Popis pohybu hmotného bodu (kinematika)

4

Dvojrozměrný a trojrozměrný pohyb

Co potřebujeme znát:

3

Vektory

Hmotný bod, poloha, trajektorie

Hmotný bod, částice – zastupuje těleso, pokud nejsou důležité rozměry

Poloha, polohový vektor – popisuje polohu částice

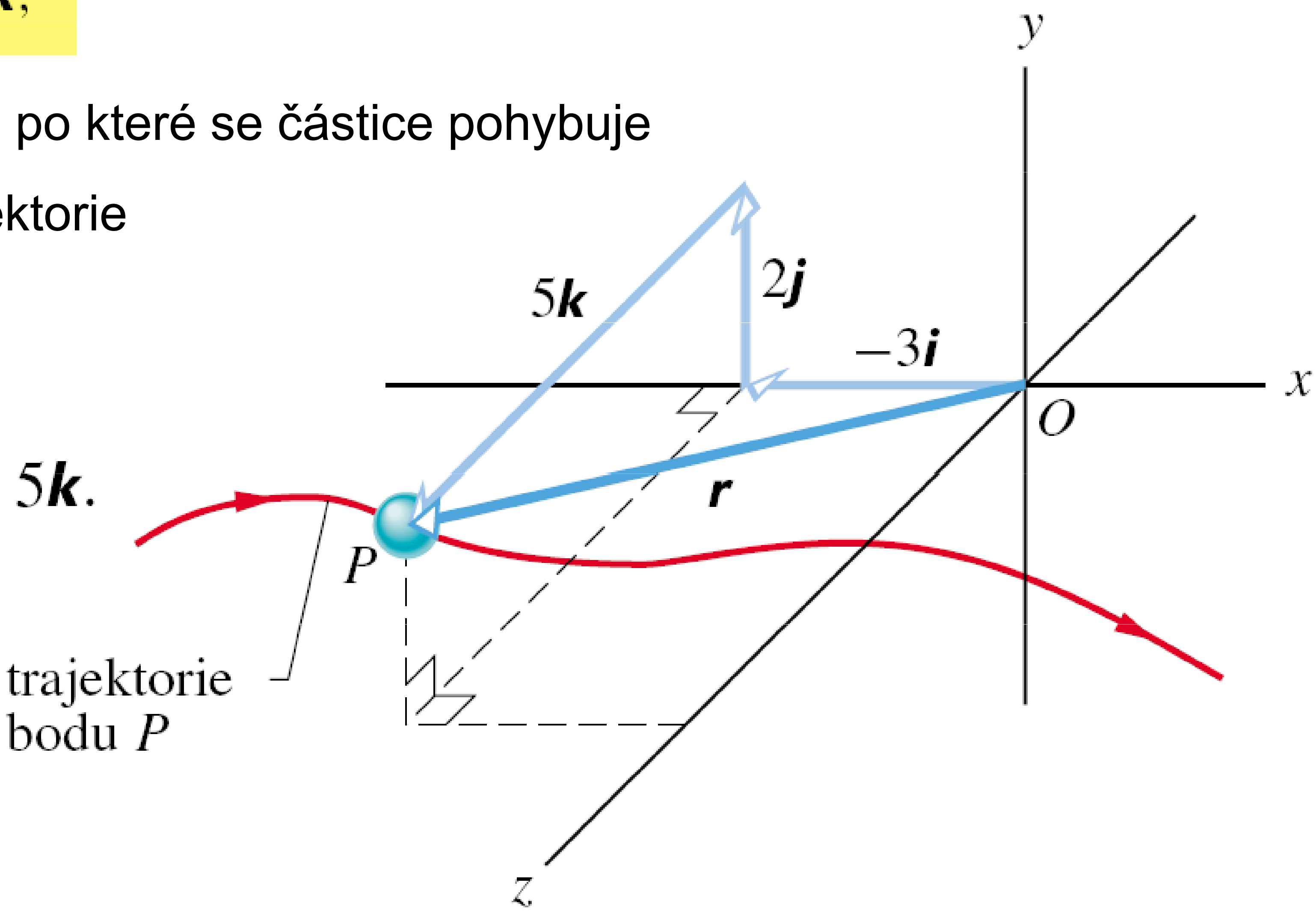
$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k},$$

Trajektorie – křivka po které se částice pohybuje

Dráha = délka trajektorie

Příklad:

$$\boldsymbol{r} = -3\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 5\boldsymbol{k}.$$



