1 Modely principál-agent

Jednou z nejvýznamnější změnou v ekonomii posledních zhruba 50 let je rozšíření modelů incentiv (motivací) do běžného užívání a formulování ekonomických problémů. Teorie incentiv se zabývá situacemi, ve které jeden hráč (principál) najímá jiného hráče (agenta) pro výkon určité funkce. [1] Typická formulace je natolik obecná, že připouští následující interpretaci: obžalovaný najímá právníka, pacient hledá doktora, firma hledá subdodavatele, vlastník firmy hledá manažera, spotřebitel hledá firmu, rodič hledá chůvu pro dítě atd. To, co je charakteristické pro tento typ problémů je, že agent (právník, doktor, manažer) má určitou informaci, která není principálovi zřejmá. Například právník má více informací o tom, jak náročný případ bude; doktor ví, jaká je optimální (a levná) léčba;manažer ví, jak obtížné je řídit danou firmu; firma ví, kolik stojí daný výroba. Přístup k této informaci umožňuje agentovi získat určitý dodatečný zisk (informační rentu). Typickým příkladem, který budeme využívat, je případ zákazníka, který chce koupit q kusů určitého výrobku. Existují dva typy firem. Pro jedny je výroba levná (nízké mezní náklady $\underline{\theta}$) a pro druhý typ je nákladná (vysoké mezní náklady $\overline{\theta}$). Hodnota výrobků pro zákazníka s jejich nakoupeným počtem klesá a tak by rád koupil méně od firmy s vyššími náklady a více od firmy z nižšími náklady. Jak uvidíme, tak firma s nízkými náklady má někdy zájem na tom předstírat, že má ve skutečnosti vyšší náklady. Pokud zákazník nemá možnost zjistit, jaké jsou skutečné náklady, tak firma s nízkými náklady má možnost předstírat, že má vysoké náklady a získat tak vyšší cenu za své zboží i když prodá o něco méně. Odběratel tak musí nabídnout kontrakt (cenu a požadované množství), které bude pro dodavatele dostatečně výhodné na to, aby neměla motivaci předstírat, že má vyšší náklady.

Tento příklad je ukázkou modelu se skrytou informací (*hidden information*), kdy agent má informaci, kterou principál nezná. Existují ale také modely se skrytou akcí (*hidden action*), ve které agent může vykonávat různé, pro principála nepozorovatelné akce. Například právník může vykonávat velké úsilí, ale také se může „ulejvat“. Manažer rozhoduje o úspěchu projektu tím, jak intenzivně na něm pracuje atd.

Existuje ale i třetí skupina modelů, ve které všechny informace jsou dostupné oběma hráčům, ale již nikomu jinému. Nikdo tedy nemůže ověřit tvrzení principála (nebo agenta) a jde o modely s neověřitelnou informací (*nonverifiability of information*). Důsledkem neověřitelnosti informací je třeba to, že není možné využít soudu k vymáhání kontraktu. Například majitel firmy může zjistit, že manažer nevyužil určité výhodné možnosti, ale nemusí být schopen toto prokázat u soudu. I když existují modely s větším počtem agentů, my se budeme zabývat jen modely s jedním principálem a jediným agentem. Dále budeme předpokládat, že existuje (soudní) systém, který zajišťuje vymahatelnost práva na základě pozorovatelných veličin. Jestliže se tedy agent zaváže dodat určité množství výrobků za určitou cenu, není možné, že by tak nakonec neučinil.

1.1 Model se skrytou informací

My se budeme nejprve zabývat prvním typem problému—modely se skrytou informací. Předpokládejme, že užitek principála z q kusů určitého výrobku je $S(q)$, kde obvykle vyžadujeme $S' > 0, S'' < 0$ a $S(0) = 0$. To znamená, že principál dává přednost většímu počtu výrobku před menším, ale dodatečný užitek z každého dalšího kusu je klesající. Agent je potenciální výrobce, který má všeobecně známé fixní náklady F a konstantní mezní náklady θ. Existují dva typy agentů[2]—efektivní, s nízkými mezními náklady ($\underline{\theta}$) a neefektivní, s vysokými mezními náklady ($\overline{\theta}$). Jakého typu je daný agent je exogenně dané s pravděpodobností η (efektivní) a $1-\eta$ (neefektivní). Rozdíl mezi mezními náklady různých typů označíme $\Delta\theta = \overline{\theta} - \underline{\theta}$. Fixní náklady nehrají v následujících úvahách žádnou podstatnou roli a proto je lze bez újmy na obecnosti normalizovat na nulu, což pro jednoduchost učiníme.

Budeme předpokládat, že časový průběh hry je následující:

1. Agent zjistí, jakého je typu
2. Principál nabídne kontrakt
3. Agent kontrakt příjme nebo ho odmítne
4. Kontrakt je vykonán.

[1] Tato kapitola je založena zejména na kapitolách 2,4 a 6 knihy Laffont and Martimort (2002).

[2] Později se krátce zmíníme o problému, kdy existuje více typů agentů.

To znamená, že agent v době přijímání kontraktu ví, jaké má náklady na jeho provedení. Později se budeme zabývat situacemi, kdy agent tuto informaci nemá a dozví se ji až po uzavření kontraktu. Dále předpokládáme, že kontrakt, který principál s agentem uzavírají specifikuje požadované množství (q) a cenu(t). Tyto proměnné jsou pozorovatelné a ověřitelné, takže jsou i soudně vymahatelné. Dále budeme předpokládat, že pokud agent kontrakt nepřijme, bude jeho užitek (zisk) nulový (*zero outside option*).

1.1.1 Dokonale dostupné informace

Pro srovnání a tak i lepší pochopení toho, jakou roli hraje asymetrie informací (kdy principál nezná agentovi náklady), je vhodné vyřešit případ, kdy náklady jsou pozorovatelné. Ekonomicky efektivní jsou ty úrovně produkce, při kterých jsou mezní náklady výrobce (agenta) rovny meznímu příjmu spotřebitele (principála). Protože principál může nabídnout určitý kontrakt jen jednomu typu agenta, je pro něj optimální zvolit požadovanou úroveň výroby tak, aby

$$S'(\underline{q})^* = \underline{\theta} \tag{1}$$

$$S'(\overline{q})^* = \overline{\theta} \tag{2}$$

Při této úrovni výroby principál maximalizuje možný užitek při kontraktu o positivní velikosti. Musíme ale ověřit, že pro něj není optimální zvolit „hraniční“ řešení $q = 0$. To by nastalo tehdy, pokud

$$\underline{W}^* = S(\underline{\theta}^*) - \underline{\theta}\underline{q}^* - F < 0 \tag{3}$$

$$\overline{W} = S(\overline{\theta}^*) - \underline{\theta}\overline{q}^* - F < 0 \tag{4}$$

V takovém případě by bylo optimální pro principála nabídnout nulový kontrakt pro daný typ agenta. Principál má v této situaci na své straně všechnu vyjednávací sílu, protože agent má možnost daný kontrakt jen přijmout či odmítnout. V dokonalé rovnováze vzhledem k podhrám je pro něj optimální přijmout jakýkoliv kontrakt, který má pro něj nezápornou hodnotu a tak veškerý přebytek (*surplus*) výměnou vytvořený zůstává principálovi. Uvidíme, že až informace o typu agenta nebude veřejná, situace se změní a určitý typ agenta bude moci dosahovat kladného užitku (zisku). Protože principál je příjemcem veškerého přebytku vytvořeného výměnou, bude ji chtít uskutečnit, pokud je tento přebytek kladný, tedy $\underline{W}, \overline{W} \geq 0$, a to je tehdy, je-li optimální vyrábět z hlediska společnosti (*welfare*). Lze snadno vidět, že výroba efektivnějším agentem je přínosnější než výroba neefektivním agentem : $\underline{W} > \overline{W}$, protože $\overline{\theta} > \underline{\theta}$. Z toho vyplývá, že aby principál (a společnost) preferoval kladný rozsah výroby u všech typů agenta, musí být kladná výroba být efektivní i pro ten nejhorší typ a tedy nesmí platit nerovnost v (4).

