Teorie vyjednávání

Jan Mysliveček

Přf Muni

7.listopadu 2008

Trhy a vyjednávání

- Dokonalá konkurence (mnoho prodávajících a kupujících)

Trhy a vyjednávání

- Dokonalá konkurence (mnoho prodávajících a kupujících)
- Monopol (jeden prodávající a mnoho kupujících)

Trhy a vyjednávání

- Dokonalá konkurence (mnoho prodávajících a kupujících)
- Monopol (jeden prodávající a mnoho kupujících)
- Monopsony (jeden kupující, mnoho prodávajících)

- Dokonalá konkurence (mnoho prodávajících a kupujících)
- Monopol (jeden prodávající a mnoho kupujících)
- Monopsony (jeden kupující, mnoho prodávajících)
- Oligopol, duopol (málo prodávajících, mnoho kupujících)

Trhy a vyjednávání

- Dokonalá konkurence (mnoho prodávajících a kupujících)
- Monopol (jeden prodávající a mnoho kupujících)
- Monopsony (jeden kupující, mnoho prodávajících)
- Oligopol, duopol (málo prodávajících, mnoho kupujících)
- Aukce (jeden prodávající, více kupujících)

- Dokonalá konkurence (mnoho prodávajících a kupujících)
- Monopol (jeden prodávající a mnoho kupujících)
- Monopsony (jeden kupující, mnoho prodávajících)
- Oligopol, duopol (málo prodávajících, mnoho kupujících)
- Aukce (jeden prodávající, více kupujících)
- Jeden kupující a jeden prodávající?

Dvojstranné vyjednávání

- Potenciální kupec, vlastník předmětu

Dvojstranné vyjednávání

- Potenciální kupec, vlastník předmětu
- Hodnota větší pro zájemce než pro vlastníka

Dvojstranné vyjednávání

- Potenciální kupec, vlastník předmětu
- Hodnota větší pro zájemce než pro vlastníka
- Existuje prostor pro obchod

Dvojstranné vyjednávání

- Potenciální kupec, vlastník předmětu
- Hodnota větší pro zájemce než pro vlastníka
- Existuje prostor pro obchod
- Na jaké ceně se shodnou?

Dvojstranné vyjednávání

- Potenciální kupec, vlastník předmětu
- Hodnota větší pro zájemce než pro vlastníka
- Existuje prostor pro obchod
- Na jaké ceně se shodnou?
- Všechny okolnosti mohou být známé

Dvojstranné vyjednávání

- Potenciální kupec, vlastník předmětu
- Hodnota větší pro zájemce než pro vlastníka
- Existuje prostor pro obchod
- Na jaké ceně se shodnou?
- Všechny okolnosti mohou být známé
- Dva základní přístupy

Dvojstranné vyjednávání

- Potenciální kupec, vlastník předmětu
- Hodnota větší pro zájemce než pro vlastníka
- Existuje prostor pro obchod
- Na jaké ceně se shodnou?
- Všechny okolnosti mohou být známé
- Dva základní přístupy
- Axiomatický: Nashovo vyjednávání

Dvojstranné vyjednávání

- Potenciální kupec, vlastník předmětu
- Hodnota větší pro zájemce než pro vlastníka
- Existuje prostor pro obchod
- Na jaké ceně se shodnou?
- Všechny okolnosti mohou být známé
- Dva základní přístupy
- Axiomatický: Nashovo vyjednávání
- Strukturální: Rubinsteinovo vyjednávání

Axiomatický model

- Soustava základních požadavků na výsledek vyjednávání

Axiomatický model

- Soustava základních požadavků na výsledek vyjednávání
- Předpoklady: množina možných dohod A a bod neshody D, dva hráči

Axiomatický model

- Soustava základních požadavků na výsledek vyjednávání
- Předpoklady: množina možných dohod A a bod neshody D, dva hráči
- Preference $\succeq_i$ na $A \cup D$ pro každého hráče

Axiomatický model

- Soustava základních požadavků na výsledek vyjednávání
- Předpoklady: množina možných dohod A a bod neshody D, dva hráči
- Preference $\succeq_i$ na $A \cup D$ pro každého hráče
- Alternativně užitková funkce $u : A \cup D \to \mathbb{R}$

Axiomatický model

- Soustava základních požadavků na výsledek vyjednávání
- Předpoklady: množina možných dohod A a bod neshody D, dva hráči
- Preference $\succeq_i$ na $A \cup D$ pro každého hráče
- Alternativně užitková funkce $u : A \cup D \to \mathbb{R}$
- Pak lze uvažovat $S \subset \mathbb{R}^2$, $d = (u_1(d), u_2(d))$:

$$S = \{u_1(a), u_2(a) | a \in A \cup D,\}$$

Axiomatický model

- Soustava základních požadavků na výsledek vyjednávání
- Předpoklady: množina možných dohod A a bod neshody D, dva hráči
- Preference $\succeq_i$ na $A \cup D$ pro každého hráče
- Alternativně užitková funkce $u : A \cup D \to \mathbb{R}$
- Pak lze uvažovat $S \subset \mathbb{R}^2$, $d = (u_1(d), u_2(d))$:

$$S = \{u_1(a), u_2(a) | a \in A \cup D, \}$$

- Problém vyjednávání je $\langle S, d \rangle$

Axiomatický model

- Soustava základních požadavků na výsledek vyjednávání
- Předpoklady: množina možných dohod A a bod neshody D, dva hráči
- Preference $\succeq_i$ na $A \cup D$ pro každého hráče
- Alternativně užitková funkce $u : A \cup D \rightarrow \mathbb{R}$
- Pak lze uvažovat $S \subset \mathbb{R}^2$, $d = (u_1(d), u_2(d))$:

$$S = \{u_1(a), u_2(a) | a \in A \cup D, \}$$

- Problém vyjednávání je $\langle S, d \rangle$
- Předpokládáme S kompaktní, konvexní množina

Axiomatický model

- Soustava základních požadavků na výsledek vyjednávání
- Předpoklady: množina možných dohod A a bod neshody D, dva hráči
- Preference $\succeq_i$ na $A \cup D$ pro každého hráče
- Alternativně užitková funkce $u : A \cup D \to \mathbb{R}$
- Pak lze uvažovat $S \subset \mathbb{R}^2$, $d = (u_1(d), u_2(d))$:

$$S = \{u_1(a), u_2(a) | a \in A \cup D, \}$$

- Problém vyjednávání je $\langle S, d \rangle$
- Předpokládáme S kompaktní, konvexní množina
- Požadujeme existenci $s \in S, s \succ_i d, i = 1, 2$

Axiomy

- Množina všech problémů $\mathbb{B}$.

Axiomy

- Množina všech problémů $\mathbb{B}$.
- Řešení vyjednávacího problému je $f : \mathbb{B} \to \mathbb{R}^2$, tak, že $f(\langle S, d \rangle) \in S$

Axiomy

- Množina všech problémů $\mathbb{B}$.
- Řešení vyjednávacího problému je $f : \mathbb{B} \rightarrow \mathbb{R}^2$, tak, že $f(\langle S, d \rangle) \in S$
- Na řešení vyjednávacího problému máme 4 podmínky

Axiomy

- Množina všech problémů $\mathbb{B}$.
- Řešení vyjednávacího problému je $f : \mathbb{B} \rightarrow \mathbb{R}^2$, tak, že $f(\langle S, d\rangle) \in S$
- Na řešení vyjednávacího problému máme 4 podmínky
- Lineární transformace užitkové funkce nezmění výsledek

Axiomy

- Množina všech problémů $\mathbb{B}$.
- Řešení vyjednávacího problému je $f : \mathbb{B} \to \mathbb{R}^2$, tak, že $f(\langle S, d\rangle) \in S$
- Na řešení vyjednávacího problému máme 4 podmínky
- Lineární transformace užitkové funkce nezmění výsledek

Axiom (INV)

Jestliže problém $\langle S', d'\rangle$ vznikne z problému $\langle S, d\rangle$ pomocí lineární transformace $s_i \mapsto \alpha_i s_i + \beta_i$ for $i = 1, 2$ a $\alpha_i > 0$, pak $f_i(S', d') = \alpha_i f_i(S, d) + \beta_i$, pro $i = 1, 2$.

Axiomy

- Množina všech problémů $\mathbb{B}$.
- Řešení vyjednávacího problému je $f : \mathbb{B} \rightarrow \mathbb{R}^2$, tak, že $f(\langle S, d \rangle) \in S$
- Na řešení vyjednávacího problému máme 4 podmínky
- Lineární transformace užitkové funkce nezmění výsledek

Axiom (INV)

Jestliže problém $\langle S', d' \rangle$ vznikne z problému $\langle S, d \rangle$ pomocí lineární transformace $s_i \mapsto \alpha_i s_i + \beta_i$ for $i = 1, 2$ a $\alpha_i > 0$, pak $f_i(S', d') = \alpha_i f_i(S, d) + \beta_i$, pro $i = 1, 2$.