Hmotný bod, poloha, trajektorie

Poloha $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k},$

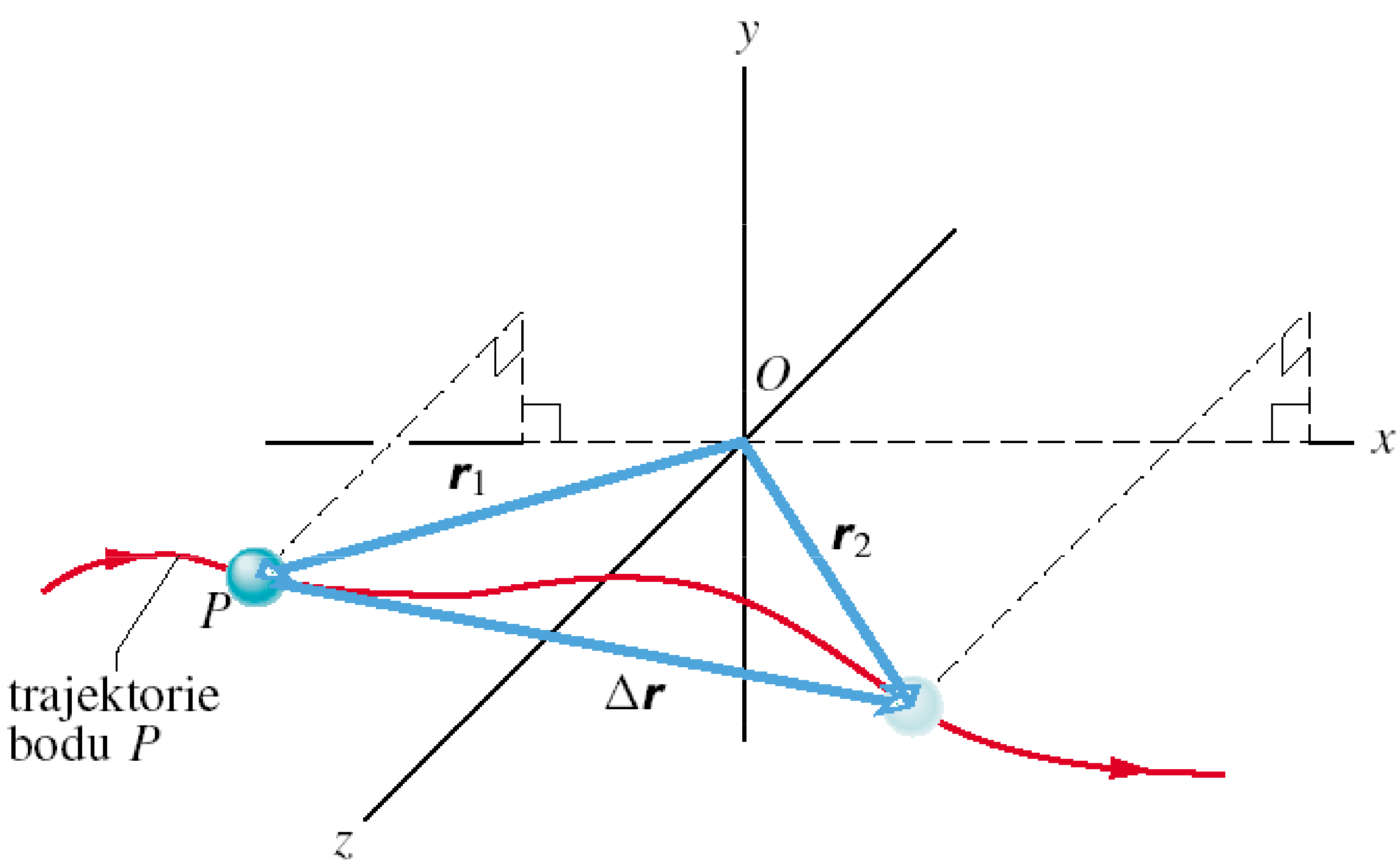
Posunutí $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k}$

PŘÍKLAD 4.1

$\boldsymbol{r}_1 = -3\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 5\boldsymbol{k}$

$\boldsymbol{r}_2 = 9\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 8\boldsymbol{k}$

$\Delta\boldsymbol{r} = 12\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{k}$



Hmotný bod, poloha, trajektorie

Poloha závisí na čase:

