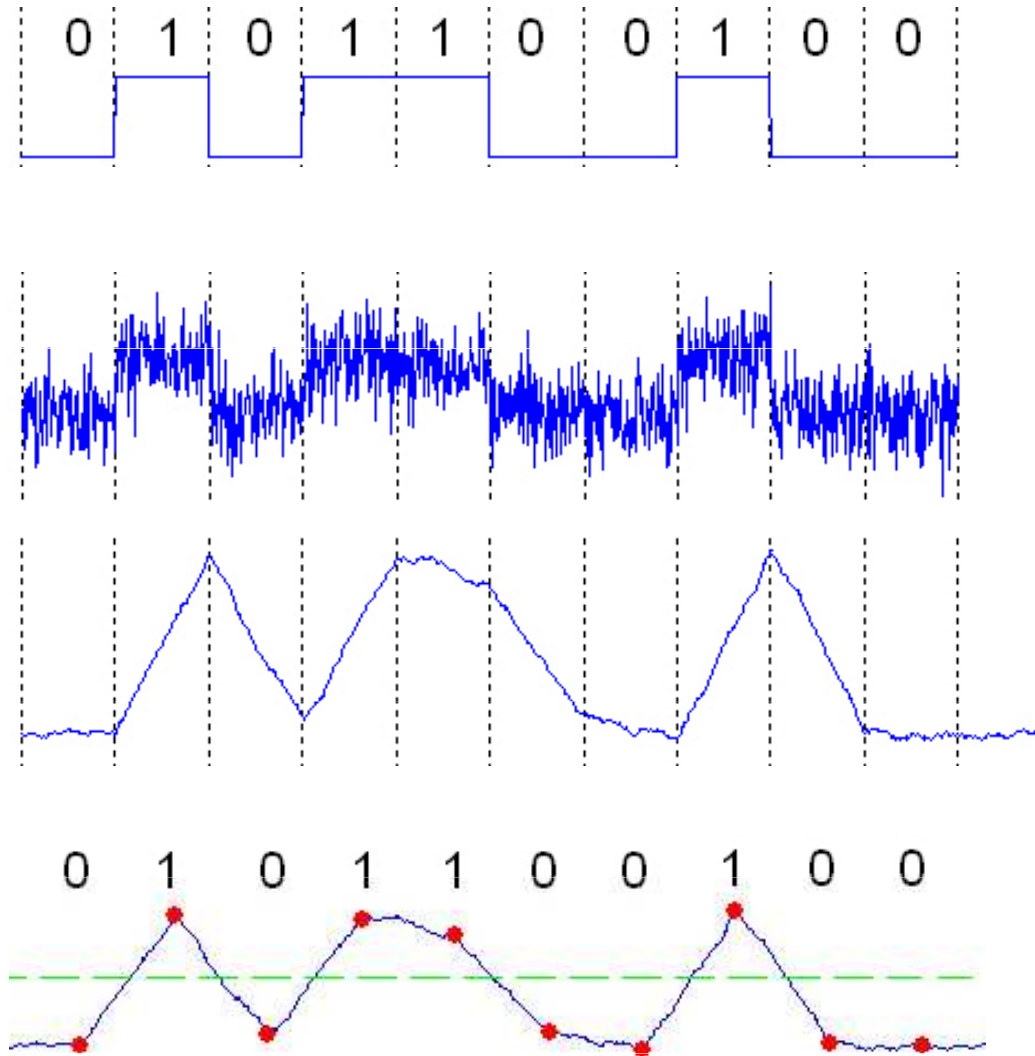


... is improved by filtering
with a single band pass filter...