Situace, ve kterých je dosaženo nejlepšího možného výsledku hovoříme o tzv. *first-best outcome*.[3] Nabídka, kterou principál musí dát agentovi je tedy závislá na jeho typu a musí pro ni platit, že ji agent přijme. Musí tedy každému typu agenta nabídnout kontrakt zaručující alespoň nulový užitek:[4]

$$\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \geq 0 \tag{5}$$

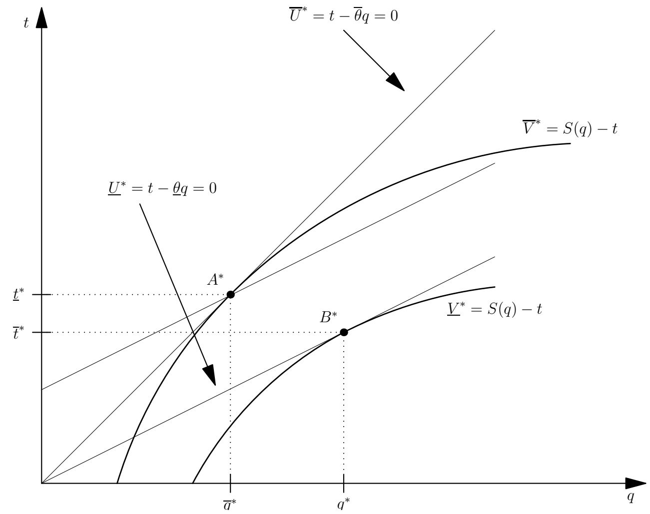
$$\underline{t} - \overline{\theta}\overline{q} \geq 0 \tag{6}$$

Principál tedy nabídne dva kontrakty. Pro agenta s vysokými náklady nabídne kontrakt v hodnotě $\overline{t}^* = \overline{\theta}\overline{q}^*$ a pro agenta s nízkými náklady kontrakt $\underline{t}^* = \underline{\theta}\underline{q}^*$. Jde o jednorázovou nabídku (*take-it-or-leave-it offer*), takže pokud ji agent nepřijme, dosáhne užitku 0.

V případě dokonale dostupných informací tak principál dosahuje stejného užitku, jako kdyby měl možnost vyrábět zboží sám se stejnou nákladovou funkcí jako agent. Žádné dodatečné náklady na delegování úkolu pro něj neexistují.

[3] Obvykle je zřejmé, vzhledem k čemu vztahujeme nejlepší a druhý nejlepší možný výsledek—v tomto případě vzhledem k dostupnosti informací. Ten nejlepší možný výsledek je tedy nejlepší výsledek za podmínky, že informace je všem dostupná. Druhý nejlepší výsledek je tedy nejlepší možný výsledek v situaci, kdy studovaná informace (typ agenta) dostupná není. Obvyklým kritériem pro porovnávání je užitek společnosti (*welfare*).

[4] V situacích, kdy je určitý hráč indiferentní mezi dvěma možnosti, neboť pro něj znamenají stejný očekávaný užitek, můžeme předpokládat, že daný hráč udělá, co „chceme“. V tomto případě kontrakt přijme.



Obrázek 1: Grafické zobrazení problému principála a agenta.

1.1.2 Grafické znázornění modelu

Je poměrně snadné a instruktivní zakreslit situaci do dvourozměrného grafu. Na horizontální ose budeme zobrazovat vyráběné množství, na vertikální ose pak cenu (t). Indiferenční křivky odpovídající užitkové (ziskové) funkci agentů jsou polopřímky se sklonem rovným mezním nákladům. Vyšší křivky odpovídají vyššímu užitku. Křivky různých typů agentů se kříží jen jednou.[5] Vzhledem ke klesajícímu meznímu užitku principála z dodatečných jednotek zboží jsou jeho indiferenční křivky konkávní a rostoucí. Vyšší užitek odpovídá nižším křivkám, neboť ty pro stejné konzumované množství vyžadují nižší platbu. Optimálního kontraktu v případě dokonale dostupných informací je dosaženo tam, kde je principálova indiferenční křivka tečná k indiferenční křivce daného typu agenta procházející počátkem. Všimněte si, že agent s nižšími náklady vyrábí v rovnováze s dokonale dostupnými informacemi více než agent s vyššími náklady.

V obrázku 1 jsou zakresleny optimální kontrakty při veřejně dostupné informaci (kontrakty A^* a B^*). Na obrázku 2 pak lze vidět, co se stane, když jsou informace o typu agenta je nedostupná, představuje kontrakt C minimální platbu hráči s nižšími výrobními náklady při optimálním vyráběném množství a při nabídce kontraktu B agentu s vyššími náklady. Agent s nižšími náklady je indiferentní mezi B^* a C. Jak dále uvidíme, tak dvojce kontraktů B^* a C netvoří optimální menu kontraktů v případě nedostupné informace o typu agenta.

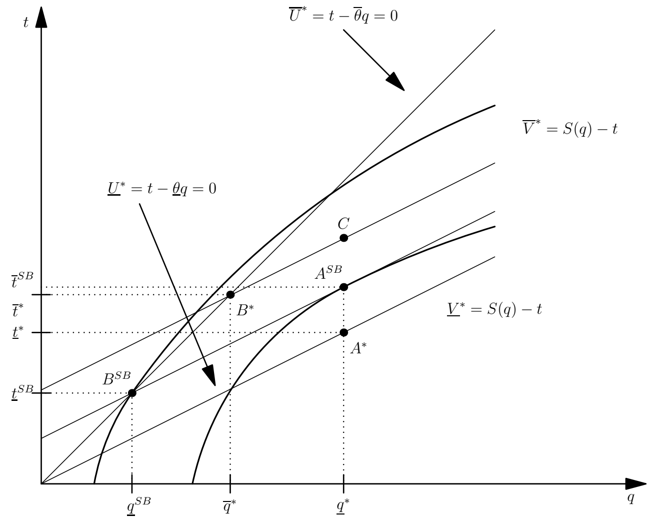
1.1.3 Kompatibilní a dosažitelné menu kontraktů

Nyní přistoupíme k řešení modelu v situaci, kdy mezní náklady θ nejsou principálovi dostupné. Předpokládejme, že principál hledá optimální menu dvou kontraktů $\{(\underline{t}^*, \underline{q}^*), (\overline{t}^*, \overline{q}^*)\}$ takových, že hráč s nízkými náklady si vybere první a hráč s vysokými náklady si vybere druhý kontrakt. Zatím nás nezajímá, zda to je to, co je pro principála obecně nejlepší. Zatím se pouze pokusíme popsat ty nabídky, při kterých dojde k odlišení (separaci) různých typů hráčů.

Příklad 1.1.1 *Ukažte, že pokud by principál nabídl dvojici optimálních kontraktů odvozených v situaci, kdy jsou náklady hráčů pozorovatelné, tak by si oba hráči vybrali ten stejný kontrakt. Ukažte který.*

Definice 1.1.2 *Menu dvou kontraktů* $\{(\underline{t}, \underline{q}), (\overline{t}, \overline{q})\}$ *, které vede k odlišení obou hráčů nazýváme* kompatibilní vzhledem k motivacím, *pokud kontrakt* $(\underline{t}, \underline{q})$ *je preferován před kontraktem* $(\overline{t}, \overline{q})$ *pro hráče s nízkými náklady a kontrakt* $(\overline{t}, \overline{q})$ *je preferován pro hráče v vysokými náklady před kontraktem* $(\underline{t}, \underline{q})$.