- Symetrický problém má symetrické řešení (informace o hráčích je obsažena jen v S a d)

Axiomy

- Množina všech problémů $\mathbb{B}$.
- Řešení vyjednávacího problému je $f : \mathbb{B} \to \mathbb{R}^2$, tak, že $f(\langle S, d\rangle) \in S$
- Na řešení vyjednávacího problému máme 4 podmínky
- Lineární transformace užitkové funkce nezmění výsledek

Axiom (INV)

Jestliže problém $\langle S', d'\rangle$ vznikne z problému $\langle S, d\rangle$ pomocí lineární transformace $s_i \mapsto \alpha_i s_i + \beta_i$ for $i = 1, 2$ a $\alpha_i > 0$, pak $f_i(S', d') = \alpha_i f_i(S, d) + \beta_i$, pro $i = 1, 2$.

- Symetrický problém má symetrické řešení (informace o hráčích je obsažena jen v S a d)

Axiom (SYM)

Nechť je problém vyjednávání $\langle S, d\rangle$ symetrický, tedy $d_1 = d_2$ a $(s_1, s_2) \in S \iff (s_2, s_1) \in S$. Pak $f_1(S, d) = f_2(S, d)$.

Zbylé axiomy

- Irelevantní alternativy nezmění výsledek vyjednávání

Zbylé axiomy

- Irelevantní alternativy nezmění výsledek vyjednávání

Axiom (IIA)

Nechť $\langle S, d \rangle$ *a* $\langle T, d \rangle$ *jsou dva problémy vyjednávání takové, že* $S \subset T$ *a* $f(T, d) \in S$*. Pak* $f(S, d) = f(T, d)$*.*

Zbylé axiomy

- Irelevantní alternativy nezmění výsledek vyjednávání

Axiom (IIA)

Nechť $\langle S, d\rangle$ *a* $\langle T, d\rangle$ *jsou dva problémy vyjednávání takové, že* $S \subset T$ *a* $f(T, d) \in S$. *Pak* $f(S, d) = f(T, d)$.

- Výsledek vyjednávání nedává prostor k vylepšení

Zbylé axiomy

- Irelevantní alternativy nezmění výsledek vyjednávání

Axiom (IIA)

Nechť $\langle S, d\rangle$ *a* $\langle T, d\rangle$ *jsou dva problémy vyjednávání takové, že* $S \subset T$ *a* $f(T, d) \in S$. *Pak* $f(S, d) = f(T, d)$.

- Výsledek vyjednávání nedává prostor k vylepšení

Axiom (PAR)

Nechť $\langle S, d\rangle$ *je problém vyjednávání,* $s \in S, t \in S, t_i > s_i$, *pro* $i = 1, 2$. *Pak* $f(S, d) \neq s$.

Zbylé axiomy

- Irelevantní alternativy nezmění výsledek vyjednávání

Axiom (IIA)

Nechť $\langle S, d\rangle$ *a* $\langle T, d\rangle$ *jsou dva problémy vyjednávání takové, že* $S \subset T$ *a* $f(T, d) \in S$. *Pak* $f(S, d) = f(T, d)$.

- Výsledek vyjednávání nedává prostor k vylepšení

Axiom (PAR)

Nechť $\langle S, d\rangle$ *je problém vyjednávání,* $s \in S, t \in S, t_i > s_i$, *pro* $i = 1, 2$. *Pak* $f(S, d) \neq s$.

- Dávají smysl?

Zbylé axiomy

- Irelevantní alternativy nezmění výsledek vyjednávání

Axiom (IIA)

Nechť $\langle S, d \rangle$ *a* $\langle T, d \rangle$ *jsou dva problémy vyjednávání takové, že* $S \subset T$ *a* $f(T, d) \in S$. *Pak* $f(S, d) = f(T, d)$.

- Výsledek vyjednávání nedává prostor k vylepšení

Axiom (PAR)

Nechť $\langle S, d \rangle$ *je problém vyjednávání,* $s \in S, t \in S, t_i > s_i$, *pro* $i = 1, 2$. *Pak* $f(S, d) \neq s$.

- Dávají smysl?
- Připouštějí řešení?

Nashova věta

Věta

Problém vyjednávání má jednoznačné řešení $f^N : \mathbb{B} \to \mathbb{R}^2$ *vyhovující všem čtyřem výše uvedeným axiomům (INV,SYM,IIA,PAR). Toto řešení je ve tvaru*

$$f^N(S,d) = \underset{(d_1,d_2)\leq(s_1,s_2)\in S}{\arg\max} (s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$$

.

Důkaz

1. Jde o řešení
2. Splňuje všechny axiomy
3. Každé další řešení je splňující se s ním shoduje

Důkaz

Jde o řešení, neboť

- Množina $\{s \in S : s \geq d\}$ je kompaktní, konvexní

Důkaz

Jde o řešení, neboť

- Množina $\{s \in S : s \geq d\}$ je kompaktní, konvexní
- Funkce $H(s_1, s_2) = (s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$ je spojitá a striktně kvasi-konkávní

Důkaz

Jde o řešení, neboť

- Množina $\{s \in S : s \geq d\}$ je kompaktní, konvexní
- Funkce $H(s_1, s_2) = (s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$ je spojitá a striktně kvasi-konkávní
- Fce $g : X \to \mathbb{R}, X \subset \mathbb{R}^n$ je striktně kvasi-konkávní, pokud pro každé $x, y \in X, x \neq y$, platí, že $g(\lambda x + (1 - \lambda)y) > min\{f(x), f(y)\}$ pro všechna $\lambda \in (0, 1)$.

Důkaz

Jde o řešení, neboť

- Množina $\{s \in S : s \geq d\}$ je kompaktní, konvexní
- Funkce $H(s_1, s_2) = (s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$ je spojitá a striktně kvasi-konkávní
- Fce $g : X \to \mathbb{R}, X \subset \mathbb{R}^n$ je striktně kvasi-konkávní, pokud pro každé $x, y \in X, x \neq y$, platí, že $g(\lambda x + (1 - \lambda)y) > min\{f(x), f(y)\}$ pro všechna $\lambda \in (0, 1)$.
- Řešení existuje a je jednoznačné

Důkaz

Jde o řešení, neboť

- Množina $\{s \in S : s \geq d\}$ je kompaktní, konvexní
- Funkce $H(s_1, s_2) = (s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$ je spojitá a striktně kvasi-konkávní
- Fce $g : X \to \mathbb{R}, X \subset \mathbb{R}^n$ je striktně kvasi-konkávní, pokud pro každé $x, y \in X, x \neq y$, platí, že $g(\lambda x + (1 - \lambda)y) > min\{f(x), f(y)\}$ pro všechna $\lambda \in (0, 1)$.
- Řešení existuje a je jednoznačné

Důkaz

Jde o řešení, neboť

- Množina $\{s \in S : s \geq d\}$ je kompaktní, konvexní
- Funkce $H(s_1, s_2) = (s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$ je spojitá a striktně kvasi-konkávní
- Fce $g : X \to \mathbb{R}, X \subset \mathbb{R}^n$ je striktně kvasi-konkávní, pokud pro každé $x, y \in X, x \neq y$, platí, že $g(\lambda x + (1-\lambda)y) > min\{f(x), f(y)\}$ pro všechna $\lambda \in (0,1)$.
- Řešení existuje a je jednoznačné

Axiomy jsou splněny:

INV Mějme problém $\langle S, d\rangle$ a problém $\langle S', d'\rangle$, který vznikne lineární transformací pomocí koeficientů $(\alpha_i, \beta_i), i = 1, 2$. Pa k $s' \in S'$ tehdy a jen tehdy, existuje-li $s \in S$ takové, že $s_i = \alpha_i s_i + \beta_i, i = 1, 2$. Pak ovšem

$$(s_1' - d_1')(s_2' - d_2') = \alpha_1\alpha_2(s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$$

Pokud tedy (s_1^*, s_2^*) maximalizuje $(s_1 - d_1)(s_2 - d_2)$ na množině S, pak $({s_1^*}', {s_2^*}')$ maximalizuje $(s_1' - d_1')(s_2' - d_2')$ na množině S'

Důkazy

SYM Funkce H je symetrická a pokud dosahuje maxima v bodě $(s_1^*, s_2^*) \in S$, a problém $\langle S, d \rangle$ je symetrický, pak $(s_2^*, s_1^*) \in S$ a $d_1 = d_2$ a tedy $(s_2^*, s_1^*) \in S$ rovněž maximalizuje H na množině S. Protože řešení je určeno jednoznačně, musí platit, že $s_1^* = s_2^*$.

