1 Ekonomie informací

V této kapitole probereme základy ekonomii informací. Bude nás zajímat, jak se informace dají použít, jakou mají hodnotu a kdy je optimální mít jich více. Kapitola je založena na čtyřech různých zdrojích. Prvním tři zdroje jsou knihy: Hirshleifer and Riley (1992), Birchler and Butler (2007), Kreps (1990). Dále jsem používal poznámky Petera Katuščáka, kterému tímto děkuji.

1.1 Averze k riziku

Prvním úkolem pro studium ekonomie informací je studium užitkové funkce, kdy existuje nejistota. Obvyklá definice popisuje užitkovou funkci jako $U(X)$, reálné číslo pro jistý spotřební koš statků X. V ještě jednodušších případech můžeme mít užitek roven reálnému číslu $u(x)$, kde x je příjem. Jakým způsobem si ale spotřebitel cení nejistých statků? Jakou hodnotu má los, který vyhraje milión Kč s pravděpodobností 10^{-7}?

V následujícím textu budeme obvykle uvažovat pravděpodobností rozdělení na konečné množině. Nechť X je množina výher.[1] Jednoduchým pravděpodobnostním rozdělením p na X je zobrazení $p : X \to \mathbb{R}^0_+$ takové, že $supp(p) = \{x : x \in X, p(x) > 0\}$ je konečná množina a $\sum_{x \in supp(p)} p(x) = 1$. Množinu všech jednoduchých pravděpodobnostních rozdělení budeme označovat P.

Na množině P definujeme operaci váženého průměru. Nechť $p, q \in P$ a $\alpha \in [0, 1]$. Definujeme novou loterii $\alpha p + (1 - \alpha)q$ tak, že

$$(\alpha p + (1 - \alpha)q)(x) = \alpha p(x) + (1 - \alpha)q(x)$$

Příklad 1.1.1 *(Lehký) Ověřte, že $supp(\alpha p + (1 - \alpha)q)$ je konečná množina a že i součet přes všechny prvky $supp(x)$ dá 1, jak je vyžádováno v definici loterie a tak P je uzavřená na operaci váženého součtu.*

Číslo $p(x)$ označuje pravděpodobnost výhry x. Abychom mohli porovnávat různé loterie, nebo užitek z loterie a jisté věci, musíme definovat preferenční uspořádání na množině P podobně jako se definuje užitek na množině spotřebních statků. Začneme třemi základními axiomy, které definují striktní preference $\succ$, binární relaci na P.

Axiom 1.1.2 *Striktní preference $\succ$ jsou asymetrické a negativně transitivní. Asymetričnost znamená, že neexistují dvě loterie p, q takové, aby zároveň platilo $x \succ y$ a $y \succ x$. Negativně transitivní preference musí splňovat, že pokud $x \succ y$, pak pro každé $z \in P$ platí buď $x \succ z$ nebo $z \succ y$.*

Tyto axiomy jsou standardní. Vyžadují, aby preference byly striktní, a aby neexistovaly skupiny vzájemně nesrovnatelných objektů. Následující axiom vyžaduje, aby v případě, že nahradíme stejnou část dvou loterií nějakou další loterií, tak původní preference mezi loteriemi zůstanou zachovány.

Axiom 1.1.3 *Nechť $p, q \in P, p \succ q$. Pro libovolné $r \in P$ a $\alpha \in (0, 1)$ platí*

$$\alpha p + (1 - \alpha)r \succ \alpha q + (1 - \alpha)r.$$

Třetí a prozatím poslední axiom vyžaduje, aby neexistoval „nekonečně“ špatný nebo dobrý výsledek. To znamená, že neexistují výsledky, které by nikdo nebyl ochoten tolerovat pro libovolně malou pravděpodobnost. Intuitivně se může zdát, že například smrt by mohla patřit mezi podobné výsledky, ale každý z nás denně podstupuje situace, ve kterých je smrt více či méně pravděpodobná.

Axiom 1.1.4 *Nechť $p, q, r \in P$ takové, že $p \succ q \succ r$. Pak existují $\alpha, \beta \in (0, 1)$ takové, že*

$$\alpha p + (1 - \alpha)r \succ q \succ \beta p + (1 - \beta)r$$

Takto splňující preferenční uspořádání je ekvivatelní existenci užitkové funkce u na množině X.[2]

[1] V dalším výkladu budeme potřebovat, aby na X existovaly preference, definované standardním způsobem.

[2] Obvykle začínáme s množinou X, na které je definována užitková funkce. Tento postup ukazuje, jak lze definovat užitkovou funkci na loteriích. Tento postup je jednoznační, až na lineární transformaci původní užitkové funkce.

Věta 1.1.5 *Preferenční uspořádání na množině P splňuje uvedené tři axiomy tehdy a jen tehdy, existuje-li funkce $u : X \to \mathbb{R}$ taková, že*

$$p \succ q \iff \sum_{x \in supp(p)} u(x)p(x) > \sum_{x \in supp(q)} u(x)q(x),$$

pro libovolné $p, q \in P$

Taková funkce existuje jediná až na lineární transformaci $v(x) = au(x) + b, a > 0$.

Pro další výklad budeme označovat δ_x takovou loterii, která přiřazuje výhru x s jistotou, tedy pravděpodobností rovnou 1. Dále budeme značit $x \sim y$ pokud neplatí $x \succ y$ ani $y \succ x$. Říkáme, že hráč je indiferentní (lhostejný) mezi x a y. Podobně značíme $x \succeq y$ pokud neplatí, že $y \succ x$.

Pro jednoduchost se teď budeme zabývat tím, kdy množina X je interval reálných čísel. Může jít například o peníze, které má spotřebitel k dispozici. Pak platí následující věta:

Věta 1.1.6 *Pro libovolné $x > y, x, y \in X$ platí, že $\delta_x \succ \delta_y$ tehdy a jen tehdy, je-li příslušná užitková funkce u striktně rostoucí.*

Konečně můžeme přistoupit k definici toho, co znamená, že hráč je averzní k riziku. Tak definujeme hráče, který preferuje před loterií preferuje jistou věc o střední hodnotě oné loterie.

Definice 1.1.7 *Označme $Ep = \sum_x xp(x)$. Pokud pro daného hráče platí, že $\delta_{Ep} \succeq p$, říkáme, že hráč je rizikově averzní.*

Věta 1.1.8 *Hráč je rizikově averzní tehdy a jen tehdy, je-li příslušná užitková funkce konkávní.*

Hráče, pro kterého je $\delta_{Ep} \sim p$, nazýváme neutrální k riziku. Jeho užitková funkce je lineární a lze ji normalizovat do tvaru $u(x) = x$. Hráč, který preferuje loterii před jistou věcí o téže očekávané hodnotě $\delta_{Ep} \preceq p$, nazýváme riziko hledající hráč.