[5] Této vlastnosti se někdy říká Spence-Mirrlessova vlastnost, anglicky též *single-crossing property.*



Obrázek 2: Grafické řešení problému principála a agenta.

Tyto preference lze vyjádřit pomocí dvou nerovnic

$$\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \geq \overline{t} - \underline{\theta}\overline{q} \tag{7}$$
$$\overline{t} - \overline{\theta}\overline{q} \geq \underline{t} - \overline{\theta}\underline{q} \tag{8}$$

Další podmínkou na menu je, aby každý kontrakt byl přijatelný pro příslušný typ agenta

$$\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \geq 0 \tag{9}$$
$$\overline{t} - \overline{\theta}\overline{q} \geq 0 \tag{10}$$

Definice 1.1.3 *Každé menu kontraktů, které splňuje podmínky 9–10 nazýváme* dosažitelné *(feasible).*

Definice 1.1.4 *Každé menu kontraktů, které splňuje obě předchozí definice budeme nazývat* dosažitelné a kompatibilní menu kontraktů.

Příklad 1.1.5 *Ověřte, že množina dosažitelných a kompatibilních menu kontraktů je neprázdný*

Mohou nastat situace, kdy je pro principála výhodnější nabídnout jediný kontrakt přijatý oběma typy agentů. V této situaci dochází ke sloučení obou typů (*pooling.*) Je také možné, že je nejvýhodnější aby daný kontrakt přijal jen jeden z typů agenta, zatímco druhý typ nepřijme žádný kontrakt. V této situaci mluvíme o *vypnutí nejméně efektivního typu* agenta.

Příklad 1.1.6 *Ukažte, že množství vyráběné producentem s nižšími náklady v dosažitelném a kompatibilním menu kontraktů je vyšší než vyráběné výrobcem s vyššími náklady, tedy že $\underline{q} > \overline{q}$. Kdy to platí i za předpokladu dokonale dostupných informací?*

1.1.4 Informační renty

Označme užitek daného typu hráče $\underline{U}, \overline{U}$. V případě dokonale dostupných informací je tento užitek roven nule, ale jak lze snadno ukázat, to neplatí, není-li informace o nákladech agenta dostupná. Pak totiž platí

$$\overline{t} - \underline{\theta}\overline{q} = \overline{t} - \overline{\theta}\overline{q} + \Delta\theta\overline{t} = \overline{U} + \Delta\theta\overline{q}$$

To znamená, že agent s nízkými náklady dosáhne při libovolném kontraktu vyššího zisku než hráč s vysokými náklady. Takže i když by principál nabídl agentovi s vyššími náklady kontrakt s nulovým užitkem (níže jít nemůže), agent s nižšími náklady by dosáhl kladného užitku. To platí pro libovolné kladné množství q. Tato výhoda, někdy nazývaná informační renta, je důsledkem toho, že agent může předstírat, že má vyšší náklady a tedy že je jiného typu. Stále však nevíme, jaký je optimální kontrakt navržený principálem.

1.2 Principál

Principál, volí menu kontraktů $\{(\underline{t},\underline{q}),(\overline{t},\overline{q})\}$ tak, aby maximalizoval svůj očekávaný zisk.

Maximalizační problém je

$$\max_{\{(\underline{t},\underline{q}),(\overline{t},\overline{q})\}} \eta(S(\underline{q})-\underline{t})+(1-\eta)(S(\overline{q})-\overline{t}) \tag{11}$$

za podmínek 7–10. Pro snadnější interpretaci problému přepíšeme maximalizovanou funkci do následujícího tvaru

$$\eta(S(\underline{q})-\underline{q}\underline{\theta})+(1-\eta)(S(\overline{q})-\overline{q}\underline{\theta})-(\eta\underline{U}+(1-\eta)\overline{U}) \tag{12}$$

První výraz charakterizuje očekávaný přínos kontraktů pro celou společnost (blahobyt), zatímco poslední výraz představuje očekávanou hodnotu informační renty. Z předchozí diskuse a příkladů je zřejmé, že principál nemůže očekávat, že by informační renta byla nulová a přitom očekávaný přínos byl maximální.

Dále přepišme podmínky kompatibility 7–8 na

$$\underline{U} \geq \overline{U}+\Delta\theta\overline{q} \tag{13}$$

$$\overline{U} \geq \underline{U}-\Delta\theta\underline{q} \tag{14}$$

Podmínky přijatelnosti účasti 9–10 jsou

$$\underline{U} \geq 0 \tag{15}$$

$$\overline{U} \geq 0 \tag{16}$$

Takto definovaný problém budeme označovat (P) a jeho řešení pomocí indexu DN (druhé nejlepší). I když jde o problém principiálně poměrně jednoduchý, kvůli omezením je jeho řešení technicky složité. Použití Lagrangeových koeficientů je obvykle nevhodné pro rychle narůstající počet koeficientů s rostoucím počtem typů agentů. Díky předpokladům pocházejícím z ekonomické struktury daného problému ale existuje možnost problém značně zjednodušit. Stačí „uhodnout“, která omezení budou splněna s rovností a která s nerovností. Po vyřešení problému jen za omezení s rovností stačí ověřit, že v těchto řešení jsou ostatní omezení skutečně splněna s nerovnostmi.

Jelikož agent s nižšími náklady může „předstírat“, že má náklady vyšší a tím dosáhnout většího užitku než hráč s vyššími náklady, jeho podmínka přijatelnosti 15 je splněna kdykoliv jsou ostatní podmínky splněny. Podobně podmínka 14 je irelevantní, protože hráč s vyššími náklady si nepolepší, když se snaží simulovat, že má náklady nižší. Tím se maximalizační problém se 4 nerovnostmi změnil na problém se dvěma rovnostmi.

Příklad 1.2.1 *Dokažte, že obě zbývající nerovnosti musejí být splněny jako rovnosti v rovnováze. Nápověda: Uvažte dva případy:* $\overline{U}>0, \overline{U}=0$.

Věta 1.2.2 *Optimální kontrakty v případě asymetrické informace jsou*

$$S'(\overline{q}) = \overline{\theta}+\frac{\eta}{1-\eta}\Delta\theta \tag{17}$$

$$S'(\underline{q}) = \underline{\theta} \tag{18}$$

$$\overline{t} = \overline{\theta}\overline{q} \tag{19}$$

$$\underline{t} = \underline{\theta}\underline{q}+\Delta\theta\overline{q} \tag{20}$$

Příklad 1.2.3 *Ověřte, že funkce* $S(q)=\log(q+1)$ *splňuje požadované příklady. Vyřešte problém pro* $\eta=\frac{1}{2}, \underline{\theta}=1, \overline{\theta}=2$. *Využijte toho, že některé podmínky jsou splněny s rovností. Porovnejte s výsledky v situaci, kdy jsou informace veřejné (a kontrakty na nich tak vymahatelné).*

Řešení 1.2.4 *Spočítejte první ($\frac{1}{q+1}$) a druhou derivaci ($-\frac{1}{(q+1)^2}$) a ověřte $S(0)=0$.*

