

2 Domácí úkol 2.

Termín odevzdání pro následující příklady je 21.11, 12:00 na přednášce. Můžete vytvořit skupiny o maximálně třech členech, v rámci kterých na řešení můžete spolupracovat. Jména všech členů skupiny musí být uvedeny na každém řešení. Každý může být členem nejvýše jedné skupiny. Každý musí odevzdat vlastní řešení. Je ve vašem vlastním zájmu, aby řešení nebylo mechanicky opsané.¹ V případě mechanického opisování mezi skupinami se nebudou počítat žádné body všem, kteří odevzdají takto vzniklé řešení i autorovi originálu.

Váha tohoto úkolu na celkové známce je 10%. Správné výsledky bez vysvětlení jak se k nim autor dostal jsou bezcenné. Samotné rovnice nejsou postačující. Vysvětlení by mělo být přiměřeně stručné a maximálně k věci. Vyřešení a sepsání výsledků je asi nejlepší možnou přípravou na zkoušku.

Pokud zadání nerozumíte, nebo si myslíte, že je v něm chyba, napište mi email.

Příklad 2.1 Firma X uvažuje o těžbě ropy. Na základě všech zatím dostupných informací firma odhaduje, že narazí na ropu s dvacetiprocentní pravděpodobností. Náklady na těžbu jsou 75 mil. Kč. Pokud se v daném místě ropa nachází, výnos bude 475 mil. Kč. Má zisk-maximalizující firma začít těžit? Firma má možnost koupit zcela nový test, který zcela přesně odhalí, zda dané místo obsahuje ropu. Jakou nejvyšší částku je firma ochotná zaplatit za tento test? Náklady na těžbu se provedením testu nezmění.

Příklad 2.2 Monitoring dvou agentů. Představte si, že jste šéf dvou zaměstnanců. Každý z nich se může v práci buďto flákat (F) nebo tvrdě dřít. Výsledek jejich práce pro vás může být příznivý (hrubý zisk 10) nebo nepříznivý (zisk 0). Pravděpodobnost, že tvrdě pracující zaměstnanec vytvoří příznivý výsledek je 0.7, což je i pravděpodobnost, že flákající se zaměstnanec vytvoří nepříznivý výsledek. Zaměstnanci se ale vzájemně ovlivňují. Pokud oba tvrdě pracují, tak s pravděpodobností 0.6 oba vytvoří příznivý výsledek. Ta pravděpodobnost je jen 0.2 pokud se oba flákají a 0.25 pokud se jeden fláká a druhý dře.² Užítková funkce obou hráčů je $U(w, a) = \sqrt{w} - a$, kde w je mzda (wage) a $a = 0.8$ pokud agent dře, 0 pokud se fláká. Každý hráč má hodnotu vedlejší příležitosti rovnou 1.

1. Předpokládejte, že informace o vynaloženém úsilí zaměstnanců je veřejná. Budete preferovat, aby se oba dřeli, flákali nebo aby se jeden flákal a druhý dřel? Kolik jim zaplatíte?
2. Předpokládejte, že úsilí není veřejné. Kontrakt, který můžete nabídnout, musí mít následující podobu. Zaplatím X pokud výsledek je úspěšný, Y pokud je neúspěšný. Stejný kontrakt musí být nabídnut oběma potenciálním zaměstnancům. Kontrakt musí být přijatelný pro zaměstnance. Jaký je optimální kontrakt a k jakému vede úsilí?
3. Nyní předpokládejte, že můžete navrhnout i kontrakty závislé na obou výsledcích. Tj. můžete nabídnout kontrakt: vyplatím X každému pokud oba vytvoříte úspěšný výsledek, Y pokud tomu, kdo vytvoří úspěšný výsledek pokud jeho kolega nebyl úspěšný, Z tomu, kdo nebyl úspěšný pokud jeho kolega byl a konečně W pokud ani jeden z nich není úspěšný. Jaký je optimální kontrakt, pokud chcete, aby se oba hráči flákali?
4. Chcete, aby oba hráči tvrdě pracovali. Uvažujete kontrakt, který musí splňovat to, že oba zaměstnanci přijmou kontrakt a každý zaměstnanec zvolí vysoké úsilí, pokud předpokládá, že i jeho kolega zvolí vysoké úsilí. Jaký takový kontrakt je optimální?
5. V předchozím případě se může stát, že oba hráči zvolí flákání. Přidejte ke kontraktům následující podmínku: každý hráč musí zvolit tvrdou práci i v případě, že druhý hráč se bude flákat.
6. Nebylo by pro vás lepší nabídnout kontrakt, který vede na to, že jeden hráč zvolí vysoké úsilí a druhý se bude flákat?³