IIA Pokud $s^* \in S$ maximalizuje H na množině T, pak s^* maximalizuje H i na množině $S \subset T$.

PAR Kdyby existovalo vylepšení dohody $t \in S$ takové, že $t_i > s_i, i = 1, 2$, pak by s nemaximalizovalo H, neboť H je rostoucí v obou svých argumentech.

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S',d') = (\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S', d') = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
- Označíme $(z_1, z_2) = f^N(S, d)$

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S', d') = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
- Označíme $(z_1, z_2) = f^N(S, d)$
- Lineární transformace

$$\alpha_i = \frac{1}{2(z_i - d_i)}, \beta_i = -\frac{d_i}{2(z_i - d_i)}, z' = \alpha z + \beta$$

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S', d') = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
- Označíme $(z_1, z_2) = f^N(S, d)$
- Lineární transformace

$$\alpha_i = \frac{1}{2(z_i - d_i)}, \beta_i = -\frac{d_i}{2(z_i - d_i)}, z' = \alpha z + \beta$$

- V množině neexistují body s $s_1' + s_2' > 1$

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S', d') = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
- Označíme $(z_1, z_2) = f^N(S, d)$
- Lineární transformace

$$\alpha_i = \frac{1}{2(z_i - d_i)}, \beta_i = -\frac{d_i}{2(z_i - d_i)}, z' = \alpha z + \beta$$

- V množině neexistují body s $s_1' + s_2' > 1$
- Kdyby ano, pak by

$$t_1 t_2 = \frac{1}{2}(1-\varepsilon)((1-\varepsilon)\frac{1}{2} + \varepsilon(s_2' + s_1')) + \varepsilon^2 s_1' s_2' > 1$$

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S',d') = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
- Označíme $(z_1, z_2) = f^N(S,d)$
- Lineární transformace

$$\alpha_i = \frac{1}{2(z_i - d_i)}, \beta_i = -\frac{d_i}{2(z_i - d_i)}, z' = \alpha z + \beta$$

- V množině neexistují body s $s'_1 + s'_2 > 1$
- Kdyby ano, pak by

$$t_1 t_2 = \frac{1}{2}(1-\varepsilon)((1-\varepsilon)\frac{1}{2} + \varepsilon(s'_2 + s'_1)) + \varepsilon^2 s'_1 s'_2 > 1$$

- To by byl spor s optimalitou $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S', d') = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.
- Označíme $(z_1, z_2) = f^N(S, d)$
- Lineární transformace

$$\alpha_i = \frac{1}{2(z_i - d_i)}, \beta_i = -\frac{d_i}{2(z_i - d_i)}, z' = \alpha z + \beta$$

- V množině neexistují body s $s_1' + s_2' > 1$
- Kdyby ano, pak by

$$t_1 t_2 = \frac{1}{2}(1-\varepsilon)((1-\varepsilon)\frac{1}{2} + \varepsilon(s_2' + s_1')) + \varepsilon^2 s_1' s_2' > 1$$

- To by byl spor s optimalitou $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- Doplníme množinu S' na množinu

$$S'' = \{(s_1'', s_2'') | s_1'' \geq 0, s_2'' \geq 0, s_1'' + s_2'' \leq \frac{1}{2}\}$$

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S',d') = (\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.
- Označíme $(z_1,z_2) = f^N(S,d)$
- Lineární transformace

$$\alpha_i = \frac{1}{2(z_i - d_i)}, \beta_i = -\frac{d_i}{2(z_i - d_i)}, z' = \alpha z + \beta$$

- V množině neexistují body s $s'_1 + s'_2 > 1$
- Kdyby ano, pak by

$$t_1 t_2 = \frac{1}{2}(1-\varepsilon)((1-\varepsilon)\frac{1}{2} + \varepsilon(s'_2 + s'_1)) + \varepsilon^2 s'_1 s'_2 > 1$$

- To by byl spor s optimalitou $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$
- Doplníme množinu S' na množinu

$$S'' = \{(s''_1, s''_2) | s''_1 \geq 0, s''_2 \geq 0, s''_1 + s''_2 \leq \frac{1}{2}\}$$

- Tato množina je symetrická, takže $f(S'',(0,0)) = (\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

Jednoznačnost

Důkaz jednoznačnosti:

- transformujeme S na S' tak, aby $d' = (0,0), f^N(S',d') = (\frac{1}{2},\frac{1}{2})$.
- Označíme $(z_1,z_2) = f^N(S,d)$
- Lineární transformace

$$\alpha_i = \frac{1}{2(z_i - d_i)}, \beta_i = -\frac{d_i}{2(z_i - d_i)}, z' = \alpha z + \beta$$

- V množině neexistují body s $s_1' + s_2' > 1$
- Kdyby ano, pak by

$$t_1 t_2 = \frac{1}{2}(1-\varepsilon)((1-\varepsilon)\frac{1}{2} + \varepsilon(s_2' + s_1')) + \varepsilon^2 s_1' s_2' > 1$$

- To by byl spor s optimalitou $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$
- Doplníme množinu S' na množinu

$$S'' = \{(s_1'', s_2'') | s_1'' \geq 0, s_2'' \geq 0, s_1'' + s_2'' \leq \frac{1}{2}\}$$

- Tato množina je symetrická, takže $f(S'',(0,0)) = (\frac{1}{2},\frac{1}{2})$
- To se shoduje s f^N, a S'' vzniklo přidáním irelevantních alternativ

Příklad

- Nechť množina $A = \{(a, a')|a + a' \leq 1, a \geq 0, a' \geq 0\}, u_1(x) = x, u_2(x) = \sqrt{x}, D = (0, 0),$

Příklad

- Nechť množina $A = \{(a, a')|a + a' \leq 1, a \geq 0, a' \geq 0\}, u_1(x) = x, u_2(x) = \sqrt{x}, D = (0, 0)$,
- Nalezněte Nashovo řešení vyjednávaní.

Příklad

- Nechť množina $A = \{(a, a')|a + a' \leq 1, a \geq 0, a' \geq 0\}, u_1(x) = x, u_2(x) = \sqrt{x}, D = (0, 0)$,
- Nalezněte Nashovo řešení vyjednávaní.
- Výpočet množiny S

$$S = \{(x, \sqrt{y})|x + y \leq 1\} = \{(r, s)|r + s^2 \leq 1\}$$

Příklad

- Nechť množina $A = \{(a, a')|a + a' \leq 1, a \geq 0, a' \geq 0\}, u_1(x) = x, u_2(x) = \sqrt{x}, D = (0, 0)$,
- Nalezněte Nashovo řešení vyjednávaní.
- Výpočet množiny S

$$S = \{(x, \sqrt{y})|x + y \leq 1\} = \{(r, s)|r + s^2 \leq 1\}$$

- Problém pak je

$$\arg\max_{r,s}, \text{ kde } r + s^2 \leq 1$$

Příklad

- Nechť množina $A = \{(a, a')|a + a' \leq 1, a \geq 0, a' \geq 0\}, u_1(x) = x, u_2(x) = \sqrt{x}, D = (0, 0),$
- Nalezněte Nashovo řešení vyjednávaní.
- Výpočet množiny S

$$S = \{(x, \sqrt{y})|x + y \leq 1\} = \{(r, s)|r + s^2 \leq 1\}$$

- Problém pak je

$$\arg\max_{r,s}, \text{ kde } r + s^2 \leq 1$$

- Řešení je $x = r = \frac{2}{3}, y = s^2 = \frac{1}{3}$.

