

1/2) Pøjem funkce, def. obor, obor hodnot, je prostá, omezená, sudá, lichá, inverzní

1. Uvèete definiční obor funkce:

- | | | |
|--|---------------------------------------|---|
| a) $f(x) = \sqrt{\frac{-2}{x^2 - 5x + 6}}$ | 1) $f(x) = \sqrt{\log(\log x)}$ | a) $\{2, 3\}$ |
| b) $f(x) = \sqrt{6 + 7x - 3x^2}$ | 2) $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{ x-1 }}$ | A) $\langle -\frac{2}{3}, 3 \rangle$ |
| c) $f(x) = \log(5x^2 - 8x - 4)$ | 3) $f(x) = \sqrt{\log(\cos x)}$ | c) $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup$
$\cup \langle 2, +\infty \rangle$ |
| d) $f(x) = \log(4x - x^2) - \log(x-2)$ | v intervalu $\langle 0, 2\pi \rangle$ | d) $\{2, 4\}$ |
| e) $f(x) = \sqrt{6x - x^2} + \sqrt{x-1}$ | 4) $f(x) = \sqrt{ x-1 }$ | e) $\langle 1, 6 \rangle$ |
| f) $f(x) = \log(x^2 - 10) + \sqrt{x^2 - 5x}$ | | f) $(-\infty, -\sqrt{10}) \cup$
$\cup \langle 5, +\infty \rangle$ |
| g) $f(x) = \sqrt{2\cos x - 1}$ | | g) $\langle -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \rangle + 2k\pi$ $k \in \mathbb{Z}$ |
| h) $f(x) = \log(\sin x)$ | | h) $\langle 0, \pi \rangle + 2k\pi$ |
| i) $f(x) = \log(\sqrt{3} - \tan x)$ | | i) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}) + k\pi$ |
| | | j) $\langle 10, +\infty \rangle$ |
| | | k) $\langle 1, +\infty \rangle$ |
| | | l) $\{0\}$ |
| | | m) $(-\infty, -1) \cup$
$\cup \langle 1, +\infty \rangle$ |

2. Rozhodněte, zda je prostá nebo lichá

- | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| a) $f(x) = \frac{x+x^3}{x^4+3x^2}$ | d) $f(x) = 3\cos x - 2$ | a) lichá |
| b) $f(x) = \frac{x^2}{x^4+3}$ | e) $f(x) = 2^x$ | A) sudá |
| c) $f(x) = \frac{x}{x^2-x+1}$ | f) $f(x) = \frac{x^2}{ x +3}$ | c) ani sudá ani lichá |
| | g) $f(x) = \frac{\sin x}{2x^2-3}$ | d) sudá |
| | | e) ani sudá ani lichá |
| | | f) sudá |
| | | g) lichá |

3. Uvažte funkci f definovanou v intervalu $\langle -3, 2 \rangle$ předpisem

$$f(x) = |2x+1| + |x+1| - 2$$

a) sestrojte graf funkce f

b) určete obor funkčních hodnot funkce f $|H_f = \langle -\frac{3}{2}, 6 \rangle$

4. Podle definice omezené funkce dokažte, že je

a) $f(x) = \frac{10}{(x+2)^2}$

b) $f(x) = \frac{x}{x+4}$

a) $0 \leq f(x) \leq \frac{5}{2}$

b) $0 \leq f(x) < 1$

pro obor omezení na množině $\langle 0, +\infty \rangle$

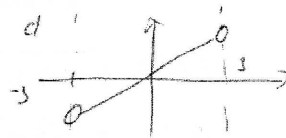
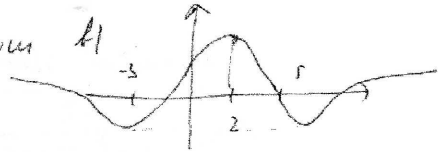
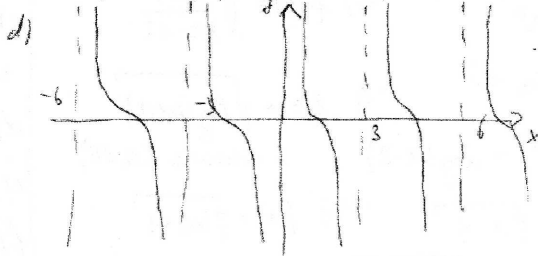
(Návod: načrtněte graf funkce)

5) Uďte příklad $f(x)$, která je
a) rostoucí, neomezená, prostá

b) omezená, má maximum v bodě 2 a minimum v bodě 5 a -3

c) lichá, $D_f = (-3, 3)$, omezená

d) periodická s periodou 3, neomezená, ~~rostoucí~~



6) Rozhodněte, které ze zadávaných funkcí jsou prosté. Ke kterým pak vytvořte inverzní f^{-1} a určete D_f a H_f , načrtněte grafy f a f^{-1} .

1. $f(x) = 3x - 1$

2. $f(x) = x^2$

3. $f(x) = \frac{1}{x}$

4. $f(x) = \frac{1}{x^2}$

5. $f(x) = |x|$

6. $f(x) = (x+1)^2 - 3$

7. $f(x) = 4 + \frac{1}{x-3}$

8. $f(x) = |x+1|$

9. $f(x) = x^3$

10. $f(x) = e^x$

1. prostá $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$ $D_f = H_f = \mathbb{R}$

2. není prostá

3. prostá, $f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$ $D_f = H_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

4. není prostá

5. není prostá

6. není prostá

7. prostá, $f^{-1}(x) = \frac{1}{x-4} + 3$ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$
 $H_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

8. není prostá

9. prostá $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$ $D_f = H_f = \mathbb{R}$

10. prostá $f^{-1}(x) = \ln x$ $D_f = \mathbb{R}$
 $H_f = (0, +\infty)$

7) Je dána funkce $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$

1. Určete D_f

2. Dokažte, že pro všechna $x \in D_f$: $f(x) = 3 + \frac{7}{x+2}$

3. Dokažte, že f je rostoucí na intervalu $J =]-2, +\infty[$

4. Udělejte tabulku variací na J

5. Vypočítejte souřadnice průsečíků grafu f s osami souřadnic

6. Načrtněte graf f na J

7. Ověřte, že na tomto intervalu lze určit funkci inverzní a vyjádřete ji.

8. Do stejné soustavy souřadnic $t = k \circ f$, načrtněte graf funkce f^{-1}

1. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
 2. $x_1, x_2 \in J$
 $x_1 < x_2$
 $x_1 + 2 < x_2 + 2$
 $\frac{1}{x_1 + 2} > \frac{1}{x_2 + 2}$
 $\frac{7}{x_1 + 2} > \frac{7}{x_2 + 2}$

3. $3 - \frac{7}{x_1 + 2} < 3 - \frac{7}{x_2 + 2}$
 $f(x_1) < f(x_2)$

4. $x \rightarrow -2^+ \rightarrow +\infty$
 $x \rightarrow -2^- \rightarrow -\infty$
 $x \rightarrow +\infty \rightarrow 3$

5. $(0, -\frac{1}{2})$ $(\frac{1}{3}, 0)$
 6. f je na J příslušná f^{-1}
 $f^{-1}(x) = -\frac{2x+1}{x-3}$