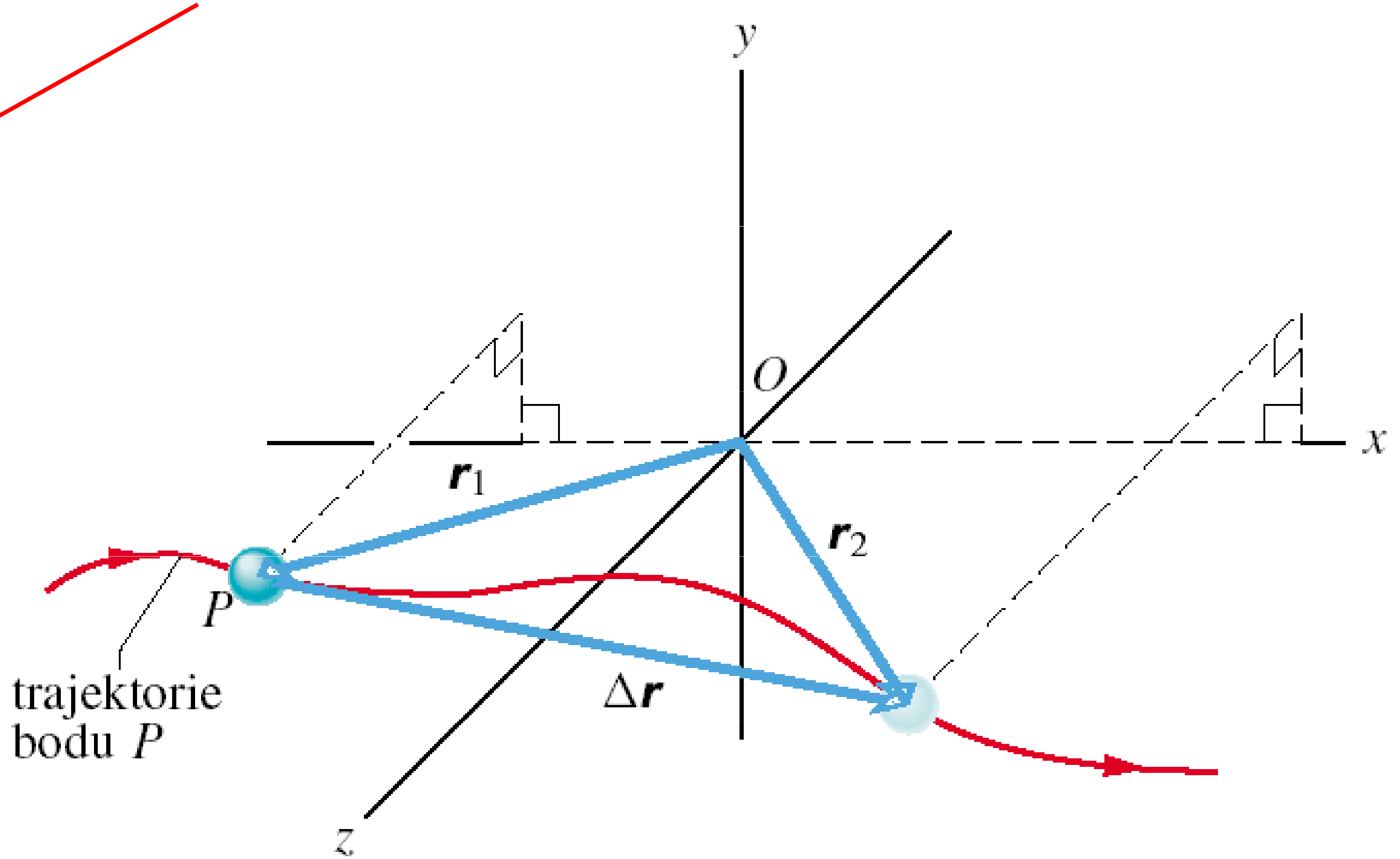
$$\vec{r} = \vec{r}\,(t)$$

Koncový bod vytváří trajektorii.

je totéž jako

parametrické rovnice trajektorie

$$x = x\,(t)$$
$$y = y\,(t)$$
$$z = z\,(t)$$



PŘÍKLAD 4.2

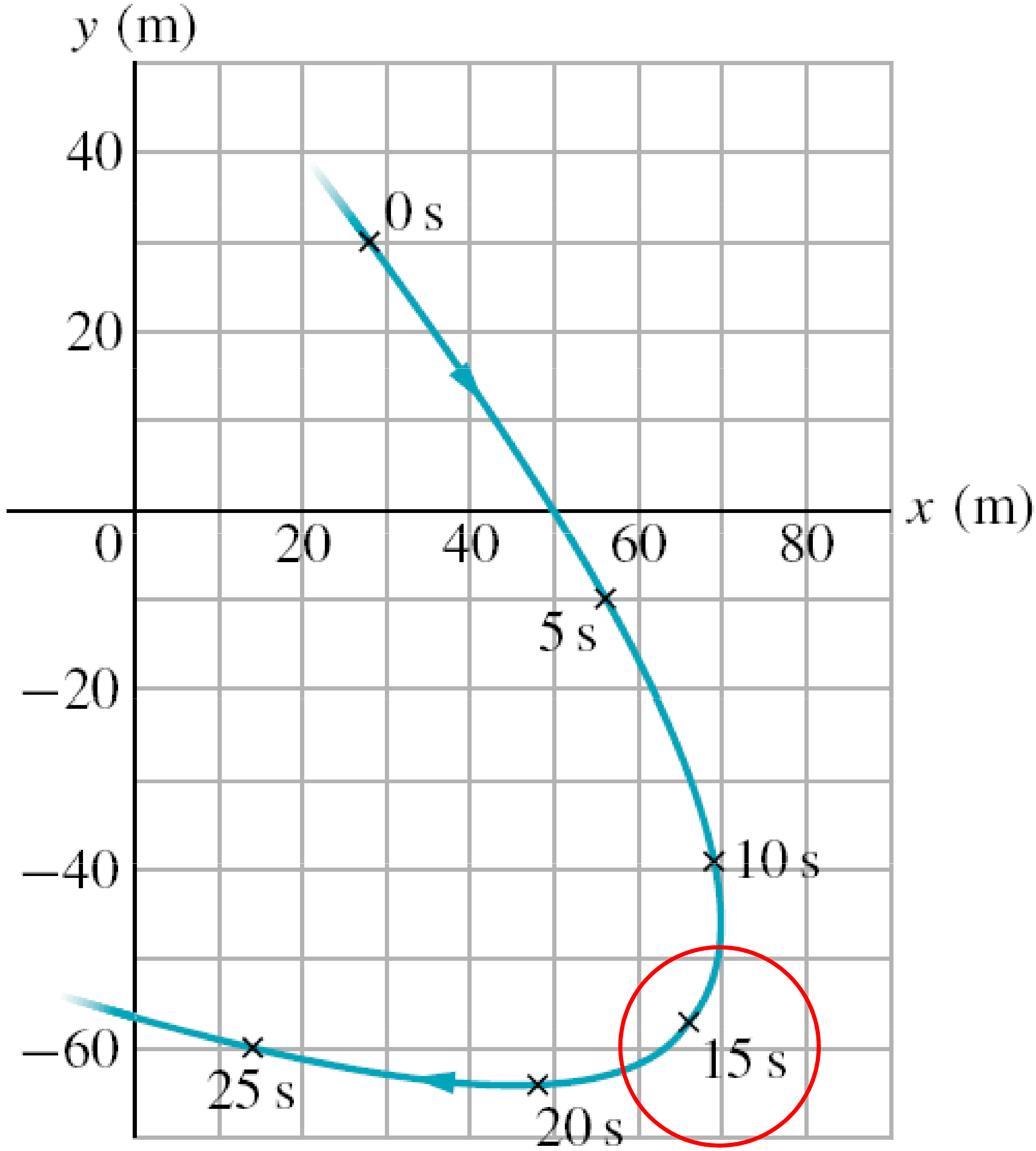
$$x = -0{,}31t^2 + 7{,}2t + 28,$$

$$y = 0{,}22t^2 - 9{,}1t + 30.$$

$$t = 15\ \mathrm{s}$$

$$x = 66$$

$$y = -57.$$



Poloha, rychlost a zrychlení (definice)

$\boldsymbol{r}$ polohový vektor, (poloha)

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}.$$

okamžitá rychlost, (rychlost)