Příklad

- Nechť množina $A = \{(a, a')|a + a' \leq 1, a \geq 0, a' \geq 0\}, u_1(x) = x, u_2(x) = \sqrt{x}, D = (0, 0)$,
- Nalezněte Nashovo řešení vyjednávaní.
- Výpočet množiny S

$$S = \{(x, \sqrt{y})|x + y \leq 1\} = \{(r, s)|r + s^2 \leq 1\}$$

- Problém pak je

$$\arg\max_{r,s}, \text{ kde } r + s^2 \leq 1$$

- Řešení je $x = r = \frac{2}{3}, y = s^2 = \frac{1}{3}$.
- Řešení přímo

$$\arg\max x\sqrt{y} \text{ kde } x + y \leq 1$$

Příklad

- Nechť množina $A = \{(a, a')|a + a' \leq 1, a \geq 0, a' \geq 0\}, u_1(x) = x, u_2(x) = \sqrt{x}, D = (0, 0),$
- Nalezněte Nashovo řešení vyjednávaní.
- Výpočet množiny S

$$S = \{(x, \sqrt{y})|x + y \leq 1\} = \{(r, s)|r + s^2 \leq 1\}$$

- Problém pak je

$$\arg\max_{r,s}, \text{ kde } r + s^2 \leq 1$$

- Řešení je $x = r = \frac{2}{3}, y = s^2 = \frac{1}{3}$.
- Řešení přímo

$$\arg\max x\sqrt{y} \text{ kde } x + y \leq 1$$

- Řešení je $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{3}$

Příklad

- Nechť množina $A = \{(a, a')|a + a' \leq 1, a \geq 0, a' \geq 0\}, u_1(x) = x, u_2(x) = \sqrt{x}, D = (0, 0)$,
- Nalezněte Nashovo řešení vyjednávaní.
- Výpočet množiny S

$$S = \{(x, \sqrt{y})|x + y \leq 1\} = \{(r, s)|r + s^2 \leq 1\}$$

- Problém pak je

$$\arg\max_{r,s}, \text{ kde } r + s^2 \leq 1$$

- Řešení je $x = r = \frac{2}{3}, y = s^2 = \frac{1}{3}$.
- Řešení přímo

$$\arg\max x\sqrt{y} \text{ kde } x + y \leq 1$$

- Řešení je $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{3}$
- Postoj k riziku ovlivňuje výsledek

Averze k riziku

- Množina $A = \{(a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2 : a_1 + a_2 \leq 1,\ a_i \geq 0, i = 1, 2\}$, $D = (0, 0)$

Averze k riziku

- Množina $A = \{(a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2 : a_1 + a_2 \leq 1,\ a_i \geq 0, i = 1, 2\}$, $D = (0, 0)$
- Stejná užitková funkce obou hráčů $u_1 = u_2$

Averze k riziku

- Množina $A = \{(a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2 : a_1 + a_2 \leq 1,\ a_i \geq 0, i = 1, 2\}$, $D = (0, 0)$
- Stejná užitková funkce obou hráčů $u_1 = u_2$
- Nashovo řešení je $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

Averze k riziku

- Množina $A = \{(a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2 : a_1 + a_2 \leq 1,\ a_i \geq 0, i = 1, 2\}$, $D = (0, 0)$
- Stejná užitková funkce obou hráčů $u_1 = u_2$
- Nashovo řešení je $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- Nechť $v_2 = h \circ u_2, v_1 = u_1$, h konkávní

Averze k riziku

- Množina $A = \{(a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2 : a_1 + a_2 \leq 1,\ a_i \geq 0, i = 1, 2\}$, $D = (0, 0)$
- Stejná užitková funkce obou hráčů $u_1 = u_2$
- Nashovo řešení je $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- Nechť $v_2 = h \circ u_2, v_1 = u_1$, h konkávní
- Řešení symetrického problému

$$\frac{u_1'(z)}{u_1(z)} = \frac{u_2'(1-z)}{u_2(1-z)} \tag{1}$$

Averze k riziku

- Množina $A = \{(a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2 : a_1 + a_2 \leq 1,\ a_i \geq 0, i = 1, 2\}$, $D = (0, 0)$
- Stejná užitková funkce obou hráčů $u_1 = u_2$
- Nashovo řešení je $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- Nechť $v_2 = h \circ u_2, v_1 = u_1$, h konkávní
- Řešení symetrického problému

$$\frac{u_1'(z)}{u_1(z)} = \frac{u_2'(1-z)}{u_2(1-z)} \tag{1}$$

- Řešení asymetrického problému

$$\frac{u_1'(z)}{u_1(z)} = \frac{h'(u_2(1-z))u_2'(1-z)}{h(u_2(1-z))} \tag{2}$$

Averze k riziku

- Množina $A = \{(a_1, a_2) \in \mathbb{R}^2 : a_1 + a_2 \leq 1,\ a_i \geq 0, i = 1, 2\}$, $D = (0, 0)$
- Stejná užitková funkce obou hráčů $u_1 = u_2$
- Nashovo řešení je $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- Nechť $v_2 = h \circ u_2, v_1 = u_1$, h konkávní
- Řešení symetrického problému

$$\frac{u_1'(z)}{u_1(z)} = \frac{u_2'(1-z)}{u_2(1-z)} \tag{1}$$

- Řešení asymetrického problému

$$\frac{u_1'(z)}{u_1(z)} = \frac{h'(u_2(1-z))u_2'(1-z)}{h(u_2(1-z))} \tag{2}$$

- Tedy $z_u \leq z_v$.

Zbytečné axiomy?

- Je některý z axiomů zbytečný?

Zbytečné axiomy?

- Je některý z axiomů zbytečný?

INV Za řešení můžeme označit body (s_1, s_2) které maximalizují součet $s_1 + s_2$. Pokud jich je více, tak zvolíme nejbližší přímce skrz bod D se sklonem -1.

Zbytečné axiomy?

- Je některý z axiomů zbytečný?

INV Za řešení můžeme označit body (s_1, s_2) které maximalizují součet $s_1 + s_2$. Pokud jich je více, tak zvolíme nejbližší přímce skrz bod D se sklonem -1.

SYM Je-li maximalizovaná funkce $f(x, y) = (x - d_1)^{\alpha}(y - d_2)^{1-\alpha}$

Zbytečné axiomy?

- Je některý z axiomů zbytečný?

INV Za řešení můžeme označit body (s_1, s_2) které maximalizují součet $s_1 + s_2$. Pokud jich je více, tak zvolíme nejbližší přímce skrz bod D se sklonem -1.

SYM Je-li maximalizovaná funkce $f(x, y) = (x - d_1)^{\alpha}(y - d_2)^{1-\alpha}$

IIA Označme s'_i maximální možný užitek hráče i na množině $\{s | s \in S, s \geq D\}$. Definujme jako řešení bod ležící na spojnici D a (s'_1, s'_2), na hranici množiny S.

Zbytečné axiomy?

- Je některý z axiomů zbytečný?

INV Za řešení můžeme označit body (s_1, s_2) které maximalizují součet $s_1 + s_2$. Pokud jich je více, tak zvolíme nejbližší přímce skrz bod D se sklonem -1.

SYM Je-li maximalizovaná funkce $f(x, y) = (x - d_1)^\alpha (y - d_2)^{1-\alpha}$

IIA Označme s_i' maximální možný užitek hráče i na množině $\{s | s \in S, s \geq D\}$. Definujme jako řešení bod ležící na spojnici D a (s_1', s_2'), na hranici množiny S.

PAR Za řešení můžeme definovat právě bod D.

Zbytečné axiomy?

- Je některý z axiomů zbytečný?

INV Za řešení můžeme označit body (s_1, s_2) které maximalizují součet $s_1 + s_2$. Pokud jich je více, tak zvolíme nejbližší přímce skrz bod D se sklonem -1.

SYM Je-li maximalizovaná funkce $f(x, y) = (x - d_1)^{\alpha}(y - d_2)^{1-\alpha}$

IIA Označme s_i' maximální možný užitek hráče i na množině $\{s | s \in S, s \geq D\}$. Definujme jako řešení bod ležící na spojnici D a (s_1', s_2'), na hranici množiny S.

PAR Za řešení můžeme definovat právě bod D.

- V každém případě jsme našli další řešení, různé od Nashova.

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i
- Struktura ale může mít vliv na vyjednávání

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i
- Struktura ale může mít vliv na vyjednávání
- Opakované nabídky

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i
- Struktura ale může mít vliv na vyjednávání
- Opakované nabídky
- Strany se střídají, ne nutně pravidelně

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i
- Struktura ale může mít vliv na vyjednávání
- Opakované nabídky
- Strany se střídají, ne nutně pravidelně
- Čekání je nákladné, diskontování

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i
- Struktura ale může mít vliv na vyjednávání
- Opakované nabídky
- Strany se střídají, ne nutně pravidelně
- Čekání je nákladné, diskontování
- Opět množina možných dohod S, užitky u_i, bod neshody D

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i
- Struktura ale může mít vliv na vyjednávání
- Opakované nabídky
- Strany se střídají, ne nutně pravidelně
- Čekání je nákladné, diskontování
- Opět množina možných dohod S, užitky u_i, bod neshody D
- Opět přeneseme problém do $S' \subset \mathbb{R}^2$

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i
- Struktura ale může mít vliv na vyjednávání
- Opakované nabídky
- Strany se střídají, ne nutně pravidelně
- Čekání je nákladné, diskontování
- Opět množina možných dohod S, užitky u_i, bod neshody D
- Opět přeneseme problém do $S' \subset \mathbb{R}^2$
- Ještě více si to zjednodušíme: dělení koláče o velikosti 1.