... but the best signal to noise
comes from a matched filter

SOUHLASNÝ FILTR



IX. VÝKONOVÉ SPEKTRUM



SPEKTRÁLNÍ ANALÝZA

- ☑ opakování
 - periodický signál

SPEKTRÁLNÍ ANALÝZA

☑ opakování

- periodický signál
- neperiodický signál
 - s konečnou energií

Fourierova řada

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x_a^2(t) dt < \infty$$

SPOJITÝ SIGNÁL

✓ Fourierova transformace

$$X_a(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t) \cdot \exp(-2\pi jft) dt$$

Parsevalova věta

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} x_a^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X_a(f)|^2 df$$

spektrální hustota energie $S_{xx}(f)$

SPEKTRÁLNÍ HUSTOTA ENERGIE

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_a(t) \cdot x_a(t + \tau) \cdot dt$$

autokorelační funkce signálu $x_a(t)$

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cdot \exp(-2\pi j f \tau) \cdot d\tau$$

obě funkce tvoří
Fourierovský pár

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) \cdot \exp(2\pi j f \tau) \cdot df$$

DISKRÉTNÍ SIGNÁL

$$X(f) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \cdot \exp(-2\pi jfnT) \quad x(nT) = \int_{-F/2}^{F/2} X(f) \cdot \exp(2\pi jfnT) \cdot df$$

Fourierova transformace s diskrétním časem

$$X(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a(f - kF) \quad \text{spektrální periodicitá}$$

$$T \sum_{k=-\infty}^{\infty} x^2(nT) = \int_{-F/2}^{F/2} |X(f)|^2 df \quad \text{Rayleighova věta}$$

DISKRÉTNÍ SIGNÁL

✓ Wiener-Khinchinova věta:

$$R_{xx}(mT) = T \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \cdot x(nT + mT) = \int_{-F/2}^{F/2} S_{xx}(f) \cdot \exp(2\pi j f m T) \cdot df$$

$$S_{xx}(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{xx}(mT) \cdot \exp(-2\pi j f m T)$$

DISKRÉTNÍ SIGNÁL

☑ z toho plyne, že spektrální hustotu energie neperiodického signálu s konečnou energií lze spočítat dvěma způsoby:

→ přímá metoda:

$$S_{xx}(f) = |X(f)|^2 = |T \cdot \sum x(nT) \cdot \exp(-2\pi jfnT)|^2$$

→ nepřímá metoda:

$$1) R_{xx}(mT) = T \cdot \sum x(nT) \cdot x(nT+mT);$$

$$2) S_{xx}(f) = \sum R_{xx}(mT) \cdot \exp(-2\pi jfmT)$$

NEPERIODICKÝ SIGNÁL S NEKONEČNOU ENERGIÍ

(je to vůbec možné?!?!?)

SPOJITÝ SIGNÁL:

není konečná energie \Rightarrow není definována
F.T. \Rightarrow není F. spektrum

NEPERIODICKÝ SIGNÁL S NEKONEČNOU ENERGIÍ

VÝKONOVÝ EXKURZ:

střední výkon periodického signálu:

$$P = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x_a^2(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x_a^2(t) dt = \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} x_a^2(t) dt$$

neperiodický signál je takový periodický signál, jehož perioda $T_0 \rightarrow \infty$

střední výkon neperiodického signálu

$$P = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} x_a^2(t) dt = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \cdot E$$

je-li $E < \infty$, pak $P \rightarrow 0$ (nezajímavé);

$E > \infty$, pak $P = \lim \infty / \infty = K \in \langle 0, \infty \rangle$!

$= \rightarrow \infty$

NEPERIODICKÝ SIGNÁL S NEKONEČNOU ENERGIÍ

- ☑ spektrální hustota výkonu:

$$G_{xx}(f) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{S_{xx}(f)}{2T_0}$$

- ☑ Wiener-Khinchinovy vztahy:

$$G_{xx}(f) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \cdot \exp(-2\pi j f \tau) \cdot d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} g_{xx}(\tau) \cdot \exp(-2\pi j f \tau) \cdot d\tau$$

kde

$$g_{xx}(\tau) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} x_a(t) \cdot x_a(t + \tau) \cdot dt$$