Definice 1.1.9 *Jistá hodnota loterie je částka x taková, že $\delta_x \sim p$.*

Pokud je užitková funkce u příslušná preferencím na P ostře rostoucí a spojitá, pak existuje jediná jistá hodnota pro loterii p.

Definice 1.1.10 *Funkci $\lambda(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$ budeme nazývat koeficientem absolutní averze k riziku.*

Užitková funkce $-e^{-\lambda x}$ má konstantní absolutní averzi k riziku. Pokud je $\lambda(x) > 0$, hráč je averzní k riziku.

Příklad 1.1.11 *(Lehký) Jaká je hodnota losu, který vyhraje $100K$č s 10ti procentní pravděpodobností pro hráče s užitkovou funkcí $u(x) = x$. Kolik to je pro hráče s užitkovou funkcí $u(x) = \sqrt{x}$?*

Přístup k riziku může být základem pojištění. Člověk s vyšší averzí k riziku si může koupit pojištění od lidí s nižší averzí k riziku. Rozsah přijatelných cen je určen rozdílem mezi hodnotami loterie těchto dvou hráčů. Alternativním přístupem je samozřejmě možnost sdružení rizik, pokud jsou jednotlivé loterie na sobě nezávislé. V případě „sdružení“ více loterií klesá variace a tím i riziko. Pro velmi velká čísla je výsledek velmi blízko průměrné hodnotě.

S pojištěním ovšem jsou i problémy, pokud existují dva typy hráčů (lidí)—s vysokým a nízkým rizikem. Pokud určitá pojišťovna najde způsob jak tyto typy odlišit, může nalákat jen ty s nízkým rizikem, ostatním pojišťovnám zůstanou hráči s vysokým rizikem, což je obvykle dovede do ztráty. O těchto problémech více na konci této kapitoly.

1.2 Rozhodování se při nejistotě

Naprostou většinu rozhodování doprovází značná míra nejistoty (*uncertainty*). Firma nezná ceny, za které nakupují a prodávají její konkurenti a jaké ceny (podmínky) budou v budoucnu. Doktor neví s jistotou nemoc pacienta, student si je nejistý, jaké vzdělání bude v budoucnu nejužitečnější. Ráno nevíme, zda bude pršet a zda si tedy vzít deštník. Tato a mnoha další rozhodování obsahují spoustu okolností, které musíme zjednodušit, abychom byli schopni problém efektivně modelovat. Předpokládejme, že existuje několik (konečně mnoho) stavů světa $(s_1, \ldots, s_S)$. Například stavy mohou být dva: „bude pršet“ a „nebude pršet“). Hráč se musí rozhodnout o tom, co udělat bez toho, že by s jistotou věděl, který stav světa nastane (nastal). Například si musí vybrat, zda si vzít deštník, nebo ne. Možné akce budeme označovat $(x_1, \ldots, x_X)$. Různé akce jsou různě užitečné, v závislosti na stavu světa. Vzít si deštník, když nebude pršet je zbytečné, zmoknout je nepříjemné. Stav světa a akce hráče spolu určují důsledky $c(x, s)$, jako např. „zmokl jsem“. To, jak příjemné různé důsledky pro daného hráče jsou popisuje základní užitková funkce $u(c)$. Každý hráč má nějakou, byť nedokonalou, informaci o tom, jak pravděpodobné jsou různé stavy světa. Tato očekávání (*beliefs*) popisujeme pomocí pravděpodobnostního rozdělení $\pi = (\pi_1, \ldots, \pi_S)$. Nejprve musíme definovat jak z preferencí u nad množinou důsledků vytvořit preference nad množinou akcí, abychom měli základ rozhodování pro daného hráče. Hráč totiž volí akci, nikoliv důsledky. Ty jsou spoluurčeny neznámým stavem světa a jeho vlastní akcí. Jestliže hráč zvolí akci x a očekávání π, definujeme užitkovou funkci

$$U(x, \pi) = \pi_1 v(c(x, 1)) + \cdots + \pi_S v(c_(x, S))$$

Označíme x_0 optimální akci v případě, že hráč má očekávání π. To znamená, že

$$x_0 = \underset{x_i \in \{x_1, \ldots, x_X\}}{\arg\max} \; U(x, \pi)$$

Zajímá nás, jakým způsobem se optimální akce změní v případě, že se hráč dozví nějakou novou informaci. Předpokládejme, že existuje systém zpráv $\{m_1, \ldots, m_M\}$, které může hráč použít k vylepšení původního odhadu π. Označme j_{ms} pravděpodobnost, že stav světa je s a zpráva je m. Dále označme (nepodmíněnou) pravděpodobnost q_m, že systém zpráv vyšle zprávu m. Dále označme $q_{m|s}$ podmíněnou pravděpodobnost, že systém vyšle signál m pokud je stav s. Konečně, označme $\pi_{s|m}$ podmíněnou pravděpodobnost, že stav světa je s pokud zpráva poslaná systémem byla m.

Tyto pravděpodobnosti spolu souvisejí prostřednictvím základních pravděpodobnostních pouček. Platí, že součet pravděpodobností j_{ms} přes všechny zprávy je pravděpodobnost stavu s. Součet pravděpodobností j_{ms} přes všechny stavy světa je roven nepodmíněné pravděpodobnosti q_m zprávy m.

$$\sum_m j_{ms} = \pi_s \tag{1}$$

$$\sum_s j_{ms} = q_m \tag{2}$$

Protože pro libovolný stav světa s nějaký signál musí být poslán, dále platí

$$\sum_m q_{m|s} = 1.$$

Definice podmíněné pravděpodobnosti $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ vede na

$$\pi_{s|m} = \frac{j_{sm}}{q_m}.$$

Konečně, protože nějaký stav musí nastat, je-li libovolná zpráva m poslána, musí platit

$$\sum_s \pi_{s|m} = 1.$$

Existuje řada možných způsobů, jakým může daný hráč využít signálu k tomu, aby vylepšil odhad stavu světa. Jedním z nejběžněji používaných a také v jístém smyslu nejefektivnějším je používání Bayesova pravidla. Jeho využití souvisí s tím, jakou informaci má hráč obvykle k dispozici. Předpokládáme, že hráč má k dispozici apriorní odhad (*prior belief*). Obvykle je také k dispozici informace o tom, jak kvalitní je systém zpráv. Tím máme na mysli to, že ze zprávy lze dobře odvodit stav světa. Posteriorní odhad podle Bayseova pravidla je roven

$$\pi_{s|m} = \frac{\pi_s q_{m|s}}{\sum_s \pi_s q_{m|s}} = \frac{\pi_s q_{m|s}}{q_m}$$

Tento výraz určuje podmíněnou pravděpodobnost, že stav světa je s za podmínky, že byl vyslán signál m. Tento výraz je roven podílu pravděpodobnosti, že signál m je vyslán v případě stavu s, a nepodmíněné pravděpodobnosti, že signál m je vyslán, vynásobený apriorním odhadem.