Maximalizační problém principála je

$$\max_{\{(\underline{t},\underline{q}),(\overline{t},\overline{q})\}} \log(\underline{q}+1)-\underline{t}+\log(\overline{q}+1)-\overline{t}\underline{t}-\underline{\theta}\underline{q}\geq \overline{t}-\underline{\theta}\overline{q} \tag{21}$$

$$\overline{t}-\overline{\theta}\overline{q}\geq \underline{t}-\overline{\theta}\underline{q} \tag{22}$$

$$\underline{t}-\underline{\theta}\underline{q}\geq 0 \tag{23}$$

$$\overline{t}-\overline{\theta}\overline{q}\geq 0 \tag{24}$$

Využijeme toho, že z podmínek maximalizačního problému je omezující podmínka kompatibility pro agenta s nízkými náklady a podmínka přijatelnosti pro agenta s vysokými náklady. Obě musí být splněny s rovností. Tedy problém lze přepsat

$$\max_{\{(\underline{t},\underline{q}),(\overline{t},\overline{q})\}} \log(\underline{q}+1)-\underline{t}+\log(\overline{q}+1)-\overline{t}\underline{t}-\underline{\theta}\underline{q}= \overline{t}-\underline{\theta}\overline{q} \tag{25}$$

$$\overline{t}-\overline{\theta}\overline{q}=0 \tag{26}$$

Když z podmínek vyjádříme $\overline{t}$ a $\overline{q}$, dostaneme maximalizační problém bez omezení:

$$\max_{\{(\underline{t},\underline{q})\}} \log(\underline{q}+1)-\underline{t}+\log(\frac{\underline{t}-\underline{\theta}\underline{q}}{\Delta\theta}\overline{q}+1)-\overline{\theta}\frac{\underline{t}-\underline{\theta}\underline{q}}{\Delta\theta} \tag{27}$$

Podmínky prvního řádu tohoto problému jsou

$$\frac{1}{\overline{q}+1}\frac{1}{\Delta\theta}-\frac{\overline{\theta}}{\Delta\theta}-1=0 \tag{28}$$

$$-\frac{1}{\overline{q}+1}\frac{\underline{\theta}}{\Delta\theta}+\frac{\overline{\theta}\underline{\theta}}{\Delta\theta}+\frac{1}{\underline{q}+1}=0 \tag{29}$$

Sečtením těchto dvou podmínek okamžitě získáme

$$\frac{1}{\underline{q}+1}=\underline{\theta}, \tag{30}$$

z čehož vyplývá, že vyráběné množství hráče s nízkými náklady se nezmění.

Zpětným dosazením lze dopočítat i

$$\frac{1}{\overline{q}+1}=\overline{\theta}+\Delta\theta, \tag{31}$$

Celý problém lze uzavřít dopočítáním $\underline{t},\overline{t}$. Dosaďte za příslušné parametry a porovnejte s hodnotami q,t při kterých mají oba agenti nulový užitek a mezní náklady výroby jsou rovny meznímu užitku. Hráč s nižšími náklady vyrábí stejně, hráč s vyššími náklady méně. Hráč s nižšími náklady dosahuje kladného užitku a proto jeho odměna musí být vyšší než v situaci s veřejnou informací.

1.2.1 Více než dva kontrakty v menu

Vyřešili jsme problém principála, který nabízí dva kontrakty. Není ale možné, že by si principál mohl polepšit, kdyby nabídl složitější kontrakty? Například by mohl dát agentům na výběr z většího počtu různých kontraktů.

Intuitivně se zdá, že takto si principál pomoci nemůže. Představme si, že principál dá agentovi na výběr velkou množinu kontraktů (menu o mnoha položkách). Každý typ agenta si z menu vybere optimální kontrakt. Pak by ale principál mohl rovnou nabídnout tento vybraný kontrakt a replikovat tak výsledek. I kdyby agent volil náhodně mezi různými nabídkami (tj. hrál smíšenou strategii), tak víme, že by mezi těmito různými kontrakty byl indiferentní a tedy stačí, aby mu principál nabídl libovolný z nich.

Druhou otázku, kterou si můžeme položit je, zda by komunikace mezi principálem a agentem před navržením kontraktu nemohla vylepšit situaci pro principála. Ani zde se nezdá, že by to mohlo principálu pomoci, pokud žádný agent nemůže být donucen o sobě prozradit nějakou informaci a nebo může zcela beztrestně lhát.

Obě tyto otázky můžeme zodpovědět i formálně a potvrdit tak intuitivní pohled na věc. Nejprve definujme přímý odhalující mechanismus (*direct revelation mechanism*) takto

Definice 1.2.5 *Přímý odhalující mechanismus je zobrazení g přiřazující každému typu θ kontrakt $g(\theta) = (q(\theta), t(\theta))$, který se principál zavazuje dodržet poté, co mu agent oznámí, jakého je typu.*

Všimněte si, že nic nebrání agentovi, aby o svém typu lhal. U pravdivého mechanismu, tedy u mechanismu ve kterém každý agenta ohlásí svůj skutečný typ, musí platit, že je to pro něj optimální udělat. Tedy musí pro každého agenta platit, že kontrakt nabídnutý pro jeho skutečný typ je výhodnější než jakýkoliv jiný kontrakt.

Našim cílem je ukázat, že libovolná komunikace agenta před podáním nabídky principálem a libovolně složitý prostor nabízených kontraktů nevede k výsledku, který by nebylo možné replikovat pomocí pravdivého přímého mechanismu.

Definice 1.2.6 *Mechanismus je prostor možných zpráv M od agenta principálovi a zobrazení $\tilde{g}$ z prostoru zpráv do množiny všech možných kontraktů.*

Mechanismus je procedura, při které si každý agent na základě svého typu vybere libovolnou zprávu z množiny M a na jejím základě je mu přiřazen kontrakt $\tilde{g}(m)$. V podstatě tedy nerozlišujeme mezi tím, zda agent oznámí zprávu m principálovi a ten na jejím základě vybere daný kontrakt podle předem známého mechanismu, a nebo zda si agent přímo vybírá mezi různými kontrakty. Toto rozlišení totiž není podstatné—výběrem signálu si racionální hráč vlastně vybírá kontrakt, protože přiřazovací mechanismus g je neměnný a známý předem.

Výsledek mechanismu je alokační pravidlo, tedy přiřazení $a(\theta) = \tilde{g}(m^*(\theta))$, kde m^* je optimální zpráva volená agentem typu θ.[6]

Věta 1.2.7 *Každé alokační pravidlo odvozené z libovolného mechanismu (M, g) může být implementováno pomocí pravdivého, přímého odhalujícího mechanismu.*

Důkaz 1.2.8 *Definujte $g' = g \circ m^*$ a ukažte, že jde o přímý a pravdivý odhalující mechanismus.*

Tento výsledek tedy také znamená, že nám skutečně stačí omezit se na případ tolika kontraktů, kolik je typů agentů. Rozšířením prostoru možných kontraktů nezískáme nic podstatného.

1.2.2 Více než dva typy hráčů

Zatím představená teorie, i teorie která bude následovat, uvažuje existenci dvou typu, tedy dvou hodnot parametrů θ. V této kapitole se budeme zabývat tím, co se stane pokud je plateb více. Budeme studovat případ tří typů.