AKF náhodných stacionárních ergodických procesů

NEPERIODICKÝ SIGNÁL S NEKONEČNOU ENERGIÍ

- ☑ odhad pouze z konečného intervalu

$$\tilde{g}_{xx}(\tau) = \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} x_a(t) \cdot x_a(t + \tau) \cdot dt$$

- ☑ odhad spektrální hustoty výkonu ze signálu v konečném intervalu

$$\tilde{G}_{xx}(f) = \dots = \frac{1}{2T_0} \left| \int_{-T_0}^{T_0} x_a(t) \cdot \exp(-2\pi jft) \cdot dt \right|^2$$

NEPERIODICKÝ SIGNÁL S NEKONEČNOU ENERGIÍ

☑ **DISKRÉTNÍ SIGNÁL**

→ vzorkováním signálu $x_a(t)$ vzorkovací frekvencí

$$F > 2f_{\max};$$

→ výsledná posloupnost x_{nT} má N hodnot

$$(0 \leq n \leq N-1)$$

NEPERIODICKÝ SIGNÁL S NEKONEČNOU ENERGIÍ

- odhad spektrální hustoty výkonu z konečné posloupnosti (nepřímá metoda)

$$\tilde{P}_{xx}(f) = T \sum_{m=-N+1}^{N-1} \tilde{r}_{xx}(mT) \cdot \exp(-2\pi j f m T)$$

- odhady AK posloupnosti:

$$\tilde{r}_{xx1}(mT) = \frac{1}{N-|m|} \cdot \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(nT) \cdot x(nT+mT), \quad m = 0, 1, \dots, N-1$$

$$\tilde{r}_{xx2}(mT) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(nT) \cdot x(nT+mT), \quad m = 0, 1, \dots, N-1$$

NEPERIODICKÝ SIGNÁL S NEKONEČNOU ENERGIÍ

- ☑ periodogram (Schuster 1898) (přímá metoda)

$$\tilde{P}_{xx}(f) = \frac{1}{NT} \left| T \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) \cdot \exp(-2\pi jfnT) \right|^2$$

NEPARAMETRICKÉ METODY ODHADU VÝKONOVÉHO SPEKTRA

- ☑ nekladou žádné požadavky na znalosti vlastností signálu;
- ☑ všechny uvedené metody vycházejí z konečné posloupnosti vzorků signálu \Rightarrow frekvenční rozlišovací schopnost je při nejlepším určena spektrální šířkou obdélníkového okna
(všechny metody však snižují frekvenční rozlišení díky snaze o snížení rozptylu spektrálního odhadu)

BARTLETOVA METODA

- ✓ rozdělení posloupnosti N vzorků na K nepřekrývajících se segmentů, každý o délce M
 $x_i(nT) = x(nT+iMT)$, $i=0, 1, \dots, K-1$; $n=0,1,\dots,M-1$
- ✓ pro každý segment se spočítá periodogram

$$\tilde{P}_{xx}^{(i)}(f) = \frac{1}{MT} \left| T \sum_{n=0}^{M-1} x_i(nT) \cdot \exp(-2\pi jfnT) \right|^2, \quad i = 0, 1, \dots, K-1$$

- ✓ zprůměrněním periodogramů ze všech K segmentů dostaneme odhad výkonového spektra

$$\tilde{P}_{xx}^B(f) = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} P_{xx}^{(i)}(f)$$