Příklad 1.2.1 *Předpokládejme, že pacient může mít rakovinu (stav světa A), nebo ne (stav světa N). Apriorní odhad,*[3] *že náhodně vybraný člověk má rakovinu je* 0.0001*. Lékař může provést test, který je pozitivní s pravděpodobností* 99.99%*, pokud pacient má rakovinu a je pozitivní v* 0.1% *případů. Jaká je pravděpodobnost, že pacient skutečně má rakovinu, za předpokladu, že test vyjde pozitivní?*

Řešení 1.2.2 *Apriorní odhad je $\pi_A = 0.0001, \pi_N = 0.9999$. Podmíněná pravděpodobnost, že test vyjde pozitivní, za předpokladu, že pacient má rakovinu je $q_{1|A} = 0.9999$, kde 1 je označení zprávy pozitivního testu. Test vyjde negativně, pokud pacient má rakovinu, s pravděpodobností $q_{0|A} = 0.0001$. Pravděpodobnost, že test vyjde pozitivní v případě, že pacient nemá rakovinu je $q_{1!N} = 0.001$. Musíme spočítat pravděpodobnost, že pacient má rakovinu za předpokladu, že test vyšel pozitivní, tedy $\pi_{A!1}$.*

Použijeme Bayesův vzorec

$$\pi_{A!1} = \frac{q_{1!A}\pi_A}{q_1} = \frac{q_{1!A}\pi_A}{q_{1!A}\pi_A + q_{1!N}\pi_N} = \frac{0.0001 * 0.9999}{0.0001 * 0.9999 + 0.999 * 0.0001} = 0.50$$

Vidíme, že ani takto kvalitní test neznamená, že by doktor zjistil, že pacient má rakovinu s velkou pravděpodobností. Pro zajímavost spočítejte, jaká je pravděpodobnost, že pacient má rakovinu v případě, že test vyjde negativně.

Příklad 1.2.3 *(Lehký) Uvažujete jak strávit večer. Klidný večer doma má hodnotu (po normalizaci) 0, zatímco dobrý film v kině má hodnotu (po započtení nákladu) hodnotu 100, zatímco špatný film má hodnotu -200. Odhadujete, že film je dobrý s 50ti procentní pravděpodobností. Chcete jít do kina? Co když dostanete možnost podívat se na online review. Review je příznivé s pravděpodobností* 0.8*, pokud je film dobrý a s pravděpodobností* 0.4*, pokud je film špatný. Pokud je review nepříznivé, půjdete do kina? Pokud je příznivé?*

To, jak se posteriorní odhad liší od apriorního, záleží na tom, s jakou jistotou apriorní odhad určuje daný stav a jak kvalitní je systém zpráv. Pokud jsme si předem velmi jistí, tak běžná zpráva vychýlí apriorní odhad jen trochu.

1.3 Hodnota informace

Informativní zpráva může pomoci hráči vybrat lepší akci. To má hodnotu pro hráče. Je tedy otázka, jak velkou. Kolik je ochoten hráč zaplatit za možnost dostat signál o dané kvalitě?

Nárůst užitku při přístupu ke systému zpráv je

$$\Delta U = E_s\{\max EU \text{ se signalem}\} - \max EU \text{bez signalu}$$

Všimněte si, že hráč si nemůže koupit daný (příznivý signál), ale pouze přístup k zařízení, které generuje signály podle daného stavu světa. Některá taková zařízení ale umožňují velmi přesně identifikovat daný stav světa, a zvolit odpovídající akci. Monetární hodnota v je definovaná tak, aby po započtení nákladů byl nárůst užitku nulový. To je nejvyšší částka, kterou by ještě byl hráč ochoten zaplatit za přístup k informačnímu zdroji. Při nižší cenně je jeho užitek vyšší než bez informačního zdroje.

Nejkvalitnější možné informační zdroj je takový, který umožní s naprostou jistotou určit daný stav světa. To nastává v situaci, kdy každý možný signál je generován v právě jediném stavu světa. Jakmile jeden signál může být generován při dvou různých stavech světa, informační zdroj je nedokonalý.

Pro zjednodušení formální definice budeme uvažovat, že $c(x, s)$ je finanční částka, chcete-li zisk, při akci x a stavu s. Pak přínos informačního zdroje vyjádřená v užitku je

$$\sum_{m=1}^{M} q_m \max_{x \in \{x_1,\dots,x_X\}} \sum_{s \in \{s_1,\dots,s_S\}} \pi'_{s|m} v(c(x,s)) - \max_{x \in \{x_1,\dots,x_X\}} \sum_{s \in \{s_1,\dots,s_S\}} \pi'_s v(c(x,s)),$$

kde $\pi'_{s|m}$ je posteriorní odhad definovaný výše.

Finanční hodnota je pak definována jako v takové, že

[3] Předpokládáme, že rakovinu má v průměru 1 z 10 000 lidí.

$$\sum_{m=1}^{M} q_m \max_{x\in\{x_1,\dots,x_X\}} \sum_{s\in\{s_1,\dots,s_S\}} \pi'_{sm} v(c(x,s)-v) - \max_{x\in\{x_1,\dots,x_X\}} \sum_{s\in\{s_1,\dots,s_S\}} \pi'_{sj} v(c(x,s))$$

Následující věta shrnuje, kdy je informační zdroj užitečný, tedy kladné hodnoty.

Věta 1.3.1 *Každý informační zdroj má nezápornou hodnotu. Hodnota je kladná, pokud existuje alespoň jeden stav světa a realizace signálu taková, že po její realizaci hráč volí jinou akci.*[4]

Příklad 1.3.2 *(Střední) Dnes již standardním příkladem je hra tří dveří. Soutěžící má na výběr jedny ze tří dveří. Za jedněmi dveřmi je hodnotná cena, za ostatními dvěma dveřmi není nic. Hráč si vybere dveře a svoji volbu oznámí. Pořadatel hry vybere ze zbylých dvou dveří ty, za kterými nic není a otevře je.*[5] *Pak dá možnost hráči změnit svoji volbu. Je pro hráče v průměru optimální změnit výběr, nebo by měl trvat na původní volbě? Co kdyby dveří bylo původně 101 a 99 z nich bylo otevřeno?*

