Vzorová písemná zkouška z předmětu MAS01 „Aplikovaná statistika 1“

Úkol 1.: (8 bodů) Nechť množiny G_1, G_2 jsou neslučitelné, $p(G_1) = 0,27$, $p(G_1 \cup G_2) = 0,75$. Vypočtěte $p(G_2)$.
Odpověď: $p(G_2) = p(G_1 \cup G_2) - p(G_1) = 0,75 – 0,27 = 0,48$

Úkol 2.: (6 bodů) Jaké hodnoty nabývá koeficient korelace, jestliže mezi znaky X a Y existuje úplná přímá lineární závislost?
Odpověď: $r_{12} = 1$

Úkol 3.: (8 bodů) V datovém souboru zvýšíme každou hodnotu o 10%. O kolik procent se změní rozptyl?
Odpověď: Rozptyl se zvýší o 21%.

Úkol 4.: (8 bodů) Náhodný pokus spočívá v hodu kostkou. Jev A znamená, že padne sudé číslo a jev B znamená, že padne číslo větší než 4. Pomocí operací s jevy vyjádřete následující jevy: padne liché číslo; nepadne číslo 1 ani 3; padne číslo 6; padne číslo 2 nebo 4.
Odpověď: $\overline{A} = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$; $A \cup B = \{\omega_2, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$; $A \cap B = \{\omega_6\}$; $A \setminus B = \{\omega_2, \omega_4\}$, kde možný výsledek ω_i znamená, že padne číslo i , i = 1, ..., 6

Úkol 5.: (8 bodů) Mezi následujícími tvrzeními vyberte ta, která jsou pravdivá: $P(A \cap B) \leq P(B)$, $P(A \cup B) < P(B)$, $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$, $P(A) < 0$.
Odpověď: Pravdivá jsou tvrzení 1 a 3.

Úkol 6.: (6 bodů) Co lze říci o jevech $A_1, ..., A_n$ s nenulovými pravděpodobnostmi, které jsou neslučitelné a jejich sjednocením je celý základní prostor?
Odpověď: Jde o úplný systém hypotéz.

Úkol 7.: (6 bodů) Je-li X spojitá náhodná veličina s hustotou pravděpodobnosti φ (x), může být $\varphi(x) > 1$?
Odpověď: Ano, může. Hodnoty hustoty pravděpodobnosti nemají význam pravděpodobnosti.

Úkol 8.: (9 bodů) Pomocí statistických tabulek vypočtěte následující kvantily: $\chi^2_{0,975}(10)$, $t_{0,90}(8)$, $F_{0,975}(5,7)$.
Odpověď: $\chi^2_{0,975}(10) = 20,483$, $t_{0,90}(8) = 1,3968$, $F_{0,975}(5,7) = 5,2852$.

Úkol 9.: (9 bodů) Nechť $X_1, ..., X_{10}$ je náhodný výběr z N(100, 100). Jaké rozložení má výběrový průměr?
Odpověď: $M \sim N(100, 10)$

Úkol 10.: (6 bodů) Jaký vliv na šířku intervalu spolehlivosti má zvětšení rozsahu výběru při konstantním riziku?
Odpověď: S rostoucím rozsahem výběru se při konstantním riziku zmenšuje šířka intervalu spolehlivosti.

Úkol 11.: (12 bodů) Na základě znalosti dvou nezávislých náhodných výběrů o rozsazích n_1 a n_2 ze dvou normálních rozložení s neznámými středními hodnotami máme pomocí kritické oboru testovat hypotézu o shodě rozptylů na hladině významnosti α. Jakou testovou statistiku použijeme? Jakým rozložením se řídí, když platí nulová hypotéza? Jak vypadá kritický obor? Kdy zamítáme nulovou hypotézu?

Odpověď': Testová statistika: $F = \frac{S_1^{\;2}}{S_2^{\;2}}$ se řídí rozložením F(n_1-1, n_2-1), když platí hypotéza o shodě rozptylů. Kritický obor: $W = \left(0, F_{\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1)\right\rangle \cup \left\langle F_{1-\alpha/2}(n_1 - 1, n_2 - 1), \infty\right)$.
Pokud se testová statistika se realizuje v kritickém oboru, hypotézu o shodě rozptylů zamítáme na hladině významnosti α.

Úkol 12.: (14 bodů) Ve čtyřpolní kontingenční tabulce jsou uvedeny tyto absolutní četnosti: a = 5, b = 3, c = 6, d = 4. Vypočtěte teoretické četnosti a podíl šancí.

Odpověď': Teoretické četnosti: $\frac{n_{1.}n_{.1}}{n} = \frac{8 \cdot 11}{18} = 4,\bar{8}$, $\frac{n_{1.}n_{.2}}{n} = \frac{8 \cdot 7}{18} = 3,\bar{1}$,
$\frac{n_{2.}n_{.1}}{n} = \frac{10 \cdot 11}{18} = 6,\bar{1}$ $\frac{n_{2.}n_{.2}}{n} = \frac{10 \cdot 7}{18} = 3,\bar{8}$. Podíl šancí $OR = \frac{ad}{bc} = \frac{5 \cdot 4}{3 \cdot 6} = \frac{20}{18} = 1,11$.

Hodnocení:
(90, 100] … A, (80, 90] … B, (70, 80] … C, (60, 70] … D, (50, 60] … E, [0, 50] … F