Rubinsteinovo vyjednávání

- Předchozí model neobsahuje žádnou strukturu
- Vyjednávací pozice je shrnuta do bodu D a užitkových funkcí u_i
- Struktura ale může mít vliv na vyjednávání
- Opakované nabídky
- Strany se střídají, ne nutně pravidelně
- Čekání je nákladné, diskontování
- Opět množina možných dohod S, užitky u_i, bod neshody D
- Opět přeneseme problém do $S' \subset \mathbb{R}^2$
- Ještě více si to zjednodušíme: dělení koláče o velikosti 1.
- Střídání kol, $t = 1, 2, \ldots$, diskontování pomocí δ

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací
- Dva hráči ($i = 1, 2$)

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací
- Dva hráči ($i = 1, 2$)
- Čas $t = 1, 2, \ldots$

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací
- Dva hráči ($i = 1, 2$)
- Čas $t = 1, 2, \ldots$
- V lichých kolech dává nabídku první hráč

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací
- Dva hráči ($i = 1, 2$)
- Čas $t = 1, 2, \ldots$
- V lichých kolech dává nabídku první hráč
- V sudých druhý hráč

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací
- Dva hráči ($i = 1, 2$)
- Čas $t = 1, 2, \ldots$
- V lichých kolech dává nabídku první hráč
- V sudých druhý hráč
- Označme $X^n = \{(x_0, \ldots, x_n) | x_i \in S\}$

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací
- Dva hráči ($i = 1, 2$)
- Čas $t = 1, 2, \dots$
- V lichých kolech dává nabídku první hráč
- V sudých druhý hráč
- Označme $X^n = \{(x_0, \dots, x_n) | x_i \in S\}$
- Strategie prvního hráče $\sigma^t : X^t \to X$ pro t sudé, $\sigma^t : X^{t+1} \to \{A, N\}$ pro t liché

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací
- Dva hráči ($i = 1, 2$)
- Čas $t = 1, 2, \ldots$
- V lichých kolech dává nabídku první hráč
- V sudých druhý hráč
- Označme $X^n = \{(x_0, \ldots, x_n) | x_i \in S\}$
- Strategie prvního hráče $\sigma^t : X^t \to X$ pro t sudé, $\sigma^t : X^{t+1} \to \{A, N\}$ pro t liché
- Druhého hráče $\tau^t : X^{t+1} \to \{A, N\}$ pro t sudé, $\tau^t : X^t \to X$ pro t liché

Popis hry

- Jde o poziční hru s plnou informací
- Dva hráči ($i = 1, 2$)
- Čas $t = 1, 2, \ldots$
- V lichých kolech dává nabídku první hráč
- V sudých druhý hráč
- Označme $X^n = \{(x_0, \ldots, x_n) | x_i \in S\}$
- Strategie prvního hráče $\sigma^t : X^t \to X$ pro t sudé, $\sigma^t : X^{t+1} \to \{A, N\}$ pro t liché
- Druhého hráče $\tau^t : X^{t+1} \to \{A, N\}$ pro t sudé, $\tau^t : X^t \to X$ pro t liché
- Kompletní strategie—předpis i akce, která je vyloučena předchozí hrou

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)
- Přijme nabídku, kde dostane alespoň x

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)
- Přijme nabídku, kde dostane alespoň x
- Druhý nabídne (x, y)

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)
- Přijme nabídku, kde dostane alespoň x
- Druhý nabídne (x, y)
- Druhý přijme nabídku, kde dostane alespoň y

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)
- Přijme nabídku, kde dostane alespoň x
- Druhý nabídne (x, y)
- Druhý přijme nabídku, kde dostane alespoň y
- Jde o Nashovu rovnováhu?

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)
- Přijme nabídku, kde dostane alespoň x
- Druhý nabídne (x, y)
- Druhý přijme nabídku, kde dostane alespoň y
- Jde o Nashovu rovnováhu?
- Jde o DRVP?

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)
- Přijme nabídku, kde dostane alespoň x
- Druhý nabídne (x, y)
- Druhý přijme nabídku, kde dostane alespoň y
- Jde o Nashovu rovnováhu?
- Jde o DRVP?
- V DRVP by muselo jít o Nashovu rovnováhu v každé podhře

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)
- Přijme nabídku, kde dostane alespoň x
- Druhý nabídne (x, y)
- Druhý přijme nabídku, kde dostane alespoň y
- Jde o Nashovu rovnováhu?
- Jde o DRVP?
- V DRVP by muselo jít o Nashovu rovnováhu v každé podhře
- Když je na tahu první hráč, druhý by měl přijmout již δy

Nashovy rovnováhy

- Dva hráči, první začíná
- První nabídne (x, y)
- Přijme nabídku, kde dostane alespoň x
- Druhý nabídne (x, y)
- Druhý přijme nabídku, kde dostane alespoň y
- Jde o Nashovu rovnováhu?
- Jde o DRVP?
- V DRVP by muselo jít o Nashovu rovnováhu v každé podhře
- Když je na tahu první hráč, druhý by měl přijmout již δy
- Využíváme větu o jediné odchylce (když existuje lepší strategie, tak existuje i lepší strategie lišící se v jediném tahu)

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x, y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x, y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t + 1, t + 2, t + 3$, nazývaná první, druhé, třetí

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x, y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t + 1, t + 2, t + 3$, nazývaná první, druhé, třetí
- Studujme DRVP s výhrou M_1

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x, y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t + 1, t + 2, t + 3$, nazývaná první, druhé, třetí
- Studujme DRVP s výhrou M_1
- Chceme zjistit, jak taková DRVP vypadá

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x, y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t+1, t+2, t+3$, nazývaná první, druhé, třetí
- Studujme DRVP s výhrou M_1
- Chceme zjistit, jak taková DRVP vypadá
- Ve třetím kole si první hráč zaručí M_1

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x, y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t+1, t+2, t+3$, nazývaná první, druhé, třetí
- Studujme DRVP s výhrou M_1
- Chceme zjistit, jak taková DRVP vypadá
- Ve třetím kole si první hráč zaručí M_1
- Ve druhém kole může druhý hráč nabídnout $\delta M_1, 1 - \delta M_1$

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x, y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t + 1, t + 2, t + 3$, nazývaná první, druhé, třetí
- Studujme DRVP s výhrou M_1
- Chceme zjistit, jak taková DRVP vypadá
- Ve třetím kole si první hráč zaručí M_1
- Ve druhém kole může druhý hráč nabídnout $\delta M_1, 1 - \delta M_1$
- Takovou nabídku by první hráč přijal (byl by indiferentní)

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x,y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t+1, t+2, t+3$, nazývaná první, druhé, třetí
- Studujme DRVP s výhrou M_1
- Chceme zjistit, jak taková DRVP vypadá
- Ve třetím kole si první hráč zaručí M_1
- Ve druhém kole může druhý hráč nabídnout $\delta M_1, 1 - \delta M_1$
- Takovou nabídku by první hráč přijal (byl by indiferentní)
- V prvním kole tak první hráč musí nabídnout alespoň $\delta(1 - \delta M_1)$ druhému

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x, y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t + 1, t + 2, t + 3$, nazývaná první, druhé, třetí
- Studujme DRVP s výhrou M_1
- Chceme zjistit, jak taková DRVP vypadá
- Ve třetím kole si první hráč zaručí M_1
- Ve druhém kole může druhý hráč nabídnout $\delta M_1, 1 - \delta M_1$
- Takovou nabídku by první hráč přijal (byl by indiferentní)
- V prvním kole tak první hráč musí nabídnout alespoň $\delta(1 - \delta M_1)$ druhému
- Ten ji přijme, prvnímu zbude $1 - \delta(1 - \delta M_1)$

DRVP

- Označme M_1 nejvyšší výhru prvního hráče v DRVP, m_1 nejmenší
- Vyjednávání o koláči velikosti 1:

$$S = \{(x,y) | x + y \leq 1, x, y \geq 0\}$$

- Studujme kola $t+1, t+2, t+3$, nazývaná první, druhé, třetí
- Studujme DRVP s výhrou M_1
- Chceme zjistit, jak taková DRVP vypadá
- Ve třetím kole si první hráč zaručí M_1
- Ve druhém kole může druhý hráč nabídnout $\delta M_1, 1 - \delta M_1$
- Takovou nabídku by první hráč přijal (byl by indiferentní)
- V prvním kole tak první hráč musí nabídnout alespoň $\delta(1 - \delta M_1)$ druhému
- Ten ji přijme, prvnímu zbude $1 - \delta(1 - \delta M_1)$
- Toto je nejvíce, co si první hráč může zaručit v této DRVP, tedy $M_1 = 1 - \delta(1 - \delta M_1)$

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1
- Proto $m_1 = M_1$

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1
- Proto $m_1 = M_1$
- Podobná úvaha pro druhého hráče

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1
- Proto $m_1 = M_1$
- Podobná úvaha pro druhého hráče
- Strategie jsou: každý hráč si ponechá $\frac{1}{1+\delta}$

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1
- Proto $m_1 = M_1$
- Podobná úvaha pro druhého hráče
- Strategie jsou: každý hráč si ponechá $\frac{1}{1+\delta}$
- Je ochoten přijmout $\frac{\delta}{\delta+1}$

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1
- Proto $m_1 = M_1$
- Podobná úvaha pro druhého hráče
- Strategie jsou: každý hráč si ponechá $\frac{1}{1+\delta}$
- Je ochoten přijmout $\frac{\delta}{\delta+1}$
- Podobný postup je snadný pro analýzu modifikací problému

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1
- Proto $m_1 = M_1$
- Podobná úvaha pro druhého hráče
- Strategie jsou: každý hráč si ponechá $\frac{1}{1+\delta}$
- Je ochoten přijmout $\frac{\delta}{\delta+1}$
- Podobný postup je snadný pro analýzu modifikací problému
- Příklad: různé diskontní faktory δ_1, δ_2.