1.4 Informační kaskády

Zatím jsme se zabývali tím, jak zpracovává informace jeden hráč. Uvažovali jsme pouze jeho soukromý, apriorní odhad, a informační zdroj poskytující zprávu jen pro něj. Jakmile ale hráči začnou mezi sebou interagovat, byť jen ve formě pozorování akcí ostatních hráčů, tak jim přibude další zdroj informací—chování ostatních hráčů, případně ceny, které toto chování agregují. V řadě případů se tak sami nerozhodujeme na základě vlastního odhadu a vlastní informace, ale i podle názoru a chování ostatních hráčů. Když uvažujeme o návštěvě určitého filmu, tak jsou pro nás relevantní nejen osobní informace jako to, jak se nám líbili předchozí filmy onoho režiséra či jak je nám sympatický hlavní hrdina, a jak se nám líbily ukázky z filmy, ale také to, jak se film líbil ostatním, kolik z nich jej navštívilo. Často máme k dispozici komentáře lidí, co film již viděli a často víme, kolik se jich ho již rozhodlo navštívit. Naše vlastní akce pak stejně slouží ostatním hráčům. Protože ale přitom, když se rozhodujeme o vlastní akci, nebereme v úvahu, jak naši akci budou interpretovat ti, co se budou rozhodovat po nás, může potenciálně dojít k selhání trhu (*market failure*), při kterém nejsou informace jednotlivých hráčů agregovány efektivně. Na jednoduchém modelu ukážeme, že k tomu skutečně může dojít. Označme hráče $1, 2, \dots$, kteří postupně volí akci $\{q_H, q_L\}$. Existují dva stavy světa, H a L. Akce q_H je optimální ve stavu H, a naopak. Pokud daný hráč zvolí „správnou“ akci, obdrží užitek U, jinak obdrží 0. Takže $u(q_H, H) = u(q_L, L) = U > 0$ a $u(q_L, H) = u(q_H, L) = 0$. Pro jednoduchost předpokládejme, že všichni hráči mají stejný apriorní odhad $\pi(H) = \pi(L) = \frac{1}{2}$. Každý hráč obdrží signál z množiny $\{h, l\}$. Pravděpodobnost, že hráč obdrží signál h pokud stav světa je H, je p. Podobně pro signál l, tedy $p = p(h|H) = p(l|L)$. Všichni hráči tak mají stejně přesný (kvalitní) signál.

Jako obvykle začneme analýzou ideální situace, kdy veškeré signály jsou veřejně dostupné všem, vždy poté, co daný hráč hraje.[6] Pokud je na řadě hráč n a včetně jeho signálu bylo k signálů h, a $n-k$ signálů l, musíme spočítat posteriorní odhad pro daného hráče. Označíme $(i \times h, j \times l)$ situaci, kdy signál h byl pozorován i hráči a signál l byl pozorován j hráči.

Použijeme Bayesovo pravidlo k výpočtu

$$P(H|k \times h, n-k \times l) = \frac{P(k \times h, n-k \times l|H)P(H)}{P(k \times h, n-k \times l|H)P(H) + P(k \times h, n-k \times l|L)P(L)} = \quad (3)$$

$$= \frac{p^k(1-p)^{n-k}}{p^k(1-p)^{n-k} + (1-p)^k p^{n-k}} \quad (4)$$

Podobně můžeme spočítat pravděpodobnost nízkého stavu

$$P(L|k \times h, n-k \times l) = \frac{(1-p)^k p^{n-k}}{(1-p)^k p^{n-k} + p^k(1-p)^{n-k}}$$

[4]Pro zjednodušení uvažujeme, že hráč není indiferentní mezi starou a novou akcí.
[5]Volba je náhodná, pokud za oběma dveřmi nic není.
[6]Kdyby veškeré informace byly okamžitě dostupné, každý hráč by rovnou věděl stav světa s jistotou.

Pokud je první z těchto čísel větší než $\frac{1}{2}$, pak daný hráč preferuje hrát q_H, jinak je pro něj optimální q_L. V případě, že obě čísla jsou právě $\frac{1}{2}$, pak je daný hráč indiferentní mezi oběma možnostmi.

Nyní uvážíme situaci, kdy každý hráč, který je na tahu, vidí pouze to, jaké akce zvolili hráči před ním, nikoliv jaké informace předchozí hráči měli. Začneme postupně od prvního hráče.

První hráč hraje podle signálu, který sám obdrží. Nemá na čem jiném založit své rozhodování založit, protože je první. Jeho posteriorní odhad p pro stav H, pokud obdrží signál h a podobně pro L, l.

Druhý hráč pozoruje vlastní signál a akci první hráče. Protože akce prvního hráče je identická s jeho signálem, druhý hráč má vlastně k dispozici signál prvního hráče a svůj. Pokud se signály shodují, pak druhý hráč volí příslušnou akci. Pokud se signály liší, jeho posteriorní odhad je roven apriornímu. Dva protichůdné, stejně kvalitní signály nejsou vůbec informativní. V takovém případě tedy druhý hráč volí libovolnou akci, protože obě přinášejí stejný očekávaný užitek.

Třetí hráč vidí, jakou akci zvolili předchozí dva hráči. Pokud první dva hráči zvolili různou akci, tak museli mít různé signály. Pro třetího hráče je pak optimální řídit se vlastním signálem. Pokud ale první i druhý hráč zvolili tutéž akci, třetí hráč neví, jestli oba dostali stejný signál, a nebo druhý hráč dostal jiný signál než první hráč, ale náhodně zvolil stejnou akci.

Pro jednoduchost budeme předpokládat, že druhý hráč, pokud volí strategii náhodně, volí každou akci se stejnou pravděpodobností. Poté, co oba první hráči zvolili akci q_h a třetí hráč obdržel signál l pravděpodobnost, že stav je H je

$$
\begin{aligned}
P(H|(a_H,a_H,l)) &= \frac{P(H\cap(a_H,a_H)\cap l)}{P((a_H,a_H),l)} = \frac{P((a_H,a_H),l|H)P(H)}{P(H)P((a_H,a_H),l|H)+P(L)P((a_H,a_H),l|L)} = \\
&= \frac{P(hhl|H)+\frac{1}{2}P(hll|H)}{P(hhl|H)+\frac{1}{2}P(hll|H)+P(hhl|L)+\frac{1}{2}P(hll|L)} = \\
&= \frac{p^2(1-p)+\frac{1}{2}p(1-p)^2}{p^2(1-p)+\frac{1}{2}p(1-p)^2+p(1-p)^2+\frac{1}{2}p^2(1-p)} = \\
&= \frac{p+\frac{1}{2}(1-p)}{\frac{3}{2}p+\frac{3}{2}(1-p)} = \frac{p+1}{3} > \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

To znamená, že třetí hráč poté, co první dva hráči volí akci q_h, třetí hráč i přes vlastní signál l zvolí akci q_h. Hráč 3 v tomto případě ignoruje vlastní informaci a řídí se jen podle veřejně pozorovatelných informací. Další hráči se pak zachovají stejně a to až do nekonečna. Toto je příklad informační kaskády.