WELCHOVA METODA

dvě modifikace Bartletovy metody

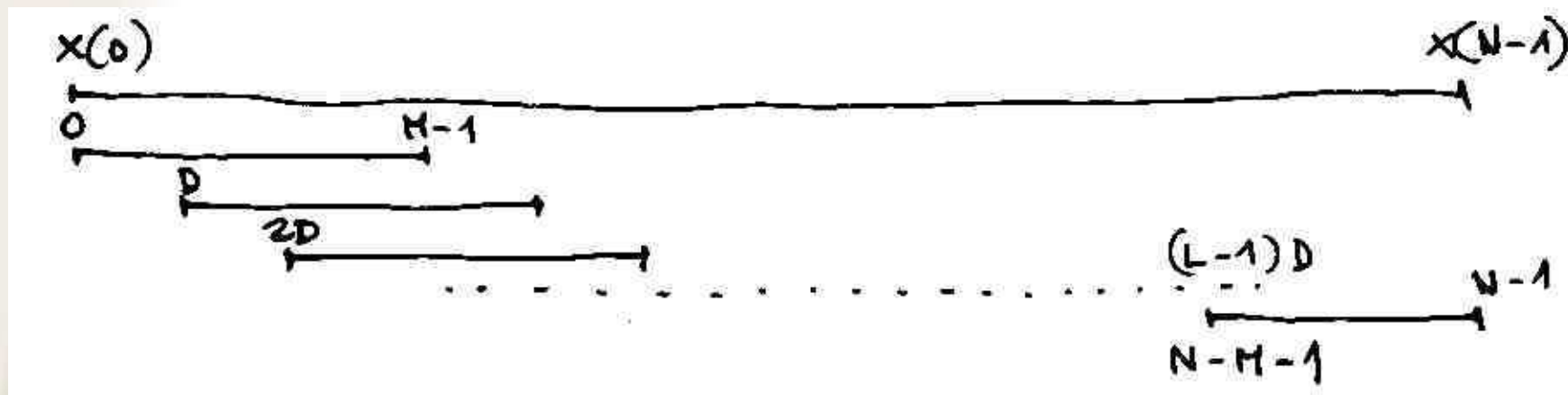
☑ překrývání segmentů

$$x_i(nT) = x(nT+iDT),$$

$i=0, 1, \dots, K-1$ (počet vzorků v segmentu);

$n=0, 1, \dots, M-1$ (počet segmentů)

pro $D=M$ se segmenty nepřekrývají (dělení odpovídá B.m.)



WELCHOVA METODA

- ✓ váhování vzorků v každém segmentu oknem před výpočtem periodogramů

$$\tilde{P}_{xx}(f) = \frac{1}{MTU} \left| T \sum_{n=0}^{M-1} x_i(nT) \cdot w(nT) \cdot \exp(-2\pi jfnT) \right|^2, \quad i = 0, \dots, L-1$$

- ✓ kde U je výkonový normalizační faktor okna daný vztahem $U = \sum w^2(nT)/M$
- ✓ Welchův odhad výkonového spektra

$$\tilde{P}_{xx}^W(f) = \frac{1}{L} \sum_{L-1} \tilde{P}_{xx}^{(i)}(f)$$

BLACKMANOVA-TUKEYHO METODA VYHLAZENÍ PERIODOGRAMU

nepřímá metoda – přes výpočet odhadu autokorelační funkce

- ✓ výpočet odhadu autokorelační funkce
- ✓ váhování odhadu autokorelační funkce oknem

$$w(mT) \neq 0 \text{ pro } -M+1 \leq m \leq M-1; w(mT) = 0 \text{ pro } |m| \geq M$$

váhování autokorelační funkce oknem → vyhlazení periodogramu; sníží se rozptyl, omezí se frekvenční rozlišovací schopnost

- ✓ výpočet Fourierovy transformace váhovaného odhadu autokorelační funkce – váhování snižuje vliv odhadu autokorelační funkce počítaného pro malé hodnoty posunu $(N-m)T$

BLACKMANOVA-TUKEYHO METODA VYHLAZENÍ PERIODOGRAMU

Blackmanův-Tukeyův odhad

$$\tilde{P}_{xx}^{BT}(f) = T \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} r_{xx}(mT) \cdot w(mT) \cdot \exp(-2\pi j f m T)$$

$$\tilde{P}_{xx}^{BT}(f) = T \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{xx}(mT) \cdot w(mT) \cdot \exp(-2\pi j f m T)$$

ve frekvenční oblasti

$$\tilde{P}_{xx}^{BT}(f) = \int_{-F/2}^{F/2} \tilde{P}_{xx}(\alpha) \cdot W(f - \alpha) d\alpha, \quad \text{kde } \tilde{P}_{xx}(\alpha) \text{ je periodogram}$$