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1
- Proto $m_1 = M_1$
- Podobná úvaha pro druhého hráče
- Strategie jsou: každý hráč si ponechá $\frac{1}{1+\delta}$
- Je ochoten přijmout $\frac{\delta}{\delta+1}$
- Podobný postup je snadný pro analýzu modifikací problému
- Příklad: různé diskontní faktory δ_1, δ_2.
- Příklad: první hráč dá dvě nabídky, druhý jednu, první dvě,...

DRVP—Závěr

- Stejná úvaha platí i pro m_1
- Proto $m_1 = M_1$
- Podobná úvaha pro druhého hráče
- Strategie jsou: každý hráč si ponechá $\frac{1}{1+\delta}$
- Je ochoten přijmout $\frac{\delta}{\delta+1}$
- Podobný postup je snadný pro analýzu modifikací problému
- Příklad: různé diskontní faktory δ_1, δ_2.
- Příklad: první hráč dá dvě nabídky, druhý jednu, první dvě,. . .
- Dokázali jsme, že jde o DRVP?

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá
- Označme m výhru prvního hráče když dává nabídku

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá
- Označme m výhru prvního hráče když dává nabídku
- Pokud druhý hráč chce pokračovat, tak nabídka δm prvnímu hráči bude přijata

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá
- Označme m výhru prvního hráče když dává nabídku
- Pokud druhý hráč chce pokračovat, tak nabídka δm prvnímu hráči bude přijata
- Druhý hráč si tak může zaručit $1 - \delta m$

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá
- Označme m výhru prvního hráče když dává nabídku
- Pokud druhý hráč chce pokračovat, tak nabídka δm prvnímu hráči bude přijata
- Druhý hráč si tak může zaručit $1 - \delta m$
- První hráč mu musí nabídnout $\delta(1 - \delta m)$

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá
- Označme m výhru prvního hráče když dává nabídku
- Pokud druhý hráč chce pokračovat, tak nabídka δm prvnímu hráči bude přijata
- Druhý hráč si tak může zaručit $1 - \delta m$
- První hráč mu musí nabídnout $\delta(1 - \delta m)$
- Pokud je tohle méně než b, je pro druhého hráče lepší skončit

$$m = 1 - \max\{b, \delta(1 - \delta m)\}$$

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá
- Označme m výhru prvního hráče když dává nabídku
- Pokud druhý hráč chce pokračovat, tak nabídka δm prvnímu hráči bude přijata
- Druhý hráč si tak může zaručit $1 - \delta m$
- První hráč mu musí nabídnout $\delta(1 - \delta m)$
- Pokud je tohle méně než b, je pro druhého hráče lepší skončit

$$m = 1 - \max\{b, \delta(1 - \delta m)\}$$

- $m = \frac{1}{1+\delta}$ když $b < \frac{\delta}{1+\delta}$

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá
- Označme m výhru prvního hráče když dává nabídku
- Pokud druhý hráč chce pokračovat, tak nabídka δm prvnímu hráči bude přijata
- Druhý hráč si tak může zaručit $1 - \delta m$
- První hráč mu musí nabídnout $\delta(1 - \delta m)$
- Pokud je tohle méně než b, je pro druhého hráče lepší skončit

$$m = 1 - \max\{b, \delta(1 - \delta m)\}$$

- $m = \frac{1}{1+\delta}$ když $b < \frac{\delta}{1+\delta}$
- $m = 1 - b$ když $b > \frac{\delta}{1+\delta}$

Vedlejší příležitost

- Druhý hráč má možnost ukončit vyjednávání
- Výsledek je pak $(a, b), a + b < 1$
- Rozhodnutí o ukončení následuje po odmítnutí nabídky
- První hráč tuto možnost nemá
- Označme m výhru prvního hráče když dává nabídku
- Pokud druhý hráč chce pokračovat, tak nabídka δm prvnímu hráči bude přijata
- Druhý hráč si tak může zaručit $1 - \delta m$
- První hráč mu musí nabídnout $\delta(1 - \delta m)$
- Pokud je tohle méně než b, je pro druhého hráče lepší skončit

$$m = 1 - \max\{b, \delta(1 - \delta m)\}$$

- $m = \frac{1}{1+\delta}$ když $b < \frac{\delta}{1+\delta}$
- $m = 1 - b$ když $b > \frac{\delta}{1+\delta}$
- Na rozdíl od Nashova v. malá b nic nemění

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky
- Maximální (očekávaný) výnos prvního hráče je m

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky
- Maximální (očekávaný) výnos prvního hráče je m
- Druhý hráč mu musí nabídnout $pa + (1 - p)m$ aby první hráč přijal

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky
- Maximální (očekávaný) výnos prvního hráče je m
- Druhý hráč mu musí nabídnout $pa + (1 - p)m$ aby první hráč přijal
- Druhému hráči zůstane $1 - pa - (1 - p)m$

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky
- Maximální (očekávaný) výnos prvního hráče je m
- Druhý hráč mu musí nabídnout $pa + (1 - p)m$ aby první hráč přijal
- Druhému hráči zůstane $1 - pa - (1 - p)m$
- První hráč musí druhému nabídnout $pb + (1 - p)(1 - pa - (1 - p)m)$

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky
- Maximální (očekávaný) výnos prvního hráče je m
- Druhý hráč mu musí nabídnout $pa + (1-p)m$ aby první hráč přijal
- Druhému hráči zůstane $1 - pa - (1-p)m$
- První hráč musí druhému nabídnout $pb + (1-p)(1 - pa - (1-p)m)$
- Prvnímu zůstane $1 - pb - (1-p)(1 - pa - (1-p)m)$

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky
- Maximální (očekávaný) výnos prvního hráče je m
- Druhý hráč mu musí nabídnout $pa + (1 - p)m$ aby první hráč přijal
- Druhému hráči zůstane $1 - pa - (1 - p)m$
- První hráč musí druhému nabídnout $pb + (1 - p)(1 - pa - (1 - p)m)$
- Prvnímu zůstane $1 - pb - (1 - p)(1 - pa - (1 - p)m)$
- Opět $m = 1 - pb - (1 - p)(1 - pa - (1 - p)m)$

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky
- Maximální (očekávaný) výnos prvního hráče je m
- Druhý hráč mu musí nabídnout $pa + (1-p)m$ aby první hráč přijal
- Druhému hráči zůstane $1 - pa - (1-p)m$
- První hráč musí druhému nabídnout $pb + (1-p)(1 - pa - (1-p)m)$
- Prvnímu zůstane $1 - pb - (1-p)(1 - pa - (1-p)m)$
- Opět $m = 1 - pb - (1-p)(1 - pa - (1-p)m)$
- Řešení $m = \frac{1+a-b-pa}{2-p}$

Selhání vyjednávání

- Místo volby ukončení vyjednání náhodná chyba
- Pravděpodobnost p selhání, žádné diskontování ($\delta = 1$)
- Selhání nastává až po odmítnutí nabídky
- Maximální (očekávaný) výnos prvního hráče je m
- Druhý hráč mu musí nabídnout $pa + (1-p)m$ aby první hráč přijal
- Druhému hráči zůstane $1 - pa - (1-p)m$
- První hráč musí druhému nabídnout $pb + (1-p)(1 - pa - (1-p)m)$
- Prvnímu zůstane $1 - pb - (1-p)(1 - pa - (1-p)m)$
- Opět $m = 1 - pb - (1-p)(1 - pa - (1-p)m)$
- Řešení $m = \frac{1+a-b-pa}{2-p}$
- Pro $p \to 0$ je $m = \frac{1+a-b}{2}$, stejné jako Nash.v.