Příklad 1.4.1 *(Střední) Rozmyslete si, co by se změnilo, kdyby každý hráč v situaci, kdy je indiferentní mezi dvěma možnostmi zvolil opačnou akci než hráč před ním.*

Čtvrtý hráč, pokud se první a druhý hráč neshodli v akci, je vlastně v situaci druhého hráče, protože se rozhoduje podle akce třetího hráče. Pokud se ale shodnou, akce třetího hráče nenese žádnou informaci a proto je rozhodnutí čtvrtého hráče stejné, jako rozhodnutí třetího.

Informační kaskáda startuje s pozitivní pravděpodobností. V některých případech jde o korektní kaskádu, protože jde o stejnou kaskádu jaký je stav světa. Někdy ale kaskáda nastartuje se stavem, který neodpovídá skutečnému stavu.

Pravděpodobnost, že začne korektní kaskáda začne po hře dvou hráčů

$$P_1 = P(H)[P(hh|H) + \frac{1}{2}P(hl|H) + P(L)[p(ll|L) + \frac{1}{2}P(lh|L)] = p^2 + \frac{1}{2}p(1-p)$$

Nekorekní kaskáda nastartuje s pravděpodobností

$$P_2 = P(H)[P(ll|H) + \frac{1}{2}P(hl|H) + P(L)[p(hh|L) + \frac{1}{2}P(lh|L)] = (1-p)^2 + \frac{1}{2}p(1-p)$$

Evidentně $P_2 < P_1$. Pravděpodobnost, že žádná kaskáda nevznikne je doplňkem k $P_1 + P_2$. Tedy $P_3 = p(1-p)$.

Limitní pravděpodobnost, že korektní kaskáda někdy začne je

$$P_1' = P_1 + P_3P_1 + P_3^2P_1 + \cdots = \frac{P_1}{P_1 + P_2} > \frac{1}{2}$$

Nekorektní kaskáda začne s pravděpodobností

$$P_2' = P_2 + P_3P_2 + P_3^2P_2 + \cdots = \frac{P_2}{P_1 + P_2} < \frac{1}{2}$$

Nějaká kaskáda vždy vznikne, protože P_3^n se blíží k nule, jak se n blíží do nekonečna.

1.5 Selekce

V minulé kapitole jsme studovali, jak může principál tvorbou kontraktů ovlivnit (vybrat) chování agentů. Například pokud existují dva typy agentů, jeden s vysokými mezními náklady a druhý s nízkými, pak nabídkou dvou kontraktů, jeden s vyšší cenou za kus, ale nižším množstvím a druhý s vyšším množstvím a nižší jednotkovou cenou, může oddělit různé typy hráčů. Optimální kontrakt je takový, že agent s nejnižšími náklady vyrábí optimální množství, zatímco ostatní agenti vyrábějí méně.

V této kapitole se bude zabývat tím, když principál chce vybrat agenty pro určitou práci, ale není schopen rozeznat jejich produktivitu a ani množství, které daný agent vyrábí. Kontrakt (množství, cena) již není možný, protože principál nevidí, kolik toho agent vyrobí. Například může jít o firmu hledající nové spolupracovníky do týmu. Výsledek každého agenta v týmu není pozorovatelný, jen průměrný (nebo celkový) výstup je pozorovatelný.

Pokud principál nemá k dispozici žádný další prostředek jak agenty odlišit, musí všem nabídnout stejnou mzdu, rovnou nejvýše průměrné produktivitě. Předpokládejme, že existují dva typy agentů. Typ h přinese principálovy w_h, typ l přinese méně $w_l < w_h$. Podíl agentů typu h na celkové populaci je θ, ostatní agenti jsou typu l. Alternativně může jít o pravděpodobnost, se kterou náhodně vybraný agent je příslušného typu. Průměrná produktivita je

$$w_0 = \theta w_h + (1 - \theta) w_l$$

Toto je nejvyšší mzda, kterou by mohl principál (firma) nabídnout agentům (zaměstnancům), za předpokladu, že všichni agenti se ucházejí o práci. To nastane například v případě, kdy vedlejší možnost (outside option) všech hráčů je stejná a dostatečně nízká.

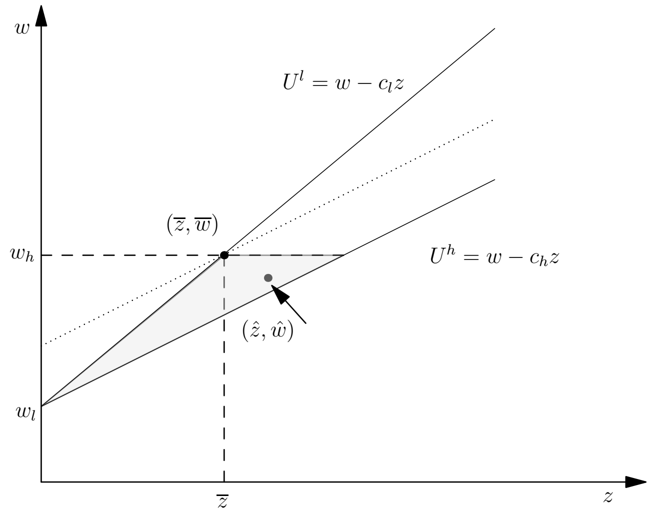
Příklad 1.5.1 *Co se stane v případě, že produktivnější agent (tj. typu h) má možnost vyrobit jinde* $w_h > c > w_0$ *?*

Řešení 1.5.2 *Žádný agent typu h se nebude ochoten hlásit do práce u dané firmy za mzdu* w_0*. Protože se hlásí jen agenti nízkého typu, musí nabízená mzda poklesnout na* w_l*. Přestože by bylo efektivnější (v ideálním případě), aby hráči typu h vyráběli v dané firmě, protože* $w_h > c$*, žádný z nich v ní pracovat nebude, protože není možné, aby byl dostatečně kompenzován. Toto je příklad tzv. „Lemons' problem“, prvně formálně publikován Akerlofem v roce 1970. Jeho příklad uvažuje trh s auty. Auta mohou být kvalitní nebo nekvalitní (lemons). Kvalitní auto má pro vlastníka i potenciálního kupce vyšší hodnotu než nekvalitní. Pokud nakupující není schopen auta rozlišit, je ochoten platit nejvýše průměrnou cenu. Pokud tato cena je nižší než hodnota kvalitního auta pro jeho vlastníka, pak se na trhu budou obchodovat pouze nekvalitní automobily.*

Nyní si ale představme, že kromě mzdy (ceny) má principál možnost zadat určitý úkol agentům. Tyto úkoly jsou pro agenty nákladné na splnění, ale agenta typu h stojí méně než agenta typu l. Typickým příkladem je vzdělání. Principál může vyžadovat vzdělání v rozsahu z. Pro agenta typu h jsou náklady na dosažení vzdělání z rovny $C(h, z)$ a podobně pro agenta typu l.