¹I když nějaký problém nejste sami schopni vyřešit, zcela neefektivnější je nechat si jen poradit a pak sepsat vlastní řešení a případně zkontrolovat výsledky. Mechanické opisování je v podstatě zbytečné.

²Řadu dalších pravděpodobností si budete muset dopočítat, abyste mohli říci, co se přesně děje. Pokud máte pocit, že ne, jdete na to nejspíš špatně.

³Jako vždy můžete předpokládat, že když je některý hráč indiferentní mezi dvěma akcemi, zvolí to, co chcete vy.

Příklad 2.3 Máme příležitost vsadit si na hod mince. Když korektně odhadnete, která strana padne, vyhrajete \$30, jinak prohrajete \$50. Existují tři typy mincí—první má na obou stranách pannu, druhá má na obou stranách orla, a třetí je „férová“, takže padá se stejnou pravděpodobností panna nebo orel. Vaše užítková funkce je lineární $v(c) = c$. Kolik jste ochotni zaplatit za možnost podívat se na výsledek jednoho hodu mince?

Příklad 2.4 Rozhodli jste se koupit novou ledničku. Existuje nekonečné množství obchodů, a cena v nich je náhodná proměnná, rovnoměrně rozdělená na intervalu 5,000Kč a 10,000Kč. Každá návštěva vás stojí 200Kč (čas a benzín). Předpokládejte, že se vždy můžete vrátit do již navštívených obchodů bez dalších nákladů.

Předpokládejte, že se před začátkem hledání musíte rozhodnout, kolik přesně obchodů navštívíte. Tj. vaše strategie je počet navštívených obchodů. Jaké je optimální x ?

Bonusová otázka, ve které můžete jen získat (až 10 bodů ze 100 za tento úkol): Kolik obchodů byste v průměru navštívil, pokud můžete hledání ukončit kdykoliv, stejně jako ho vždy prodloužit. To znamená, že poté, co se dozvíte nabídku z daného obchodu se můžete vždy rozhodnout, zda hledat dále nebo ne.

Příklad 2.5 Chystá te se najmout si realitního agenta na prodej domu. Agentovi se buďto podaří sehnat zájemce, který zaplatí vysokou cenu ($H = 200$) nebo nízkou ($L = 100$). S jakou pravděpodobností agent uspěje (tj. sežene kupce ochotného zaplatit částku H) závisí na jeho úsilí, které může mít tři úrovně (nízké n , střední s , vysoké v). Pokud agent zvolí vysoké úsilí, tak nalezený kupce zaplatí H s pravděpodobností 0.75, a s pravděpodobností 0.25 zaplatí L . V případě středního úsilí jsou pravděpodobnosti stejné. V případě nízkého úsilí zaplatí nalezený kupec H s pravděpodobností 0.25 a L s pravděpodobností 0.75. Užítková funkce realitního agenta je $U(w, e) = \sqrt{w} - e$, kde w je jeho mzda a e jsou náklady úsilí ($e = 4, 2, 1$ pro velké, střední a malé úsilí). Agent přijme jen takový kontrakt, který mu zaručí v průměru $U(w, e) \geq 2$.

1. Jaký kontrakt nabídnete realitnímu agentovi, pokud je jeho úsilí pozorovatelné (a kontrakt tak na něm může záležet)? Jaký je váš očekávaný zisk?
2. Napište maximalizační problém který vede na vysoké úsilí, včetně omezujících podmínek. Zakreslete do grafu, kde na osách budou $\sqrt{w_H}, \sqrt{w_L}$
3. Spočítejte optimální kontrakty vedoucí na úsilí e_n, e_s, e_v
4. Který z těchto kontraktů je pro vás nejvýhodnější?
5. Jaký je důsledek toho, že úsilí není pozorovatelné? Kdo si polepšil a kdo pohoršil?