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}.$$

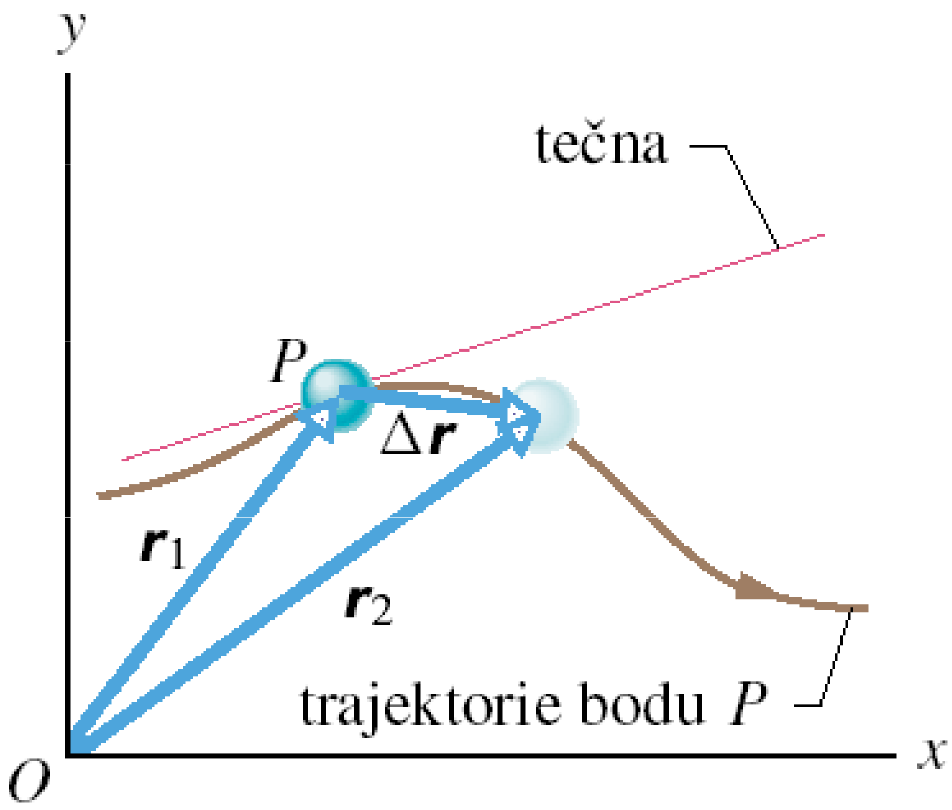
okamžité zrychlení, (zrychlení)