Budeme předpokládat, že vzdělání nijak neovlivňuje produktivitu hráče.[7] Aby tedy získání vzdělání mělo nějaký smysl, je potřeba, aby bylo jeho získání levnější pro agenta typu h. Budeme předpokládat, že dokonce platí, že mezní náklady jsou menší pro agenta typu h pro libovolnou úroveň vzdělání z, tedy že platí $MC(z, h) < MC(z, l)$. Mezní náklady lze spočítat z nákladové funkce $MC(z, h) = \frac{\partial C(z,h)}{\partial z}$.

[7] Tento model vysvětluje význam vzdělání i v případě, že by vzdělání bylo z hlediska produktivity zcela zbytečné.



Obrázek 1: Grafické zobrazení optimálního kontraktu

Důvodem nižších nákladů pro agenta typu h může být například vyšší inteligence, lepší paměť apod. Ty mu umožňují absolvovat danou školu rychleji nebo s menším úsilím.

Základním principem, jak s využitím vzdělání může principál odlišit různé typy agentů spočívá právě v různých nákladech pro různé typy. Přiměřeně vysoký požadavek na vzdělání bude odmítnut agentem nízkého typu, protože náklady pro něj budou příliš vysoké.

V následujícím obrázku je popsán neformální způsob nalezení optimálního kontraktu. V šedé oblasti se nacházejí kontrakty (vzdělání, mzda), které jsou přijatelné jen pro agenta typu h. Maximální možná mzda je w_h, mzda jen pro agenty typu l musí být nejvýše w_l. Předpokládejme, že existuje velká řada vzájemně si konkurujících firem. Pokud by některá firma nabídla kontrakt $(\hat{z}, \hat{w})$, pak by existoval prostor pro zvýšení mzdy a zachování (či poklesu) požadavků na vzdělání. Takový kontrakt by byl pro agenta atraktivnější a proto by mu dal přednost.

Pro kontrakt $(\overline{z}, \overline{w})$ nic takového neplatí. Body vevnitř šedé oblasti leží pod užitkovou křivkou agenta typu h procházející tímto bodem a proto jsou ostře horší. V případě konkurence mezi firmami je toto rovnovážný kontrakt, neboť žádná firma nemůže nabídnout lepší kontrakt takový, který by přilákal jen agenty typu h.

Formální podmínky na kontrakt (z, w) jsou takové, že musí platit

$$\overline{w} - c_h\overline{z} \geq w_l, \overline{w} - c_l\overline{z} \leq w_l$$

Podmínky firem jsou

$$\overline{w} \leq w_h$$

Vzhledem ke konkurenci mezi firmami budeme rovněž požadovat, aby zisk každého kontraktu byl nulový. V rovnováze nebude agent typu l získávat žádné vzdělání. Kdyby totiž některá firma požadovala kladné vzdělání po tomto typu agenta, musela by mu to kompenzovat. Firma nabízející o něco menší mzdu, ale nevyžadující žádné vzdělání by dosáhla kladného zisku. Takže optimální kontrakt pro agenta typu l je $(0, w_l)$. Optimální kontrakt pro vyšší typ je $(\overline{z}, w_h$, kde $\overline{z}$ je definováno takto: $w_h - c_l\overline{z} = w_l$.

Příklad 1.5.3 *(Jednoduchý) Dobrá auta mají hodnotu 100000Kč pro kupující, 75 000Kč pro prodávající, nespolehlivá jen 50 000Kč pro kupující, 25 000Kč pro prodávající. Existuje konečný počet aut na trhu, ale neomezená poptávka (při těchto hodnotách). V průměru dvě třetiny aut jsou spolehlivé, jedna třetina nespolehlivá. Prodávající znají kvalitu svého auta, kupující ji nevidí. Jaké ceny mohou nastat v rovnováze? Co se stane, když kupující dostanou možnost koupit si prohlídku auta za 1000Kč, která s jistotou určí typ auta?*

Příklad 1.5.4 *(Střední) V dané populaci agentů existují dva typy. Každému z nich hrozí ztráta 100 000Kč (z důvodu nemoci, neštěstí apod.). Prvnímu typu tato ztráta hrozí jen s pravděpodobností 10%, pro druhý typ je to 60%. Druhého typu je jen 10% z celkové populace. Užitek každého hráče je* $u(x) = 1 - e^{-\lambda x}$.

Existuje jediná pojišťovna, která za poplatek P *nabízí náhradu škody v případě neštěstí. Každý hráč si tak může koupit pojištění za* P*, pak má jistý výnos* $-P$*, zatímco bez pojištění* $x = 0$ *nebo* $x = -100000$*Kč. Pojišťovna je státní, a zákon stanovuje, že v průměru nesmí nedosáhnout žádného zisku. Pro která* λ *existuje sdružující rovnováha?*[8]

Nechť $\lambda = 0.00001$*. Existuje test, který nedokonale identifikuje typ agenta. Test má dva výsledky:* H *a* L*. Pravděpodobnost, že výsledek testu je* L*, pokud je testován agent s nízkou pravděpodobností ztráty, je* p*. Podobně* p *je pravděpodobnost, že výsledek testu agenta s vysokou pravděpodobností ztráty je* H*. Test stojí 1000Kč. Tyto náklady musí být (ze zákona) hrazené agentem a pojišťovna nesmí na nabízeném pojištění dosahovat zisku na žádném typu kontraktu (je zakázáno tzv. křížové financování). Pojišťovna smí využívat výsledky testu, ale žádný agent nemůže být nucen, aby test podstoupil. Pojišťovna tedy může nabízet kontrakt těm hráčům, kteří dosáhli určitého výsledku testu, ale musí nabízet i kontrakt pro hráče, kteří k žádnému testu nešli. Existuje rovnováha ve které někteří agenti budou podstupovat test? Kteří? Jak tyto rovnováhy závisí na hodnotě* p *? Můžete se omezit na* $p \geq \frac{1}{2}$*. Při* $p < \frac{1}{2}$ *stačí přeznačit* H *na* L *a naopak.*

Příklad 1.5.5 *(Lehký) Předpokládejme, že existují dva typy agentů* h *a* l*. Jejich produktivita je* 4 *a* 1*. Hráči mají vedlejší možnost* 2 *a* 3*. Náklady na vzdělání jsou* z *pro typ* l *a* $\frac{z}{2}$ *pro typ* h*. Pokud selekce prostřednictvím vzdělání není možná, při jakém podílu hráčů typu* l *bude principál přijímat oba typy?*