Předpokládejme tedy, že existují tři různé hodnoty parametru $\theta \in \{\underline{\theta}, \hat{\theta}, \overline{\theta}\}$, kde pro zjednodušení $\overline{\theta} - \hat{\theta} = \hat{\theta} - \underline{\theta} = \Delta\theta > 0$. Pravděpodobnosti, že agent je daného typu, označujeme $\underline{\eta}, \hat{\eta}, \overline{\eta}$, kde $\underline{\eta} + \hat{\eta} + \overline{\eta} = 1$. Optimální menu kontraktů odlišující různé typy hráčů označíme $\{(\underline{t}, \underline{q}), (\hat{t}, \hat{q}), (\underline{q}, \overline{q})\}$. Informační renty jsou

$$\underline{U} = \underline{t} - \underline{\theta}\underline{q}; \hat{U} = \hat{t} - \hat{\theta}\hat{q}; \overline{U} = \overline{t} - \overline{\theta}\overline{q}$$

Optimální hodnoty výstupu při veřejné informaci o typech jsou definovány rovností mezních nákladů θ a mezních hodnot užitku pro principála

$$S'(\underline{q}^*) = \underline{\theta}; S'(\hat{q}^*) = \hat{\theta}; S'(\overline{q}^*) = \overline{\theta}$$

Kontrakty jsou kompatibilní vzhledem motivacím, pokud pro všechny hráče platí, že užitek daného typu agenta je nejvyšší, zvolí-li jemu příslušející kontrakt. Tedy pro nejefektivnějšího hráče (s nejmenším θ) musí platit

[6] Zkuste si formálně definovat optimální zprávu $m^*(\theta)$.

$$\underline{U} \geq \hat{U} + \Delta\theta\hat{q} \tag{32}$$
$$\underline{U} \geq \overline{U} + 2\Delta\theta\overline{q} \tag{33}$$

Pro prostřední typ

$$\hat{U} \geq \overline{U} + \Delta\theta\overline{q} \tag{34}$$
$$\hat{U} \geq \underline{U} - \Delta\theta\underline{q} \tag{35}$$

Pro nejméně efektivní typ agenta

$$\overline{U} \geq \hat{U} - \Delta\theta\hat{q} \tag{36}$$
$$\overline{U} \geq \underline{U} - 2\Delta\theta\underline{q} \tag{37}$$

Příklad 1.2.9 *Odvoďte tato omezení.*

Omezení, která zaručují, že daný hráč nepreferuje předstírat, že je „sousedního“ typi (pro nejefektivnějšího hráče prostřední typ), budeme nazývat lokální. Omezení pro nesousední typy nazýváme globální.

Podobně jako v případě dvou typů lze argumentovat, že daný hráč má motivaci lhát jen tak, že bude tvrdit, že je méně efektivní, než ve skutečnosti je. Budeme muset ověřit, že tato intuice je korektní. Začneme tak, že budeme ignorovat omezující podmínky o nichž si myslíme, že nebudou relevantní (binding) a později ověříme, že v nalezeném řešení jsou skutečně všechny splněny. Z podmínek také můžeme ukázat,[7] že v rovnováze musí platit

$$\underline{q} \geq \hat{q} \geq \overline{q} \tag{38}$$

Tohoto mezivýsledku můžeme použít k eliminaci globálních omezení. Lokální podmínky jsou

$$\underline{U} \geq \hat{U} + \Delta\theta\hat{q} \tag{39}$$
$$\hat{U} \geq \overline{U} + \Delta\theta\overline{q} \tag{40}$$
$$\hat{U} \geq \underline{U} - \Delta\theta\underline{q} \tag{41}$$
$$\overline{U} \geq \hat{U} - \Delta\theta\hat{q} \tag{42}$$
$$\tag{43}$$

Sečtením první a druhé z nich získáme

$$\underline{U} \geq \overline{U} + \Delta\theta(\hat{q} + \overline{q})$$

Protože ale $\overline{q} \geq \hat{q}$, splnění této podmínky (a tedy splnění lokálních podmínek) vyplývá splnění globálních podmínek. Takže podmínky monotonicity a lokální podmínky kompatibility jsou postačující pro splnění globálních podmínek. Stejně jako dříve musí být kontrakty přijatelné pro všechny hráče, zejména tedy pro nejméně efektivního hráče, $\overline{U} > 0$.

Maximalizační problém je tak definován objektivní funkcí

$$\max_{\{\{(\underline{U},\underline{q}),(\hat{U},\hat{q}),(\underline{U},\overline{q})\}.\}} \underline{\eta}(S(\underline{q}) - \underline{\theta}\underline{q} - \underline{U}) + \hat{\eta}(S(\hat{q}) - \hat{\theta}\hat{q} - \hat{U}) + \overline{\eta}(S(\overline{q}) - \overline{\theta}\overline{q} - \overline{U}$$

za podmínek 39,41,42 a 38. První tři z těchto podmínek musí být splněny jako rovnosti. Toho můžeme využít při řešení problému. Celkové řešení můžeme shrnout do jedné věty

Věta 1.2.10 *Podmínky 39,41 a 42 platí s rovností*

[7] Sečtením dvou podmínek lze získat obě nerovnosti.

- *Pokud $\hat{\eta} > \overline{\eta}\underline{\eta}$, pak podmínky monotonicity 38 jsou splněny s ostrou nerovností a optimální množství jsou $\underline{q}^{SB} = \underline{q}^*, \hat{q}^{SB} < \hat{q}^*, \overline{q}^{SB} < \overline{q}^*$ a*

$$S'(\hat{q}^{SB}) = \hat{\theta} + \frac{\eta}{\hat{\eta}}\Delta\theta, \tag{44}$$

$$S'(\overline{q}^{SB}) = \overline{\theta} + \frac{\underline{\eta} + \hat{\theta}}{\overline{\eta}}\Delta\theta, \tag{45}$$

- *Pokud $\hat{\eta} \leq \overline{\eta}\underline{\eta}$, pak $\underline{q}^{SB} = \underline{q}^*$, a $\hat{q}^{SB} = \overline{q}^{SB} = q^p < \underline{q}^*$ a*

$$S'(\overline{q}^p) = \overline{\theta} + \frac{2\underline{\eta} + \hat{\theta}}{\overline{\eta}}\Delta\theta, \tag{46}$$

Podmínka $\hat{\eta} > \overline{\eta}\underline{\eta}$ je klíčová pro řešení problému. Pokud je $\hat{\eta}$ malé, pak pravděpodobnost, že hráč je prostředního typu je malá a pro principála je důležitější odlišit nejvyšší a nejnižší typ agenta. Takže informační renta prostředního typu je (v očekávání) malá. Při velkém $\underline{\eta}$ je tak pro principála důležitější snížit informační rentu nejefektivnějšího hráče.

1.2.3 Spojitý model

Velmi stručně naznačíme model se spojitým počtem typů.

Označme $F(\theta)$ distribuční funkci typu agenta a její hustotu $f(\theta) > 0$. Označme $\{(q(\theta), t(\theta))\}$ nabídnuté schéma. Každý agent si vybere pro něj optimální kontrakt (jednoduše oznámí, jakého je typu s tím, že může lhát). Kontrakt musí být přijatelný pro každý typ $t(\theta) - \theta q(\theta) \geq 0$. Budeme vyžadovat, aby nabídnutý kontrakt (schéma) bylo takové, že nikdo nemá motivaci lhát, tedy že platí

$$t(\theta) - \theta q(\theta) \geq t(\theta') - \theta q(\theta'),$$

pro každé θ. Protože také platí

$$t(\theta') - \theta' q(\theta') \geq t(\tilde{\theta}) - \theta' q(\tilde{\theta}),$$

lze ukázat, že

$$(\theta - \theta')(q(\theta') - g(\theta)) \geq 0$$

Z toho vyplývá, že funkce $q(\theta)$ musí být rostoucí. Z podmínek kompatibility lze odvodit diferenciální rovnici pro všechna θ

$$\dot{t}(\theta) - \theta\dot{q}(\theta) = 0$$

Lze ukázat, že podmínky druhého řádu v optimálním řešení jsou

$$-\dot{q}(\theta) \geq 0$$

Z lokálních podmínek lze odvodit globální integrací, takže stačí vyžadovat splnění jen tech lokálních. Při značení $U(\theta) = t(\theta) - \theta q(\theta)$ platí

$$\dot{U} = -q(\theta)$$

Principálův problém pak lze formulovat jako

$$\max \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} (S(q(\theta)) - \theta q(\theta) - U(\theta)) f(\theta) d\theta \tag{47}$$

za podmínek

$$\dot{U}(\theta) = -q(\theta) \tag{48}$$

$$\dot{q} \leq 0 U(\theta) \geq 0 \tag{49}$$

Řešení vede na podmínku

$$S'(q^{DN}(\theta)) = \theta + \frac{F(\theta)}{f(\theta)}$$

Pokud výsledkem není monotónní funkce, existují metody „vyrovnávání“, které vedou na spojité, ale ne nutně všude diferenciovatelné řešení.