Formální teorie

- Formální studium problému

Axiom

Neshoda je nejhorší možný výsledek. Tedy každý shoda $(x, t) \in X \times T$ *je preferována před neshodou* $D : (x, t) \succeq_i D$*, pro všechna* i.

Axiom

Předmět je hodnotný (desirable) . V libovolném kole $t \in T$ *a pro libovolné* $x, y \in X$ *platí, že* $(x, t) \succ_i (y, t)$ *tehdy a jen tehdy* $x_i > y_i$.

Axiom

Pro každé $t < s \in T$ *a* $x \in X$ *platí* $(x, t) \succeq_i (x, s))$. *Preference je striktní, pokud hráč něco získá* $x_i > 0$.

Formální teorie

- Formální studium problému
- Množina možných výsledků $(X \times T) \cup \{D\}$

Axiom

Neshoda je nejhorší možný výsledek. Tedy každý shoda $(x, t) \in X \times T$ *je preferována před neshodou* $D : (x, t) \succeq_i D$*, pro všechna* i*.*

Axiom

Předmět je hodnotný (desirable) . V libovolném kole $t \in T$ *a pro libovolné* $x, y \in X$ *platí, že* $(x, t) \succ_i (y, t)$ *tehdy a jen tehdy* $x_i > y_i$*.*

Axiom

Pro každé $t < s \in T$ *a* $x \in X$ *platí* $(x, t) \succeq_i (x, s))$*. Preference je striktní, pokud hráč něco získá* $x_i > 0$*.*

Formální teorie

- Formální studium problému
- Množina možných výsledků $(X \times T) \cup \{D\}$
- Preference $(\succeq_i)$ kompletní, transitivní a reflexivní.

Axiom

Neshoda je nejhorší možný výsledek. Tedy každý shoda $(x, t) \in X \times T$ *je preferována před neshodou* $D : (x, t) \succeq_i D$, *pro všechna* i.

Axiom

Předmět je hodnotný (desirable) . V libovolném kole $t \in T$ *a pro libovolné* $x, y \in X$ *platí, že* $(x, t) \succ_i (y, t)$ *tehdy a jen tehdy* $x_i > y_i$.

Axiom

Pro každé $t < s \in T$ *a* $x \in X$ *platí* $(x, t) \succeq_i (x, s))$. *Preference je striktní, pokud hráč něco získá* $x_i > 0$.

Další axiomy

Axiom

Nechť $\{(x_n, t)\}_{n=1}^{\infty}$ *a* $\{(y_n, s)\}_{n=1}^{\infty}$ *jsou posloupnosti z* (X, T) *takové, že* $lim_{n\to\infty} x_n = x$ *a* $lim_{n\to\infty} y_n = y$. *Pak* $(x, t) \succeq_i (y, s)$, *pokud* $(x_n, t) \succeq_i (y_n, s)$ *pro všechna* n.

Axiom

Pro každé $t \in T, x, y \in X$ *platí, že* $(x, t) \succ_i (y, t+1)$ *tehdy a jen tehdy* $(x, 0) \succ_i (y, 1)$.

Axiom

Rozdíl $x_i - v_i(x_i, 1)$ *je rostoucí funkcí* x_i.

Současná hodnota $v_i(x_i, t) = y_i, (x, t) \sim_i (y, 0)$.

Příklad

Ověřte, které axiomy splňuje užitková funkce $U_i(x_i, t) = x_i - c_i t$.
Dokažte, že funkce $U_i(x_i, t) = \delta^t x_i$ *splňuje všechny axiomy.*

Příklad

Příklad

Ověřte, které axiomy splňuje užitková funkce $U_i(x_i, t) = x_i - c_i t$.
Dokažte, že funkce $U_i(x_i, t) = \delta^t x_i$ *splňuje všechny axiomy.*

Řešení DRVP je definováno

$$y_1^* = v_1(x_1^*, 1), x_2^* = v_2(y_2^*, 1) \tag{3}$$

Věta

Pokud preference hráčů splňují předchozí axiomy, pak vyjednávání ve formě střídajících se nabídek má jediné DRVP řešení. Strategie prvního hráče je nabídnout x^* *a přijmout jakoukoliv nabídku, která mu zaručuje alespoň* y_1^*. *Druhý hráč vždy nabízí* y^* *a přijme každou nabídku, která mu zaručuje alespoň* x_2^*. *Výsledkem hry je okamžitá dohoda* $(x^*, 0)$.

Nedokonalá znalost

- Dva hráči, Dva stavy světa (a, b), dvě různé hry

G_a	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

G_b	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

Nedokonalá znalost

- Dva hráči, Dva stavy světa (a, b), dvě různé hry

G_a	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

G_b	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

- Pravděpodobnost stavu a, tedy hraní hry G_a je $1 - p > \frac{1}{2}$

Nedokonalá znalost

- Dva hráči, Dva stavy světa (a, b), dvě různé hry

G_a	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

G_b	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

- Pravděpodobnost stavu a, tedy hraní hry G_a je $1 - p > \frac{1}{2}$
- Náhoda určí stav, první hráč ho vidí

Nedokonalá znalost

- Dva hráči, Dva stavy světa (a, b), dvě různé hry

G_a	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

G_b	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

- Pravděpodobnost stavu a, tedy hraní hry G_a je $1 - p > \frac{1}{2}$
- Náhoda určí stav, první hráč ho vidí
- Druhý hráč stav světa neuvidí

Nedokonalá znalost

- Dva hráči, Dva stavy světa (a, b), dvě různé hry

G_a	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

G_b	A	B
A	M,M	1, -L
B	-L, 1	0,0

- Pravděpodobnost stavu a, tedy hraní hry G_a je $1 - p > \frac{1}{2}$
- Náhoda určí stav, první hráč ho vidí
- Druhý hráč stav světa neuvidí
- Možnost nedokonalé komunikace mezi hráči

Nedokonalá komunikace

- Oba hráči mají počítače

Nedokonalá komunikace

- Oba hráči mají počítače
- Počítač prvního hráče automaticky odešle zprávu druhému hráči když je stav *b*

Nedokonalá komunikace

- Oba hráči mají počítače
- Počítač prvního hráče automaticky odešle zprávu druhému hráči když je stav b
- Počítač druhého hráče na každou zprávu odešle potvrzení

Nedokonalá komunikace

- Oba hráči mají počítače
- Počítač prvního hráče automaticky odešle zprávu druhému hráči když je stav *b*
- Počítač druhého hráče na každou zprávu odešle potvrzení
- I prvního hráče počítač odešle automaticky potvrzení na potvrzení...

Nedokonalá komunikace

- Oba hráči mají počítače
- Počítač prvního hráče automaticky odešle zprávu druhému hráči když je stav *b*
- Počítač druhého hráče na každou zprávu odešle potvrzení
- I prvního hráče počítač odešle automaticky potvrzení na potvrzení...
- Každá zpráva má malou pravděpodobnost ε, že se ztratí

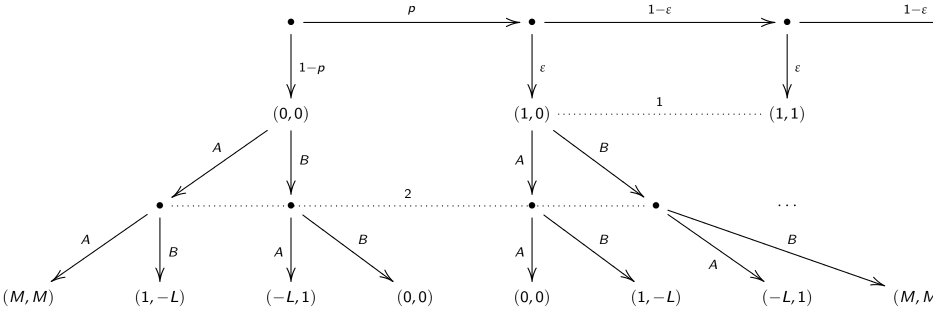
Nedokonalá komunikace

- Oba hráči mají počítače
- Počítač prvního hráče automaticky odešle zprávu druhému hráči když je stav *b*
- Počítač druhého hráče na každou zprávu odešle potvrzení
- I prvního hráče počítač odešle automaticky potvrzení na potvrzení. . .
- Každá zpráva má malou pravděpodobnost ε, že se ztratí
- Výměna zprávy a potvrzení až dokud se neztratí