BLACKMANOVA-TUKEYHO METODA VYHLAZENÍ PERIODOGRAMU

požadavky na okna:

- sudá funkce (symetrická kolem $m=0$) ... odhad výkonového spektra bude reálná funkce
- $W(f) \geq 0$ pro $|f| \leq F/2 \Rightarrow$ odhad výkonové spektrální funkce bude nezáporný pro $|f| \leq F/2$

NEPARAMETRICKÉ METODY

✓ **výhody:**

- relativně jednoduché, srozumitelné, pomocí DFT (FFT) snadno spočitatelné

✓ **nevýhody:**

- potřeba dlouhého záznamu pro dostatečnou frekvenční rozlišovací schopnost;
- prosakování spekter díky použitým oknům (maskování slabých signálů);
- omezení vyplývající z předpokladu, že $r_{xx}(mT)=0$ pro $|m| \geq N$
- vnucená periodicitu signálu definicí periodogramu

PARAMETRICKÉ METODY

- ☑ extrapolují hodnoty autokorelační funkce pro $m \geq N$ (k tomu je potřeba apriorní informace o analyzovaném signálu)



parametrický model vzniku signálu a z toho už cokoliv

tedy: netrápí nás okna, ani prosakování spekter \Rightarrow lepší rozlišovací schopnost i při krátkých záznamech \Rightarrow **analýza časově proměnných a přechodných dějů**

MODEL SIGNÁLU PRŮCHODEM LINEÁRNÍ SOUSTAVOU

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^q b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$$

$$y(nT) = -\sum_{k=1}^p a_k y((n-k)T) + \sum_{k=0}^q b_k x((n-k)T)$$

MODEL SIGNÁLU PRŮCHODEM LINEÁRNÍ SOUSTAVOU

- ☑ je-li posloupnost $x(nT)$, resp. $y(nT)$ realizací stacionárního náhodného procesu, platí pro jejich spektrální výkonové hustoty $\Gamma_{xx}(f)$, resp. $\Gamma_{yy}(f)$,

$$\Gamma_{yy}(f) = |H(f)|^2 \cdot \Gamma_{xx}(f),$$

kde $|H(f)|$ je modul frekvenční charakteristiky použité lineární soustavy.

Algoritmy parametrického odhadu výkonového spektra posloupnosti $y(nT)$, $n \in \langle 0, N-1 \rangle$ obsahují:

- 1) odhad parametrů modelu přenosové soustavy;
- 2) výpočet spektrální hustoty výkonu $\Gamma_{yy}(f)$ z odhadnutých parametrů

MODEL SIGNÁLU PRŮCHODEM LINEÁRNÍ SOUSTAVOU

- ☑ podle charakteru modelu přenosové soustavy dělíme algoritmy na:
 - ARMA(p,q) – autoregressive-moving average řádu (p,q);
 - AR(p), q=0, $b_0=1$, $H(z)=1/X(z)$...
... autoregresivní
 - MA(q), $X(z) = 1 \Rightarrow H(z) = Y(z)$...
moving average

MODEL SIGNÁLU PRŮCHODEM LINEÁRNÍ SOUSTAVOU

- ☑ nejčastěji používaný AR model – proč?
 - vhodný pro vyjádření spektra s úzkými vrcholy (rezonance)
 - výpočet parametrů vede na jednoduchou soustavu lineárních rovnic

MODEL SIGNÁLU PRŮCHODEM LINEÁRNÍ SOUSTAVOU

- ☑ dekompoziční teorém (Wold 1938)
 - jakýkoliv ARMA nebo MA proces může být jednoznačně reprezentován AR modelem max. ∞ řádu;
 - jakýkoliv ARMA nebo AR proces lze reprezentovat MA modelem max. ∞ řádu;