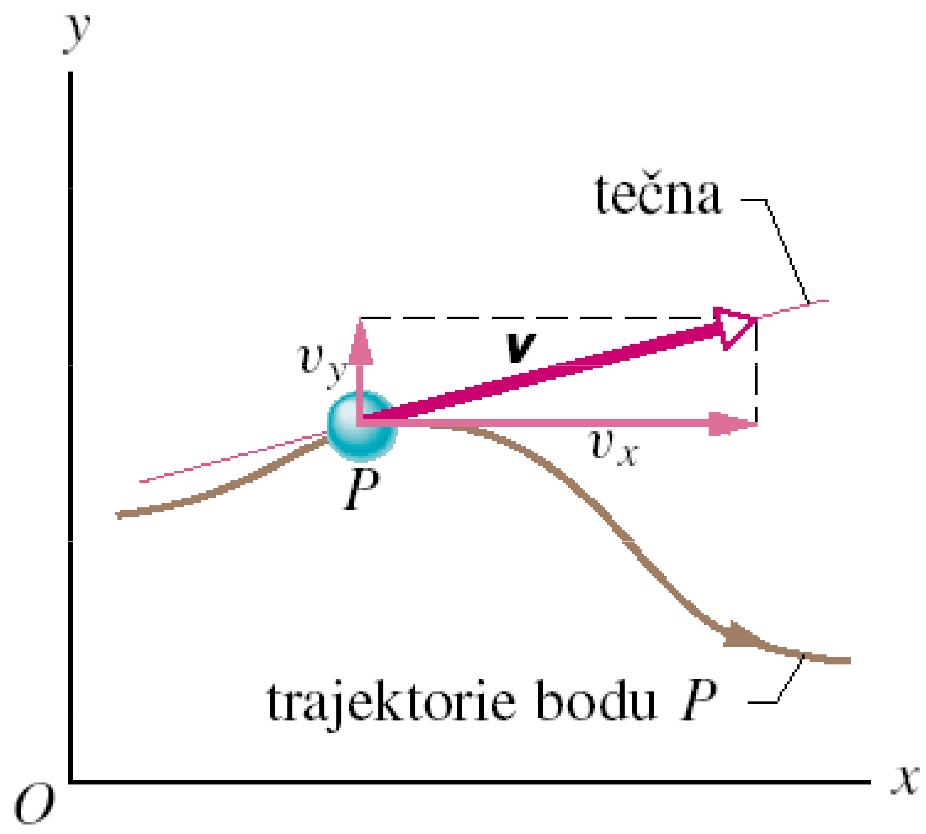
Rychlost, pokračování

Průměrná rychlost $$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

Okamžitá rychlost $$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

je tečná k trajektorii

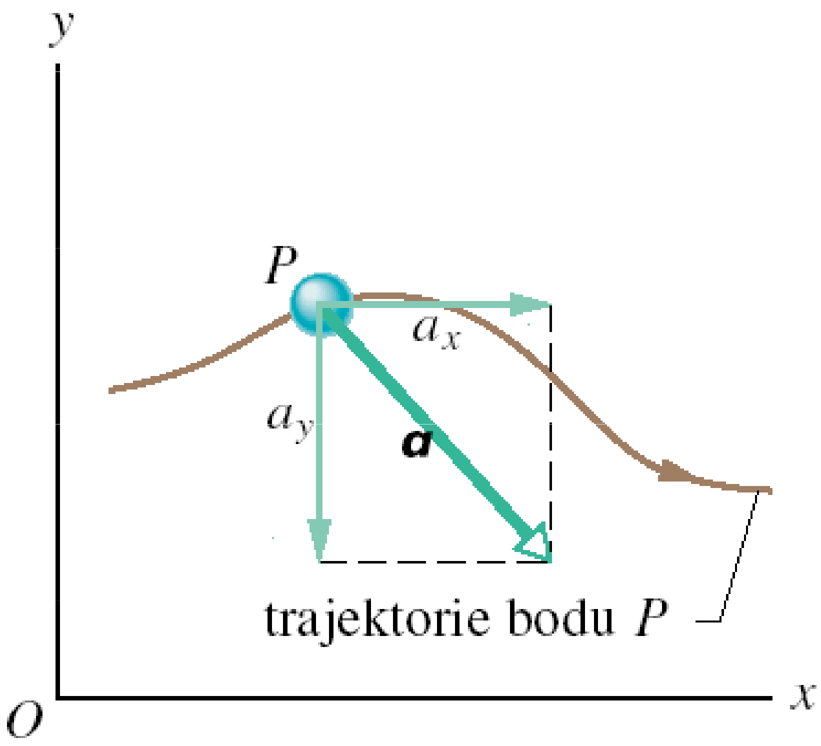




Zrychlení, pokračování

Průměrné zrychlení
$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

Okamžité zrychlení
$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$$



Změna rychlosti:

- změna velikosti rychlosti
- změna směru rychlosti

Kontrola: čím ovládáme zrychlení auta?

plynový pedál

brzda

volant

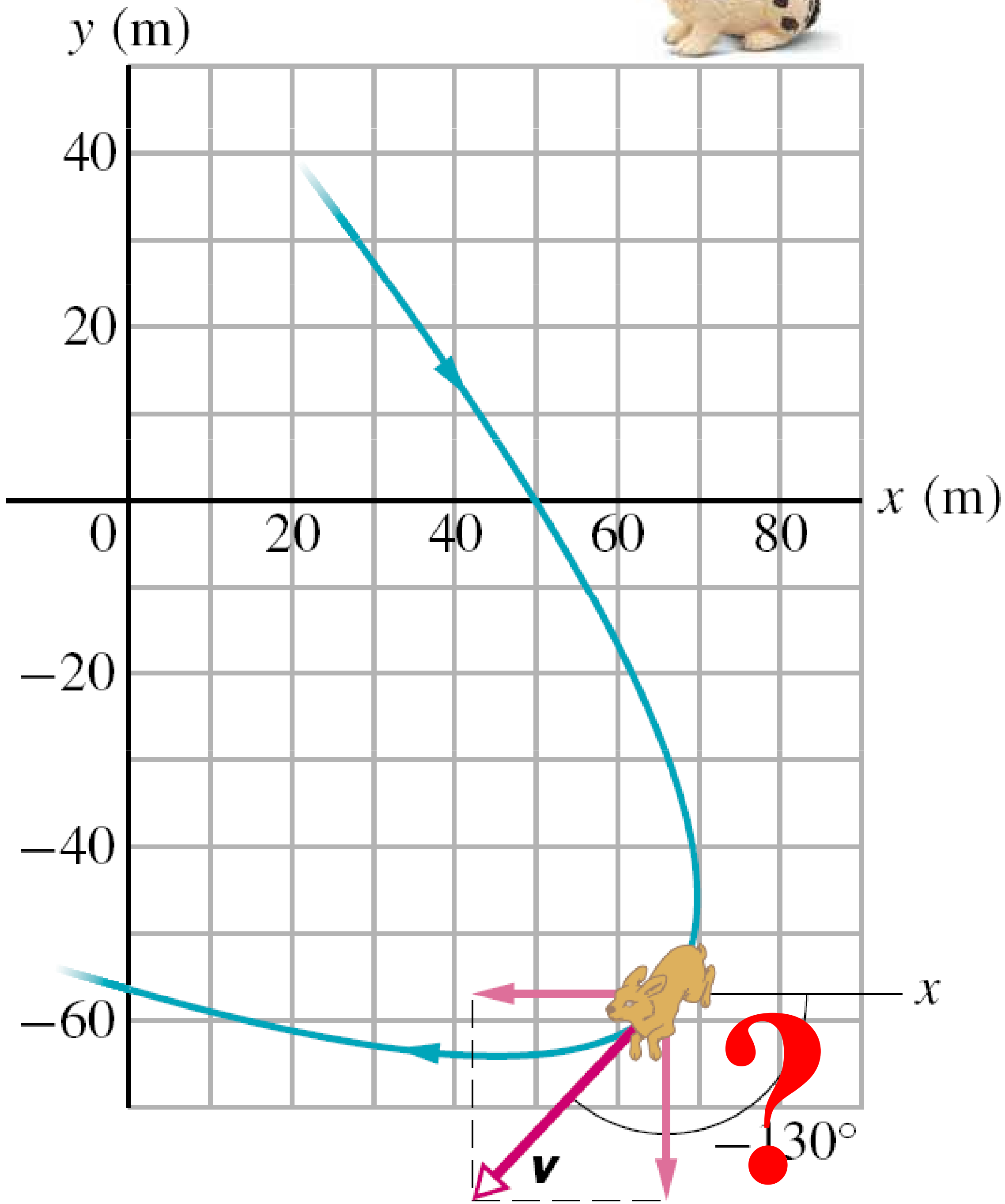
PŘÍKLAD 4.3

$$x = -0{,}31t^2 + 7{,}2t + 28,$$
$$y = 0{,}22t^2 - 9{,}1t + 30.$$

$$v_x = -0{,}62t + 7{,}2.$$
$$v_y = 0{,}44t - 9{,}1$$

$$t = 15\,\mathrm{s}$$
$$v_x = -2{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$$
$$v_y = -2{,}5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$$
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 3{,}3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$$
$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{v_y}{v_x} = 1{,}19$$
$$\theta = \cancel{50^\circ}?$$

nebo 180°+50°=230°?