1.3 Modely se skrytou akcí

V této kapitole budeme studovat modely, ve kterých má agent volbu akce (například zvolené úsilí), kterou principál nemůže přímo pozorovat. Principál pozoruje pouze výsledek akce (například výhru soudního sporu, úspěch nového výrobku atd.). Pokud je výsledek akce závislí jen a jen na akci zvolené agentem, pak principál z výsledku může odvodit agentem zvolenou akci a nabídnout kontrakt tak, aby zvolená akce byla optimální. Situace se tedy stane zajimavou jen tehdy, kdy výsledek závisí na dalších faktorech, pro zjednodušení na náhodě. Agent tedy má možnost ovlivnit pravděpodobnost, se kterou nastane „úspěch“, volba akce ale není jejím jediným determinantem. I v případě neúspěchu může agent věrohodně tvrdit, že vyvinul maximální úsilí.

Pokud by agent a principál měli shodné zájmy (například oba maximalizovali užitek třetí strany, celkový blahobyt apod.), tak by situace rovněž byla nezajímavá. Agent by zvolil stejnou akci, jakou by zvolil principál. Pokud však každý hráč maximalizuje vlastní užitek, preference jsou protichůdné—částka vyplacená agentovi snižuje zisk principála. Podobně, vyšší úsilí obvykle vyžaduje vyšší náklady, ale protože není pro principála přímo pozorovatelné, nemůže být explicitně kompenzováno.

Konečně, model se stane zajímavým, pokud agent je averzní k riziku a nebo má jen omezenou schopnost ručit. V opačném případě totiž může principál navrhnout jednoduchý kontrakt, který vede k optimální volbě akce agentem. Tento kontrakt vyžaduje určitou platbu od agenta principálovi bez ohledu na výsledek—v případě vztahu vlastník firmy a její manažer jde o prodej firmy manažerovi, čímž je problém rozdílných preferencí vyřešen. Platba je ve výši očekávaného výnosu při volbě vyššího úsilí (akce), čímž motivuje agenta toto vyšší úsilí skutečně zvolil aby právě pokryl svoje náklady.[8].

Tyto výsledky dále formalizujeme a budeme studovat situaci, kdy agent a principál mají odlišné zájmy, výnos závisí na zvoleném úsilí a agent je rizikově averzní a nebo ručí jen omezeným majetkem.

1.3.1 Model

Začneme s nejjednodušším možným modelem, který je ale dostatečně bohatý na to, aby postihl základní aspekty studovaného problému. Abychom mohli studovat volbu úsilí agenta, tak musí existovat alespoň 2 úrovně možného úsilí a dva možné výsledky. Úsilí můžeme normalizovat na úrovně 0 a 1, tedy agent volí $e \in \{0, 1\}$. Budeme předpokládat, že to pro něj znamená náklady $\psi_O = 0$ a $\psi_1 = \psi > 0$. Součástí kontraktu je specifikace plateb t, v závislosti na pozorovaných veličinách, tedy primárně výsledku akce a nikoliv zvoleném úsilí. Pro zjednodušení, ale v tomto modelu bez významné ztráty na obecnosti, můžeme předpokládat, že užitek agenta je separabilní v příjmu a nákladech spojených s úsilím. Tedy předpokládáme, že

$$U = u(t) - \psi(e),$$

kde U je celkový užitek agenta. O funkci u předpokládáme, že je rostoucí a konkávní ($u' > 0, u'' < 0$). To znamená, že agent preferuje více peněz než méně, ale užitek z dodatečné jednotky příjmu je klesající. Inverzní funkci k u budeme označovat h. Pro h platí, že $h' > 0, h'' > 0$.

Předpokládáme, že existují dva možné výsledky (např. úspěch a neúspěch). Vyrobené množství budeme označovat $\underline{q}$ a $\overline{q}$, kde $\overline{q} - \underline{q} = \Delta q > 0$. Pravděpodobnost, že projekt je úspěšný ($\overline{q}$) je π_0 pokud agent zvolil nízké úsilí a π_1 pokud zvolil vysoké. Pravděpodobnost , že projekt je neúspěšný je doplňkem, tedy $1 - \pi_0$ pro nízké úsilí a $1 - \pi_1$ pro vysoké. Předpokládáme, že úsilí je užitečné a tedy $\pi_0 < \pi_1$. Je zřejmé, že vyšší úsilí vede k vyššímu očekávanému výnosu q, což je někdy nazývá *stochastická dominace prvního řádu* (*first-order stochastic dominance*).

Protože úsilí není pozorovatelné pro principála, navržený kontrakt může být podmíněn pouze na výsledku agentovi akce, tedy kontrakt tvoří dvojice $\{t(\underline{q}), t(\overline{q})\}$, kterou budeme pro jednoduchost označovat $\underline{t}, \overline{t}$. Očekávaný užitek principála je v případě $e = 1$

$$V_1 = \pi_1(S(\overline{q}) - \overline{t}) + (1 - \pi_1)(S(\underline{q}) - \underline{t}) \tag{50}$$

V případě $e = 0$ je principálův očekávaný užitek

$$V_1 = \pi_0(S(\overline{q}) - \overline{t}) + (1 - \pi_0)(S(\underline{q}) - \underline{t}) \tag{51}$$

[8] Předpokládáme, že vyšší úsilí vede k vyššímu výnosu, jak dále formalizujeme

Není jednoznačně jasné, jestli je pro principála výhodnější nabídnout takový kontrakt, při kterém agent zvolí vyšší úsilí. Je možné, že (dodatečná) hodnota výrobků S je příliš nízká ve srovnáním s náklady na vyšší úsilí. Přesto ale budeme studovat kontrakty, které vedou k volbě vyššího úsilí agentem—nazýváme je *kompatibilní vzhledem k preferencím*, pokud

$$\pi_1 u(\bar{t}) + (1-\pi_1)u(\underline{t}) - \psi \geq \pi_0 u(\bar{t}) + (1-\pi_0)u(\underline{t})$$

Kontrakt samozřejmě musí být i přijatelný, tedy musí zaručovat alespoň hodnotu vedlejší příležitosti v očekávání

$$\pi_1 u(\bar{t}) + (1-\pi_1)u(\underline{t}) - \psi \geq .0$$

Předpokládáme následující průběh událostí

1. Principál nabídne kontrakt $\{(\bar{t}, \underline{t})\}$
2. Agent kontrakt přijme nebo odmítne
3. Agent zvolí vysoké ($e = 1$) nebo nízké ($e = 0$) úsilí
4. Náhoda a úsilí určí výsledek q
5. Kontrakt je realizován

Příklad 1.3.1 *V případě, že úsilí je veřejně pozorovatelné a vymahatelné, může být úsilí součástí kontraktu a agent jej musí zvolit. Ověřte, že optimální kontrakt je $t^* = \bar{t}^* = \underline{t}^*$. To znamená, že agent dostane konstantní částku za své služby, bez ohledu na výsledek. Tato platba musí být rovná nákladům vyššího úsilí, aby byla splněna podmínka participace. Očekávaný užitek pro principála je*

$$V_1 = \pi_1(S(\bar{q}) + (1-\pi_1)(S(\underline{q}) - h(\psi) \tag{52}$$

V případě, že by principál sestavil kontrakt s nulovým úsilím, tak by jeho užitek byl

$$V_0 = \pi_0(S(\bar{q}) + (1-\pi_0)S(\underline{q}) \tag{53}$$

Porovnáním těchto výrazů lze ukázat, že vyžadovat vyšší úsilí je optimální tehdy a jen tehdy, když

$$B = \Delta\pi(S(\bar{q}) - S(\underline{q})) \geq h(\psi)$$

Jakmile je hodnota dodatečného zboží a nárůst pravděpodobnosti dosažení vyššího výstupu při vyšším úsilí dostatečně vysoký, je výhodnější vymáhat vyšší úsilí.