Nedokonalá komunikace

- Oba hráči mají počítače
- Počítač prvního hráče automaticky odešle zprávu druhému hráči když je stav *b*
- Počítač druhého hráče na každou zprávu odešle potvrzení
- I prvního hráče počítač odešle automaticky potvrzení na potvrzení...
- Každá zpráva má malou pravděpodobnost ε, že se ztratí
- Výměna zprávy a potvrzení až dokud se neztratí
- Na závěr každý hráč uvidí počet zpráv odeslaných jeho počítačem

Obrázek



Stavy světa, strategie

- Hráči po ukončení komunikace současně volí A nebo B

Stavy světa, strategie

- Hráči po ukončení komunikace současně volí A nebo B
- Stav světa (X, Y), X počet zpráv odeslán prvním počítačem, Y druhým

Stavy světa, strategie

- Hráči po ukončení komunikace současně volí A nebo B
- Stav světa (X, Y), X počet zpráv odeslán prvním počítačem, Y druhým
- Jakmile je zpráva přijata, je potvrzení odesláno (ztráty jen na cestě)

Stavy světa, strategie

- Hráči po ukončení komunikace současně volí A nebo B
- Stav světa (X, Y), X počet zpráv odeslán prvním počítačem, Y druhým
- Jakmile je zpráva přijata, je potvrzení odesláno (ztráty jen na cestě)
- Znalost hry: Stavy světa $(0,0),(1,0),(1,1),(2,1),\ldots$

Stavy světa, strategie

- Hráči po ukončení komunikace současně volí A nebo B
- Stav světa (X, Y), X počet zpráv odeslán prvním počítačem, Y druhým
- Jakmile je zpráva přijata, je potvrzení odesláno (ztráty jen na cestě)
- Znalost hry: Stavy světa $(0,0), (1,0), (1,1), (2,1), \ldots$
- Každá informační množina je dosažena

Stavy světa, strategie

- Hráči po ukončení komunikace současně volí A nebo B
- Stav světa (X, Y), X počet zpráv odeslán prvním počítačem, Y druhým
- Jakmile je zpráva přijata, je potvrzení odesláno (ztráty jen na cestě)
- Znalost hry: Stavy světa $(0,0),(1,0),(1,1),(2,1),\dots$
- Každá informační množina je dosažena
- Pravděpodobnosti stavů

$$p_i(0,0) = 1 - p, p_i(q+1,q) = p\varepsilon(1-\varepsilon)^{2q},$$

$$p_i(q+1,q+1) = p\varepsilon(1-\varepsilon)^{2q+1}, q \geq 0$$

Stavy světa, strategie

- Hráči po ukončení komunikace současně volí A nebo B
- Stav světa (X, Y), X počet zpráv odeslán prvním počítačem, Y druhým
- Jakmile je zpráva přijata, je potvrzení odesláno (ztráty jen na cestě)
- Znalost hry: Stavy světa $(0,0),(1,0),(1,1),(2,1),\dots$
- Každá informační množina je dosažena
- Pravděpodobnosti stavů

$$p_i(0,0) = 1 - p, p_i(q+1,q) = p\varepsilon(1-\varepsilon)^{2q},$$

$$p_i(q+1,q+1) = p\varepsilon(1-\varepsilon)^{2q+1}, q \geq 0$$

- Pravděpodobnosti v informačních množinách

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí
- První hráč hraje A, pokud stav světa $(0, 0)$, B je striktně dominovaná

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí
- První hráč hraje A, pokud stav světa $(0,0)$, B je striktně dominovaná
- Druhý hráč hrou A v info. množině $\{(0,0),(1,0)\}$ získá alespoň $\frac{M(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon}$

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí
- První hráč hraje A, pokud stav světa $(0,0)$, B je striktně dominovaná
- Druhý hráč hrou A v info. množině $\{(0,0),(1,0)\}$ získá alespoň $\frac{M(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon}$
- Hrou B by získal nejvýše $\frac{(-L)(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon} + \frac{p\varepsilon M}{(1-p)+p\varepsilon}$,

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí
- První hráč hraje A, pokud stav světa $(0,0)$, B je striktně dominovaná
- Druhý hráč hrou A v info. množině $\{(0,0),(1,0)\}$ získá alespoň $\frac{M(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon}$
- Hrou B by získal nejvýše $\frac{(-L)(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon} + \frac{p\varepsilon M}{(1-p)+p\varepsilon}$,
- Je pro něj lepší hrát A ať už první hráče hraje v $(1,0)$ cokoliv

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí
- První hráč hraje A, pokud stav světa $(0,0)$, B je striktně dominovaná
- Druhý hráč hrou A v info. množině $\{(0,0),(1,0)\}$ získá alespoň $\frac{M(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon}$
- Hrou B by získal nejvýše $\frac{(-L)(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon} + \frac{p\varepsilon M}{(1-p)+p\varepsilon}$,
- Je pro něj lepší hrát A ať už první hráče hraje v $(1,0)$ cokoliv
- Druhý tedy hraje A v $(1,0)$,

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí
- První hráč hraje A, pokud stav světa $(0,0)$, B je striktně dominovaná
- Druhý hráč hrou A v info. množině $\{(0,0),(1,0)\}$ získá alespoň $\frac{M(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon}$
- Hrou B by získal nejvýše $\frac{(-L)(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon} + \frac{p\varepsilon M}{(1-p)+p\varepsilon}$,
- Je pro něj lepší hrát A ať už první hráče hraje v $(1,0)$ cokoliv
- Druhý tedy hraje A v $(1,0)$,
- Očekávání prvního v $\{(1,0),(1,1)\}$

$$z = \frac{p\varepsilon(1-\varepsilon)^0}{p\varepsilon(1-\varepsilon)^0 + p\varepsilon(1-\varepsilon)^1} > \frac{1}{2}$$

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí
- První hráč hraje A, pokud stav světa $(0,0)$, B je striktně dominovaná
- Druhý hráč hrou A v info. množině $\{(0,0),(1,0)\}$ získá alespoň $\frac{M(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon}$
- Hrou B by získal nejvýše $\frac{(-L)(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon} + \frac{p\varepsilon M}{(1-p)+p\varepsilon}$,
- Je pro něj lepší hrát A ať už první hráče hraje v $(1,0)$ cokoliv
- Druhý tedy hraje A v $(1,0)$,
- Očekávání prvního v $\{(1,0),(1,1)\}$

$$z = \frac{p\varepsilon(1-\varepsilon)^0}{p\varepsilon(1-\varepsilon)^0 + p\varepsilon(1-\varepsilon)^1} > \frac{1}{2}$$

- Pro prvního je opět lepší hrát A v $\{(1,0),(1,1)\}$, neboť

$$z(-L) + (1-z)M < 0$$

Výsledek hry

- Existuje jediná Nashova rovnováha, v ní oba hrají A
- Důkaz indukcí
- První hráč hraje A, pokud stav světa $(0,0)$, B je striktně dominovaná
- Druhý hráč hrou A v info. množině $\{(0,0),(1,0)\}$ získá alespoň $\frac{M(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon}$
- Hrou B by získal nejvýše $\frac{(-L)(1-p)}{(1-p)+p\varepsilon} + \frac{p\varepsilon M}{(1-p)+p\varepsilon}$,
- Je pro něj lepší hrát A ať už první hráče hraje v $(1,0)$ cokoliv
- Druhý tedy hraje A v $(1,0)$,
- Očekávání prvního v $\{(1,0),(1,1)\}$

$$z = \frac{p\varepsilon(1-\varepsilon)^0}{p\varepsilon(1-\varepsilon)^0 + p\varepsilon(1-\varepsilon)^1} > \frac{1}{2}$$

- Pro prvního je opět lepší hrát A v $\{(1,0),(1,1)\}$, neboť

$$z(-L) + (1-z)M < 0$$

- Postupně indukcí lze pokračovat

- I při velmi malém $\varepsilon > 0$ se hraje A

- I při velmi malém $\varepsilon > 0$ se hraje A
- Klíčové předpoklady

- I při velmi malém $\varepsilon > 0$ se hraje A
- Klíčové předpoklady
- Hrát B je rizikové i když je stav světa B

- I při velmi malém $\varepsilon > 0$ se hraje A
- Klíčové předpoklady
- Hrát B je rizikové i když je stav světa B
- $z > \frac{1}{2}$

- I při velmi malém $\varepsilon > 0$ se hraje A
- Klíčové předpoklady
- Hrát B je rizikové i když je stav světa B
- $z > \frac{1}{2}$
- Realistické?

- I při velmi malém $\varepsilon > 0$ se hraje A
- Klíčové předpoklady
- Hrát B je rizikové i když je stav světa B
- $z > \frac{1}{2}$
- Realistické?
- Nejde o jedinou hru kde se reálné výsledky značně liší od toho, co lidé hrají