PŘÍKLAD 4.4

derivujeme

$$x = -0{,}31t^2 + 7{,}2t + 28,$$

$$y = 0{,}22t^2 - 9{,}1t + 30.$$

$$v_x = -0{,}62t + 7{,}2.$$

$$v_y = 0{,}44t - 9{,}1$$

$$a_x = -0{,}62$$

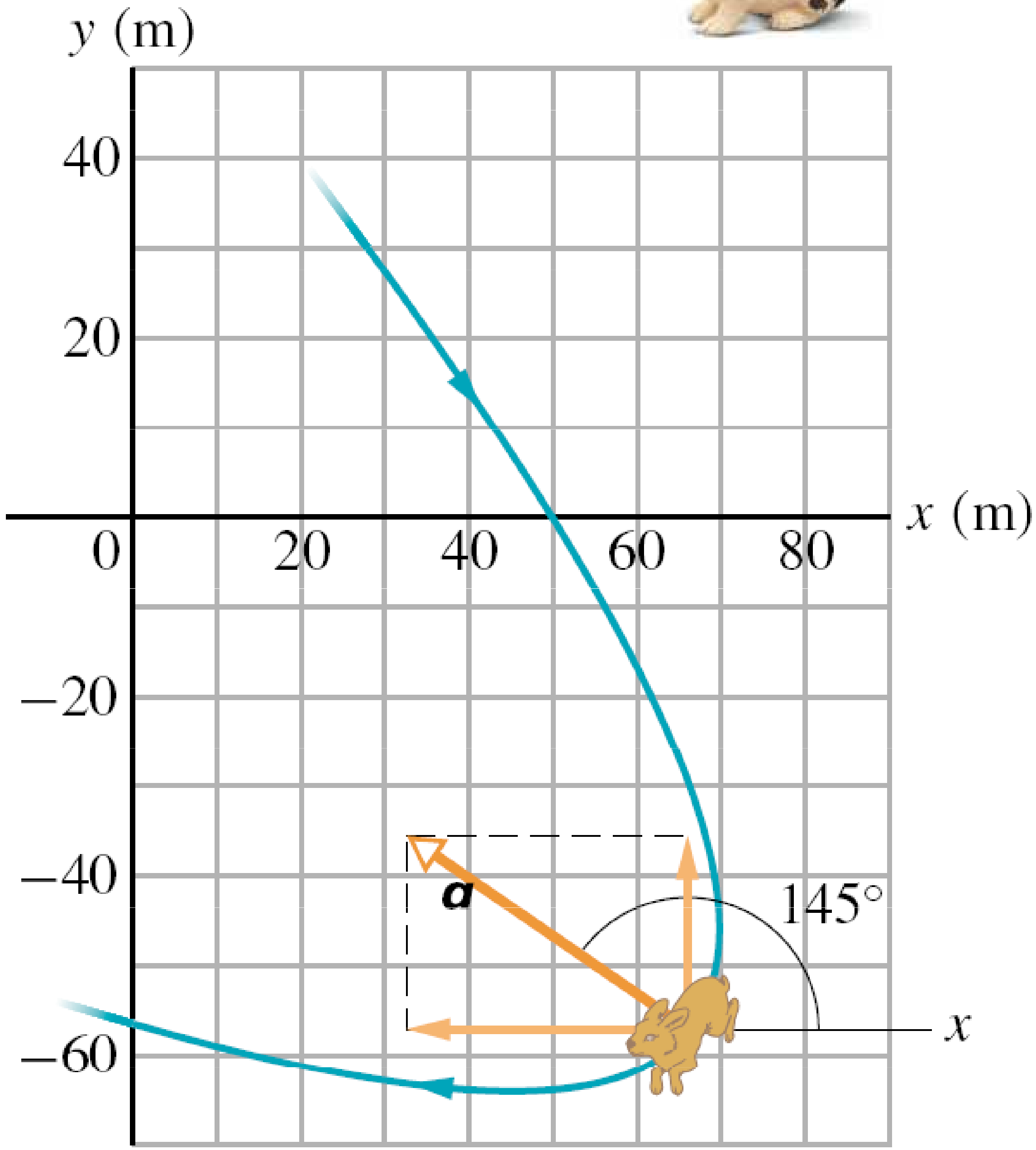
$$a_y = 0{,}44$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 0{,}76\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$$

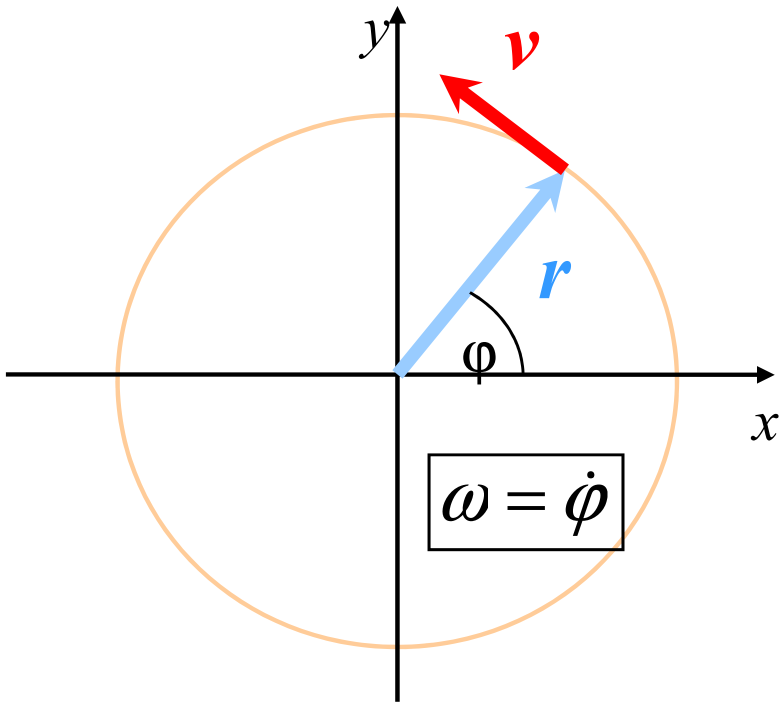
$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{a_y}{a_x} = -0{,}710$$

$$\theta = \cancel{-35^\circ}$$

nebo 180°+(–35)°=145°?