Příklad 1.3.2 *Ukažte, že pokud je agent rizikově neutrální, tedy lze předpokládat bez újmy na obecnosti, že $u(t) = t$, pak principál platí v očekávání ψ a že platby jsou*

$$\underline{t}^* = -\frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi \tag{54}$$

$$\bar{t}^* = \frac{1-\pi_0}{\Delta\pi}\psi \tag{55}$$

Diskutujte, proč je tento výsledek optimální a lze mluvit o bezplatném (costless) delegování.

Existují dva různé přístupy k složitějším a realističtějším typům problému. Buďto lze předpokládat, že agent je averzní k riziku[9] a nebo že může ručit jen do omezené výše (*limited liability*). Například existují limity odpovědnosti za škodu zaměstnanců, takže principál nemůže navrhnout kontrakt s výrazně negativní platbou za určité situace. Podobně manažeři obvykle neručí za pokles hodnoty firmy, které spravují atd. My budeme využívat tento druhý přístup, který lze modelovat tak, že platba hráči nesmí v žádném případě klesnout pod dané $-l, l \geq 0$.

Tato dodatečná podmínka omezuje možné kontrakty, které principál může navrhnout. Kromě podmínek

$$\underline{t} \geq -l, \bar{t}^* \geq -l \tag{56}$$

[9] Hráč je averzní k riziku pokud dává přednost jisté věci před loterií, která má stejnou očekávanou střední hodnotu

budeme vyžadovat i dříve diskutované podmínky

$$\pi_1 u(\bar{t}) + (1-\pi_1)u(\underline{t}) - \psi \geq \pi_0 u(\bar{t}) + (1-\pi_0)u(\underline{t}) \tag{57}$$

$$\pi_1 u(\bar{t}) + (1-\pi_1)u(\underline{t}) - \psi \geq 0 \tag{58}$$

Řešení shrnuje následující věta:

Věta 1.3.3 *Pokud $l > \frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi$, pak je optimální kontrakt stejný jako v případě agenta s neomezeným ručením (rovnice 54–55), protože podmínky 56 nejsou omezující. Očekávaný zisk pro agenta je nulový.*

Pro $0 \leq l \leq \frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi$, optimální kontrakt je

$$\underline{t}^{DN} = -l, \bar{t}^{DN} = -l + \frac{\psi}{\Delta\pi} \tag{59}$$

Očekávaný užitek agenta je kladný

$$EU^{DN} = \pi_1 \bar{t}^{DN} + (1-\pi_1)\bar{t}^{DN} - \psi = -l + \frac{\pi_0}{\Delta\pi}\psi \geq 0 \tag{60}$$

Příklad 1.3.4 *Dokažte předchozí větu.*

Příklad 1.3.5 *Spočítejte optimální kontrakt pro $u(q) = q, \psi = 1, \pi_0 = \frac{1}{3}, \pi_1 = \frac{2}{3}, \underline{q} = 0, \bar{q} = 6$. Jaké je optimální úsilí? Jaké je optimální úsilí při omezeném ručení agenta ($l = 0$) ?*

Řešení 1.3.6 *Nejprve vyřešíme optimální kontrakt při vysokém úsilí a neomezeném ručení agenta. Kontrakt musí být kompatibilní vzhledem k preferencím a také být přijatelný pro agenta*

$$\pi_1 u(\bar{t}) + (1-\pi_1)u(\underline{t}) - \psi \geq \pi_0 u(\bar{t}) + (1-\pi_0)u(\underline{t}) \tag{61}$$

$$\pi_1 u(\bar{t}) + (1-\pi_1)u(\underline{t}) - \psi \geq 0 \tag{62}$$

Víme, že v rovnováze tyto nerovnosti musí být splněny s rovností. Snadnými úpravami dostaneme výraz

$$\underline{t} = -\frac{\psi\pi_0}{\Delta\pi}$$

Po dosazení zjistíme, že $\underline{t} = -1$. Snadno lze dopočítat i $\bar{t} = 2$.

Je tedy optimální pro principála stanovit kontrakt tak, že v případě úspěchu vyplatí odměnu principál agentovi, ale v případě neúspěchu je tomu naopak. Pokud toto není možné, například z důvodů regulace nebo proto, že agent nevlastní majetek v potřebném rozsahu, musíme problém vyřešit s příslušnými omezeními $\underline{t} \geq -l$. Pro jednoduchost vyřešíme případ $l = 0$.

K výše uvedeným podmínkám přibude další

$$\underline{t} \geq 0$$

Je evidentní, že první dvě podmínky již nemohou být splněny s rovností. Z předchozí věty víme, že očekávaný užitek hráče je kladný (musí být) a tedy že je to prostřední podmínka, která není splněna s rovností. Jelikož tedy víme, že $\underline{t} = 0$, pak

$$\pi_1 \bar{t} - \psi = \pi_0 \bar{t}$$

a tedy $\bar{t} = \frac{\psi}{\delta\pi} = 3$. Vidíme, že jde o větší částku než dříve. Lze ověřit, že tak tomu musí být vždy. Intuitivně, protože odměna v nepříznivém stavu (výsledku) je větší než dříve, musí i odměna v příznivém stavu vzrůst, aby nabízený kontrakt zůstal přijatelný vzhledem k motivacím.

Ještě musíme ověřit, že principál nedává přednost kontraktům, které nevynucují velké úsilí. V případě bez omezení na l je očekávaný výnos principála u projektu s nízkým úsilím $\pi_0\bar{q} = 2$ a platba je nulová, zatímco v případě projektu s velkým úsilím to je $\pi_1\bar{q}$, platba je $\pi_1 2 - (1-\pi_1) = 1 = \psi$, a protože $2 < 3$, je optimální navrhnout kontrakt vedoucí k vysokému úsilí.

V případě $l = 0$ musíme porovnat nový kontrakt s vysokým úsilím se kontraktem s nízkým úsilím, který se ale nezměnil. Výnos kontraktu s vysokým úsilím se rovněž nezměnil, jen platba je vyšší, a to o 1 v každé situaci. Takže principál je indiferentní (je mu jedno) mezi projektem s vysokým úsilím a s nízkým. Kdyby výnos v případě úspěchu poklesl nebo náklady úsilí vzrostly, tak by preferoval kontrakt s nízkým úsilím.

Příklad 1.3.7 *Ukažte, že pro principála je optimální sestavit kontrakt vedoucí k vyššímu úsilí pokud*

$$\Delta\pi\Delta S \geq \psi + \frac{\pi_0\psi}{\Delta\pi}$$

Porovnejte tento výsledek s dříve získaným a diskutujte co to znamená pro optimální využívání vyššího úsilí.