Dále předpokládejte, že existuje jen jeden principál, který nabízí dva kontrakty. Předpokládejte, že podíl agentů typu l *je menší než 2/3. Pro které hodnoty vedlejší příležitosti hráče typu* h *je možná selekce pomocí vzdělání?*

Příklad 1.5.6 *(Lehký) Předpokládejme, že existují tři typy agentů* $i = 1, 2, 3$*. Hodnota jejich vedlejší příležitosti je pro ně stejná a rovna 1. Jejich produktivita je* $v(z, i) = i\frac{1+z}{2}$*.Spočítejte optimální kontrakty při pozorovatelném typu. Spočítejte optimální kontrakty při nepozorovatelném typu* i*.*

Příklad 1.5.7 *(Střední) Produktivita hráče je* $v = z + i$*, kde* i *je typ a* z *je vzdělání. Náklady jsou* $c(z, i) = \frac{z^2}{2i}$*. Spočtěte optimální kontrakt pro veřejný typ. V případě, že existují dva typy* $i = 1, i' \geq 3$*, ukažte, že optimální selekce pomocí vzdělávání je stejná jako v případě plné informace. Hint: použijte obrázek.*

1.6 Signalizace

V předchozí kapitole hlavní role spočívala v principálovi, který nabízel kontrakt, na jehož základě pak agent, tedy strana s informací, reagoval. Principál, strana bez informace, konal první. Nyní tomu bude naopak. Každý hráč nejprve volí vzdělání, na jehož základě principál může agenty odlišit.

Tato forma signalizace může fungovat, pokud je daná aktivita levnější pro některé typy agentů. Nejprve uvažme druhou část problému. Na trhu se nacházejí agenti se vzděláním 0 a z. Jaké mzdy má firma (principál) nabízet? Záleží na tom, kteří hráči mají danou úroveň vzdělání. Pokud jsou typy hráčů odděleni, tak tomu mohou odpovídat mzdy (tj., w_h a w_l. Jaká je optimální strategie agentů? To záleží na tom, co by principál udělal, kdyby se setkal s úrovní vzdělání, která nenastane v rovnováze (zde jiná než 0 a z). Například pokud by principál věřil, že hráč s úrovní vzdělání mimo 0 a z je typu h, pak nemůže jít o rovnováhu, protože hráč typu l by investoval do malého, kladného vzdělání a tím získal mzdu w_h. Taková očekávání ale nejsou příliš racionální.

Principál může mít očekávání taková, že vynutí určitou úroveň vzdělání, pokud je to přijatelné pro hráče. Pro každou úroveň vzdělání z' a mzdu w_h takovou, že je přijatelná pro agenty typu h (z' není příliš vysoké) a takovou, že ji agent typu l nechce přijmout (($0, w_l$) je lepší než (z', w_h) pro l), existují očekávání, která umožní, aby z' bylo vzdělání v oddělující rovnováze.

Intuitivně nejzajímavější hodnota z je ta nejnižší, protože je nejlevnější. Není ale úplně jednoduché zdůvodnit, proč by právě tato hodnota měla být jedinou rovnováhou, která naše teorie předpoví.

[8]Pokud nejste schopni spočítat konkrétní čísla, nalezněte alespoň rovnici tuto hodnotu definující.

Zatím jsme diskutovali oddělující rovnováhy. Principál musí zvážit, zda sdružující (pooling) rovnováha není optimálnější. To platí v případě, že vyšší typ má jen o málo vyšší produktivitu a jen malý rozdíl v nákladech na vzdělání.

Příklad 1.6.1 *(Střední) Následující příklad ukazuje, že zatím probrané problémy asymetrie informací se nemusejí vyskytovat odděleně. Firma najímá cestovního agenta, který vyhledává potenciální zákazníky, aby jim prodal zboží této firmy. Existují dva typy agentů—s vysokou a nízkou schopností (ability). Tyto schopnosti jsou v populaci rozděleny rovnoměrně, tj. obě s 50ti procentní pravděpodobností. Agent kromě toho volí úsilí—nízké ($a = 0$) nebo vysoké ($a = 1$). Jeho užitková funkce*[9] *je $U(x, a) = \sqrt{x} - a$. Hodnota ostatních příležitostí je pro něj 5, tzn. že nikdy nepřijme kontrakt s očekávaným užitkem menším než 5.*

Pokud agent uspěje a podaří se mu prodat, firma dosáhne zisku \$100. Šance ale závisejí na úsilí i na vrozené schopnosti. Pokud má agent vysokou schopnost a vyvine vysoké úsilí, prodá s pravděpodobností .9. S vysokou schopností a nízkým úsilím prodá s pravděpodobností .6. S nízkou schopností a vysokým úsilím je pravděpodobnost úspěchu .5, a v případě nízké schopnosti a nízkého úsilí je to jen 0.3.

Předpokládejte, že úsilí i typ agenta jsou pozorovatelné. Jaký je optimální kontrakt pro agenta s nízkou schopností a pro agenta s vysokou schopností? Jaký bude jimi zvolené úsilí a zisk firmy?

Co se stane, když nabídnete tyto kontrakty v situaci, když nejste schopni pozorovat typ agentů?

Navrhněte optimální kontrakt(y) v situaci, kdy ani úsilí ani typ agenta není pozorovatelný. Jaký je váš zisk?

1.7 Pojištění

Místo formální teorie probereme několik příkladů, ze kterých by princip pojištění měl být zřejmý.

Příklad 1.7.1 *Pojištění proti ohni. Firma vlastní továrnu, a chce se pojistit proti požáru. Pokud si firma bude dávat pozor, pravděpodobnost požáru bude malá (π_1), ale opatrnost stojí X. Pokud opatrná nebude, nebude mít žádné náklady, ale riziko požáru je $\pi_2 > \pi_1$. Pokud požár nastane, hodnota škody je L. Výše škody na tom, zda firma dávala pozor ale nezávisí. Preference vlastníka firmy jsou $U(w)$, kde w je majetek, majitel je averzní k riziku. Na začátku má majetek ve výši K.*

Na trhu existuje pojišťovna, která nabízí pojištění za poplatek P, které v případě požáru vyplatí majiteli firmy $\alpha(L)$, kde L je jeho škoda. Předpokládejte, že $\alpha(0) = 0$. Pojišťovna musí dosahovat v průměru nulového zisku, což znamená, že P musí být rovno očekávané výplatě škody.

a) Nechť ze zákona $\alpha(L) = L$. Jaká bude cena pojistky a bude majitel firmy opatrný? Opatrnost není pro pojišťovny pozorovatelná.

b) Existuje nějaká hodnota α, taková, že pokud $\alpha(L) = \alpha L$, bude na tom majitel lépe, než když $\alpha = 1$? Nalezněte jen numerický příklad.