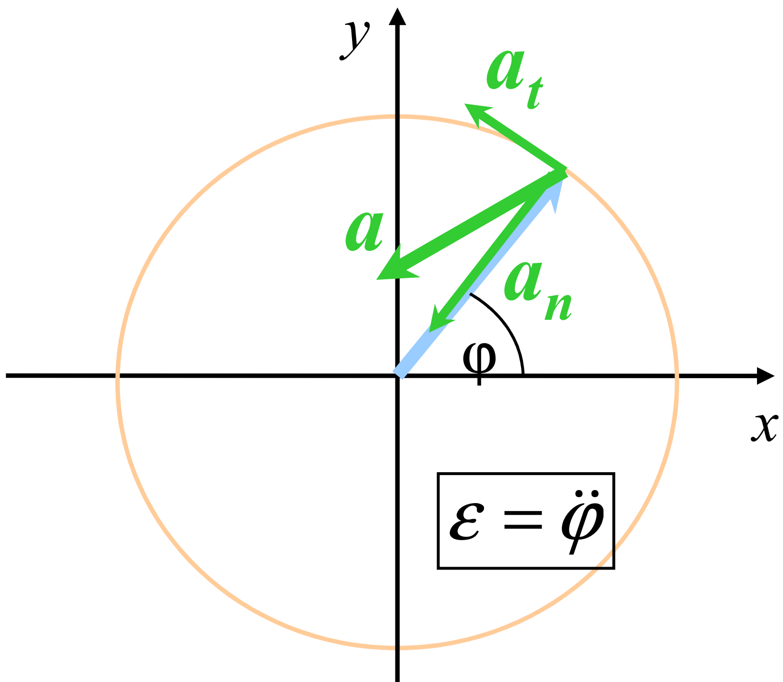
Pohyb po kružnici



$$\vec{r} = R\cos\varphi(t)\,\vec{i} + R\sin\varphi(t)\,\vec{j}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = -\dot{\varphi} R \sin\varphi\,\vec{i} + \dot{\varphi} R \cos\varphi\,\vec{j}$$

$$= \dot{\varphi} R\,\vec{\tau} = \omega R\,\vec{\tau}$$



$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -\ddot{\varphi} R \sin\varphi\,\vec{i} - \dot{\varphi}^2 R \cos\varphi\,\vec{i}$$

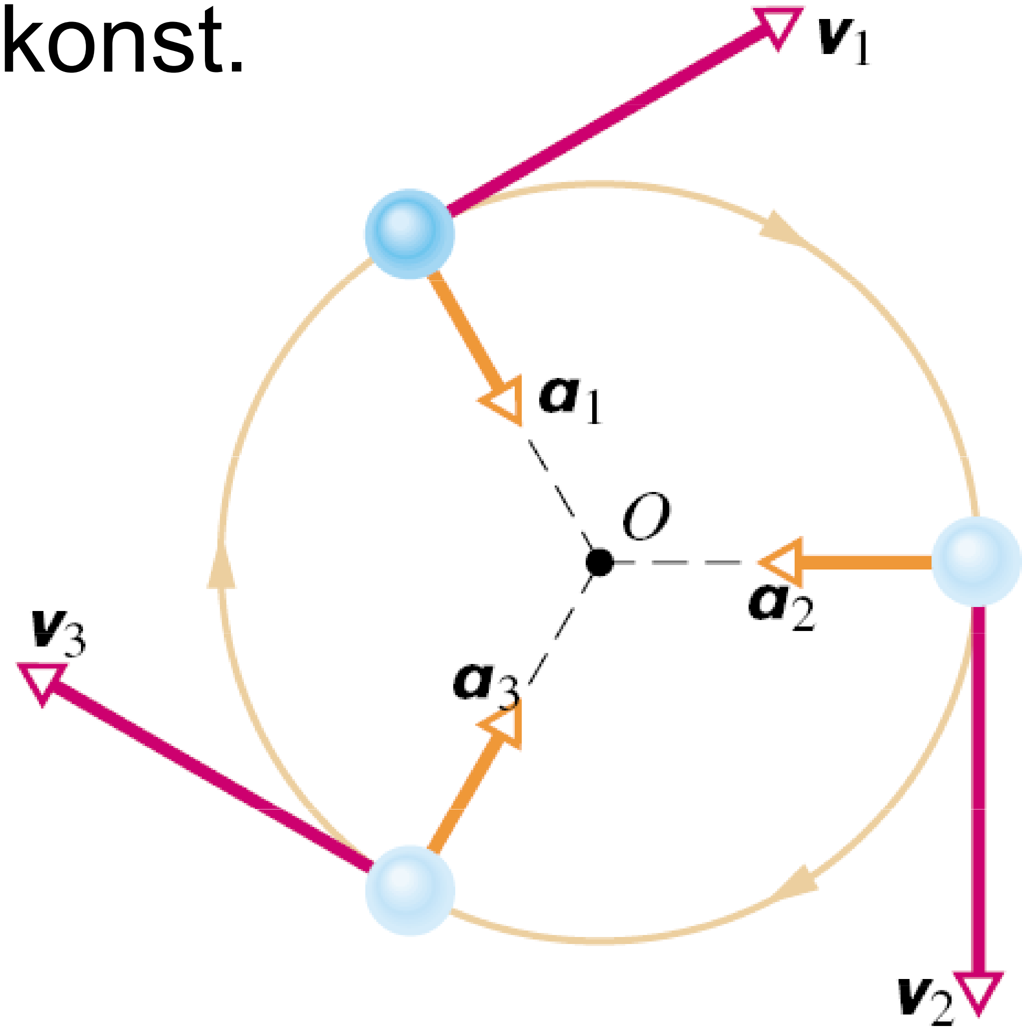
$$+ \ddot{\varphi} R \cos\varphi\,\vec{j} - \dot{\varphi}^2 R \sin\varphi\,\vec{j}$$