1.3.2 Spojitý model

Na místo dvou možných výsledků (úspěch, neúspěch) jsou běžně používány i modely se spojitým množstvím výsledkům. Například výsledek může být roven součtu zvoleného úsilí a náhodné veličiny („šum“), tedy $q = e + \varepsilon, e \in [0, \infty]$. Uvažujme ε normálně rozdělená s variací σ^2 a nulovou střední hodnotou. Ani zde principál nemůže s jistotou určit, jaké úsilí agent zvolil, neboť ten může vinit nepříznivý výsledek na náhodu.[10]

Předpokládejme, že agent má konstantní absolutní averzi k riziku, tedy užitkovou funkci

$$u(t, e) = -e^{\eta[t-\psi(e)]},$$

kde t je odměna od agenta. Pro jednoduchost budeme uvažovat i $\psi(e) = \frac{1}{2}ce^2$. Pro zjednodušení se omezíme na lineární kontrakty $t = f + gq$, kde f, g jsou parametry kontraktu, které volí principál. Omezíme se na kontrakty, které jsou kompatibilní s preferencemi hráčů. Problém pro rizikově neutrálního principála je

$$\max_{e,f,g} E(q - t),$$

za podmínky

$$E(-e^{-\eta[f+g(e+\varepsilon)-\frac{1}{2}ce^2]}) \geq \overline{u}, e \in \arg\max E(-e^{-\eta[f+g(e+\varepsilon)-\frac{1}{2}ce^2]}$$

Protože $q = e + \varepsilon$, a ε je normálně rozdělená, platí

$$E(e^{\gamma\varepsilon}) = e^{\frac{1}{2}\gamma^2\sigma^2}$$

a omezení je ve tvaru

$$e \in \arg\max[f + eg - \frac{1}{2}ce^2 - \frac{\eta}{2}g^2\sigma^2]$$

Řešení tohoto problému je $e = \frac{g}{c}$. Problém pro principála je pak

$$max_{t,s}\frac{s}{c} - (t + \frac{s^2}{c}),$$

za podmínky, že kontrakt je přijatelný. Hodnota fixní část kontraktu f závisí na rezervační hodnotě agenta. Pro nás je důležitější odvodit sklon g kompenzačního schématu. Lze odvodit, že

$$g = \frac{1}{1 + \eta c\sigma^2}$$

Tento výsledek ukazuje, že kompenzace více odpovídá výsledky (větší g), pokud náklady úsilí (c) jsou menší, agent je méně rizikové averzí (menší η) a variace je menší σ^2.

Příklad 1.3.8 *Předpokládejte, že užitek agenta je $u(w) = 2\sqrt{w}$, náklady na úsilí a jsou $g(e) = e^2$, kde $e \in A = [0, \infty)$. Hodnota vedlejší příležitosti je 0, and*

$$f(\pi|e) = \frac{e^{-x/e}}{e}.$$

To znamená, že volbou úsilí e agent rozhoduje o distribuci, se kterou bude výsledek rozdělený. Při zvoleném úsilí e je výsledek rozdělený exponenciálně, s parametrem $\frac{1}{e}$. Například může jít o opraváře, který svým úsilím ovlivňuje to, jak dlouho opravený spotřebič vydrží fungovat.

Spočítejte optimální kontrakt (schéma) v případě pozorovatelného úsilí. Jaký je zisk principála a agenta?

Spočítejte optimální kontrakt v případě nepozorovatelného úsilí. Jaká je zisk principála a užitek agenta? Jak se liší součet těchto dvou (celkový blahobyt), od předchozího případu?

[10] Kdyby principál a agent obchodovali opakovaně a agent byl nucen volit stále stejné úsilí, tak by principál mohl použít statistické metody k zpřesnění odhadu úsilí volené agentem

1.4 Modely s neověřitelnou informací

Třetí skupinu problému představují modely, ve kterých se principál sice dozví, jaké úsilí vyvinul agent či jaké jsou jeho náklady, ale nemůže napsat kontrakt, který by byl konáním agenta či relevantním parametrem podmíněn. To nastává v situacích, kdy sice všichni relevantní hráči mají určitou informaci, ale nelze ji dokázat soudci (externí, třetí straně). Klienta právníka například může usoudit, že jeho právník nevynaložil plné úsilí, ale nemusí být schopen to dokázat.

První možností „řešení" je odložení rozhodnutí až na okamžik, kdy obě strany (agent i principál) znají všechny podstatné informace. Problém je, že vyjednávací pozice hráčů se může změnit—například zadavatel projektu, který má nejsilnější vyjednávací pozici před zadáním kontraktu o ni může z různých důvodů přijít. Pak je v jeho zájmu sepsat kontrakt, byť neúplný či nedokonalý před tím, že jsou informace zveřejněny. Pokud ale předpokládáme, že k vyjednávání o kontraktu může dojít až po zveřejnění informace, libovolná efektivní forma vyjednávání vede k optimální volbě úsilí.[11]

V případě uzavírání kontraktu před zveřejněním informace může principál využívat stejných kontraktů jako kdyby se informaci nikdy nedozvěděl. V těchto typech kontraktů principál nevyužívá toho, že se dozví skutečnou hodnotu informace. Je ale principiální rozdíl mezi kontraktem uzavřeným před zveřejním informace a možnými kontrakty po jejím zveřejnění. Před zveřejněním informace může být uzavřen kontrakt, který má nezápornou očekávanou hodnotu a tedy v některých stavech vede k zápornému užitku. Jakmile je informace zveřejněna, tento kontrakt již není přijatelný pro agenta.

Pokud je agent neutrální vzhledem k riziku, vytvoření kontraktu před zveřejněním je optimální (efektivní). Pokud je agent vzhledem k riziku averzí, pak výsledné kontrakty nejsou efektivní. Výsledky předešlé sekce jsou tak relevantní i zde.

1.5 Závěr

Modely principála a agenta popisují situace, ve kterých jeden z účastníků má informační výhodu. Z této výhody vyplývá pro něj vyšší výnos. Principál sice dosáhne optimálního výstupu od agenta s nižšími náklady, ale za cenu menšího než optimální výstupu (a menší platby) od agenta s vyššími náklady. Agent s nízkými náklady naopak získá vyšší výnos než by získal, kdyby náklady byly veřejné. Jde o „odměnu", pocházející z jeho informační výhody, ze znalosti informace, ke které jen on má přístup.

V případě modelů s morálním hazardem, tedy skrytou akcí agenta, záleží na užitkové funkci agenta, konkrétně na jeho postoji k riziku, a na jeho majetku či schopnosti ručit. Pokud je rizikově neutrální, tak existuje kontrakt vedoucí k efektivní volbě akce agentem. V tomto kontraktu je platba pro principála konstantní a rovna očekávanému výnosu celého projektu. Agent na sebe bere veškeré riziko s projektem spojené. Pokud má agent například omezenou možnost ručit (nemůže po něm například být vymáhána platba za neúspěšný projekt), výsledný kontrakt je neefektivní—agent nevolí nízkou akci i v některých situacích, kdy by měl volit vyšší akci.

V případě, kdy informace je nakonec zveřejněna, ale není dokazatelná a tak na ní nemohou být založeny vymahatelné kontrakty, je situace podobná předchozím situacím. Záleží na tom, ve kterém okamžiku je kontrakt uzavírán a na postojích k riziku agenta, či jeho schopnosti ručit vlastním majetkem.

Reference

Laffont, J.-J., and D. Martimort (2002): *The Theory of Incentives—The Principal-Agent Model.* Princeton University Press.

[11] Základní modely budou prezentovány v dalších kapitolách.