Řešení 1.7.2 *a) Očekávaný užitek neopatrného majitele firmy bez pojištění je*

$$(1 - \pi_2)U(K) + \pi_2 U(K - L).$$

Při opatrností to je

$$(1 - \pi_1)U(K - X) + \pi_1 U(K - L - X).$$

Budeme předpokládat, že rozdíl mezi pravděpodobnostmi π_1, π_2 je dostatečně velký, takže majitel by, sám o sobě, byl opatrný. Představme si, že by pojišťovna očekávala, že majitel bude opatrný a nabídne mu tomu odpovídající, nižší poplatek P. V takovém případě nemá firma žádný důvod být opatrná. Kdykoliv totiž dojde k nějaké škodě, je celá nahrazena:

$$(1-\pi_1)U(K-X-P)+\pi_1 U(K-X-P) = U(K-X-P) < U(K-P) = (1-\pi_2)U(K-P)+\pi_2 U(K-P)dL$$

Poplatek musí být roven průměrné výplatě škody $P = \pi_2 L$.

[9] Je agent rizikově averzní?

b) *Zkusme se podívat na hodnotu α, pro kterou by majitel firmy byl opatrný.*

$$(1-\pi_2)U(K-X-P)+\pi_2 U(K-X-P-\alpha L) > (1-\pi_1)U(K-P)+\pi_1 U(K-P-\alpha L)$$

Nechť například $\pi_1 = 0,1, \pi_2 = 0.4, K = 12, L = 10, \alpha = 0.5, U(x) = \sqrt{x}$. Pak lze snadno ověřit, že majitel firmy bude opatrný, i když je pojištěný, bude platit nižší poplatek P a jeho očekávaný užitek bude vyšší.

Příklad 1.7.3 *V tomto příkladu riziko nebude záviset na opatrnosti agenta, ale bude pro něj vrozené. V populaci má 10 procent lidí pravděpodobnost výskytu rakoviny 1 procento, zbytek populace jen 0.1 procenta. Nemoc způsobí ztrátu 1 milion korun (ušlý zisk, bolest, náklady na léčbu). V případě, že bude pojištěna celá populace, jaká musí být pojistka? V případě, že populace je rizikově averzní, například má užitek $u(x) = \sqrt{x}$, kolik jsou ochotni zaplatit za pojistku ti, kteří mají velké a malé riziko? Pokud pojišťovny nabídnou jediné pojištění, budou o ně mít obě skupiny zájem? Počáteční majetek každého člověka je* 2 *miliony Kč*

Řešení 1.7.4 *Pravděpodobnost, že náhodně vybraný člověk z populace onemocní je*

$$0.1 * 0.01 + 0.9 * 0.001 = 0.0019$$

Pojistka plně hradící škodu musí být tedy nejméně za poplatek $1900 K\check{c}$. *Pro člověka s nízkým rizikem je maximální přijatelná částka za plné pojištění*

$$u(2000000-x) = 0.001u(1000000) + 0.999u(2000000) = 1171Kc$$

Pro rizikovějšího člověka je to skoro 11700 Kč. (Ověřte!)

Jak je vidět, tak méně rizikový lidé nebudou mít o toto pojištění zájem. Samozřejmě pro to musí znát svůj „typ“. Donedávna neexistovali testy, které by člověku prozradili sklony k různým nemocem. Technologický pokrok ale často přináší testy, aniž by přinesl možnost (levné) léčby. To je problém z několika důvodů. Jednak lidé, kteří zjistí, že nemají sklony k určité nemoci mohou vyhledávat levnější pojištění, které léčbu dané nemoci nekryje. Tím pojišťovnám zůstanou jen lidé s vyšším rizikem a tím i dále stoupá nutná cena pojistky. V některých případech, je-li například onemocnění jisté, možnost pojištění zcela zmizí.

Dalším důvodem samozřejmě je i to, že pojišťovny sami mají zájem zjistit co nejpodrobnější informace o pacientech a tak je nutí k testům, s podobnými důsledky jako kdyby si lidé testy objednávali sami. Tyto problémy nenastávají u povinné pojistky. Kromě samotné motivace pojistit se totiž tyto pojistky fungují jako určitý podporující mechanismus pro více rizikové lidi.

Následující příklad na tyto problémy upozorňuje ještě konkrétněji.

Příklad 1.7.5 *Tento příklad ukazuje, že i když více informace jsou individuálně prospěšné pro agenty, celkově mohou mít i negativní dopad.*[10] *Ve společnosti existují dva typy lidí. Někteří mají nízkou pravděpodobnost ($1-\pi < \frac{1}{2}$) , že onemocní, ostatní mají pravděpodobnost vyšší ($\pi > \frac{1}{2}$). Podíl lidí druhého typu na celkové populaci je g. Každý agent má na začátku majetek Y, který může použít na zakoupení pojištění, které by krylo náklady spojené s léčbou, ve výši D. Každý člověk bez pojištění je lehce nervozní z toho, že nemá pojištění. Je jednodušší tuto averzi k riziku přibližně modelovat jako ztrátu v procent příjmu.*[11]

- *Na trhu s pojištěním je dostatečná konkurence na to, aby zisky pojišťoven byly nulové. Začněte s analýzou případu, kdy člověk neví, jakého je typu. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný člověk onemocní? Kdy může existovat pojištění?*
- *Předpokládejte, že veškerá informace je veřejná, takže všichni ví, kdo je jakého typu. Nalezněte optimální kontrakty a diskutujte, zda může existovat pojištění pro oba typy agentů.*
- *Předpokládejte, existuje asymetrie informací. Každý člověk ví, jakého je typu, ale pojišťovny nejsou schopny jeho typ rozeznat. Nalezněte rovnováhu, ve které jsou pojištěni všichni lidé a také rovnováhu, ve které jsou pojištěni jen ti, kteří mají malou pravděpodobnost onemocnění.*

[10] Jde o případ negativní externality, kterou každý agent má na ostatní, když informaci získá.

[11] To znamená, že pokud nemám žádné pojištění, je to jako kdybych měl majetek $Y(1-v)$ v případě, že neonemocním.

- *Představte si, že vláda nařídí povinné pojištění, které musí být stejné pro všechny.*
- *Porovnejte předchozí výsledky. Představte si, že existuje test, který prozradí, kterého typu je daný člověk. Co preferují hráči před testem a po testu (oddělující či sdružující rovnováhu, nebo povinné pojištění pokud sdružující rovnováha neexistuje).*

Reference

Birchler, U., and M. Butler (2007): *Information Economics*. Routledge.

Hirshleifer, J., and J. G. Riley (1992): *The analytics of uncertainty and information*. Cambridge University Press.

Kreps, D. M. (1990): *A course in Microeconomic Theory*. Princeton University Press.