$$= \ddot{\varphi} R\,\vec{\tau} - \dot{\varphi}^2 R \frac{\vec{r}}{R}$$

$$\boxed{\vec{a}_t = \varepsilon R\,\vec{\tau} \qquad \vec{a}_n = -\omega^2 R \frac{\vec{r}}{R}}$$

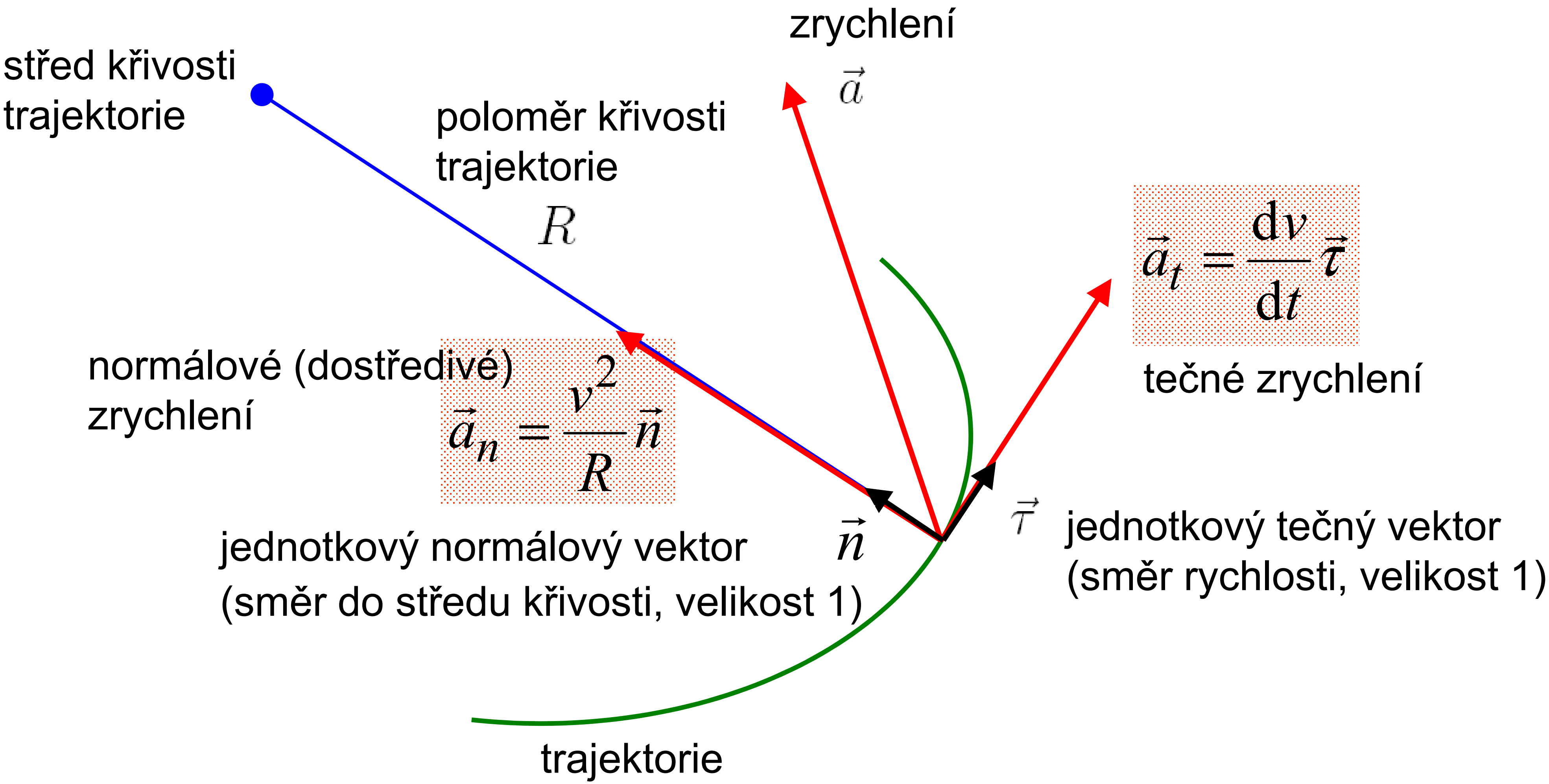
Rovnoměrný pohyb po kružnici

$$a = \frac{v^2}{r}$$ = konst.



Věta o rozkladu zrychlení

$$\boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{n}}$$



Důsledky věty o rozkladu zrychlení

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + \frac{v^2}{R}\vec{\nu}$$

0

0

pro rovnoměrný pohyb (v = konst.)

$$\vec{a} = \vec{a}_n$$

$$a = \frac{v^2}{R}$$

pro přímočarý pohyb ($R \rightarrow \infty$)

$$\vec{a} = \vec{a}_t$$

$$\pm a = \frac{dv}{dt}$$

Co cítíme?

Zrychlení